

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS

Pós-Graduação “stricto sensu” em Ensino de Matemática

Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática

Eixo Temático: Matemática

Fernando Rezende

ESTIMULANDO O APRENDIZADO COM A MATEMÁTICA INTERATIVA

Belo Horizonte
2021

Fernando Rezende

ESTIMULANDO O APRENDIZADO COM A MATEMÁTICA INTERATIVA

Dissertação apresentada à Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, como exigência parcial para obtenção de título de Mestre em Ensino de Matemática.

Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Dr^a. Eliane Scheid Gazire

Belo Horizonte
2021

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Biblioteca da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais

R467e Rezende, Fernando
Estimulando o aprendizado com a matemática interativa / Fernando
Rezende. Belo Horizonte, 2021.
187 f. : il.

Orientadora: Eliane Scheid Gazire
Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais.
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática

1. Matemática - Problemas, questões, exercícios. 2. Escolas - Pesquisa - Belo Horizonte (MG). 3. Ensino fundamental - Estudo e ensino. 4. Ensino - Meios auxiliares. 5. Jogos no ensino da matemática. 6. Alfabetização - Métodos experimentais. 7. Educação de crianças. 8. Pesquisa - Metodologia. I. Gazire, Eliane Scheid. II. Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. III. Título.

SIB PUC MINAS

CDU: 371.38

Ficha catalográfica elaborada por Elizângela Ribeiro de Azevedo - CRB 6/3393

Fernando Rezende

ESTIMULANDO O APRENDIZADO COM A MATEMÁTICA INTERATIVA

Dissertação apresentada à Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, como exigência parcial para obtenção de título de Mestre em Ensino de Matemática.

Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática.

Prof^a. Dr^a. Eliane Scheid Gazire – PUCMinas (Orientadora)

Prof Dr Dimas Felipe de Miranda – PUCMinas (Banca Examinadora)

Prof^a Dr^a Leiva de Figueiredo Viana Leal – UFMG (Banca Examinadora)

Belo Horizonte, 24 de setembro de 2021

AGRADECIMENTOS

A Deus por me dar a melhor família tanto descendente quanto ascendente. Por me fazer nascer no melhor lugar do mundo que é BH e por me fazer viver na melhor época humana de todos os tempos.

À minha orientadora, Dr^a. Eliane Gazire, pela paciência, pela dedicação e pela disponibilidade sempre demonstrada. Agradeço também pela aprendizagem construída em nossa interação.

À Ana Lima, pela acolhida e pelo apoio nas etapas de organização deste trabalho.

Aos professores do mestrado, pelos ensinamentos. Assim, como a Prof^a Dr^a Leiva de Figueiredo Viana Leal pelos grandes momentos de apoio nos momentos difíceis e ao Prof Dr Dimas Felipe de Miranda pelas preciosas palavras e contribuições, especialmente por ver a profissão de professor com um olhar de grande importância já que vem sendo desprestigiado.

Aos alunos e às alunas participantes dessa pesquisa, para os quais este trabalho foi desenvolvido.

*“Essa é a situação certa para o ensino:
Quando o professor fala,
provoca a curiosidade da criança,
a criança interage, a criança pergunta.”*

Rubem Alves

RESUMO

A presente dissertação, intitulada **Estimulando o aprendizado com a Matemática Interativa** é resultado das inquietações de um professor de Matemática, da rede pública de ensino, acumuladas durante muitos anos de experiência docente. Trata-se de uma pesquisa qualitativa e de intervenção. Objetiva, para além da melhoria da aprendizagem desse objeto de ensino, contribuir para alterar o modo como esse objeto é construído no imaginário das pessoas. Para alcançar esses objetivos, este pesquisador, baseando-se em experiências vivenciadas em gincanas, retira delas a gênese de sua constituição e, com base em teóricos tais como BAKHTIN, SCHAFFER, ARANHA, VYGOTSKY, concebe a Matemática Interativa, aquela que leva em conta as bases da interação humana e social, como sustentação para a sua proposta de intervenção. Nesta pesquisa, a interação é a essência de todo o processo e considera que o início da interação parte de dois pontos: no primeiro, parte da pergunta do aluno. Ela foi aplicada em pré-adolescentes com média de 11 anos, todos do 6º ano pertencentes à Rede Municipal de Ensino de Belo Horizonte estando envolvidos 33 alunos. No segundo, se não houver a pergunta, então o professor precisa provocá-la. Para a elaboração das atividades, foi aplicado nos alunos, antes, um teste diagnóstico e, com base nele, selecionada a Compreensão de Números como foco central para a elaboração da intervenção. São descritas as etapas que compõem a Matemática Interativa (MI) e, baseando-se em VAN DE WALLE, o pesquisador contrapõe o ensino tradicional de matemática à concepção interativa ora proposta. Apresenta a sequência de atividades efetivadas, que segue as etapas da MI, denominadas: Desafio, Investigação, Demonstração e Comunicação. A análise dos resultados das atividades e de um levantamento avaliativo junto a alunos e professores apontam resultados muito satisfatórios e colaboram na produção de novas referências para o ensino da Matemática. Apontam, ainda, que a metodologia da MI cumpre o preenchimento de lacunas metodológicas e abre espaços para uma mudança efetiva na sala de aula. Nas considerações finais são apresentadas contribuições da pesquisa, levando-se em conta os diferentes atores da escola e reflexões sobre a importância de se levar em conta metodologias capazes de nortear a interação e, conseqüentemente, a produção de conhecimento por sujeitos mais

protagonistas de seu aprendizado. Como produto, foi elaborado um guia para como aplicar Matemática Interativa em sala de aula.

Palavras-chave: Educação Matemática. Interação. Compreensão de Números. Protagonismo. Aprendizagem

ABSTRACT

The current dissertation, entitled **Stimulating Learning with Interactive Mathematics**, is the result of the concerns of a public school mathematics teacher accumulated over many years of teaching experience. This dissertation is qualitative and intervention research. In addition to improving the learning of this teaching subject, this work aims to contribute to changing the way this subject is built in people's imaginations. To achieve these goals, this researcher, based on his experiences in gymkhanas, takes the genesis out of their constitution. Moreover, based on theoreticians such as BAKHTIN, SCHAFFER, ARANHA, VYGOTSKY, conceives Interactive Mathematics, the one that takes the bases of human and social interaction, as a support for his intervention proposal into consideration. In this research, interaction is the essence of the whole process and considers that's beginning from two points: first, it starts from the student's question. In the second, if there is no question, then the teacher needs to provoke it. For the development of the activities, students were given a diagnostic test. Based on its results, it was possible to identify the *understanding of numbers*, which is the central focus for the intervention's development. The steps that makeup Interactive Mathematics are described and, based on VAN DE WALLE, the researcher contrasts the traditional teaching of mathematics to the interactive conception now proposed. It presents the sequence of activities performed, which follows the stages of Interactive Mathematics, known as Challenge, Investigation, Demonstration, and Communication. The analysis of the results of the activities and an evaluative survey together with students and teachers point to very satisfactory outcomes. Furthermore, they collaborate in the production of new references for the teaching of mathematics. They also point out that Interactive Mathematics fulfils methodological gaps and opens up spaces for effective change in the classroom. In the final considerations, contributions from the research are presented, considering the different participants that guide the school, and reflections about the importance of taking into account methodologies capable of guiding the interaction and, consequently, the production of knowledge by subjects who are more protagonists of their learning.

Keywords: Mathematics Education. Interaction. Understanding of numbers. Protagonists. Learning

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Formas obtidas no Teste 1	46
Figura 2 - Formas obtidas no Teste 2	46
Figura 3 - Algarismos	46
Figura 4 - Seis Ordens obtido no Teste 1	47
Figura 5 - Zeros à esquerda - Fonte: Dados da pesquisa. Teste 1	47
Figura 6 - Seis como algarismo – Teste 2	48
Figura 7 - Contas – Teste 1	48
Figura 8 - O número 6, visto como obtenção de operações – Teste 2	49
Figura 9 - Borda Colorida	50
Figura 10 - Formato Interativo	66
Figura 11 - Aparelho Passa ou Repassa	69
Figura 12 - Face Branca	74
Figura 13 - Face Colorida	74
Figura 14 - Dobra Vertical	74
Figura 15 - Nova Dobra	75
Figura 16 - Dobra Horizontal	75
Figura 17 - Formato da folha pós dobraduras	75
Figura 18 - Diagrama dos LED's	76
Figura 19 - Gabarito de algarismos com os LED's apagados	76
Figura 20 - Fichinhas recortadas	77
Figura 21 - Representação digital do número 2 com as fichinhas	77
Figura 22 - Letras que indicam cada Led.	78
Figura 23 - O LED apagado	Figura 24 - O número 4.....
Figura 25 - Cálculo Soma Spoke	88
Figura 26 - Soma Spoke	89
Figura 27- Solução utilizando 0 (zero)	91
Figura 28 - Tabuleiro 1	98
Figura 29 - Tabuleiro 2	99
Figura 30 - Tabuleiro 3	Figura 31 - Tabuleiro 4
Figura 32 - 1º um tabuleiro com duas fichinhas.	101
Figura 33 - Tabuleiro para duas fichinhas: 1 e 2. Quantas soluções?	101
Figura 34 - Solução apresentada	102
Figura 35 - Tabuleiro da Aluna A	103

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Pesquisa sobre o uso de dispositivos tecnológicos	41
Gráfico 2 - Apps disponíveis no celular	42
Gráfico 3 - Quantos Números? Teste 1	51
Gráfico 4 - Quantos Números - Teste 2	52
Gráfico 5 - Maior Número Teste 1	53
Gráfico 6 -Maior Número Teste 2	54
Gráfico 7 -Menor Número – Teste 1	54
Gráfico 8 - Menor Número – Teste 2	55
Gráfico 9 -Quantos? do Teste 1	56
Gráfico 10 - Quantos? do Teste 2	56
Gráfico 11 - Dezenas e Unidades	58
Gráfico 12 - Dezenas e Unidades Teste 2	58
Gráfico 13 - Comparação entre Números	59
Gráfico 14 - Comparação entre Números do Teste 2	60
Gráfico 15 - Equivalência de Ordens	61
Gráfico 16 - Equivalência de Ordens	61
Gráfico 17 - Domínio sobre a compreensão de número – Teste 1	63
Gráfico 18 - Valor Absoluto - Teste 2	63
Gráfico 19 - Horas com Algarismos iguais – Teste 1	64
Gráfico 20 - Horas com Algarismos iguais – Teste 2	64
Gráfico 21 - Como você avalia as aulas com MI que você teve?	130

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Comparação da MI com GINCAMAT-PBH e Princípios e Padrões proposto por Walle	27
Quadro 2 - Habilidades da BNCC referentes à compreensão de número	34
Quadro 3 - Visão completa da compreensão de números	36
Quadro 4 - Dados da Região Nordeste de Belo Horizonte	40
Quadro 5 - Diagrama De Inserção Do Aluno	72
Quadro 6 - Ficha da atividade MI-01.1	74
Quadro 7 - Problemas k da MI-01.1 a serem testados.	80
Quadro 8 - Ficha da Atividade de Confecção de Fichas com Algarismos	82
Quadro 9 - Problemas k da MI-01.2 a serem testados.	84
Quadro 10 - Folha de respostas	84
Quadro 11 - Sugestões de Inferências	85
Quadro 12 - Ficha da atividade MI-01.3	89
Quadro 13 - Sugestões de Inferência	90
Quadro 14 - Formação de Números Naturais formados por 2 algarismos	93
Quadro 15 - Ficha de respostas	94
Quadro 16 - Problemas k a serem testados	94
Quadro 17 - Orientações para o desenvolvimento da atividade	95
Quadro 18 - O Jogo Crescente	98
Quadro 19 - Sugestões de Inferência	100
Quadro 20 - Formação de Números Naturais de 3 algarismos	105
Quadro 21 - Ficha de Respostas	106
Quadro 22 - Problemas k a serem testados.	106
Quadro 23 - Ficha de atividade	108
Quadro 24 - Tabela de Elaboração de Itens	114
Quadro 25 - Orientações para o desenvolvimento da atividade	115
Quadro 26 - Orientações para o desenvolvimento da atividade	120
Quadro 27 - Orientações para o desenvolvimento da atividade	121
Quadro 28 - Distribuição dos pontos	122
Quadro 29 - Pontuação Final	123
Quadro 30 - Tabela de Pontuação Geral	124

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	16
1.1. Um pouco da memória profissional do pesquisador	17
1.2. Objetivo Geral	22
1.3. Objetivos Específicos	22
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	24
2.1. Por uma concepção de Interação	24
2.2. Por uma concepção de Matemática Interativa	25
2.3. Etapas da Matemática Interativa no contexto da pesquisa: uma abordagem teórica-metodológica baseada em Walle.	27
2.4. A adesão pelo objeto de conhecimento Compreensão de números.....	32
3. PESQUISA: ASPECTOS CONTEXTUAIS E METODOLÓGICOS	39
3.1. Tipo De Pesquisa	39
3.2. O Espaço Da Pesquisa	40
3.3. Quem é o Público Pesquisado?	41
3.4. Diagnosticando Saberes Prévios.....	43
3.4.1. Teste Diagnóstico.....	43
3.4.2. O Teste Diagnóstico E Sua Análise.....	44
3.5. ANÁLISE DOS RESULTADOS DOS TESTES REALIZADOS.....	45
3.5.1. QUESTÃO 01.....	45
3.5.2. QUESTÃO 02.....	51
3.5.3. QUESTÕES 03 e 04.....	53
3.5.4. QUESTÃO 05.....	56
3.5.5. QUESTÃO 06.....	57
3.5.6. QUESTÃO 07.....	59
3.5.7. QUESTÃO 08.....	61
3.5.8. QUESTÃO 09.....	62
3.5.9. QUESTÃO 10.....	64
4. O PLANEJAMENTO DIDÁTICO, SUAS BASES EPISTEMOLÓGICAS E SEU DESENVOLVIMENTO	66
4.1. Origem e avanços no processo da construção de referências para a Matemática Interativa	66
4.2. GINCAMAT – PBH e MI	67
4.2.1. Tarefas Relâmpagos.....	67

4.2.2.	Caça ao Tesouro.....	68
4.2.3.	Show de Perguntas	68
4.2.4.	Jogos.....	69
4.2.5.	Jogos Virtuais.....	69
4.2.6.	Mentes Brilhantes.....	69
4.3.	O Planejamento da Matemática Interativa.....	70
4.4.	APRESENTAÇÃO DAS ETAPAS DA INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA DESENVOLVIDAS E ANÁLISE DOS RESULTADOS.	73
4.4.1.	MI – 01 – ETAPA DOS DESAFIOS	73
4.4.1.1.	MI-01.1 – Escrita dos Algarismos com LED's	74
4.4.1.2.	Situações Vivenciadas	77
4.4.1.3.	COMEÇA A GINCANA MI-5.....	80
4.4.1.4.	Análise da aplicação MI-01.1 Resultados obtidos	81
4.4.1.5.	MI – 01.2 – Caracterização dos algarismos com ajuda de uma MI-10.....	82
4.4.1.6.	Análise da aplicação MI – 01.2 - Resultados obtidos.....	86
4.4.1.7.	MI – 01.3 – Aplicando o conhecimento num jogo individual.	88
4.4.1.8.	Análise da aplicação MI – 01.3. Resultados obtidos	90
4.4.2.	MI-02 – ETAPA DAS INVESTIGAÇÕES	93
4.4.2.1.	Análise da aplicação MI- 02.1. Resultados obtidos	96
	<i>Situações Vivenciadas – No Presencial</i>	96
	<i>Situações vivenciadas – Registro no WhatsApp</i>	96
4.4.2.2.	MI – 02.2 – O Jogo Crescente	98
4.4.2.3.	Análise da aplicação MI- 02.2. Resultados obtidos	100
4.4.3.	MI – 03 – ETAPA DAS DEMONSTRAÇÕES	105
4.4.3.1.	Análise da aplicação MI- 03.1. Resultados obtidos	107
	<i>Situações vivenciadas – No Presencial</i>	107
	<i>Situações vivenciadas – Registro no WhatsApp</i>	107
4.4.3.2.	MI- 3.2 - Jogos Com O Tema Valor Posicional	108
4.4.3.3.	Análise da aplicação MI- 03.2. Resultados obtidos	113
4.4.4.	MI – 04 – ETAPA COMUNICAÇÃO	114
4.4.4.1.	ELABORAÇÃO DE ITENS	114
4.4.4.2.	SHOW DE PERGUNTAS	115
4.4.4.3.	ENSINANDO	118
4.4.4.4.	AULA EXPOSITIVA	119
4.4.4.5.	VIDEOAULA.....	121

4.4.5. Ficha De Registro	122
4.4.5.1. De Autoavaliação	122
Tabela de Pontuação Geral	123
4.4.5.2. DE AVALIAÇÃO	124
5. AVALIAÇÃO DA EXPERIÊNCIA NAS ATIVIDADES DA MI.	125
5.1. ANÁLISE DAS RESPOSTAS NOS FORMULÁRIOS ABERTOS.....	126
5.2. DIÁLOGOS VIA DEBATE Pelo WHATSAPP.....	133
5.3. RESPOSTAS DE PROFESSORES VIA GOOGLE FORM	134
Depoimento da Mãe de uma aluna.	136
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	138
VISÃO SOBRE O ALUNO.....	138
VISÃO SOBRE O PROFESSOR	139
VISÃO SOBRE GESTORES	139
VISÃO SOBRE A INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA.....	140
REFERÊNCIAS	143
1. POR UMA CONCEPÇÃO DE MATEMÁTICA INTERATIVA.....	148
2. A SELEÇÃO DO OBJETO DE CONHECIMENTO.....	148
3. ORIENTAÇÕES AOS PROFESSORES:.....	149
4. APRESENTAÇÃO DAS ATIVIDADES/ETAPAS	153
4.1. MI-01 ETAPA DOS DESAFIOS	153
4.1.1. MI-01.1 – Escrita dos Algarismos com LED's	154
4.1.2. MI-01.2 – Caracterização dos algarismos com ajuda de uma MI-10 158	
4.1.3. MI-01.3 – Aplicando o conhecimento num jogo individual.....	162
4.2. MI-02 ETAPA DAS INVESTIGAÇÕES	165
4.2.1. MI-02.1 – O Jogo Crescente	168
4.3. MI-03 ETAPA DAS DEMONSTRAÇÕES.....	170
4.4. MI-04 ETAPA COMUNICAÇÃO.....	175
4.4.1. ELABORAÇÃO DE ITENS.....	176
4.4.2. SHOW DE PERGUNTAS	177
4.4.3. AULA EXPOSITIVA	182
4.4.4. VIDEOAULA	184
REFERÊNCIAS	187
APÊNDICE – PRODUTO.....	145

1. INTRODUÇÃO

Desde a História da Civilização aos tempos contemporâneos, a matemática é reconhecida como uma ferramenta que permite ao ser humano atuar no mundo, entender fenômenos e fatos, compreender a realidade, resolvendo desafios e encontrando soluções para grandes e pequenos problemas que afetam a vida humana. Desse modo, toda a produção científica advinda da matemática é patrimônio da humanidade e a ela se juntam outras ciências, dado seu caráter interdisciplinar. Ainda que recaia sobre a ciência da Matemática uma importância singular, tratar do ensino dela na escola tem sido uma tarefa complexa.

Para começar, circulam, na sociedade, crenças de que se trata de um objeto de conhecimento a que só os muito capazes têm acesso e que apenas os mais talentosos o alcançam. Essa representação é, igualmente, muito forte na escola, como uma verdade já introjetada no imaginário de muitos alunos.

Um segundo aspecto se refere ao modo altamente abstrato com o qual a disciplina Matemática vem sendo ensinada na escola, ao ponto de, a cada novo tema que tenta ensinar, o professor de Matemática é questionado: “Para que serve isto? ”. (Machado, 2016, p. 223). A concepção de algo difícil e sem razões práticas para sua existência desencadeou parte do distanciamento dos alunos em relação à disciplina.

Como professor de Matemática, sempre pautei minhas práticas pedagógicas na busca de desfazer esses equívocos e em ajudar, efetivamente, alunos que necessitam de intervenções mais apropriadas à aprendizagem e ao desenvolvimento do raciocínio matemático. Vivemos hoje, mais do que nunca, a certeza do quanto o conhecimento matemático é importante e exigido em várias profissões e em diferentes colocações no mundo do trabalho e, o quanto se faz necessário o desenvolvimento do pensamento lógico para enfrentar a vida contemporânea, o que será exigido mais e mais no futuro. Não se trata de um saber para “fazer” as coisas, mas, sobretudo, de um saber para “ser” no mundo, o que destaca aqui o valor formativo do ensino da matemática.

Sem dúvida, o contexto é complexo e exige movimentos de resistência ou de insubordinação criativa, como defendem D’Ambrósio e Lopes (2015), visando contrapor-se aos modelos impostos de formação e de ensino de Matemática e apoiando-se em práticas reflexivas que visem à autonomia profissional e ao compromisso ético com a formação dos educandos. (VENCO e CARNEIRO, 2018)

O que foi apresentado até aqui cria meu cenário das inquietações e o interesse pela pesquisa aqui proposta, que tem como base experiências vividas por mim, no cotidiano escolar, como professor de Matemática, há mais de 25 anos em escolas públicas do ensino fundamental. Em recente matéria, jornalista da Folha de São Paulo, Marcelo Viana, publica em seu blog¹. Que: *“Alunos que esperam bons resultados e estão predispostos a buscá-los, em geral são bem-sucedidos; já aqueles que abordam a matemática sem expectativas, costumam ter resultados piores”*. Ocorrências como essas apontam que o viés da cultura de se colocar apenas no aluno seu êxito ou seu fracasso escolar em relação à matemática tornam explícitas a necessidade de que esse modo de ver a matemática e de situá-la no mundo precisa ser mudado, não só na escola, mas na sociedade em geral. São assertivas que incomodam, porque estão mostrando que o gosto por aprender Matemática pode interferir no aprendizado e que, fazendo da escola um espaço agradável, pode-se melhorar as aprendizagens.

A presente pesquisa elaborou, a partir do exposto, a seguinte problematização: partindo da concepção teórica da INTERAÇÃO, decorrente das metodologias ativas de ensino, que se dá pela imersão e pela busca em encontrar soluções para problemas da vida prática, é possível motivar e envolver os alunos em experiências exitosas de aprendizagem matemática?

1.1. Um pouco da memória profissional do pesquisador

Como docente inquietado, sempre participei de formações oferecidas pela Secretaria Municipal de Educação da Prefeitura de Belo Horizonte (SMED-PBH), onde sempre atuei; por exemplo, em formação de Laboratórios de Matemática e de encontro oferecido pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). Porém, ao colocar em prática o que as formações propunham, o resultado era diferente na sua aplicação em sala de aula. Muitos fatores interferiam nesse maior êxito, como, por exemplo, o envolvimento dos professores, a dificuldade de transformar o ambiente escolar tradicional e o acesso a recursos, tanto estruturais quanto tecnológicos.

Então, voltando ao passado profissional, já em busca de respostas para essa

¹ Blog da Folha de São Paulo – 07/06/2018

inquietação, optei pela promoção de gincanas, de modo que melhor atendesse às expectativas dos alunos.

O trabalho com gincanas em sala de aula iniciou em 1995, na então Escola Municipal Castelo Branco pertencente à Rede Municipal de Belo Horizonte. A partir desta experiência, esse estilo de promover o aprendizado por meio de competições entre alunos me acompanhou, fazendo-me trabalhar com ações semelhantes no decorrer da vida profissional. O foco principal era: *aprender e gostar de aprender*. Foram realizadas muitas gincanas, inclusive voltadas para público adulto da EJA (Educação de Jovens e Adultos), no ano 2000, sempre com bom envolvimento dos estudantes.

Ainda nesse contexto, e na busca por respostas por atividades que incentivassem o envolvimento dos estudantes, participei da promoção de jogo de xadrez, por meio de um projeto denominado “*A Arte de Pensar*”.

A arte de pensar é a manifestação mais sublime da inteligência. Todos pensamos, mas nem todos desenvolvemos qualitativamente a arte de pensar. Por isso, frequentemente não expandimos as funções mais importantes da inteligência, tais como aprender a se interiorizar, a destilar sabedoria diante das dores, a trabalhar as perdas e frustrações com dignidade, a agregar ideias, a pensar com liberdade e consciência crítica a romper as ditaduras intelectuais, a gerenciar com maturidade os pensamentos e emoções nos focos de tensão, a expandir a arte da contemplação do belo, a se doar sem a contrapartida do retorno, a se colocar no lugar do outro e considerar suas dores e necessidades psicossociais. (CURY, 1999, p.13)².

Nesse projeto eram desenvolvidas oficinas com a utilização do jogo de xadrez e ensinadas algumas estratégias do jogo. Além de competições internas, aconteceram, também, algumas competições externas, como da PBH e os Jogos Estudantis de Minas Gerais (JEEMG-2015). Nesse projeto, o aluno foi estimulado a pensar, orientado a se concentrar e a criar hábitos disciplinares adequados à prática do estudar, o que favoreceu a ligação entre ele e o ensino de Matemática. Ainda assim, poucos alunos se envolveram, não respondendo completamente à questão colocada inicialmente. O jogo de xadrez ajuda na prática de desenvolvimento do raciocínio lógico como na matemática.

Em busca de outra solução, ocorreu-me que, talvez, o problema pudesse estar na falta de comunicação com os alunos. As gerações avançaram tecnologicamente e

² Jorge Augusto Cury – Psiquiatra e Escritor

a escola tradicional ficou obsoleta. Como diria Rubem Alves (2000, p.13): “Não produz alegria”. A era digital deles é a XXI, enquanto a escola está no século anterior. Eles já circundam seus mundos num espaço conectado e a escola ainda permanece na era do “*cuspe e giz*”. Como resultado dessa constatação, foram realizadas Mostras de Ciências e Tecnologia na escola, por meio do projeto “*Informática Em Educação*”. A dificuldade de compreensão do ensino de matemática muitas vezes está ligada à linguagem de comunicação na aula. O instrumento tecnológico ajuda bastante no sentido de colaborar na comunicação do conteúdo ensinado.

O projeto “*Informática Em Educação*” trata-se de conteúdos de informática adaptada às séries finais da Educação Fundamental (do 6º aos 9º anos), elaborada e executada na Escola Municipal Murilo Rubião, que funcionou com 1 hora/aula semanal, em cada uma das 16 turmas finais do Ensino Fundamental. Esse projeto durou 7 anos. Foram ministradas aulas com Editor de Textos, Planilhas, Editor de Apresentações, Animações e outros; todas elas vinculadas às disciplinas tradicionais, como Língua Portuguesa, Matemática, Ciências, Geografia e outras determinadas para os anos finais do Ensino Fundamental.

Foi possível fazer Mostras de Informática na escola e a participação em uma exposição municipal organizada pela Prefeitura de Belo Horizonte, denominada, Mostra Plural, com as produções dos alunos.

Todavia, não foi possível atingir a meta proposta inicialmente, sendo esse mais um projeto que contribuiu, mas não solucionou o problema de incentivar o aluno a aprender com gosto. Acredito que o pouco número de adeptos se deve ao pouco envolvimento do professor parceiro, pois a disciplina Informática sempre precisava da adesão de um professor de outra disciplina para complementá-la.

Uma contribuição oriunda do projeto “*Informática Em Educação*” foi o reconhecimento do trabalho do pesquisador por parte dos gestores da SMED-PBH. A consequência disto foi um convite para o pesquisador trabalhar na Secretaria de Educação e um dos desafios destinados à equipe foi elaborar um projeto que serviria de modelo para as escolas e que tivesse, como meta principal, o gosto pelo aprendizado de Matemática. As gincanas, portanto, voltaram à cena, mas agora em âmbito municipal. Esse desafio proposto deu origem à **GINCAMAT (GINCAna de MATemática)**, sendo a GINCAMAT da rede municipal: GINCAMAT-PBH.

Foram organizadas, ainda, 5 formações com os professores da Rede Municipal

de Ensino para apresentar o projeto e convidar suas escolas a participarem. Foi elaborado, para isso, um caderno de orientações e convidado um especialista para ajudar a escrever e apresentar o projeto: o Professor Révero Campos, Mestre Em Ensino de Ciência e Matemática da PUC-Betim, que trouxe contribuições que o pesquisador não teve quando fez as gincanas anteriores.

A Secretaria, desde então, realiza, anualmente, o evento e, ao longo dos anos, foi contagiando as escolas. Hoje, na sua 8ª edição, pouco se mudou em relação ao projeto inicial na sua estrutura, mas houve um aumento de escolas inseridas no evento municipal, promovendo os seus respectivos espaços. Assim, a GINCAMAT da PBH fez sucesso na Rede. Hoje são quase 100 escolas envolvidas.

Em 2014, o pesquisador resolveu voltar à sua escola de origem: Escola Municipal Murilo Rubião (EMMR) – SMED-PBH, ainda trabalhando no projeto “*Informática Em Educação*”. Nesse ínterim, pode perceber que as dificuldades em executar o projeto não se limitavam somente aos recursos, mas ao envolvimento de alunos e de outros profissionais.

Com a intenção de fazer a escola participar da GINCAMAT-PBH, em 2015, o pesquisador voltou a lecionar Matemática; mas, apesar disso, poucos alunos foram cativados. Como trazer a experiência da GINCAMAT para a escola e fazer todos se envolverem?

Identificando motivos pelos quais os alunos se envolveram pouco na gincana, reconheci que a falha inicial foi querer convencer a todos de uma vez. A solução para esse problema, então, seria começar a trabalhar por setores: alunos, professores e gestores. A solução, portanto, foi buscar contagiar os alunos com aulas mais agradáveis, dentro do espaço da sala de aula, a fim de não atrapalhar o andamento escolar como um todo. Pensando dessa forma, o pesquisador passou a realizá-las, então, no decorrer de suas aulas, fazendo delas uma ferramenta de motivação para se aprender Matemática de forma mais autônoma.

Porém, mesmo dentro da sala de aula, como começar a agir nessa nova perspectiva, visto que a escola não permitiria ações que alterassem o silêncio da escola?

Uma alternativa foi trabalhar com exposições de produções. Na prática, foi um momento para que os alunos apresentassem jogos matemáticos a outros estudantes da escola que não os conheciam. “*Jogos*” é uma das ações da GINCAMAT-PBH

adaptadas às aulas. Para essa atividade, os alunos teriam que pesquisar, aprender a jogar e apresentar aos demais o determinado jogo, no decorrer das aulas de Matemática e em horários extraescolares. As apresentações aconteceram na própria turma para, depois, passarem para mostras externas à sala de aula.

Essas novas ações dentro de sala de aula trouxeram mudanças na dinâmica das aulas de Matemática. No lugar do tradicional enfileiramento de cadeiras, do agito constantemente reprimido na sala, da lista excessiva de exercícios e da predominância de realizações apenas individuais, nasceu uma proposta, na qual foram alteradas as posições das mesas e das cadeiras. As discussões eram necessárias, os exercícios eram transformados em desafios e curiosidades, com a potencialização de atividades em grupo e com apoio de recursos tecnológicos. As atividades, portanto, passaram a compor um contexto de uma matemática mais interativa em sala de aula.

Desse conjunto de ações (GINCAMAT-EMMR e produção de jogos), nasce a Matemática Interativa (MI) da EMMR.

A partir dessa experiência positiva, no decorrer das aulas, os alunos produziram jogos que culminaram em participações em uma mostra exclusiva matemática, surgindo, então, a “I Mostra de Matemática Interativa”, em 2019. Essa mostra serviu de modelo para apresentar aos alunos que o aprendizado pode ser mais potencializado quando há demonstrações e quando o aluno interage com o ensino, visto que “a sua competência aparece na maneira como você usa o que sabe”. (GLASSER, 2001, p. 216).

Apesar da mobilização de alguns alunos, professores e parte da direção e mesmo com a empolgação de parte dos alunos com a “I Mostra de Matemática Interativa”, faltava motivar “todos” os alunos. Qual seria a forma? Uma possível resposta a esse questionamento seria: transformar as aulas em competições do tipo gincana, ocasião em que os alunos seriam estimulados a fazer pesquisas, em espaço de criação de jogos para exposição, juntamente com seus pares e oferecer espaços para comunicar suas descobertas para turma.

Foi com a necessidade de lançar luzes sobre as experiências vividas, bem como de encontrar respostas para questões que se perderam ao longo do caminho é que ingressei no Mestrado em Educação Matemática, em 2018, ciente de que apenas a experiência, sem um olhar científico sobre ela, oferece

algumas respostas, ao mesmo tempo que gera outras orientações para um melhor resultado no aprendizado dos alunos. Nesse sentido, como pesquisador num ambiente acadêmico, não abandonei a minha história e a minha experiência e a tomo como ponto de partida para a pesquisa aqui apresentada.

A presente pesquisa tem os seguintes objetivos:

1.2. Objetivo Geral

Elaborar e desenvolver um projeto de ensino de matemática, explorando o estudo do valor posicional de algarismos, com base na Interação provocada pela instigação, pela resolução de desafios, em experiências de competição, compartilhadas e vivenciadas em grupos.

1.3. Objetivos Específicos

Os objetivos específicos dessas ações são:

- Contribuir para que a escola promova uma qualidade melhor de ensino e que a transforme em instrumento de formação humana, reconhecida e valorizada pelo aluno.
- Estimular a interação dos alunos no processo de produção de conhecimento.
- Consolidar as gincanas como ferramentas que estimulam o desejo de aprender com gosto e, conseqüentemente, estimular a pesquisa.
- Realizar ações em que os alunos aprendam a argumentar, fazendo análises sobre a habilidade matemática em questão.
- Criar condições para que os estudantes aprendam por experiência própria, dado que são capazes de atribuir significado à matemática.
- Contribuir com objetos de conhecimento para formação de professores, a partir dos resultados obtidos na pesquisa.
- Explorar o estudo do valor posicional de algarismos.

Essa dissertação compreende a Introdução, seguida de quatro capítulos e de suas Considerações Finais. O capítulo 2 apresenta o referencial teórico, com

destaque para concepção de Matemática Interativa e de seu detalhamento, bem como conceitos de Compreensão de Números. No capítulo 3 apresentamos as abordagens didático-metodológicas que nortearam a construção do Projeto de Intervenção, o perfil dos sujeitos da pesquisa e resultado de um teste diagnóstico aplicado para identificar conhecimentos prévios. No capítulo 4 são apresentadas as etapas das atividades, a aplicação de cada uma delas e os resultados obtidos. No capítulo 5 é apresentada uma avaliação geral da experiência com a metodologia da matemática interativa, com base em depoimentos de alunos, de professores e de dados coletados via WhatsApp. Nas considerações finais são apresentadas contribuições da pesquisa, levando-se em conta os diferentes atores da escola e reflexões sobre a importância de se levar em conta metodologias capazes de nortear a interação e, conseqüentemente, a produção de conhecimento por sujeitos mais protagonistas de seu aprendizado.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1. Por uma concepção de Interação

Nas últimas décadas, a expressão Interação passou a fazer parte do repertório vocabular em contextos educacionais, como sinal de que o processo ensino e aprendizagem estava sendo visto com um novo olhar. Do ponto de vista mais geral, significa:

“Inter-ação: inter ‘no interior de dois; entre; no espaço de’ e ação ‘ato ou efeito de agir’. Interação, segundo os dicionários: “influência mútua de órgãos ou organismos; ação recíproca de dois ou mais corpos”³.

Por outro lado, o vocábulo interação – em expressões como interação social, interação em sala de aula, interação entre pares, interação com a escrita ou interação discursiva – traz o significado de que, na vida social e nos diversos espaços em que nos encontramos com os outros, realizamos ações que têm consequências para os participantes e que influenciam a maneira como nos vemos e vemos os outros, de que maneira somos vistos pelos outros, e também a maneira como (re)conhecemos significados que as pessoas atribuem aos artefatos culturais que utilizam nesses encontros. (CASTANHEIRA, Glossário Ceale, Interação, 2006)

Do ponto de vista dos estudos sobre desenvolvimento humano, a interação, do ponto de vista social, tem recebido diferentes abordagens teóricas. A primeira grande tendência encontrada caracteriza-se pela investigação dos efeitos da interação no comportamento social dos indivíduos, enfatizando o indivíduo, em sua aquisição de competências sociais, ou o ambiente, em suas influências na determinação do desenvolvimento, principalmente sobre estudos de como o conhecimento se dá em contextos interativos, chegando mesmo a um debate sobre interação e cognição, ou seja, de como a interação auxilia no desenvolvimento cognitivo dos aprendizes. Além disso, nesta tendência, a interação passa a ser vista como via de formação de relações sociais, produto considerado "como um sistema comportamental de imensa significância adaptativa para os seres humanos." (Schaffer, 1984, p. 4).

As contribuições de Vygotsky, igualmente, são conduzidas pela concepção interacionista, notadamente ao defender a concepção de “zona de desenvolvimento

³ Dicionário Ceale – ceale.fae.ufmg.br

proximal”. Segundo o pesquisador: “o interagir, é a subjetividade construída socialmente que se manifesta, modificando ativamente a situação estimuladora como uma parte do processo de resposta a ela” (Vygotsky, 1984, p. 15). Um sujeito que não pode ser considerado passivo e sim, interativo, que se constrói e é construído pelas interações na construção do social.

Acrescente-se aqui o recorte teórico da interação verbal, presente nas teorias de Bakhtin (2002), cujo foco se centra na dimensão dialógica da linguagem. Pelo dialogismo ocorrem mecanismos interativos pelo quais os sujeitos agem na vida social e constituem sentidos. Esta dimensão social está presente em todas as esferas e manifestações da atividade humana em relação ao outro. Durante a construção do diálogo, um participante vai situando o outro com o intuito de construir e negociar significados e sentidos, o que leva à compreensão dos fatos e à construção do conhecimento.

Segundo Aranha (1993), a interação caracteriza-se por situar-se em um contexto em cujo âmbito se estabelece um campo de ação comum no qual os sujeitos envolvidos podem entrar em contato entre si. Torna-se, portanto, fundamental a capacidade de ação de cada indivíduo, que deve estar apto a influir no desenvolvimento sucessivo da interação, determinando-o com sua atuação: cada ação de um sujeito deve constituir a premissa das ações realizadas posteriormente pelos demais.

2.2. Por uma concepção de Matemática Interativa

Isto exposto, esta pesquisa propõe uma nova concepção de ensino, a que estamos denominando **Matemática Interativa**, ou seja, aquela que leva em conta as bases da interação humana e social, da interação dialógica, como sustentação para a sua proposta de intervenção. Essa expressão tem sido utilizado em projetos educacionais, porém, com o viés da interação que se dá pela interligação de objetos tecnológicos e digitais na resolução de atividades que exigem o raciocínio matemático, ou seja, pela interatividade, como por exemplo em: O projeto iMática, do professor dr. Leônidas de Oliveira Brandão⁴, da USP, entende que a interação do aluno com a Matemática está ligada à utilização do conhecimento adquirido com a resolução de

⁴ <http://www.matematica.br/> - 09/09/2002

desafios pela internet e o uso de programas que utilizam a tecnologia Java, como o *IGeom* e o *iTangram*. Apesar de ser um site bem dinâmico, ele faz a associação da palavra interação, porém apenas com a utilização da internet. O Canal “Brasil Escola” demonstra que, para trabalhar a interatividade da criança com a Matemática, é recomendável a utilização de jogos. Jussara Barros⁵, coordenadora do projeto, conta que: “Com alguns jogos é possível manter a boa concentração dos alunos, bem como trabalhar conceitos matemáticos que exigem maior raciocínio”. Ela mostra, assim, que a interatividade pode também estar ligada à prática de jogos.

Já a escola Monte Cristo⁶ pertencente à Rede Municipal de Ensino de Porto Alegre (RS), apresenta uma lista de sites que promovem a interação do ensino de Matemática. Ela mostra que aliar a prática de jogos pela internet ao aprendizado ajuda a enriquecer e praticar o conhecimento.

Enfim, o projeto PMI (Projeto Matemática Interativa)⁷, do Portal “Educa Brasil”, compreende a Matemática Interativa (MI) como:

[...] um conjunto de ações integradas, que vai desde a promoção do curso intensivo para os ingressantes, plantão de tutoria com professores ao longo do semestre, atendimento dos monitores durante a semana em horários predeterminados, até produção de vídeos de Matemática para dirimir as dúvidas dos alunos [...]. (EDUCA BRASIL, 2020).

Assim, a presente pesquisa abarca, igualmente, a interatividade, mas não se fixa nela, pois as ferramentas sozinhas não produzem interação no sentido acima explorado, ou seja, os sujeitos, tendo em vista um objetivo a ser alcançando, agem entre si, completam-se, articulam conhecimentos e saberes e produzem novos conhecimentos.

Diante dessas colocações, é possível compreender que a Matemática Interativa (MI), para fins deste trabalho, é concebida como um conjunto de ações que procuram atrair a atenção do aluno, por meio da interação deste com o ensino de Matemática, usando tecnologias (digitais ou não), com a prática de jogos matemáticos, com a formação de uma comunidade de alunos. Isso se dá por meio da aplicação constante do conhecimento matemático apreendido, aprimorando-o. Tem-se, como finalidade, que o aluno promova a comunicação do que foi apreendido e suas conjecturas

⁵ <https://educador.brasilecola.uol.com.br/orientacoes/matematica-interativa.htm>

⁶ <https://websmed.portoalegre.rs.gov.br/escolas/montecristo/05LAs/atividadesmat.html>

⁷ <https://www.educamaisbrasil.com.br/ucam/noticias/o-que-e-o-projeto-matematica-interativa-da-ucam>

formuladas a partir da autonomia criada pelo próprio estudante, sendo essa utilizada, inclusive, como forma de autoavaliação.

Matemática Interativa utilizada nesta pesquisa toma a gincana (inspirada na GINCAMAT-PBH) como estímulo à busca pelo conhecimento em sua primeira etapa. Depois, procura estimular pesquisa em atividades que praticam o tema matemático, estimulando investigações, inclusive digitais. Pretende, ainda, criar um banco de dados e uma comunidade de estudantes de Matemática com exposição de trabalhos de tal forma que o estudante possa monitorar seu aprendizado, como o PMI se identifica.

2.3. Etapas da Matemática Interativa no contexto da pesquisa: uma abordagem teórica-metodológica baseada em Walle.

As ações da Matemática Interativa são interligadas e sequenciais. Para a presente intervenção, elaboramos um quadro que relaciona “Princípios e Padrões”, de Van de Walle (2009) aos pressupostos presentes nas atividades da GINCAMAT-PBH) buscando uma comparação entre essas referências prática e teórica, respectivamente, utilizadas no trabalho. Os princípios de Walle serão abordados juntamente com a proposição e a descrição das atividades que serão desenvolvidas. Essas atividades e suas relações estão divididas em quatro etapas da Matemática Interativa e apresentadas no quadro 1.

Quadro 1 - Comparação da MI com GINCAMAT-PBH e Princípios e Padrões proposto por Walle

Relação de Comparação entre as atividades da MI, da GINCAMAT-PBH e os Princípios e Padrões de Walle		
Matemática Interativa	GINCAMAT-PBH	Princípios e Padrões
MI – 01 – Desafios	Tarefas Relâmpago	Resolução de Problemas
MI – 02 – Investigações	Caça ao Tesouro	Argumentação e Provas
MI – 03 – Demonstrações	Jogos Matemáticos	Representação
MI – 04 – Comunicações	Aulas Expositivas ou videoaulas	Comunicação e Conexões

Fonte: Elaborado pelo pesquisador.

A Matemática Interativa, nesta pesquisa, se inicia com a **etapa de Desafios**, porque é preciso buscar e entender onde o conhecimento do aluno está, dentro da sua compreensão matemática, estimulando este discente para que passe a interagir não somente com o outro, como também, com o próprio conhecimento. A etapa propõe problemas estimulantes que um aluno de 6º ano seja capaz de resolver. São utilizados, para isso, desafios a partir de: brincadeiras, enigmas, passatempos e atividades que busquem desenvolver o Raciocínio Lógico. Para isso, no caso dessa pesquisa, são utilizadas atividades como uma gincana, por exemplo, para provocar, no estudante, o interesse em aprender. Alves (2000) defende um novo tipo de professor. “Um professor de espantos. Um professor que [...] ensina a pensar. Que crie na criança essa curiosidade. [...] Esse é o objetivo da educação: criar a alegria de pensar”.

Na GINCAMAT-PBH, esta etapa corresponde às tarefas-relâmpago, quando os alunos são convidados a resolver questões que exigem domínio sobre a Matemática. Essa é a etapa na qual Van de Walle (2009, p. 59) define a Resolução de Problemas como um padrão de processo que concentra a atenção dos alunos, desenvolvendo a convicção de que eles são capazes de fazer Matemática e de que a Matemática faz sentido. Fornece, ainda, “dados contínuos para a avaliação que podem ser usados para tomar decisões educacionais, ajudando os alunos a ter bom desempenho e manterem os pais informados”. A Resolução de problemas possibilita “um ponto de partida para uma ampla gama de alunos”, envolve os estudantes, de modo que ocorram menos problemas de disciplina, desenvolve o “potencial matemático” e é divertida, nas concepções do autor. Por fim, a Resolução de problemas, de acordo com Van de Walle (2009, p.23),

[...] “É considerada o veículo pelo qual as crianças desenvolverão as ideias matemáticas. Aprender e fazer matemática enquanto você resolve problemas é, provavelmente, a diferença mais significativa entre o que os Padrões indicam e o modo com que você vivenciou a matemática. “

As habilidades desejadas para esse padrão, no sentido que Van de Walle propõe, são:

- Construir novo conhecimento matemático através de resolução de problemas;

- Resolver problemas que surgem em Matemática e em outros contextos;
- Aplicar e adaptar uma variedade de estratégias apropriadas para resolver problemas;
- Monitorar e refletir sobre o processo de resolução de problemas matemáticos. (VAN DE WALLE, 2009, p.22).

Para tanto, busca-se a transformação do ambiente em uma atmosfera interativa e reflexiva em sala de aula e fornece oportunidades para aprendizagem. Essa etapa é desenvolvida de forma individual. Porém, o aluno poderá experimentar mais vezes até que ele tenha coragem de arriscar, e diante disso, criar a cultura de pesquisar com autonomia. Essa segurança ajuda a promover a aprendizagem.

Na etapa seguinte, de **Investigações**, é quando o aluno vai expor aos seus colegas o que sabe para aprofundar seu conhecimento. Desse ponto em diante, são desenvolvidas atividades em grupos. Na MI, esse é o momento em que os alunos expõem o que sabem, confrontando suas ideias com as de seus colegas em um trabalho de discussão. Na GINCAMAT-PBH, é o momento da “Caça ao Tesouro”, quando os grupos são formados com alunos de escolas diferentes (um de cada) até completarem 5. Estando em equipe, eles terão que desvendar o segredo das tarefas e descobrirem o “Tesouro” escondido. Para Van de Walle, este é um momento reflexivo. Portanto, “nas salas de aula, as crianças devem ser encorajadas a refletir sobre as novas ideias, a trabalhar para ajustá-las às redes conceituais existentes e a desafiar suas próprias ideias ou as ideias de outros”. (2009, p. 43). É o que o autor denomina como padrão “Argumentação e Provas”.

As habilidades desejadas para esse padrão são:

- Reconhecer argumentos e provas como aspectos fundamentais da Matemática;
- Elaborar e investigar conjecturas matemáticas;
- Desenvolver e avaliar argumentos e provas matemáticas;
- Selecionar e usar vários tipos de raciocínio e métodos de prova. (VAN DE WALLE, 2009).

Em sequência, é realizada a etapa de **Demonstrações**, que utiliza jogos como recurso de aprendizagem, corroborando com a ideia de Torres (2006, p. 15), quando enfatiza que “o ensino exige métodos novos que se adaptam aos novos problemas”.

Esta etapa promove a máxima interação entre as crianças com apoio de jogos, quando o aluno terá que aprender a jogar, a estudar e a expor os jogos aprendidos. Na GINCAMAT-PBH, jogos matemáticos são desenvolvidos, quando são colocados dois estudantes, um diante do outro, um juiz (ou instrutor), em seu centro e um jogo matemático sobre uma mesa. Em alguns casos, o instrutor pergunta se já conhecem o jogo para saber se irá ou não o explicar naquele momento. Todos os jogos propostos nessas atividades têm objetivos matemáticos e seguem as diretrizes propostas pela BNCC. (2018). Durante as reuniões que a SMED-PBH oferece aos professores participantes, são explicadas as regras dos jogos e que habilidade cada jogo propõe. Esta preparação dos professores torna-se importante, pois:

Os jogos ou atividades lúdicas na sala de aula servirão como ferramentas de auxílio, tanto para o educador no ato da mediação, como para o aluno no ato de aprender. Pois, temos em vista que os jogos se mostram eficazes no aprimoramento do processo de ensino-aprendizagem, desde que seu uso seja aplicado de maneira adequada, sendo planejado e definido pelo docente para que sejam alcançados seus objetivos. (PADOVAN; JESUS, 2016, p. 4).

Vale ressaltar, nesse sentido que, para Glasser (2001, p. 216), um grande professor é aquele que ensina a usar e a aprimorar o conhecimento, e não apenas a adquiri-lo. Daí a importância do professor enquanto mediador de todo o trabalho com a MI.

Na visão dos “Princípios e Padrões”, de Van de Walle (2009, p. 22), esta é a etapa denominada por ele como das Representações. As habilidades desejadas para esse padrão são:

- Criar e usar representações para organizar, registrar e comunicar ideias matemáticas;
- Selecionar, aplicar e traduzir as representações matemáticas entre si para resolver problemas;
- Usar representações para modelar e interpretar fenômenos físicos, sociais e matemáticos. (VAN DE WALLE, 2009).

Por fim, a etapa **Comunicações** é quando o novo conhecimento faz sentido: ele se ajusta; parecendo interessante e útil ao aluno. Assim, segundo Glasser (2001, p. 216), “[...] os estudantes se esforçam muito não apenas porque podem usar o que aprendem, mas também porque podem aprimorá-lo, que é a verdadeira excitação em

aprender alguma coisa”. As Comunicações são os esforços que os alunos terão que empreender para explicar seu pensamento ativo e reflexivo. Para atingir essa meta, torna-se fundamental a utilização de recursos tecnológicos.

Um recurso tecnológico é uma ferramenta de apoio didático. Ela ajuda na utilização de mídias que servirão de apoio na construção de ideias. Para Van de Walle (2009, p.21), “A tecnologia permite que os estudantes se concentrem sobre as ideias matemáticas, argumentem e resolvam problemas de formas que normalmente seriam impossíveis sem essas ferramentas”.

Essa etapa é associada ao padrão de “Conexão e Comunicação”, de Van de Walle (2009). O Padrão Conexão se refere às conexões internas e entre as ideias matemáticas. Nele, o aluno deverá perceber que as etapas da MI estão interligadas, sequenciadas e construtivas a partir de uma ideia matemática. É o momento de unir os conhecimentos adquiridos em todas as etapas anteriores.

Aprender a comunicar em Matemática alimenta a interação. Na Matemática Interativa, o estudante deverá ser capaz de falar e escrever sobre e explicar ideias, que podem ser, inclusive, via vídeo-aulas ou aulas expositivas.

As habilidades desejadas para esse padrão são:

- Analisar e avaliar o pensamento e as estratégias matemáticas de outras pessoas;
- Reconhecer e usar conexões entre ideias matemáticas;
- Usar a linguagem matemática para expressar ideias matemáticas acuradamente;
- Compreender como as ideias matemáticas se interconectam e são elaboradas umas sobre as outras, produzindo um todo coerente;
- Reconhecer e aplicar a Matemática em contextos externos a ela. (VAN DE WALLE, 2009).

Ao produzir uma videoaula, o estudante deverá:

- Organizar e consolidar o seu pensamento matemático através da comunicação;
- Comunicar seu pensamento matemático de forma coerente e clara com seus colegas, professores e outras pessoas;

Editar vídeos consiste em produzir textos, imagens e sons, com apoio dos recursos tecnológicos. Essas revisões potencializam a compreensão sobre o tema. Essa tarefa da MI é uma novidade que a GINCAMAT-PBH incorpora a partir dos referenciais aqui apresentados.

2.4. A adesão pelo objeto de conhecimento Compreensão de números

Nota-se, na análise das habilidades e de sua sequenciação no documento da BNCC (2018) que, ao longo de todo o Ensino Fundamental nos Anos Iniciais, a compreensão de número é construída ou consolidada no 6º ano, ou seja, o aluno vai completar essa compreensão, a partir do desenvolvimento da habilidade pela BNCC (EF06MA02) que abrange todas as anteriormente citadas:

(EF06MA02). Reconhecer o sistema de numeração decimal, como o que prevaleceu no mundo ocidental, e destacar semelhanças e diferenças com outros sistemas, de modo a sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero), utilizando, inclusive, a composição e decomposição de números naturais e números racionais em sua representação decimal. (BRASIL, 2017).

Do ponto de vista oficial, a expectativa é a de que ao final desse ano escolar, portanto, o aluno tenha desenvolvidas essas habilidades básicas necessárias para se compreender números, pois, de acordo com Van de Walle (2009),

Embora os mesmos cinco padrões de conteúdo se apliquem a todas as séries, você não deve deduzir que cada bloco possua o mesmo peso ou a mesma ênfase em todas as séries escolares. “Números e Operações” é o bloco principal dos ciclos de EI até a 5ª série e continua sendo importante até as séries finais do ensino fundamental (EF), mas possui menos ênfase no ensino médio. (VAN DE WALLE, 2009, p. 22).

No entanto, a compreensão de número é uma habilidade complexa que requer algumas aprendizagens básicas. Alguns autores como Nogueira (2011), Leonardo, (2017) e Walle, (2009) se baseiam em Piaget, quando entendem que, para compreender número, a criança precisa saber: classificar, seriar, estabelecer relações biunívocas, contar, comparar e ordenar. Porém, normalmente esse conteúdo é visto com pouca ênfase no 6º ano. Van de Walle (2009) chama a atenção para:

Infelizmente, muitos programas tradicionais passam diretamente dessas ideias iniciais para a adição e a subtração, deixando os estudantes com uma coleção muito limitada de ideias sobre números para levarem consigo para

esses novos tópicos. Geralmente, o resultado é que as crianças continuam a contar por unidades (“nos dedos”) ao resolverem histórias-problema simples e têm dificuldade em dominar fatos fundamentais. O desenvolvimento do senso numérico inicial deve exigir significativamente mais atenção do que é atribuído nos programas mais tradicionais da EI à 2a série. (VAN DE WALLE, 2009, p.148).

As consequências disso podem resultar em uma queda de rendimento no 9º ano, pois, ainda como aponta Van de Walle, (2009, p. 144),

O desenvolvimento inicial do conceito de número está relacionado a outras áreas do currículo de duas maneiras: os conteúdos que interagem e enriquecem o desenvolvimento da ideia de número e os conteúdos que são diretamente afetados à medida que a compreensão inicial de conceitos numéricos é desenvolvida. Os significados de Medidas, de Dados e de Operações estão na primeira categoria. Os fatos fundamentais, o valor posicional e os cálculos estão na segunda.

Assim, compreender número também é essencial para outros temas matemáticos, como cálculos, senso numérico, decimais, porcentagens e medidas. Essas são as razões que justificam a escolha da Compreensão de Números como objeto de intervenção dessa pesquisa, valendo-nos ainda do que afirma Van de Walle:

o resultado é que as crianças continuam a contar por unidades (“nos dedos”) ao resolverem histórias-problema simples e têm dificuldade em dominar fatos fundamentais. O desenvolvimento do senso numérico inicial deve exigir significativamente mais atenção do que é atribuído nos programas mais tradicionais da EI à 2a série. (VAN DE WALLE, 2009, p.148).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2017) agrupa as habilidades propostas nas seguintes Unidades Temáticas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística.

A compreensão de números é um conteúdo matemático inserido dentro da Unidade Temática: Números. Embora alguns autores, como Lins e Gimenez, (2001, p. 9) defendam que iniciar aritmética antes da álgebra seja uma ideia infundada, a BNCC, ao longo dos anos iniciais, traça uma linha gradativa a respeito de compreensão de número, como mostrado a seguir:

Quadro 2 - Habilidades da BNCC referentes à compreensão de número

(EF01MA01) Utilizar números naturais como indicador de quantidade ou de ordem em diferentes situações cotidianas e reconhecer situações em que os números não indicam contagem nem ordem, mas sim código de identificação.
(EF01MA02) Contar, de maneira exata ou aproximada, utilizando diferentes estratégias como o pareamento e outros agrupamentos.
(EF01MA03) Estimar e comparar quantidades de objetos de dois conjuntos (em torno de 20 elementos), por estimativa e/ou por correspondência (um a um, dois a dois) para indicar “tem mais”, “tem menos” ou “têm a mesma quantidade”.
(EF01MA04) Contar a quantidade de objetos de coleções até 100 unidades e apresentar o resultado por registros verbais e simbólicos, em situações de seu interesse, como jogos, brincadeiras, materiais da sala de aula, entre outros.
(EF01MA05) Comparar números naturais de até duas ordens em situações cotidianas, com e sem suporte da reta numérica.
(EF02MA03) Comparar quantidades de objetos de dois conjuntos, por estimativa e/ou por correspondência (um a um, dois a dois, entre outros), para indicar “tem mais”, “tem menos” ou “têm a mesma quantidade”, indicando, quando for o caso, quantos a mais e quantos a menos.
(EF03MA01) Ler, escrever e comparar números naturais de até a ordem de unidade de milhar, estabelecendo relações entre os registros numéricos e em língua materna.
(EF03MA02) Identificar características do sistema de numeração decimal, utilizando a composição e a decomposição de número natural de até quatro ordens.
(EF04MA01) Ler, escrever e ordenar números naturais até a ordem de dezenas de milhar.
(EF04MA02) Mostrar, por decomposição e composição, que todo número natural pode ser escrito por meio de adições e multiplicações por potências de dez, para compreender o sistema de numeração decimal e desenvolver estratégias de cálculo.
(EF04MA03) Resolver e elaborar problemas com números naturais envolvendo adição e subtração, utilizando estratégias diversas, como cálculo, cálculo mental e algoritmos, além de fazer estimativas do resultado.
(EF05MA01) Ler, escrever e ordenar números naturais até a ordem das centenas de milhar com compreensão das principais características do sistema de numeração decimal.

Fonte: BNCC (BRASIL, 2017)

Espera-se encontrar, ao final desse ano escolar, portanto, um aluno que tenha desenvolvidas essas habilidades básicas necessárias para se compreender números, pois:

Embora os mesmos cinco padrões de conteúdo se apliquem a todas as séries, você não deve deduzir que cada bloco possua o mesmo peso ou a mesma ênfase em todas as séries escolares. “Números e Operações” é o bloco principal dos ciclos de EI até a 5ª série e continua sendo importante até as séries finais do ensino fundamental (EF), mas possui menos ênfase no ensino médio. (VAN DE WALLE, 2009, p. 22).

Para se compreender números, o conhecimento sobre Valor Posicional é uma das habilidades que se fazem necessárias. Leonardo (2017) aponta que, para compreender número, saber a relação de inclusão de classes é a primeira habilidade a ser adquirida pela criança, sendo que, a partir desta, ela compreende a divisão do todo em partes, e que, para formar o todo, novamente precisa juntá-las. Nesse sentido, há um entendimento do todo como o número e as partes como algarismos.

Van de Walle, (2009) diz que, para dominar Valor Posicional, uma estratégia é estabelecer relações entre os algarismos, de forma que o estudante possa fazer comparações entre eles e inferir como isso interfere na formação do número.

Compreender bem *Valor Posicional* exige uma integração de novos e difíceis construtos conceituais de agrupamento por dezenas (conceito de base dez) com o conhecimento procedural de como os grupos são registrados em nosso esquema de valor posicional, como os números são escritos e como eles são falados. (VAN DE WALLE, 2009, p.215).

Portanto, valor posicional é uma das habilidades dentro da complexidade, que é compreender números. O quadro 2 mostra onde se encontra valor posicional dentro da compreensão de número.

Quadro 3 - Visão completa da compreensão de números

COMPREENSÃO DE NÚMEROS	CONTAGEM	PALAVRAS	LER OS NOMES	
			CONECTAR OS NOMES COM OS NÚMEROS	
		TAMANHO DO CONJUNTO	RELACIONAR	
		CRESCENTE DECRESCENTE	CONTAR PARA FRENTE E PARA TRÁS SÃO ATIVIDADES DIFÍCEIS	
	RELAÇÕES NUMÉRICAS	MAIS/MENOS	1 e 2 ou 5 e 10	
			ÂNCORAS	
		ESPACIAIS	VALOR POSICIONAL	Algarismos
				Valor Relativo
		PADRÕES		
	SENSO NUMÉRICO	REPRESENTAR	VALOR POSICIONAL	
		ESPACIAIS	ESTIMATIVA	
		PARTE/TODO	PARTE QUE FALTA	

Fonte: Adaptado pelo pesquisador a partir de Van de Walle (2009, p. 215).

Como mostrado, então, a compreensão de números é um conhecimento necessário para se melhorar o aprendizado da Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental e uma possível razão da queda de rendimento dos alunos da escola pesquisada pode ser pelo fato de o ensino tradicional dar pouca ênfase a essa habilidade. Até mesmo dentro das habilidades propostas pela BNCC para o 6º ano, é possível verificar que os alunos possuem mais dificuldade de resolução de problemas, por exemplo, quando as situações-problemas estão contextualizadas. Isso acontece, provavelmente, devido ao fato de essas questões estarem ligadas à compreensão de números pelo aluno.

Os livros didáticos e professores, em sua maioria, colocam a compreensão de números na parte inicial de seu programa para o 6º Ano. Entretanto, eles passam por esse conhecimento de forma rápida para dar destaque às atividades seguintes de operações. Nesse momento, o docente pode encontrar muitos alunos com dificuldades que, muitas vezes, estão relacionadas à má compreensão sobre números, visto que, para Van de Walle (2009, p.45), “Para adição e subtração com números de dois ou três algarismos, uma compreensão rica e flexível de números e do valor posicional é muito útil”.

Diante dessa justificativa, foi definido pelo pesquisador o trabalho com Valor Posicional, partindo da ideia de realizar atividades focadas em algarismos como formadores de números. Van de Walle (2009, p.45) afirma, nesse sentido, que “a Compreensão de Números é habilidade fundamental e precisa ser trabalhada mais profundamente até que o aluno perceba que esteja fazendo matemática”.

Uma vez que se investiga a contribuição dos algarismos na formação dos números, será possível fazer inferências sobre eles, fazendo conexões entre “mais que” e “menos que”, se é par ou ímpar e a relacionar nomes com os algarismos. O desenvolvimento proposto foi: formar e classificar algarismos, formar números de 2, 3 e 4 algarismos, fazendo inferências sobre eles e realizar investigações, demonstrações e comunicações com algarismos. Para isso e após a necessidade de buscar diminuir as dificuldades sobre essa diferenciação entre números e algarismos dos alunos participantes, o pesquisador utilizou, para fins dessa pesquisa, atividades de manipulação com brincadeiras e jogos, como em uma gincana. A estratégia utilizada busca potencializar o tema de forma gratificante, pois envolve desafios, debates e jogos para manter o aluno ativo e interagindo com o conhecimento que se desenvolve ao longo das aulas.

A forma da abordagem diferenciada foi inspirada a partir de autores como Alves (2000), Lins e Gimenez (2001), Glasser (2001), Torres (2006), Veiga (2011), Fiorentini e Lorenzato (2012) e Van de Walle (2009), que defendem uma abordagem diferenciada nas aulas de Matemática.

Buscamos criar, na sala de aula, para atingir os objetivos propostos inicialmente, um ambiente agradável para se estudar Matemática, na expectativa de que esse ambiente contribua para melhorar a aprendizagem, conforme estudado

teoricamente. Assim, de acordo com Van de Walle (2009, p.66),

Com o passar do tempo, você fará sua turma se transformar em uma **comunidade de aprendizes de matemática**, onde os alunos se sentem confortáveis em se arriscar e compartilhar ideias; onde alunos e professor respeitam as ideias uns dos outros mesmo quando discordam, onde as hipóteses são defendidas e desafiadas respeitosamente, e onde o raciocínio lógico ou matemático é estimado acima de tudo. Essa atmosfera não se desenvolverá fácil nem rapidamente. Você precisará orientar seus alunos sobre suas expectativas durante esta fase e como interagir com os seus colegas. (VAN DE WALLE, 2009, p. 66). (Grifos do autor).

Espera-se que, ao final desse processo, o aluno desenvolva, com qualidade, a compreensão de número, pois, intensificando esta habilidade, ele será capaz de “brincar” com o número e fazer reflexões que poderão ser úteis quando estiver estudando outras habilidades matemáticas.

3. PESQUISA: ASPECTOS CONTEXTUAIS E METODOLÓGICOS

3.1. Tipo De Pesquisa

O presente estudo enquadra-se na nas pesquisas de abordagem qualitativa, como uma pesquisa de intervenção. A proposta de pesquisa foca seu olhar sobre a realidade, com o compromisso de promover uma relação mais prazerosa na aprendizagem da matemática.

Moreira (2008) destaca dois princípios que norteiam a pesquisa intervenção:

- a) A consideração das realidades sociais e cotidianas;
- b) O compromisso ético e político da produção de práticas inovadoras

A pesquisa de intervenção assim se denomina pelo seu caráter de elaborar e de produzir interferências pedagógicas com vistas a melhorar o desempenho e o desenvolvimento dos alunos em suas necessidades de aprendizagem. Em geral, devem ser formuladas na perspectiva de mudança e de inovação, assim realizadas, por professores/pesquisadores, em suas práticas pedagógicas.

Segundo Damiani:

Tais interferências são planejadas e implementadas com base em um determinado referencial teórico e objetivam promover avanços, melhorias, nessas práticas, além de pôr à prova tal referencial, contribuindo para o avanço do conhecimento sobre os processos de ensino/aprendizagem neles envolvidos. (DAMIANI, 2012, p.3)

Destaca-se o caráter de investigação advindo da concepção de intervenção, que propõe uma atitude de pesquisa frente à aprendizagem, constituindo-se como condição para próprio conhecimento.

Damiani assim resume a importância da pesquisa intervenção:

Tentando resumir e sistematizar o tipo de intervenção que se realiza, identificam-se nelas os seguintes aspectos: 1) são pesquisas aplicadas, em contraposição a pesquisas fundamentais; 2) partem de uma intenção de mudança ou inovação, constituindo-se, então, em práticas a serem analisadas; 3) trabalham com dados criados, em contraposição a dados já existentes, que são simplesmente coletados; 4) envolvem uma avaliação rigorosa e sistemática dos efeitos de tais práticas, isto é, uma avaliação apoiada em métodos científicos, em contraposição às simples descrições dos efeitos de práticas que visam à mudança ou inovação (DAMIANI, 2012,p.3)

A adequação da pesquisa de intervenção aos nossos propósitos também se firma pelo fato de que nesse processo podem ser definidos objetivos práticos, mais instrumentais, voltados para a resolução de um problema prático.

Enfim, as pesquisas do tipo intervenção pedagógica são aplicadas e se opõem às pesquisas básicas, que objetivam apenas ampliar conhecimentos, sem que esses sejam percebidos e sentidos na vida real. Vale o que lembra Bortoni - Ricardo (2008):

O docente que consegue associar o trabalho de pesquisa a seu favor pedagógico, tornando-se um professor – pesquisador de sua própria prática ou das práticas pedagógicas com as quais convive, estará no caminho de aperfeiçoar-se profissionalmente, desenvolvendo uma melhor compreensão de suas ações como mediador de conhecimentos e de seu processo interacional com os educandos. (BORTONI-RICARDO, 2008, p.10)

3.2. O Espaço Da Pesquisa

A Escola Municipal Murilo Rubião (EMMR) é uma escola pública pertencente à Rede Municipal de Ensino de Belo Horizonte e está localizada no limite do bairro Acaiaca com outros bairros: Jardim Belmonte e Vista do Sol.

A escola possui 22 salas de aula sendo destinada às séries finais do Ensino Fundamental 18. No atual momento, 06 de julho de 2021, possui uma sala de informática contendo 15 computadores ligados à internet. Possui ainda, espaço contendo auditório e duas quadras poliesportivas.

Há, também, na escola, um laboratório de ciências que está inutilizado e que poderia ser revertido em espaço para desenvolvimento da MI.

A escola está localizada na região Nordeste da capital mineira. São bairros predominantemente ocupados por casas e possui pequenos comércios que atendem às demandas básicas da sociedade. Há disponibilidade de acesso à internet paga distribuída via cabo. O bairro Acaiaca atende aos dados levantados para a Região Nordeste da Capital mineira mostrados logo a seguir:

Quadro 4 - Dados da Região Nordeste de Belo Horizonte

Domicílios	75.465
Rendimento médio mensal	429,02
Energia elétrica (%)	99,84
Água encanada (%)	97,95
Coleta de lixo (%)	97,94

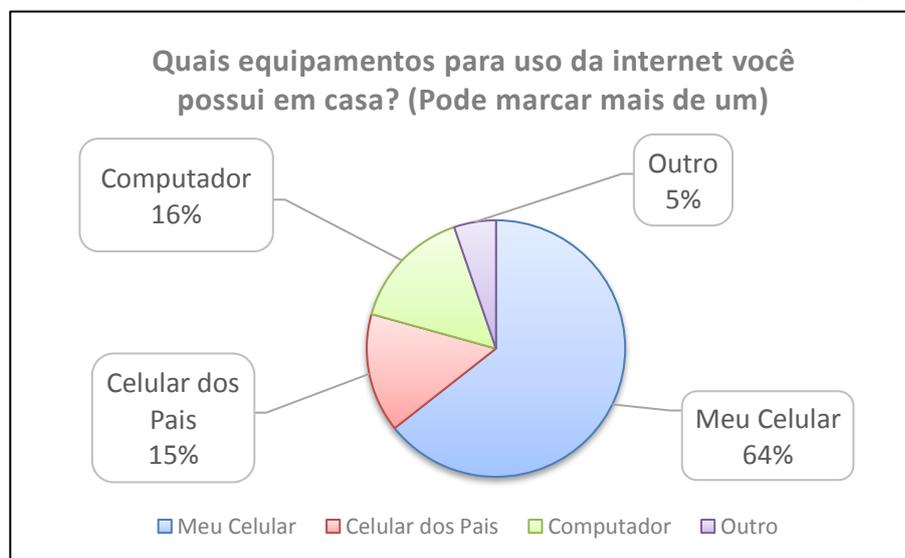
Fonte: PNUD/2000

3.3. Quem é o Público Pesquisado?

Os pré-adolescentes pesquisados são, em grande parte, de famílias de classe média baixa. Mesmo predominantemente morando em casas, são quase obrigados a ficarem sempre dentro dela, ou na escola, ou num ambiente em que os pais possam estar vigiando, pois, as ruas do bairro não são seguras, especialmente, à noite.

Logo, um presente comum, que seus pais lhe dão são celulares. Uma pesquisa realizada remotamente durante o mês de junho de 2020 comprovou o predomínio do uso de dispositivos tecnológicos como telefone celular, computador, *Tablet* e *IPad* diante de outros recursos, entre os sujeitos da pesquisa, conforme o gráfico 2. Essa pesquisa foi realizada na forma remota, pelo celular e *Google Forms* com o link divulgado no WhatsApp.

Gráfico 1 - Pesquisa sobre o uso de dispositivos tecnológicos.

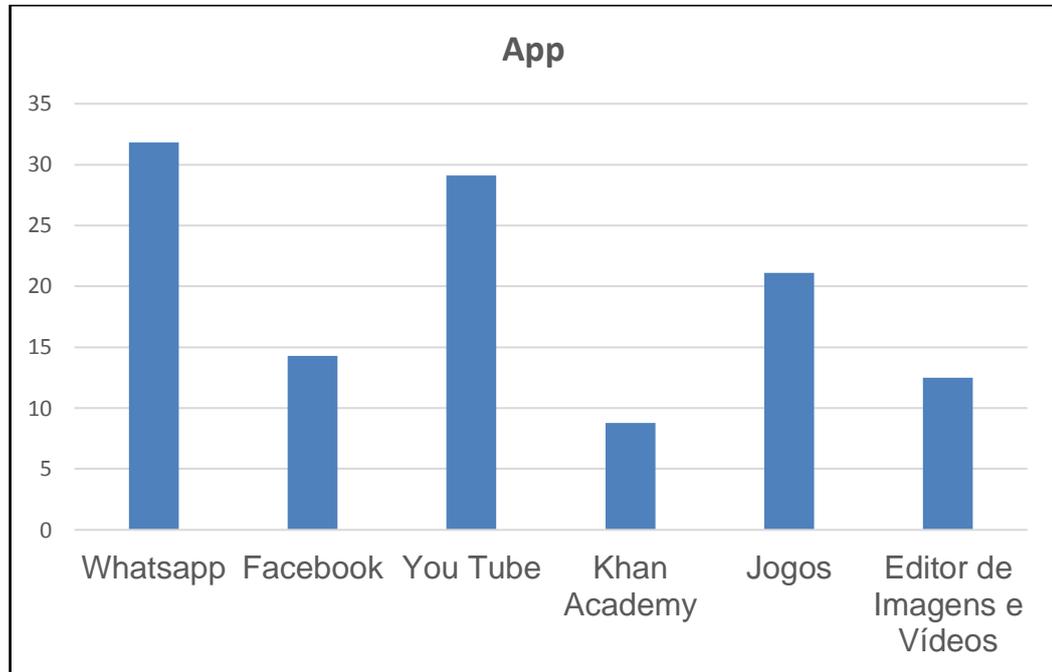


Fonte: Dados da Pesquisa feita de forma remota feita em junho de 2020

Apenas 14% não possuem celular, tendo que utilizar o dos pais. Os demais têm acesso às tecnologias que poderão ser utilizadas num eventual trabalho. As ações da MI-01 trabalham com recursos de fácil acesso como caderno, folhas de papel como rascunhos, lápis, tesoura e régua, de fácil aquisição em forma de atividades impressas para aqueles que não têm aquisições de recursos tecnológicos digitais. Mesmo nas atividades da MI que utilizam o recurso digital é recomendado que o aluno, com dificuldade de usar algum aparelho, se oriente num grupo onde outros componentes de sua faixa etária dominem a ferramenta desconhecida por ele.

Para aqueles que têm celulares, muitas vezes o uso está limitado a pouco crédito para uso da internet ou que com pouca memória para armazenamento de inúmeros aplicativos úteis às propostas da MI. Por essa razão, as atividades utilizam apenas esses dois aplicativos: *WhatsApp* e *Google Forms*.

Gráfico 2 - Apps disponíveis no celular



Fonte: Pesquisa remota feita em junho de 2020

Que aplicativos são os mais comuns? O Gráfico 2 mostra quais aplicativos úteis às atividades da MI estão disponíveis. O *Khan Academy* é utilizado como referência de testes de conhecimentos rápidos e como reforço de “para casa”. O *WhatsApp*, *Facebook* e *Youtube* permitem que o aluno grave vídeo e os editores de imagens e vídeos permitem produções de videoaulas.

Acreditando que a interação com o ensino deve fazer parte das aulas, entendemos que isto possa ser possível quando o aluno vê aplicabilidade naquilo que ele está aprendendo. Desta forma, buscamos oferecer aos alunos da Escola Municipal Murilo Rubião – EMMR uma alternativa de ensino ao tradicional, que é cansativo e desestimulante, para uma forma mais comprometedor, que promova o interesse pelo aprendizado de Matemática. Ao longo dos anos, este é um dos maiores desafios dos professores dos anos finais do Ensino Fundamental.

Na rede municipal de educação de Belo Horizonte os anos escolares são assim divididos: de 1º ao 3º ano escolar – 1º ciclo; 4º ao 6º ano escolar – 2º ciclo e 7º ao 9º ano escolar – 3º ciclo. É possível perceber que a PBH estrutura o 6º ano numa categoria diferenciada dos anos finais do EF determinado pelo sistema nacional de educação. Porém, esse ano escolar pode ser entendido como um ano base para as etapas finais. Ao se iniciar no 3º ciclo, o aluno já estará envolvido com o novo ritmo de aula promovido pela MI, podendo dedicar-se, assim, ao máximo, ao conteúdo corrente.

3.4. Diagnosticando Saberes Prévios

“Uma vez que, no objetivo geral, a exploração do conteúdo matemático: Valor Posicional de algarismos foi a opção, por ser essencial para a compreensão dos números, fez-se necessário avaliar o conhecimento do aluno do 6º ano da Escola Municipal Murilo Rubião sobre esse objeto de conhecimento. Para isso foi elaborado e aplicado um Teste Diagnóstico.

As formas de obtenção dos dados escolhidas pelo pesquisador foram: gravações, anotações, questionário virtual via celular e *Google Forms* e recolhimento das atividades realizadas em aulas.

3.4.1. Teste Diagnóstico

O Teste Diagnóstico aconteceu num período de 12 de fevereiro a 06 de março de 2021 para 33 alunos. O ano letivo estava programado para se iniciar no dia 03 de fevereiro. Contudo, Belo Horizonte estava passando por um período de chuva fora do normal. Assim, o ano escolar se iniciou no dia 11 de fevereiro e o primeiro dia é destinado às apresentações. Na semana seguinte, dia 17 de fevereiro, a escola teve uma grande participação de professores em greve. Esses fatores podem ter contribuído para uma frequência oscilante e que 4 alunos deixassem de participar da pesquisa. Embora o teste tenha sido realizado no horário de aula, foi necessário um período de quase 1 mês para que, pelo menos a maioria, respondesse ao teste.

A escola e o professor perdeu contato com os alunos pesquisados, por alguns meses, devido ao distanciamento social. Então, quando houve nova tentativa de continuar a pesquisa, algumas adaptações foram necessárias como a utilização do

Google Forms, na forma remota. Pode ser utilizado em celular e respondido no tempo do estudante. Sendo assim, o número de alunos pesquisados passou de 33 para 40 alunos. Essa pesquisa foi realizada no dia 11 de junho de 2021.

3.4.2. O Teste Diagnóstico E Sua Análise

Com o objetivo de se conhecer como está o conhecimento em matemática dos alunos da EMMR foram realizados dois testes diagnósticos, contendo questões que avaliam uma das habilidades básicas essenciais ao conhecimento em matemática para o 6º ano. A habilidade é definida, pela BNCC, como:

(EF06MA02). Reconhecer o sistema de numeração decimal, como o que prevaleceu no mundo ocidental, e destacar semelhanças e diferenças com outros sistemas, de modo a sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero), utilizando, inclusive, a composição e decomposição de números naturais e números racionais em sua representação decimal. BNCC (BRASIL, 2017)

Para se apropriar dessa habilidade, uma das metas é fazer o aluno compreender o que é um número, entendendo que, ao tratar da base decimal e o valor posicional, implica que o aluno estará apto para compreender outras habilidades da matemática que estarão por vir.

O teste diagnóstico aqui apresentado mostra que há uma confusão entre números e algarismos (indo arábicos) pelos alunos pesquisados. Está confusão pode acarretar dificuldades, por exemplo, quando o aluno tenta entender o processo de realizar uma divisão.

Essas ações da MI, aqui apresentadas, propõem que se trabalhe bem essa diferença, utilizando atividades que promovam constantemente a relação entre os algarismos e a contribuição que eles trazem na formação de um número como: se é par ou ímpar, se for maior ou menor, por exemplo.

O resultado do diagnóstico traz, ainda, um balanço entre as respostas dadas pelos estudantes antes e depois de aplicadas essas ações, mostrando que a compreensão pode ser dominada, quando o aluno se envolve satisfatoriamente com as ações. Os dados obtidos e suas análises serão apresentados nesse capítulo.

O primeiro teste diagnóstico, o Teste 1, foi aplicado na forma presencial, aos alunos do 6º ano, com média de 11 anos, no formato original de exercícios de

perguntas e respostas, sendo algumas questões respondidas de forma aberta e algumas perguntas de múltipla escolha, num total de 10. A aplicação deste teste foi realizada no primeiro dia de aula de cada aluno (60 minutos de duração), já que, em 2020, a frequência da turma foi oscilante. A fim de atender ao máximo de estudantes, o teste 1 foi aplicado entre o período de 10 de fevereiro de 2020 a 14 de março de 2020.

Já o Teste 2 foi uma reaplicação das mesmas questões do teste 1, sendo esse de forma remota utilizando os recursos digitais tais como: celulares, internet, *WhatsApp* e *Google Forms*. Agora com os 40 alunos conectados até o final da pesquisa. Os resultados dessa pesquisa serão apresentados logo a seguir.

3.5. ANÁLISE DOS RESULTADOS DOS TESTES REALIZADOS.

O primeiro passo desse teste foi verificar o conhecimento em como é a compreensão de número pelo aluno, procurando saber como ele identifica número.

3.5.1. QUESTÃO 01

A questão 1 procura saber como os alunos conseguem dar formas diferentes para interpretar 6 unidades. Seu objetivo principal é constatar a compreensão de quantidade, relacionada ao número indicado.

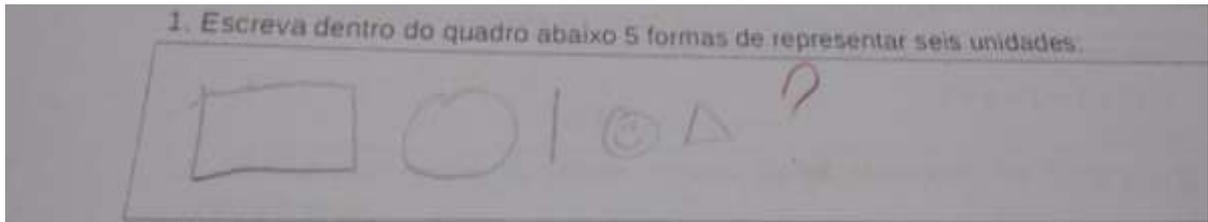
Questão 01
<p>Escreva, dentro do quadro abaixo, 5 formas de representar seis unidades:</p> <div style="border: 1px solid black; height: 60px; width: 100%;"></div>

Veremos algumas soluções apresentadas no Teste 1 e Teste 2 e suas análises.

O exemplo abaixo mostra que uma dificuldade na compreensão de números está ligada à interpretação de termos do enunciado.

A figura 01 mostra que o estudante associou a palavra formas como “formas geométricas” pois desenhou 5 figuras.

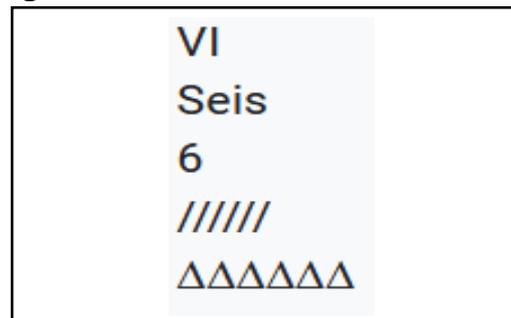
Figura 1 - Formas obtidas no Teste 1



Fonte: Dados da pesquisa.

No Teste 2, já foi encontrada uma solução mais significativa, como a apresentada abaixo.

Figura 2 - Formas obtidas no Teste 2

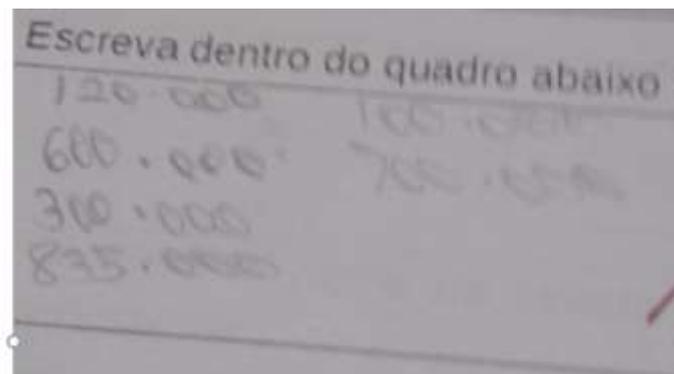


Fonte: Dados da pesquisa.

Observamos que houve uma certa evolução em representar o 6 em forma de algarismo romano, na forma escrita, como algarismo indo arábico e duas coleções de 6 unidades (seis “/” e seis “Δ”)

Outra dificuldade, obtida no Teste 1, também ligada ao uso do termo, é mostrada na figura 2, quando o estudante escreveu números contendo 6 algarismos.

Figura 3 - Algarismos

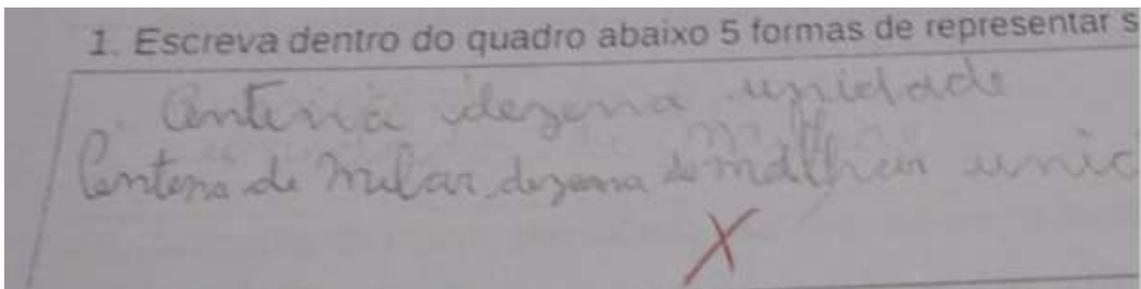


Fonte: Dados da pesquisa.

Essa “confusão” não foi encontrada no Teste 2. O que mostra que está havendo uma certa reflexão entre número e algarismo. Esse exemplo aponta que essa dificuldade está sendo, de algum modo, superada.

Na figura 3, a resposta obtida no Teste 1, mostra que o aluno deu ênfase ao termo “Escreva” e a associou como “Escreva por Extenso”. Podemos notar, aqui, uma cultura tradicional que dificulta as interpretações: o ato de escrever sempre implica em utilizar letras.

Figura 4 - Seis Ordens obtido no Teste 1

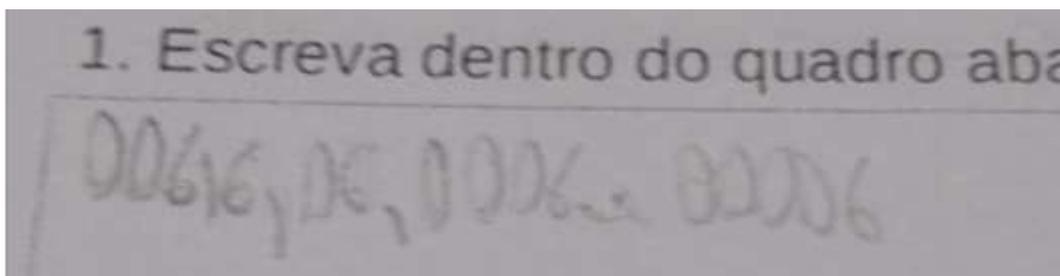


Fonte: Dados da pesquisa.

A forma predominante escrita não foi encontrada entre as soluções do Teste 2. Embora a figura 02 mostre que houve uma solução que apresenta 6 na forma extensiva (seis), é possível perceber uma evolução, pois trata-se de apenas uma forma escrita.

Na figura 4, o aluno deu ênfase ao algarismo 6 na *ordem das unidades*. Pode-se verificar, portanto, que, nesse caso, o aluno percebeu a intenção sobre o conceito de “unidade” como a cobrança fundamental deste exercício. Mas, para ele, o conceito *Unidade* se refere apenas ao nome da ordem e não a uma quantidade de elementos.

Figura 5 - Zeros à esquerda - Fonte: Dados da pesquisa. Teste 1



Fonte: Dados da pesquisa.

No Teste 2 surgiu alguma solução semelhante ao que mostra a figura 05.

Figura 6 - Seis como algarismo – Teste 2

60 76 560 46 6

Fonte: Dados da pesquisa.

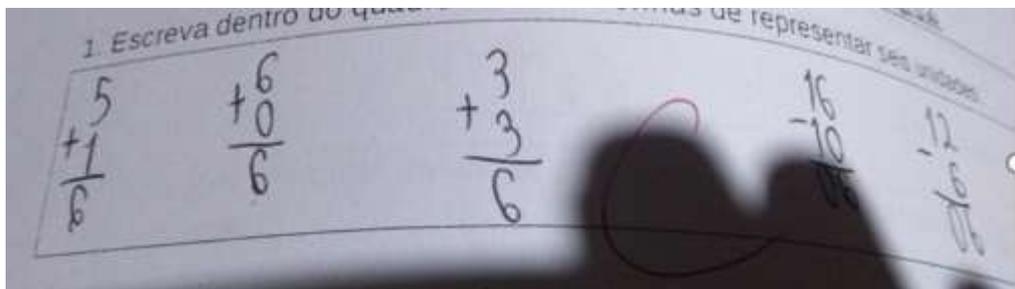
Essa resposta nos mostra que o 6 já está sendo visto como algarismo. Embora essa não seja a solução da questão apresentada, o respondente está mostrando que entendeu o 6 da pergunta como o algarismo em situações diferentes e mostrou exemplos dele em formações de números diferentes. É um avanço na compreensão de números e algarismos.

Até aqui foi demonstrado que as dificuldades de compreensão de números estão associadas ao entendimento dos termos usados no enunciado.

Após a análise do problema anterior, foi constatado que o problema em fazer os alunos confundirem números e algarismos estava no enunciado. Ou seja, o enunciado interferiu nas respostas.

Esta falha será mostrada na solução apresentada pelo aluno no Teste 1 e mostrada na figura 6. O quadro retangular mostra que há aqueles alunos que associam a obtenção de 6 com o uso de operações.

Figura 7 - Contas – Teste 1



Fonte: Dados da pesquisa.

Essa interpretação não foi corrigida, mesmo após as ações da MI como mostram algumas respostas do Teste 2, como se vê na figura 7.

Figura 8 - O número 6, visto como obtenção de operações – Teste 2

$$5+1=6/7-1=6/3+3=6/2\times 3=6/6\times 1=6$$

$$4+2=6,5+1=6,3+3=6,2+2+2=6,10-4=6$$

$$1+5 \ 6+0 \ 3+3 \ 4+2 \ 8-2$$

$$5+1,3+3,2+4,7-1,10-4$$

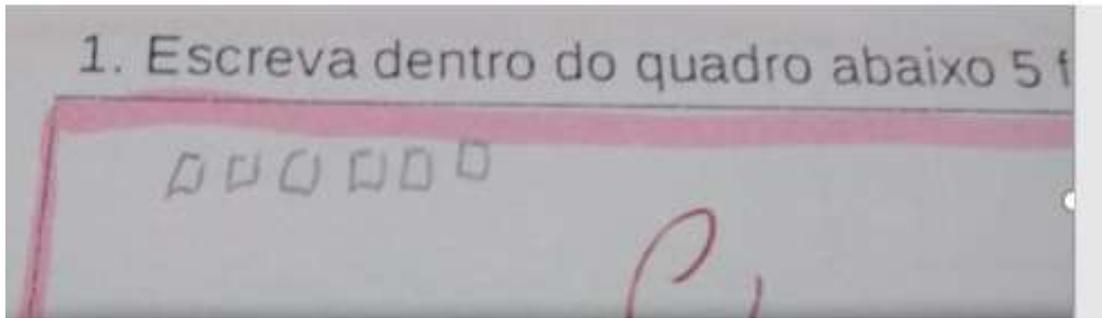
Fonte: Dados da pesquisa.

O Teste 2 nos ajuda a entender que, em alguns casos, a confusão entre números e algarismos está na elaboração da pergunta. As ações MI propõem que se faça diferentes abordagens de um mesmo assunto, para que o estudante exercite o conteúdo a ser aprendido, fazendo reflexões, de modos distintos, sobre o mesmo assunto.

Nessa pergunta, tanto no Teste 1 quanto no Teste 2, o aluno interpretou a pergunta como o ato de obter 6. Interpretou o comando “Escreva” como comando “Obtenha”.

O Teste 1 mostra ainda que o quadro, onde o estudante deverá escrever seu raciocínio, interfere na interpretação do comando. Para Walle, (2009, p. 54) um resultado natural é que as crianças começam a usar modelos como dispositivos para obter suas respostas.

Isso também acontece para o aluno cuja solução está mostrada na figura 8. É possível observar que o estudante pintou a sua borda. Ele ficou mais preocupado com o destaque do quadro que com a solução do problema, pois deu uma solução parcial para a questão demandada.

Figura 9 - Borda Colorida

Fonte: Dados da pesquisa.

No Teste 2, o quadro não aparece. Porém, o espaço para que o aluno registre sua solução já está se tornando diversificado entre formulários digitais. Dessa forma, ele não contribui para justificar esse erro de interpretação.

As respostas sobre a questão 01, de ambos os testes, mostraram que, inicialmente, os alunos chegam ao 6º ano escolar com visões diferentes sobre a compreensão de números e que se não forem trabalhadas, eles as levarão consigo ao longo da sua vida acadêmica, tornando a aprendizagem de matemática nos anos posteriores, prejudicada.

Ao se promover as ações da MI sobre esse viés, é possível verificar um avanço nessa interpretação.

Uma vez que se identificou que o aluno traz consigo uma certa dificuldade na compreensão entre números e algarismos, é possível fazer uma pergunta que confirma essa dificuldade. Através de uma pergunta objetiva será possível medir essa compreensão entre os Testes 1 e 2 e perceber que as ações MI estão contribuindo para diminuir essa complicação. Essa pergunta está representada na Questão 02.

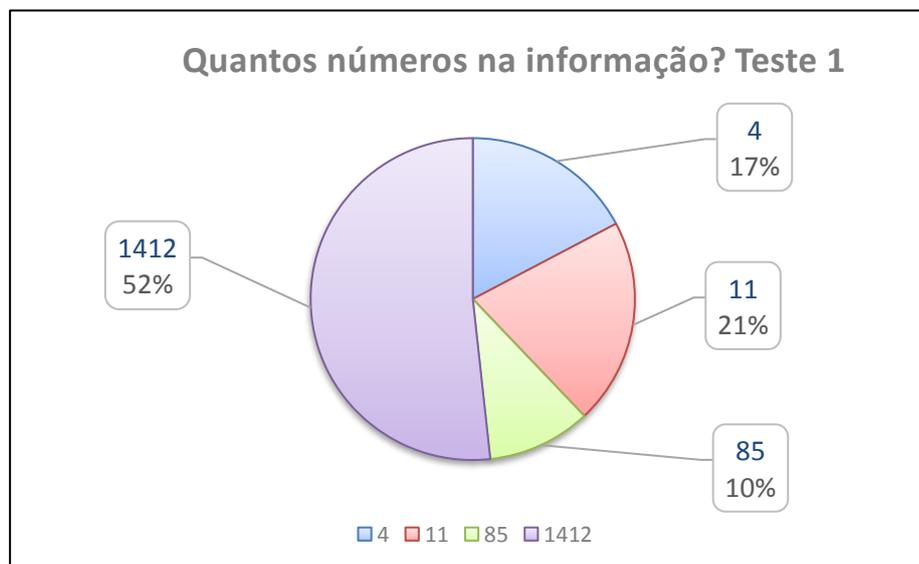
3.5.2. QUESTÃO 02

A questão 02 tem o objetivo de conferir se o aluno compreende a diferença entre número e algarismo e que as ações da MI ajudam a diminuir essa dificuldade.

Questão 02
<p>Um Boeing 747 pode transportar 370 passageiros e o DC-10 pode transportar 285 passageiros. Quantos números há nesta informação?</p> <p>a) 4 b) 11 c) 85 d) 1412</p>

A questão 01 nos mostrou que os alunos possuem compreensões diversas sobre números. A questão 02 é uma questão fechada, que pretende confirmar essa diversidade. Ela mistura dados numéricos na composição de nomes próprios e na forma de representações de quantidade, tentando fazer uma investigação sobre essa diferença. O gráfico 2 nos mostra o levantamento das respostas dos alunos colhidas do Teste 01.

Gráfico 3 - Quantos Números? Teste 1



Fonte: Dados da pesquisa.

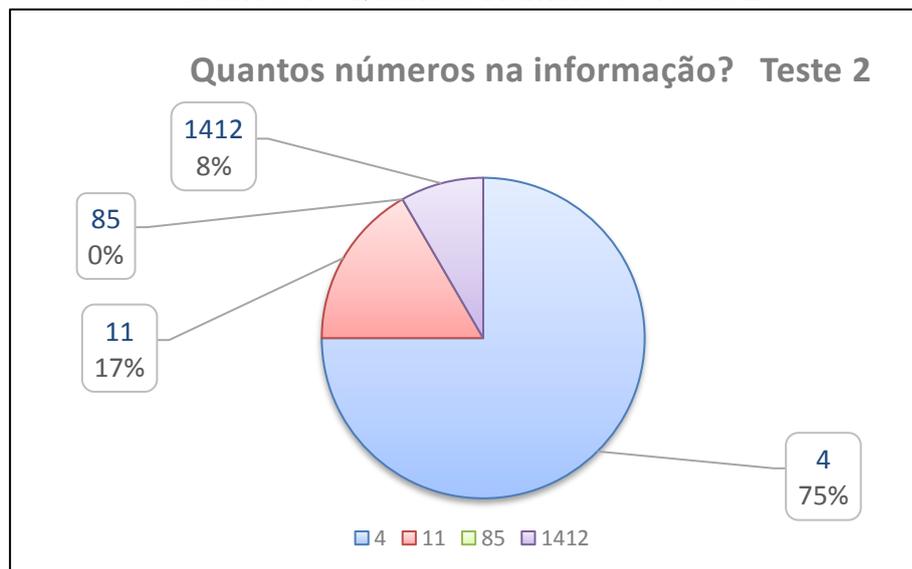
Segundo o gráfico 02, é possível notar que o número de alunos que acertou a questão é pequeno. As dificuldades quanto à compreensão de termos se repete pelo fato de 11 alunos apresentarem dificuldade em diferenciar números e Algarismos, contando o número total de Algarismos no enunciado.

Há predominância do número de alunos que responderam 1 412. Esse grupo mostra que representações podem induzir ao erro. A verem o valor 1 412 nas alternativas, alguns escolheram a habilidade matemática que mais dominam, sem se darem conta do comando principal da questão. Nesse caso, eles escolheram somar todos os números contidos no enunciado, porque a adição é a operação matemática que mais dominam.

Isso também pode ser percebido para aqueles que responderam 85. Para eles a pergunta seria direcionada para medir a diferença entre o número de passageiros entre os aviões.

O Gráfico 03 mostra o resultado da mesma questão no Teste 2.

Gráfico 4 - Quantos Números - Teste 2



Um aumento significativo no número de acertos foi estimulante. Também houve uma diminuição do número de alunos que entenderam a soma como problema principal dessa questão e, curiosamente, nenhum aluno marcou 85, o que aponta uma evolução marcante na aprendizagem, devido às ações MI.

As ações MI vêm mostrando evolução importante na aprendizagem. Para consolidar essa evolução, as questões 03 e 04, que são semelhantes, comprovam isso. São questões que testam o conhecimento matemático sem contextualizações como foi feito na questão 02. O balanço das respostas permite que as ações da MI comprovem um crescimento na aprendizagem.

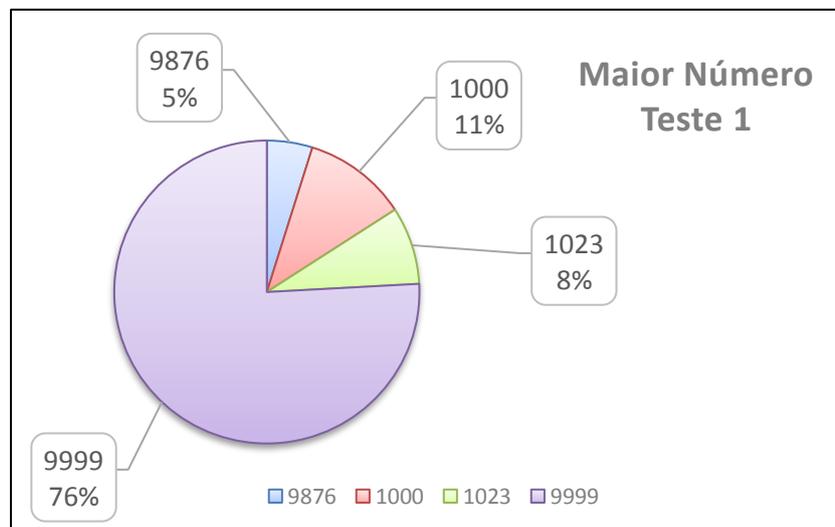
3.5.3. QUESTÕES 03 e 04

Os resultados, até o momento, mostraram que a visão de número está variada. Será que essa variação está ligada mais à incompreensão de número ou à representação do enunciado?

“Fazendo perguntas desse tipo você descobre onde os alunos estão e que você valoriza suas hipóteses. Muitos estudantes inseguros têm ideias muito boas, mas falta a confiança para explorá-las.” (Walle, 2009, p., 2009, p. 65). Seguem alguns resultados:

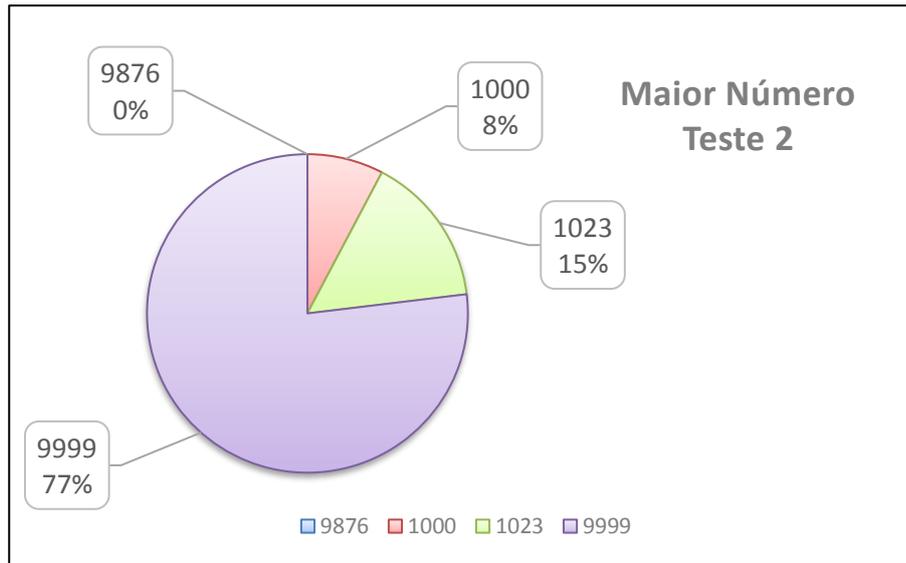
Questão 03	
Qual dos valores abaixo representa o maior número formado por 4 algarismos?	
a)	9 876
b)	1 000
c)	1 023
d)	9 999

Gráfico 5 - Maior Número Teste 1



Fonte: Dados da pesquisa.

Gráfico 6 -Maior Número Teste 2



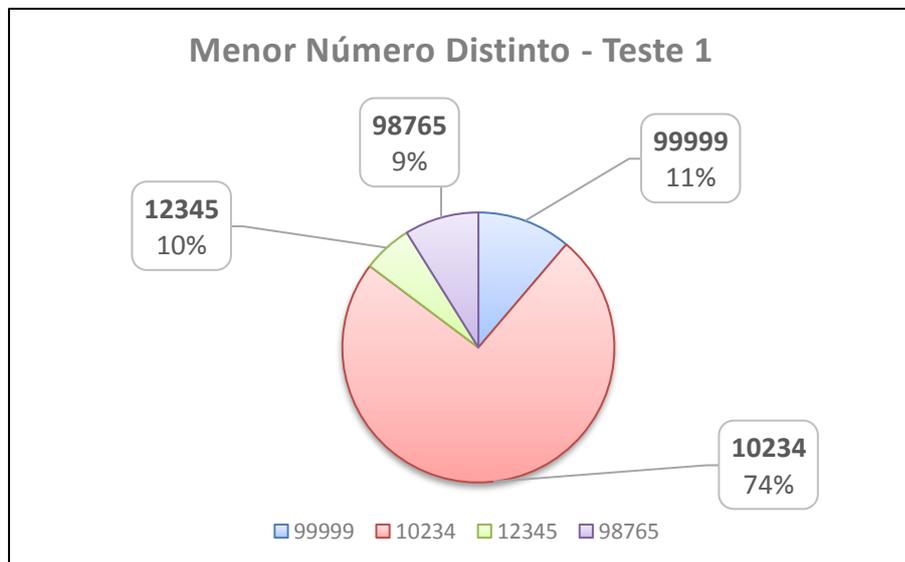
Fonte: Dados da pesquisa.

Questão 04

Qual dos valores abaixo representa o menor número formado por 5 algarismos distintos?

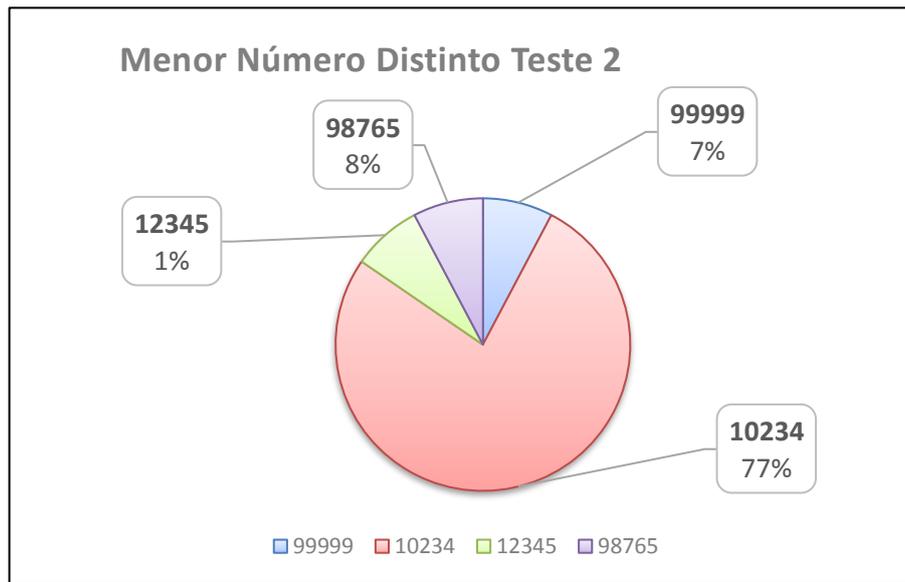
- a) 99 999
- b) 10 234
- c) 12 345
- d) 98 765

Gráfico 7 -Menor Número – Teste 1



Fonte: Dados da pesquisa.

Gráfico 8 - Menor Número – Teste 2



As duas questões acima tiveram um enunciado com perguntas sem desvios de interpretações. São perguntas contendo matemática pura, sem contextos. Mesmo havendo um novo termo (*distintos*) o número de acertos aumentou. Logo, percebe-se que esse termo não foi empecilho. Houve crescimento pequeno no número de acertos e diminuição no número erros. Essas pequenas alterações são consequências das ações da MI. Entende-se que se houver mais tempo de aplicação dessas ações, melhores resultados irão surgir.

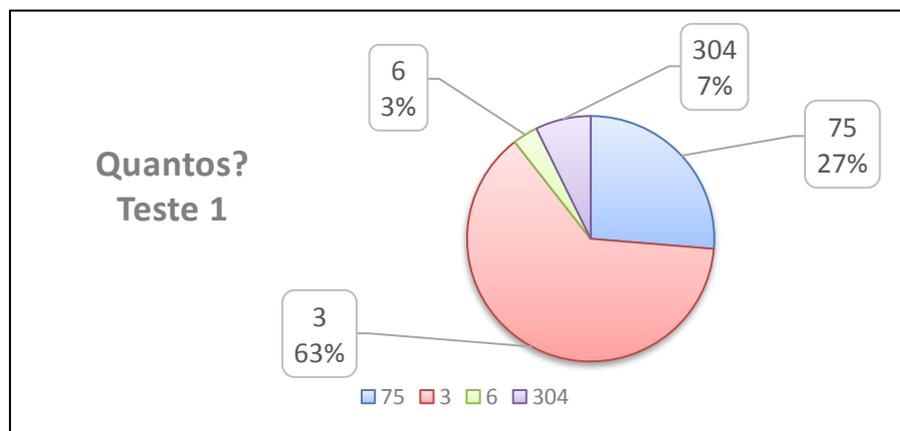
As questões 3 e 4 tiveram pouca evolução em relação aos testes, talvez por serem questões diretas, sem contextualizações e, portanto, mais fáceis. A partir daí foi pensada a questão 05. Nela há um destaque no comando “Quantos” no lugar de “Qual” das questões anteriores. Seguem resultados:

3.5.4. QUESTÃO 05

A questão 05 pedia que os alunos observassem alguns números:

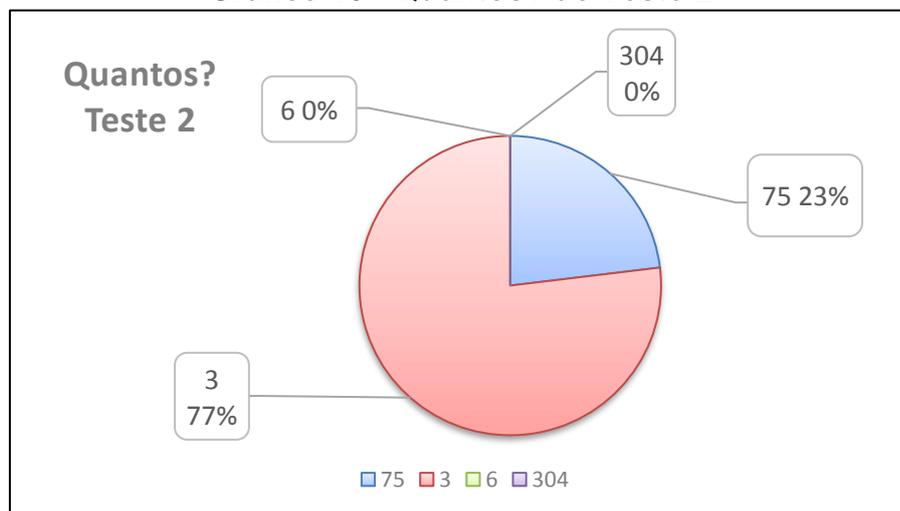
Questão 05
<p>Observe os seguintes números: 240, 75, 256, 304, 249, 239. Quantos desses números são menores que 247?</p> <p>a) 75 b) 3 c) 6 d) 304</p>

Gráfico 9 -Quantos? do Teste 1



Fonte: Dados da pesquisa

Gráfico 10 - Quantos? do Teste 2



Fonte: Dados da pesquisa

A questão 05 mostrou uma melhora mais significativa nos acertos em relação às questões 3 e 4 e menor número de erros a tal ponto que as alternativas “6” e “304” não aparecem.

Muitos alunos não diferenciam os sentidos de certas expressões usuais na linguagem oral, e respondem a uma situação matemática trocando “**Quantos**” por “**Qual**”. Uma parcela bastante significativa marcou a opção **75** por ler e interpretar como: “**Qual é o menor número?**”. Uma outra hipótese é porque marcaram a primeira opção que leu nas alternativas ou por herança das questões 3 e 4.

As questões 3, 4 e 5 experimentam a compreensão dos algarismos na formação dos números. Essa é uma habilidade frequentemente aplicada nas ações da MI.

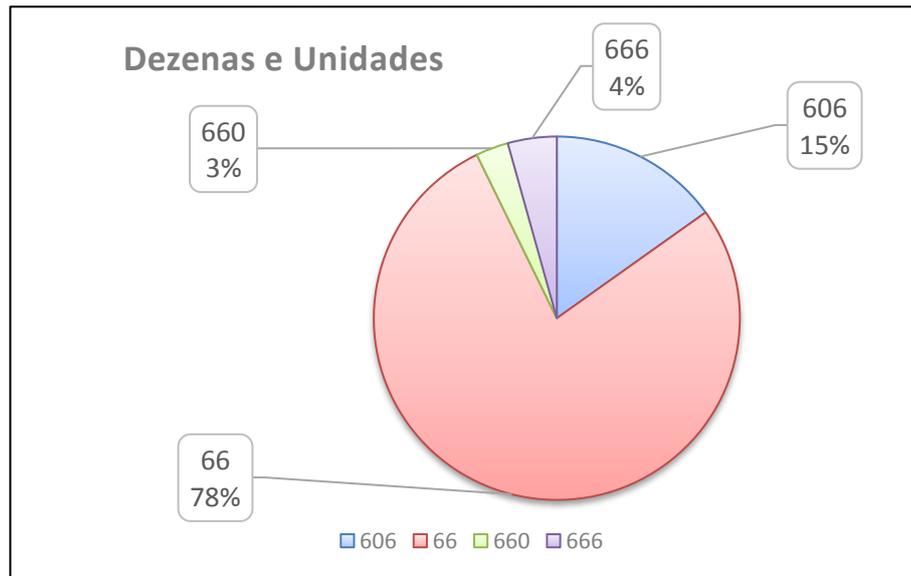
Com essa prática frequente, torna-se necessário cobrar ações que requerem aplicação do conhecimento adquirido sobre os algarismos e como eles interferem na formação do número, dizendo se é maior ou menor. Sobre esse aspecto foi pensada a questão 6. Ela avalia se o estudante é capaz de perceber que, mesmo se tratando do mesmo algarismo, se ele estiver em ordens numéricas diferentes, terá significado diferente.

3.5.5. QUESTÃO 06

Na questão 06 é medida a compreensão do algarismo na formação dos números.

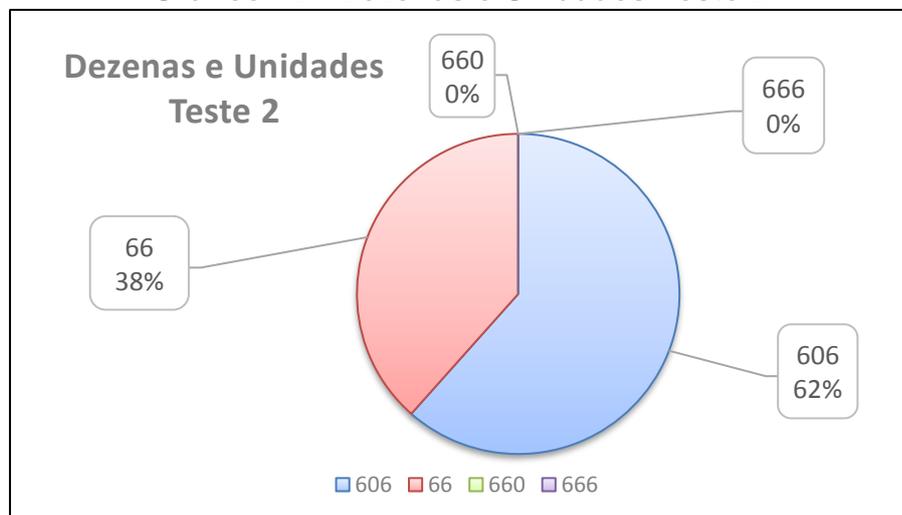
Questão 06
<p>Quanto é 60 dezenas e 6 unidades?</p> <p>a) 606</p> <p>b) 66</p> <p>c) 660</p> <p>d) 666</p>

Gráfico 11 - Dezenas e Unidades



Fonte: Dados da pesquisa

Gráfico 12 - Dezenas e Unidades Teste 2



Fonte: Dados da pesquisa

Os gráficos mostram aumento significativo no número de alunos que acertaram a questão. A MI propõe interação frequente entre o aluno e a aplicação de atividades com foco na habilidade, de tal forma que o estudante aprende com atenção e gosto. O resultado é a aplicação, pelo aluno, do conhecimento adquirido como apontam os gráficos acima.

Quando o estudante se apropria do conteúdo oferecido, ele se torna capaz de resolver problemas que trabalham com esse conhecimento adquirido. Sendo assim, o aluno passa a acreditar que ele é capaz. Mesmo em questões em que ele encontre

dificuldades para resolver, será capaz de argumentar sobre o assunto com o professor e com seus colegas. Diante disso, as questões de 07 a 10 foram elaboradas com o objetivo de testar esse conhecimento.

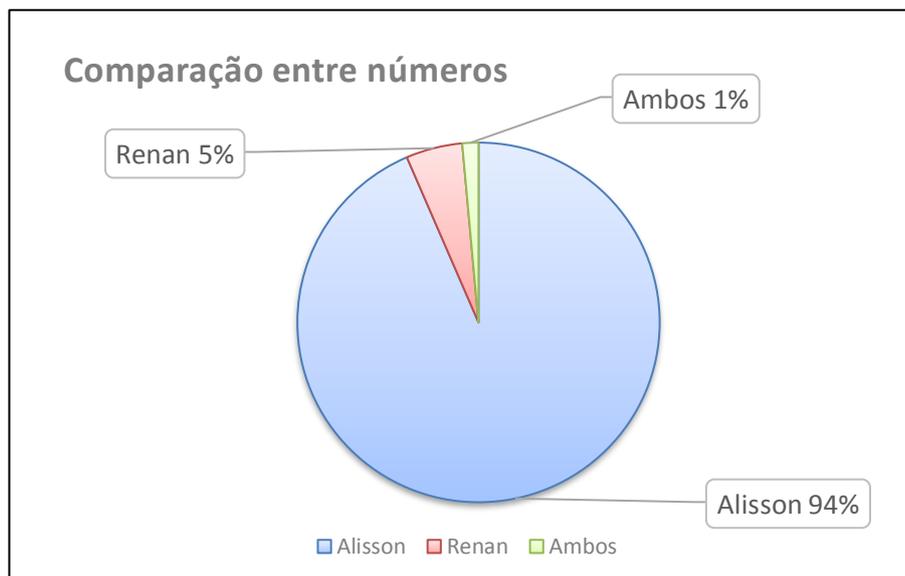
3.5.6. QUESTÃO 07

Uma estratégia na elaboração de questões é partir de questões mais simples para as mais complexas. Portanto, a questão 07 é uma aplicação sobre ordenação de números de fácil resolução. Espera-se que o estudante se sinta encorajado em resolvê-la, a fim de criar nele um desejo por mais buscas pelos conhecimentos e perceba que está evoluindo.

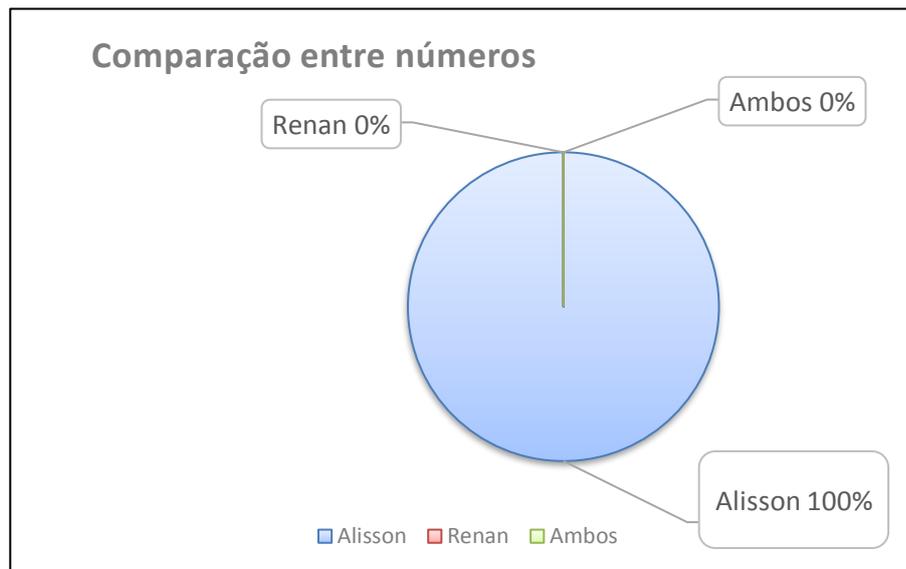
Essa questão faz uma comparação entre dois valores.

QUESTÃO 07
<p>A turma do Professor Alisson fez 76 flexões e a turma do Professor Renan fez 71 flexões. Qual turma fez mais flexões?</p> <p>a) A do Professor Alisson b) A do professor Renan c) Eles fizeram o mesmo número de flexões</p>

Gráfico 13 - Comparação entre Números



Fonte: Dados da pesquisa

Gráfico 14 - Comparação entre Números do Teste 2

O número de acertos, nessa questão, mostrou que esse fundamento, comparar números formado por até 2 algarismos, foi bem assimilado e que é aqui que os alunos do 6º ano se encontram: em um momento entre compreender números e saber utilizá-los para resolver outros problemas. O próximo passo é utilizar o conhecimento para resolver problemas de nível menos elementar, como a questão 08.

Ainda assim, podemos encontrar alunos parados num ponto da matemática, ou simplesmente distraídos, como mostra os resultados “*Renan*” e “*Outros*” no Teste 1. Contudo, essas respostas não apareceram no Teste 2.

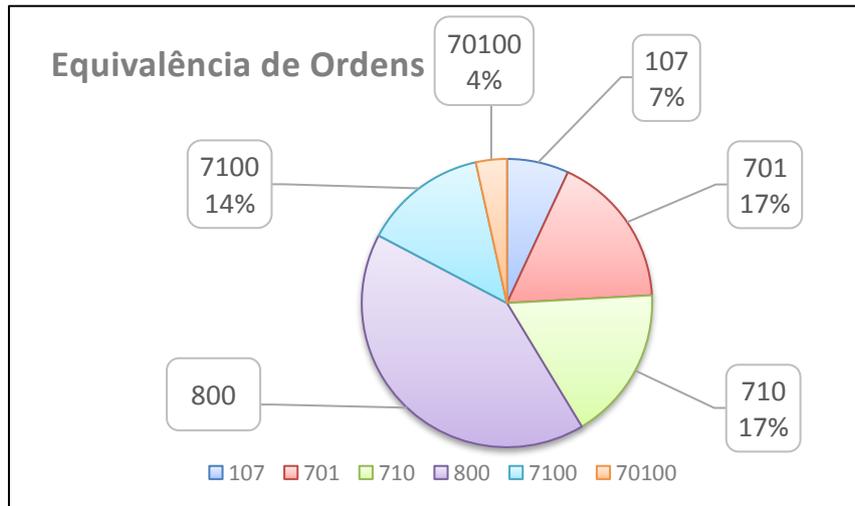
Uma vez que a questão 07 favoreceu a autoestima do estudante numa questão simples, a questão 08 faz uma análise sobre a mesma habilidade, porém em um grau pouco mais avançado.

3.5.7. QUESTÃO 08

A questão 08 verifica se o aluno consegue compreender o valor que o algarismo representa dentro da ordem numérica.

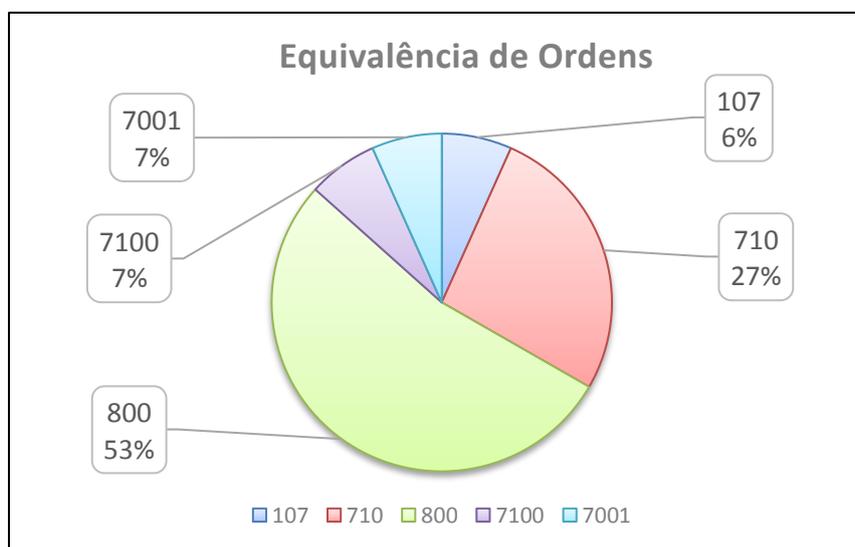
QUESTÃO 08
Que número representa 7 centenas + 0 dezena e 100 unidades?

Gráfico 15 - Equivalência de Ordens



Fonte: Dados da pesquisa do Teste 1

Gráfico 16 - Equivalência de Ordens



Fonte: Dados da pesquisa do Teste 2

Mais uma vez as ações da MI comprovam que houve um aumento na porcentagem de acertos e um decréscimo no número de erros. Contudo, é preciso oferecer mais atividades que exijam esse conhecimento específico. Assim, espera-se que os resultados fiquem ainda melhores.

A questão 08 avalia a mesma competência da questão 6. O número de alunos que acertou é bem superior, nesse momento, mas não numa quantidade satisfatória, chegando a ser pouco mais que a metade do número de alunos da turma.

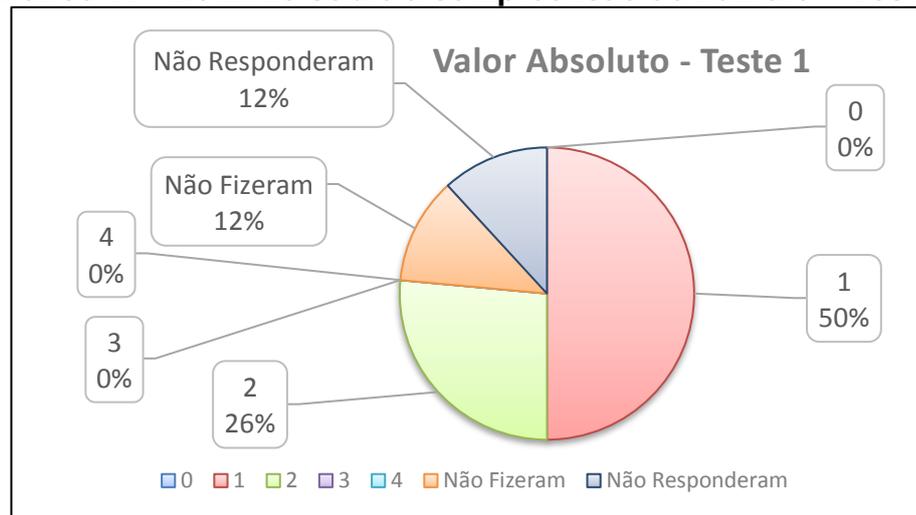
3.5.8. QUESTÃO 09

Dando continuidade no desenvolvimento da habilidade em interpretar o algarismo dentro da formação do número, a questão 09 propõe a mesma habilidade que a questão 08. Contudo, nessa, o aluno poderá marcar mais que uma alternativa, para que ele tenha múltiplas visões sobre a mesma habilidade. Espera-se que ele entenda, como mostrado na questão 01, que há formas diferentes de representar números.

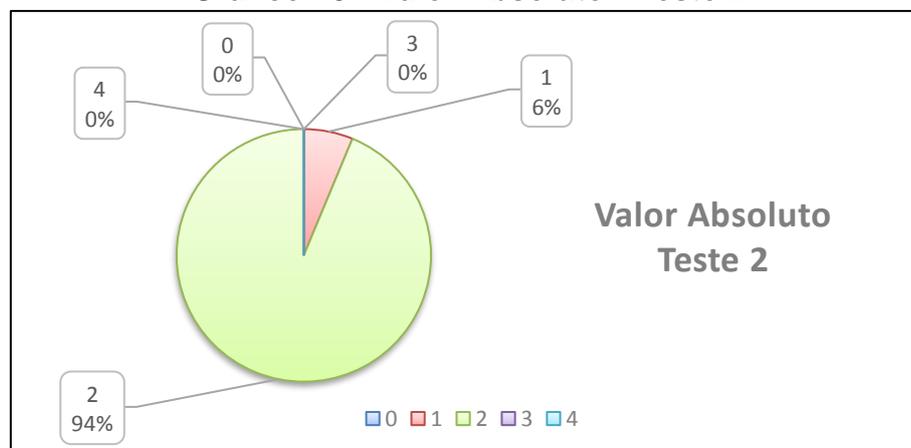
O gráfico abaixo mostra quantos alunos marcaram 1 alternativa apenas, duas, mais ou nenhuma.

A questão 09 é um modelo de questão com a qual o aluno do 6º ano da EMMR não está familiarizado. Nela, os alunos poderão optar por mais de uma resposta. Para isso, eles precisam dominar o conteúdo a ponto de se sentirem seguros ao fazer suas escolhas. O gráfico mostra a quantidade de alunos que marcou 1 opção, 2 opções, 3 opções, 4 opções ou nenhuma opção.

QUESTÃO 09
<p>Quais das opções abaixo são o mesmo que 402?</p> <p>a) $40 + 2$</p> <p>b) $400 + 2$</p> <p>c) $4 + 2$</p> <p>d) $100 + 100 + 100 + 100 + 2$</p>

Gráfico 17 - Domínio sobre a compreensão de número – Teste 1

Fonte: Dados da pesquisa

Gráfico 18 - Valor Absoluto - Teste 2

Fonte: Dados da pesquisa

Essa questão apresenta um crescimento significativo de acertos, pois a maioria marcou duas opções certas. Importante destacar que os alunos se envolvem mais, quando utilizam o recurso digital como no teste a distância proporcionada pelo Teste 2. Dessa forma, todos os alunos responderam e nenhum deixou a questão em branco, o que mostra maior envolvimento do estudante, quando ele consegue aplicar o que está aprendendo.

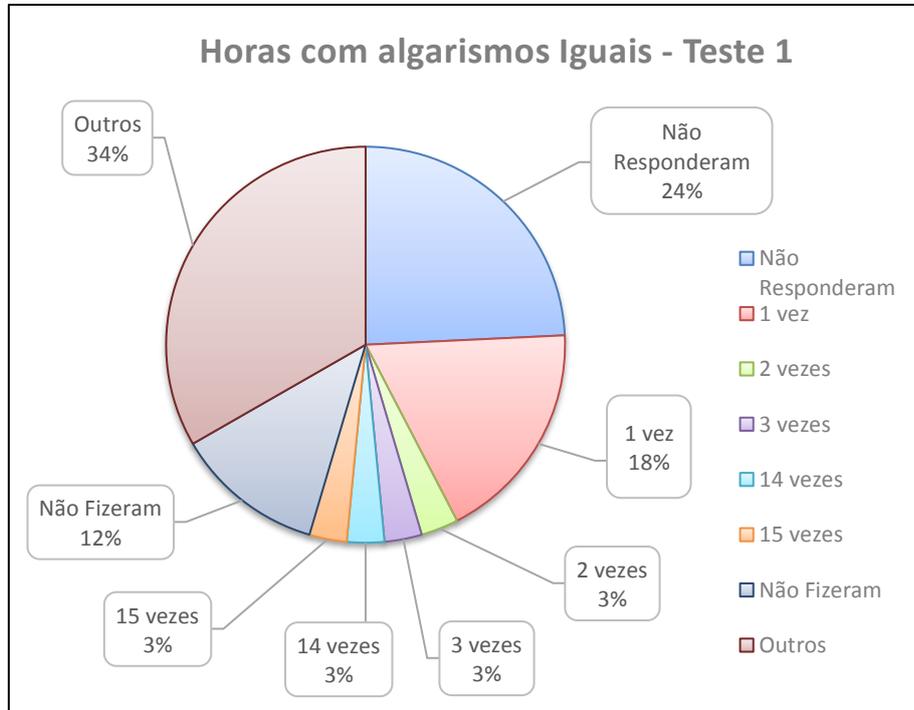
A questão 10 segue a lógica progressiva de dificuldade proposta desde a questão 07, quando avalia, numa questão mais complexa, a habilidade de compreensão de número, momento em que verifica seus algoritmos e os comparam. Seguem os resultados.

3.5.9. QUESTÃO 10

QUESTÃO 10

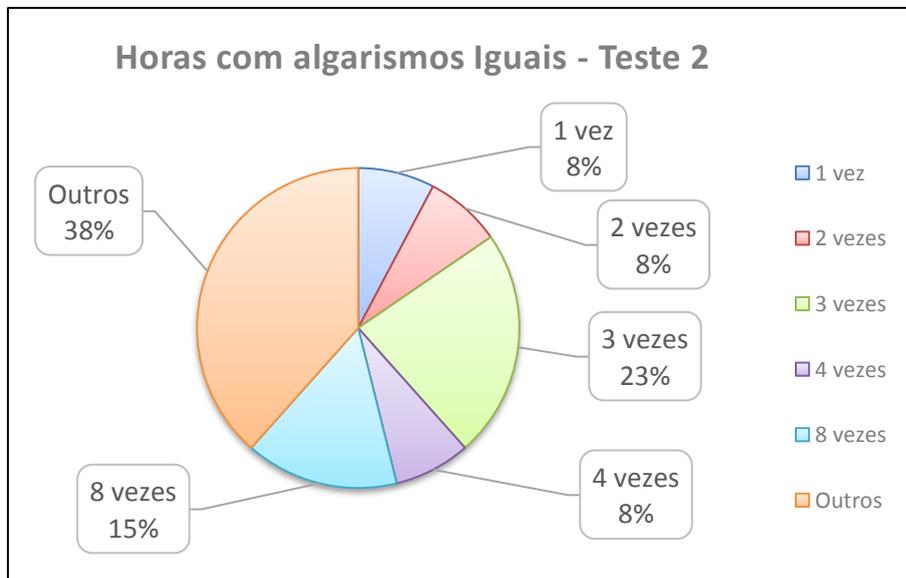
Num relógio digital que marca de 00:00 até 23:59, quantas vezes por dia o mostrador apresenta todos os algarismos iguais?

Gráfico 19 - Horas com algarismos iguais - Fonte: Dados da Pesquisa – Teste 1



Fonte: Dados da pesquisa

Gráfico 20 - Horas com algarismos iguais – Teste 2



Fonte: Dados da pesquisa

A complexidade dessa questão remete à necessidade de que se deve utilizar mais atividades que pratiquem esse conhecimento. Contudo, é possível perceber uma melhora na qualidade das respostas. A solução, por exemplo, é 3 vezes. É possível verificar que houve aumento de 1 para 3. Também, são encontradas soluções que se aproximam da resposta como 1, 2 e 4 vezes. Isto nos leva a acreditar que os alunos podem ter se esquecido de algum valor ou que não tenham compreendido que se trata de hora no sistema 24 horas.

A questão 10 foi elaborada para verificar se o aluno é capaz de usar o conhecimento que aprendeu sobre número numa complexidade maior. Até mesmo aqueles que erraram, tentarão discutir seu erro, o que se apresenta como estratégia de aprendizagem, uma vez que essa discussão pode levar ao conhecimento. Essa é a intenção principal da MI-02.

Nesse problema, o estudante deverá pensar nos algarismos utilizados para representar horas. Pode-se notar um número significativo de alunos que optaram por não responder, que reforça dificuldade em resolver problemas contextualizados. Apenas um aluno conseguiu chegar na solução do problema: 3 vezes no Teste 1.

O dado “**Outros**” representa o número de alunos que fizeram análises fora do comum para essa questão. Tivemos, nesse grupo, respostas que fugiram ao assunto, mas que demonstram, pelo menos, que houve tentativa de acerto.

4. O PLANEJAMENTO DIDÁTICO, SUAS BASES EPISTEMOLÓGICAS E SEU DESENVOLVIMENTO

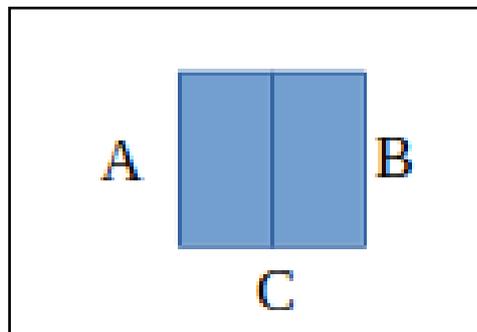
“Que ideias gerais orientarão o modo como você ensinará matemática?”
(Walle, 2009)

4.1. Origem e avanços no processo da construção de referências para a Matemática Interativa

As atividades do que denominamos Matemática Interativa têm como base experiência vivida pelo pesquisador, quando da realização da Gincana no SMED/BH. Nesse sentido, o pesquisador teve a oportunidade de ir além em pontos ainda lacunares na atividade desenvolvida na rede pública e construir novas referências para a metodologia nova, tal qual a percebeu na prática. A análise das práticas se constitui hoje, inclusive, um braço de pesquisas em muitas instituições no Brasil e no exterior.

Um dos pontos essenciais de mudança encontra-se no formato de organização dos sujeitos aprendizes e participantes da atividade, que é o Formato Interativo, apresentado logo no início da aplicação dos eventos pedagógicos, para que os alunos já se posicionem antes de começar as atividades e possam, ao seu final, realizar as atividades de desmanche. O Formato Interativo é a disposição de alunos, cadeiras e mesas quando for realizada a MI, conforme figura abaixo.

Figura 10 - Formato Interativo



Fonte: Formato proposto por Walle (2009)

Walle, (2009, p. 46), propõe que: “A sala de aula deve ser organizada para um trabalho em grupo e para a máxima interação com e entre as crianças”. Sendo assim, a MI sugere o posicionamento das mesas, carteiras e alunos. Os dois retângulos

representam as mesas comuns em sala de aula. O aluno **A** fica de frente para o aluno **B** e o aluno **C** fica de frente para a lousa.

O ensino na EMMR, onde a gincana se deu, mantém a tradição de oferecer módulo aula de 1h, o que é um tempo curto, para que se possa posicionar os alunos no formato interativo, o que faz com que essas orientações sejam dadas no dia anterior à aula. Já o *Desmanche* é o ato de voltar as mesas, cadeiras e alunos para a posição original, pois pretende-se incomodar o mínimo possível a organização da aula seguinte.

“Criar uma cultura e um ambiente de sala de aula nos quais as crianças estejam fazendo matemática não é fácil. Não há nenhum motivo para esperar que você seja um especialista desde o início.” (Walle, 2009, p. 39)

A proposta da MI implica que se realize suas ações, predominantemente, no Formato Interativo.

4.2. GINCAMAT – PBH e MI

A seguir, destacamos alguns pontos entre a GINCAMAT – PBH e a Matemática Interativa. Suas práticas são explicadas logo a seguir, e comparadas às ações da MI.

4.2.1. Tarefas Relâmpagos

- NA GINCAMAT-PBH -Atividade desenvolvida em grupo de três estudantes posicionados no Formato Interativo, em que são dadas questões (desafios) para serem resolvidas individualmente, depois discutidas no grupo e repassadas ao coordenador. Cada atividade deverá ser estudada e discutida num prazo de 5 minutos.
- Na MI ela foi representada pelas atividades de Desafios na MI-01. Começam respondendo ao desafio de forma individual, escrevendo a sua solução, apresentando-a ao professor que discutirá os erros e acertos com a turma, sem a exposição dos autores. Cada pergunta deverá ter 1 minuto para problemas simples, 2 minutos para problemas medianos e 3 minutos, ou mais, conforme a necessidade, para problemas mais complexos.

4.2.2. Caça ao Tesouro

- Na GINCAMAT-PBH as equipes são formadas por alunos de escolas diferentes, sendo que o número total de equipes corresponde ao quociente entre o número total de escolas presentes por 5 (número de elementos no grupo). Caso o número de escolas presentes no dia não seja múltiplo de 5, em alguns grupos serão permitidos um aluno a mais.
- MI- Na MI os grupos são formados por 3 alunos. Esta adaptação foi pensada para estimular maior participação dos alunos. Com 3 integrantes, em cada grupo, o estudante terá mais tempo para realizar ações e discussões. Nessa atividade, os alunos são enturmados em equipes. Na Matemática Interativa, o grupo deverá trabalhar com *Investigações*, momento em que o aluno será estimulado a debater suas conjecturas aprendidas sobre o conteúdo proposto. A atividade consiste em propor desafios mais complexos aos grupos e que levam a “pistas” para se descobrir os segredos (tesouros). Essa ação estimula os debates. O debate é seu objetivo principal e as soluções um objetivo secundário.

4.2.3. Show de Perguntas

- NA GINCAMAT-PBH - Atividade que consiste em dispor os alunos no Formato Interativo, sendo que o aluno C ficará de frente para uma projeção que conterá questões de múltipla escolha (normalmente 20) elaboradas pelos organizadores da GINCAMAT-PBH. Após um sinal, um representante do grupo levanta uma letra impressa numa folha A4 que representa a alternativa que o grupo julgou ser a correta.
- Na MI as questões são elaboradas pelos alunos. A forma de aplicação da atividade será a mesma da GINCAMAT-PBH. Entretanto, as questões são elaboradas pelos grupos de alunos, sendo uma questão por grupo.

4.2.4. Jogos

Atividades em que um aluno interage com um adversário. Um juiz se senta na posição C do Formato Interativo.

- NA GINCAMAT-PBH -Esse juiz, na GINCAMAT-PBH, tem a função de explicar o jogo da mesa para o aluno que ainda não o conhece e o juiz é um professor monitor.
- Na MI os alunos participam já sabendo do funcionamento do jogo. O juiz será um aluno do 6º ano, contemplado pelo seu desempenho nas atividades em sala.

4.2.5. Jogos Virtuais

Conjunto de sites e plataformas que são úteis para fixação do conteúdo matemático.

- Na GINCAMAT-PBH são escolhidos sites que contenham jogos em *flash*.
- Na MI são utilizadas as atividades da plataforma Khan Academy;

4.2.6. Mentas Brilhantes

Atividade de perguntas e respostas semelhante à brincadeira *Passa ou Repassa*⁸.

- NA GINCAMAT-PBH -Dois estudantes são expostos frente à frente, como **A** e **B** no Formato Interativo, mas com alunos em pé e, entre eles, há um aparelho sobre as mesas, com o nome do jogo, conforme mostrado na figura 6.

Figura 11 - Aparelho Passa ou Repassa



Fonte: <https://www.youtube.com/watch?v=SXfqf4vuo3Q>

Após o sinal do juiz, que ficará entre os competidores, os estudantes deverão acionar o botão. O primeiro que acionar terá direito a responder à pergunta. Caso erre a pergunta, passará para seu concorrente. Caso o concorrente também erre, ninguém

⁸ Programa do SBT apresentado pelo comunicador Celso Portioli

pontua e será lida uma nova questão. Será vencedor da rodada aquele que acertar duas questões e seu adversário eliminado. O jogo termina quando o vencedor não tiver mais adversário.

- Na MI essa atividade ainda está em formato experimentação. A aquisição desse aparelho pela direção é um sinal de que a direção da escola começou a se envolver no projeto. O ano de 2020 seria o ano de implantação completa do projeto Matemática Interativa na EMMR.

Ainda que em uma análise mais breve, podemos afirmar que a experiência da gincana na escola foi um passo importante, porém, na elaboração das mesmas atividades na MI, essas atividades foram adaptadas, tendo como foco atingir a INTERAÇÃO prevista pela MI, bem como garantir o protagonismo do aluno, dos grupos de pares e de grupos, sempre em cooperação mútua, em busca de soluções.

4.3. O Planejamento da Matemática Interativa

Para se planejar as atividades da Matemática Interativa foram realizadas buscas diversas. Foram utilizadas como fontes inspiradoras, além das atividades da GINCAMAT-PBH, o SNAP MATH (site de atividades matemáticas), Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), Projeto Visitas da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG). Todos com um único objetivo: inserir o aluno da EMMR no universo da matemática interativa escolar.

Vale destacar, mais uma vez, a contribuição proveniente da proposta de formar grupos de comunidades de matemática sugerida por Walle, (2009, p. 49) quando diz: *“Uma meta muito valiosa é transformar sua sala de aula no que poderia ser chamado de uma ‘comunidade de aprendizes de matemática’, ou um ambiente no qual os estudantes interagem entre si e com o professor”*. A MI se assenta nessa orientação, tentando criar um ambiente que desperte a curiosidade do aluno, principalmente por se tratar de uma forma de aprender diferente daquela vivenciada até aqui.

Também foram feitas pesquisas quanto às formas de aplicação das atividades em que se descobriu a tríade⁹ de formas de ações :

⁹ <https://www.udemy.com/course/criar-atividades-digitais-interativas/>

- Aprender na discussão,
- Aprender na prática
- E aprender ensinando.

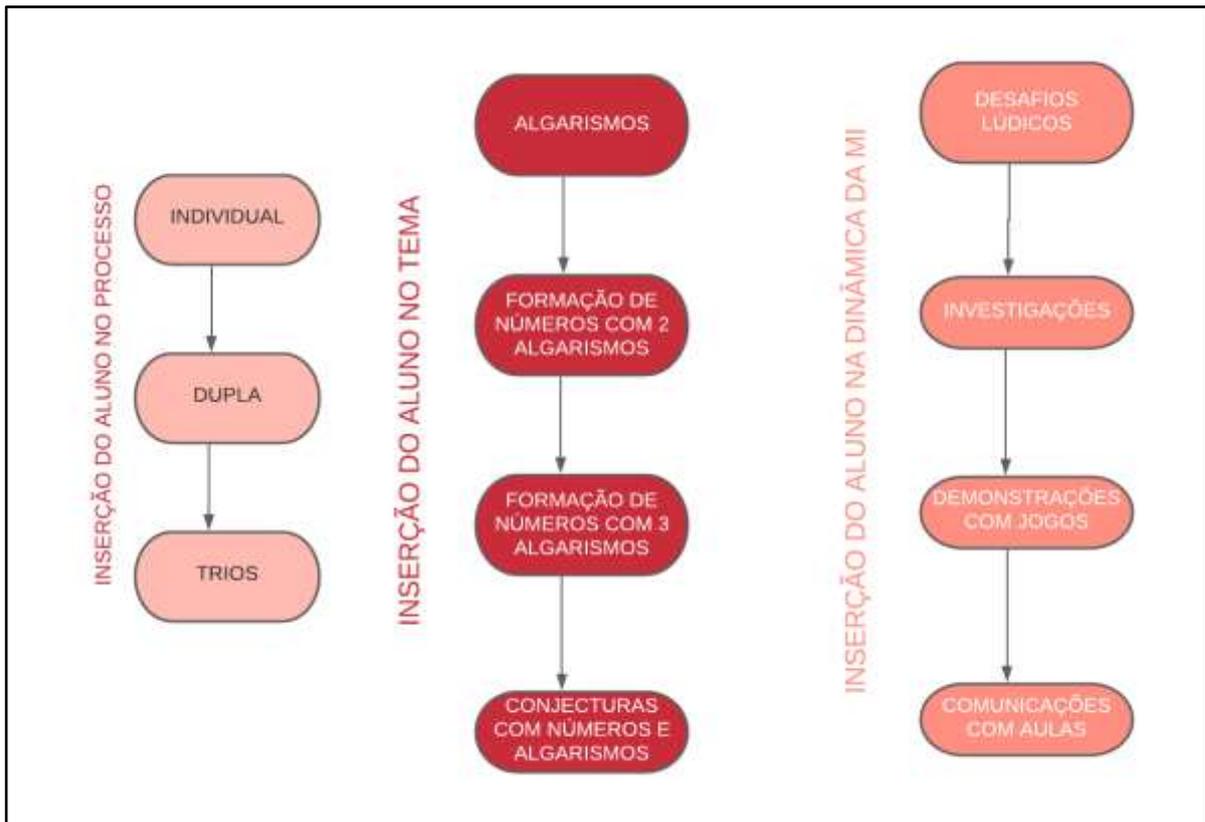
Essa tríade entra em sintonia entre as ações da MI. As discussões, por exemplo, acontecem na MI-02, a prática na MI-03 e no “Ensinando” na MI-04.

A pergunta perseguida desde sempre continuou: Como provocar o interesse do aluno em participar desses eventos, com interesse e gosto? Como fazer o aluno se interessar, para depois atingir os resultados nessas etapas? A solução proposta na MI é provocar o aluno com competições divertidas, provocadas com o uso de desafios, quiz e passatempos, como numa gincana. Destacamos aqui que a concepção de competição na MI é aquela que contém a perspectiva de um esforço para alcançar um determinado objetivo e não um momento de checagem em que é o melhor e o mais competente. Ao contrário, é sempre troca, experimentação e interação. Esse foi o caminho trilhado por este pesquisador.

As sequências didáticas das ações respeitam a seguinte ordem pedagógica:

- De inserção do aluno no processo: É partir de ações individuais na MI – 01, depois ir agrupando em dupla e trios na MI – 02 e, finalizando todo o processo, somente com trios na MI – 03 e MI – 04.
- De atividades mais elementares para mais complexas: A partir de atividades com o uso de desafios (inspirados numa gincana), aprofundar em atividades, fazendo investigações, passar por atividades de manipulação com apoio de jogos e finalizar, comunicando a todos o que conseguiu aprender com o apoio da tecnologia.

As atividades da MI apresentam ações que têm, como objetivos, atender a todas essas proposições anteriores. O diagrama 01 apresenta, de forma gráfica, o desenvolvimento das atividades.

Quadro 5 - Diagrama De Inserção Do Aluno

Fonte: Elaborado pelo autor

4.4. APRESENTAÇÃO DAS ETAPAS DA INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA DESENVOLVIDAS E ANÁLISE DOS RESULTADOS.

4.4.1. MI – 01 – ETAPA DOS DESAFIOS

A MI–01 é a etapa definida como a etapa dos *Desafios*. É uma etapa que sugere a utilização de enigmas, passatempos, desafios lógicos, curiosidades e descobertas e, como forma de cativar os alunos, brincadeiras, competições e diversões tipo gincana. É uma etapa de provocações no aluno. De tentar promover sua inserção no projeto de forma atraente e desejada. É importante pesquisar desafios que trabalham o tema, mas que também seja bem interessantes e que prendam a atenção do aluno.

No tema: Valor Posicional foram escolhidos dois grupos de ações:

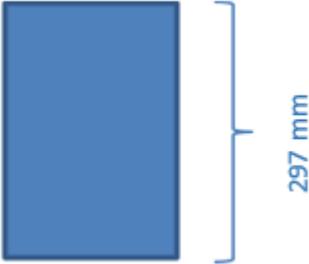
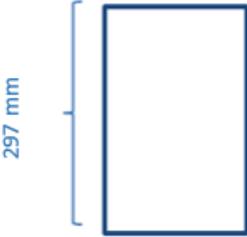
- Escrita e Caracterização dos Algarismos
- Construção de Conjecturas com uso dos Algarismos numa MI-*n*.

Essas ações trabalham a todo momento somente com algarismos. É fazer várias provocações que induzem ao aluno a fazer descobertas por si só.

- No primeiro grupo, as ações propõem que os alunos confeccionem os algarismos e depois participem de uma competição que trabalhem a caracterização desses algarismos em forma de sabatina (quem responde mais rápido) para que possam associar algumas características dos algarismos e usá-las quando eles formarem números.
- No segundo grupo com um kit de algarismos nas mãos, os alunos irão fazer descobertas em cima dessas caracterizações. Vamos a elas:

4.4.1.1. MI-01.1 – Escrita dos Algarismos com LED's

Quadro 6 - Ficha da atividade MI-01.1

Ficha da atividade MI-01.1	
Título	Formação e Identificação dos Algarismos
Objetivo	Reconhecer os algarismos indo arábicos usando o formato digital como modelo de escrita e identificação.
Material Usado	Material de escrita (comum e em cores), Régua 30 cm, Tesoura, Folhas de Rascunho A4 de preferência ou folha de caderno e Cronômetro.
Formação	1 aluno
Carga Horária	2 horas/aula
Orientações para o desenvolvimento da atividade MI-01.1	
<p>O 1º passo é obter a metade de uma folha de papel A4. Considere a folha na posição A4 na posição Retrato, onde a altura é maior que a largura. Depois fazer um corte de forma a obter duas faixas, ficando cada uma com base de 105 mm e a altura 297 mm , colorir uma de suas faces com a cor que desejar e deixar a outra face em branco. Nas figuras 1 e 2 abaixo apresenta as faces nas folhas já cortadas:</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;"> <p>Figura 13 - Face Colorida</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>Figura 12 - Face Branca</p>  </div> </div> <p>2º Passo: A folha deverá ser dobrada verticalmente como mostra a figura 3 abaixo:</p> <div style="text-align: center;"> <p>Figura 14 - Dobra Vertical</p>  </div>	

Continuação - Ficha da atividade MI-01.1

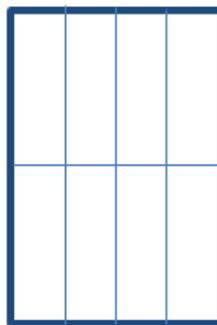
3º Passo: Uma nova dobra igual deverá ser feita, como mostra a figura 4

Figura 15 - Nova Dobra

4º Passo: E finalmente uma dobra horizontal:

Figura 16 - Dobra Horizontal

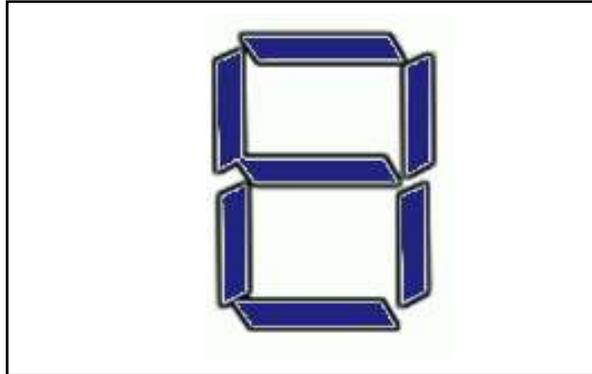
Ao reabrir, a folha ficará com a seguinte formato:

Figura 17 - Formato da folha pós dobraduras

Após as sequências das dobraduras, a folha deverá ser recortada em tiras. As tiras representarão LED's. LED's são dispositivos eletrônicos que: ora estão acesos, ora estão apagados como utilizados nas calculadoras e placares eletrônicos. As faces coloridas serão consideradas LED's apagados e as faces brancas LED's acesos.

Continuação - Ficha da atividade MI-01.1

A primeira ação a fazer é solicitar aos alunos coloquem os LED's de forma apagada sobre a mesa conforme mostra a Figura 7 abaixo:

Figura 18 - Diagrama dos LED's

Fonte: elaborado pelo autor

Uma vez que os LED's estejam apagados os alunos deverão acendê-los virando as fichas adequadas e com isso formar todos os algarismos. Vejam a representação dos algarismos.

Figura 19 - Gabarito de algarismos com os LED's apagados

Fonte:

Agora que os alunos estarão familiarizados com os LED's, eles farão duas investigações individualmente. Cada uma terá 30 segundos para ser concluída.

4.4.1.2. Situações Vivenciadas

- No princípio, houve certa dificuldade em realizar a tarefa. A solução foi construir com os alunos o 0 e o 2. A partir daí os alunos se mostraram mais interessados pela atividade. Essa vivência foi no presencial.
- A atividade seguinte foi realizada via modalidade remota. Após as dobraduras, foi pedido que fotografassem suas produções. Seguem-se alguns resultados:

Figura 20 - Fichinhas recortadas



Fonte: Material de Aluno participante da MI

Depois de recortadas, os alunos foram orientados a escrever algarismos. As imagens abaixo mostram alguns algarismos feitos.

Figura 21 -Representação digital do número 2 com as fichinhas



Fonte: Material de Aluno participante da MI

Figura 22 - Letras que indicam cada Led.



Fonte: Material de Aluno participante da MI

Essas figuras mostram o algarismo 2 com LED's. As letras marcadas são referentes aos LED's a serem apagados. Para colocar essas letras, um estudante utilizou um recurso de edição de captura de telas do celular.

Figura 23 - O LED apagado



Figura 24 - O número 4



Fonte: Material de Aluno participante da MI

Essas figuras mostram a construção do algarismo 8 e 4 feita por alunos.

As experiências de construção dos algarismos podem ser atestadas, também, pelas ocorrências registradas no celular

PROFESSOR: Agora vamos a mais novo conceito. O *LED*

ALUNO E: Fizemos essa atividade na escola eu me lembro

PROFESSOR: Vamos na MI - 01: *Desafios*. Quero escrever o algarismo 1.

Quais LED's devo acender?

ALUNO B: C F

ALUNO E: C,f

PROFESSOR: Testem. Apaguem, por favor.

ALUNO B: Apagar e para fazer o 8 dnv ("De Novo" na linguagem jovial)

PROFESSOR: Sim. Muito bem. Acendam o 2. Nosso amigo está fazendo luzes apagadas. Rsrrsrs. Vocês sabiam que os painéis do Mineirão são feitos de LEDs? Vocês perceberam que podemos mostrar quaisquer algarismos com LEDs?

ALUNO E: Sim

ALUNO D: Ss ("Sim" na linguagem jovial)

PROFESSOR: Que se juntarmos algarismos um ao lado do outro formamos...

ALUNO E: Um número

Depois de realizadas as construções e verificações inicia-se a provocação competitiva.

Essa competição é denominada MI-n., em n corresponde ao número de questões a serem realizadas. Cada pergunta será iniciada com o nome: Problema k. O k corresponde ao número do problema e é escrito em algarismo romano por achar que é uma forma de aplicar esse conteúdo matemático.

Uma vez que o professor propõe o problema k, os alunos deverão responder imediatamente no celular. Aquele que responder primeiro receberá pontos que se somarão ao longo da atividade com os pontos obtidos durante essa MI-n. Após um curto espaço de tempo (cerca de 1 minuto), o professor indica quem foi o primeiro a acertar. Comenta os resultados diversos e apresenta a tabela de classificação. Se

houver novos vocabulários o professor deverá apresentar aos alunos e pedir que anotem num glossário a parte.

4.4.1.3. COMEÇA A GINCANA MI-5

Registro no WhatsApp

PROFESSOR: Então, vejam só, estamos na MI - 01 - *Desafios*. Ela é uma Gincana individual. Então vou fazer aqui 5 perguntas e cada uma vale 2 pontos para o primeiro aluno ou alunas que acertar. Preparados?

PROFESSOR: Pergunta 01 - Qual é o algarismo que usa mais LEDs? Quantos? Valendo.

ALUNO E: 8

ALUNO D: 8

ALUNO A: 8

ALUNO F: 8

ALUNO E: 7 leds

ALUNO A: Ele usa 8 leds

ALUNO E: 8 ele usa 7 leds

PROFESSOR: Placar Atual -

1º Lugar – Aluno E - 6 pontos

2º Lugar – Aluno A - 4 pontos

Os problemas que formam os testes são:

Quadro 7 - Problemas k da MI-01.1 a serem testados.

k	Problemas
I	Qual é o máximo de LED's acesos deveremos usar para representar um algarismo? Em qual algarismo?
II	Qual é o mínimo de LED's acesos deveremos usar para representar um algarismo? Em qual algarismo?
III	Quero formar um número natural que tenha dois algarismos distintos, qual número consigo formar que utilizam o mínimo de LED's acesos?
IV	Quantos LED's precisaríamos para escrever o número 245? E o número 542? Qual usaria mais? São iguais? Por quê?

V	Qual é o número máximo de LED's acesos necessários para escrever um número formado por 3 algarismos distintos? E o que tem menos?
----------	---

Fonte: Elaborado pelo autor

Esse primeiro momento foi para estimular a participação de todos. Seguem-se alguns comentários:

PROFESSOR: Bem pessoal. Está na hora de encerrarmos. O que acharam da Matemática Interativa?

ALUNO H: Boa

ALUNO J: Bem legal

ALUNO I: Legal

4.4.1.4. Análise da aplicação MI-01.1 Resultados obtidos

Nessa etapa os alunos demonstraram interesse, envolvimento e foram bastante interativos. Na segunda figura identificamos que um aluno utilizou um recurso de escrita do WhatsApp para se referir aos LED's a serem acesos. Ele está usando seu conhecimento aprendido sobre LED e procurando identificá-los.

No diálogo, foi possível perceber um maior número de aluno se envolvendo na atividade. Isso mostra que o ato de competir estimulou alunos a participarem. No final, eles expressam essa satisfação.

A MI utilizada nessa gincana foi a MI 5, ou seja, contendo 5 problemas. Foram mostradas apenas as perguntas utilizadas e, nessa competição, exclusivamente, cada uma valeu 2 pontos.

Como eixo desafiador, os problemas foram pensados na forma de investigação, quando o estudante foi provocado a pensar nos LED's acesos. Assim, ele já estava sendo preparado para a MI – 02. Ao final, foi mostrado o resultado da competição.

Placar MI-01.1

<p>1° Lugar – Aluno E - 6 pontos</p> <p>2° Lugar – Aluno A - 4 pontos</p>

4.4.1.5. MI – 01.2 – Caracterização dos algarismos com ajuda de uma MI-10

Os alunos deverão utilizar fichas de papel contendo todos os algarismos para agilizar a competição e poder responder mais problemas k. Nesse momento foi solicitado que o aluno previamente produzisse seus kits de algarismos. Um kit de algarismo é um conjunto com os 10 algarismos indo-arábicos.

Para realização das atividades iniciais, os alunos utilizarão um kit, porém ,ao longo das aulas de matemática seriam necessários a confecção de mais dois kits.

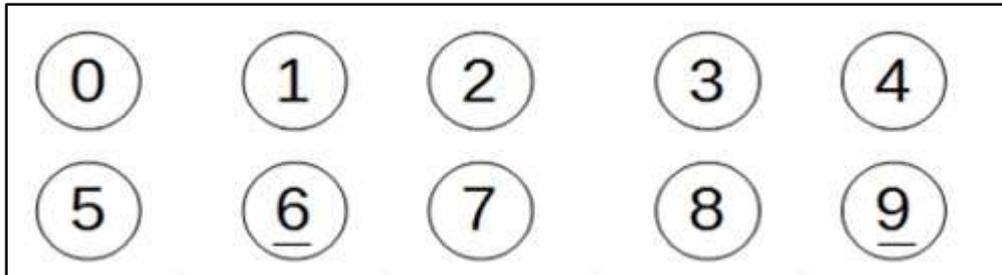
Quadro 8 - Ficha da Atividade de Confecção de Fichas com Algarismos

Ficha da atividade MI–01.2	
Título	Identificação Dos Algarismos
Objetivo	Fazer relações entre os algarismos indo arábicos utilizando prova oral.
Material Usado	Material de escrita, Régua 30 cm, Tesoura, Folhas de Rascunho A4 de preferência ou folha de caderno, objeto redondo (exemplo: pequeno copo, moeda R\$ 1,00 ou pulseira infantil).
Formação	1 aluno
Carga Horária	30 minutos
Orientações para o desenvolvimento da atividade	

Com o material redondo eles terão que desenhar 10 circunferências e escrever em cada centro um algarismo diferente. Lembre-se de colocar um sinal de “-“ abaixo do 6 e do 9.

Depois recortar e fazer as fichas como mostra a figura abaixo mostra o exemplo de um Kit com Algarismos.

Figura 9 – Kit com Algarismos



Continuação - Ficha da atividade MI-01.2

AÇÕES

Após a confecção de pelo menos um kit com algarismos, os alunos foram provocados em uma MI-10. Foi sugerido que os alunos colocassem lado a lado, as 10 fichinhas contendo cada algarismo. As fichinhas seriam utilizadas apenas como material de apoio, porém as respostas deverão ser escritas no WhatsApp. Aos alunos foram dados a liberdade de colocar o kit com algarismos da maneira que lhes conviessem. Contudo, ao longo da primeira MI-10, foi destacado que o aluno que dispusessem as fichinhas em ordem crescente, chegariam à solução com mais rapidez. Daí foi necessário ensinar dois conceitos: Crescente e Decrescente.

A lista de problemas k são mostradas na lista abaixo:

Quadro 9 - Problemas k da MI-01.2 a serem testados.

k	Problemas
I	Qual é o maior algarismo?
II	Qual é o menor algarismo?
III	Qual é o maior algarismo par?
IV	Qual é o menor algarismo ímpar?
V	Quantos algarismos pares ímpares existem?
VI	Quantos algarismos são maiores que 6?
VII	Quantos algarismos são menores que 4?
VIII	Quantos algarismos são maiores que 9?
IX	Qual é o algarismo menor que 0?
X	Qual é o algarismo que é anterior ao 8, posterior ao 4 e par?

Fonte: Elaborado pelo autor.

Essa gincana propõe que o estudante manipule os algarismos elaborados para identificar suas características quanto a: se par ou ímpar, se é maior ou menor, se vem antes e depois. Em todas elas há um aprofundamento quanto à diferença entre as diferenças entre as perguntas: *Quantos?* e *Qual?*

Na versão presencial, o aluno deverá desenhar a tabela abaixo, no caderno, e colocar suas respostas na coluna solução. Na versão remota, o aluno deverá escrever sua resposta no WhatsApp.

Quadro 10 - Folha de respostas

NOME DO ALUNO:	
PROBLEMA	SOLUÇÃO
I	
II	
III	
IV	

V	
VI	
VII	
VIII	
IX	
X	

Fonte: Elaborado pelo autor.

Quadro 11 - Sugestões de Inferências

SUGESTÕES DE INFERÊNCIAS		
		<ul style="list-style-type: none"> Por que são 10 fichas?
		<ul style="list-style-type: none"> Por que há pessoas que acham que são 9 fichas?
		<ul style="list-style-type: none"> Numa aula posterior a essa, foi solicitado que o aluno relacionasse o valor a ser descoberto a uma letra do nosso alfabeto qualquer. A partir daí os alunos deveriam escrever dando valor a letras. Estaria inicializando a álgebra.
		<ul style="list-style-type: none"> Os problemas seriam os mesmos relatados anteriormente, contudo o aluno deverá descobrir o valor da letra.
		<ul style="list-style-type: none"> Como ponto de partida foi informado que \underline{a} representa um algarismo. Sendo assim as perguntas passaram a ser assim:
<i>k</i>	Problema	Resposta esperada
I	Qual é o valor de \underline{a} se ele representa o maior valor possível?	$a = 9$
II	Qual é o valor de \underline{a} se ele representa o menor valor possível?	$a = 0$
III	Qual é o valor de \underline{a} se ele representa o maior valor par possível?	$a = 8$
IV	Qual é o valor de \underline{a} se ele representa o menor valor par possível?	$a = 0$
	Obs: Alguns alunos acham que zero não é par.	
V	Se \underline{a} representa um valor ímpar. Quantos valores diferentes \underline{a} pode assumir?	$a = 5$
VI	Se \underline{a} representa um valor maior que 6, quantos valores diferentes \underline{a} pode representar?	$a = 3$
VII	Se \underline{a} representa um valor menor que 4, quantos valores diferentes \underline{a} pode representar?	$a = 4$
	Obs: Alguns alunos esquecem do zero	

VIII	Se \underline{a} representa um valor maior que 9, quantos valores diferentes \underline{a} pode representar?	$a = 0$
IX	Se \underline{a} representa um valor menor que 0, quais valores \underline{a} pode representar?	$a = \text{nenhum}$
	Obs: Esse problema complementa a questão VIII confrontando respostas numérica e escritas.	
X	Se \underline{a} representa um valor maior que 4, menor que 8 e par, qual é o valor de \underline{a} ?	$a = 6$

4.4.1.6. Análise da aplicação MI – 01.2 - Resultados obtidos

A realização dessa atividade no presencial foi realizada com grande sucesso com o público presente. Contudo, os resultados obtidos na mesma atividade, na forma remota, tiveram alguns resultados mais significativos. As produções e conversas no formato remoto, via WhatsApp, serão mostradas na MI-10, abaixo.

PROFESSOR: Problema I - Qual é o maior algarismo?

ALUNO E: 9

ALUNO A: 9

ALUNO I: 9

ALUNO B: 9

PROFESSOR: Problema VI: Quantos algarismos há maiores que 6?

ALUNO H: 4

ALUNO F: 5

ALUNO I: 5

ALUNO E: 3

ALUNO B: 4

ALUNO A: 3

PROFESSOR: Problema IX: Qual é o algarismo menor que 0?

ALUNO C: Nenhum

ALUNO H: Nenhum

ALUNO G: Nenhum

ALUNO A: Nenhum

ALUNO I: Nenhum

ALUNO B: nenhum

PROFESSOR: 1º Lugar – ALUNO B - 3 pontos

2º Lugar – ALUNO D/ALUNO E - 2 pontos

3º Lugar – ALUNO I/ALUNO J/ALUNO K - 1 ponto

PROFESSOR: Bem, essa foi a primeira gincana. Gostaram?

ALUNO J: Sim

ALUNO H: Sim

ALUNO K: Sim

ALUNO G: Sim

PROFESSOR: Essas brincadeiras vamos fazer muito, quando voltarmos para o ensino presencial.

ALUNO E: Sim

ALUNO G: Que legal!

ALUNO J: Foi bom, agora tenho dois títulos de campeão.

ALUNO F: Legal

ALUNO K: Tomara

PROFESSOR: Por isso quero que vocês comentem aqui o que acharam.

ALUNO D: Vai ter mais?

ALUNO J: Hoje vai ter mais?

ALUNO G: Acho bem mais interativo

ALUNO D: Muito bom.

Foram expostos aqui apenas três problemas, pois apresentar os dez que foram desenvolvidos tornaria a exposição exaustiva. Novamente foi feita uma sabatina de questões em forma de competição, como numa gincana. Esse modo de conduzir os alunos ao raciocínio ajudou a que muitos alunos interagissem e se mostrassem satisfeitos, como se pode verificar nos comentários finais.

A MI-*n* tem se tornado uma referência em atrair o estudante para a prática das atividades. Assim, mesmo sendo uma ação da MI-01, ela se torna um momento de abertura para as demais atividades da MI.

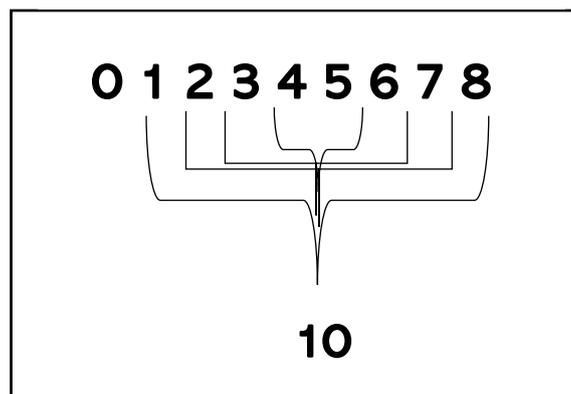
As características dos algoritmos estavam sendo gradativa e consideravelmente utilizadas, para que o estudante possa desenvolvê-las aos poucos e utilizá-las quando precisar formar números de dois ou três algarismos.

Após a prática das atividades anteriores, entendemos que muitos alunos já se encontravam mais familiarizados com os Algarismos. Reconhecemos que, nesse momento, é importante realizar tarefas capazes de permitir que os alunos possam conjecturar com os Algarismos, para que esse conhecimento vá se consolidando. Nesse sentido, foi escolhida uma atividade que requer domínio sobre Algarismos, para serem realizadas: Soma Spoke¹⁰.

4.4.1.7. MI – 01.3 – Aplicando o conhecimento num jogo individual.

O Soma Spoke é um jogo individual que propõe ao aluno fazer descobertas diversas, utilizando a característica dos Algarismos quanto à soma entre eles. Pretendemos que o aluno compreenda que os pares de Algarismos abaixo, se somados, dão o mesmo resultado e que essa habilidade pode ajudar num futuro cálculo mental.

Figura 25 - Cálculo Soma Spoke



Fonte: Elaborado pelo Autor

¹⁰ www.mathfair.com

Quadro 12 - Ficha da atividade MI-01.3

Ficha da atividade MI-01.3	
Título	Soma Spoke
Objetivo	Saber utilizar as fichas com Algarismos para resolver problemas matemáticos.
Material Usado	Material de escrita, Régua 30 cm, Tesoura, Folhas de Rascunho A4 e Cronômetro.
Formação	1 aluno
Carga Horária	1 hora/aula

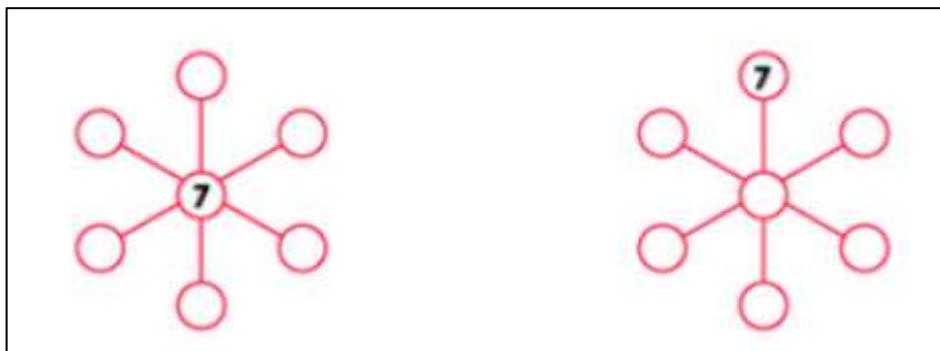
Fonte : Elaborado pelo autor

Continuação da Ficha da atividade MI-01.3

Orientações para o desenvolvimento da atividade

O aluno deverá desenhar o tabuleiro mostrado na Figura 26. Essa foi uma adaptação do jogo apresentado no site da SNAP.

Figura 26 - Soma Spoke



O aluno selecionará as fichas de 1 a 7. Após desenharem o tabuleiro, solicitar que coloquem o algarismo 7 no centro, como mostrado na figura 13. Ele terá 1 minuto para descobrir o segredo. O jogo consiste em dispor os algarismos de 1 a 6 colineares de forma que as somas em cada linha tenham o mesmo total.

Quadro 13 - Sugestões de Inferência

SUGESTÕES DE INFERÊNCIA
<ul style="list-style-type: none"> • Pedir que experimentem tirar do centro o 7 substituindo-o pelas fichas que estão de fora: 8, 9 e 0;
<ul style="list-style-type: none"> • Propor que pensem no que aconteceria se colocássemos números maiores como 67, ou 138 no centro;
<ul style="list-style-type: none"> • E se colocássemos uma letra?
<ul style="list-style-type: none"> • Volte com as fichas de 1 a 7 e coloque agora o 7 fora do centro como mostrado na figura 13. Colocar as demais fichas de tal forma que as somas colineares deem o mesmo total;
<ul style="list-style-type: none"> • Propor que coloquem o 8, 9 e 0 no lugar do 7 e testar novamente. Com quais fichas conseguiremos resolver os desafios.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Espera-se que, ao final, os alunos tenham mais domínio sobre a caracterização dos algarismos quanto aos pares de algarismos que, se somados, resultam numa mesma soma. Com isso eles serão capazes de operar com futuros cálculos mentais.

Garcia, (2012), introduz com uma fala de “Kamii que explica: “[...], o número é construído por cada criança a partir de todos os tipos de relações que ela cria com os objetos ” e conclui: “ Ela constrói progressiva e interiormente a capacidade de contar com sucesso os objetos e essa capacidade só está consolidada quando ela consegue coordenar várias ações sobre os objetos [...] a fim de quantificá-los”. GARCIA,2012,p.3)

4.4.1.8. Análise da aplicação MI – 01.3. Resultados obtidos

Essa é mais uma atividade que obteve grande sucesso ao ser realizada na forma remota. Os alunos foram convidados a dar respostas escritas no WhatsApp, quando solicitado e os alunos foram orientados a fotografarem, com seus celulares, as suas produções. Abaixo, um resultado:

Figura 27- Solução utilizando 0 (zero)



Fonte: Material de Aluno participante da MI

Nessa imagem, um aluno apresentou sua solução com a utilização do 0.

No início, os alunos demoraram para entender o objetivo desse desafio. Com o passar do tempo, eles conseguiram amadurecer e adquirir confiança em seus trabalhos, ficando, no final, satisfeitos com o resultado obtido, conforme se constata na conversa abaixo:

PROFESSOR: Troquem o 7 pelo 8 e testem

ALUNO B: Agora é o 8 no centro?

ALUNO A: Muda a soma, mas todos ficaram iguais

PROFESSOR: Agora prestem bem a atenção. Tirem o 8 e ponham o 9 em seu lugar e testem.

ALUNO D: Está certo professor? Eu somei cada lado e deu 16.

PROFESSOR: Tirem o 9 e ponham agora o 0 e testem.

ALUNO A: Não tive que trocar os algarismos

PROFESSOR: Agora vamos pensar. Se colocarmos o 48 no meio vai funcionar?

ALUNO E: Não vai mudar nada

PROFESSOR: Esse jogo fez parte do festival de matemática que acontece anualmente no Canadá.

ALUNO A: Interessante

ALUNO B: Muito legal

ALUNO C: Top

A utilização das fichinhas permitiu que o aluno pudesse manipular os algarismos e fazerem testes. Assim, a busca pela solução do problema proposto proporcionou a utilização do conhecimento adquirido sobre a característica do algarismo.

4.4.2. MI-02 – ETAPA DAS INVESTIGAÇÕES

Para se realizar essa etapa, espera-se que o aluno tenha realizado a etapa MI-01, quando demonstrou compreensão sobre as características dos Algarismos.

A partir desse momento, as atividades são realizadas em grupo. Inicialmente em duplas e, depois, em trios. Na forma remota, o grupo de WhatsApp ficou caracterizado como um único grupo para debates. Contudo, as discussões sempre foram o principal foco que garantiram a interação necessária à realização das tarefas.

Na Matemática Interativa presencial é o momento em que os alunos se posicionem no Formato Interativo. Esse formato é a disposição de alunos, cadeiras e mesas, em que um aluno três alunos se posicionam da seguinte forma: **(A)** fica de frente para outro aluno **(B)** e o aluno **C** fica de frente para a lousa.

Quadro 14 - Formação de Números Naturais formados por 2 algarismos

Ficha da atividade	
Título	Formação De Números Naturais de 2 Algarismos
Objetivo	Saber classificar, ordenar, contar e representar números observando seus algarismos.
Material Usado	Material de escrita, Régua 30 cm, Tesoura, Folhas de Rascunho A4 e Cronômetro.
Formação	2 alunos
Carga Horária	1 hora/aula

Com as fichas algarismos, os alunos foram convocados a realizar descobertas, a partir das investigações propostas.

Quadro 15 - Ficha de respostas

NOME DO ALUNO:	
PROBLEMA	SOLUÇÃO
I	
II	
III	
IV	
V	
VI	
VII	
VIII	
IX	
X	

Fonte: Elaborado pelo autor

Quadro 16 - Problemas k a serem testados

k	Problemas
I	Qual é o maior número natural formado por 2 algarismos?
II	Qual é o menor número natural formado por 2 algarismos?
III	Qual é o maior número natural par formado por 2 algarismos?
IV	Qual é o menor número natural ímpar formado por 2 algarismos distintos?
V	Qual é o maior número natural formado por 2 algarismos pares?
VI	Qual é o menor número natural formado por 2 algarismos ímpares distintos?
VII	Qual é o maior número natural formado por 2 algarismos em que o algarismo da 1ª ordem seja o dobro do algarismo da 2ª ordem?
VIII	Qual é o menor número natural formado por 2 algarismos em que o algarismo da 1ª ordem seja o triplo do algarismo da 2ª ordem?
IX	Quantos números naturais formados por 2 algarismos existem?
X	Quantos números naturais pares formados por 2 algarismos existem?

Fonte: Elaborado pelo autor

Essa atividade foi realizada no formato presencial e no remoto.

Quadro 17 - Orientações para o desenvolvimento da atividade

Orientações para o desenvolvimento da atividade
<p>Com as fichas algarismos, os alunos serão convocados a fazer descobertas com as investigações propostas.</p> <p>Para realização dessa atividade, na forma presencial, é importante realizá-la na sequência:</p> <ol style="list-style-type: none">1. Pedir aos alunos que se sentem em duplas, com liberdade de escolha do colega. Se a turma tiver um número ímpar de alunos, a sugestão foi permitir que apenas um grupo tenha três integrantes.2. Solicitar que levem consigo suas fichas, contendo algarismos confeccionadas.3. Entregar à dupla uma tabela de pontuação, semelhante à tabela para cada aluno da dupla e, assim, preparar para uma MI-10.4. Instruir que coloquem os nomes dos integrantes da dupla nessa tabela.5. Depois de falados todos os problemas e anotados, os alunos deverão se preparar para apresentar suas respostas.6. Para cada questão, o professor vai ler e dar 30 segundos para que os alunos discutam suas opiniões.7. Após esse tempo, ele dará um sinal e cada aluno da dupla vai se levantar, segurando um algarismo que, estando lado a lado com seu companheiro, formará um número com 2 algarismos.8. Ao final dessa atividade, cada dupla entregará uma de suas fichas ao professor.

Na forma remota, as respostas foram escritas e debatidas pelo WhatsApp.

4.4.2.1. Análise da aplicação MI- 02.1. Resultados obtidos

Situações Vivenciadas – No Presencial

- Houve discussão sobre o algarismo 0 se é ou não par. Alguns alunos alegaram que o 0 é elemento neutro, por isso ele não poderá ser par ou nem ímpar. Matematicamente o 0 é um número natural par, pois todo número natural par pode ser escrito na forma $2x$. Numa linguagem apropriada para o público, é dizer que um número natural par é um número que seja dobro de outro número par. Como 0 é dobro de 0, então 0 é par. A justificativa em ser neutro está relacionada ao estudo de sinais entre números inteiros.
- Houve 100% de atenção, mesmo acontecendo em uma aula pós-intervalo (tradicionalmente agitadas);
- Alguns comentários: “– Não quero mais ir ao banheiro. Vou esperar o recreio”. “– Já acabou a aula? ”. Esses comentários foram animadores. Em aulas tradicionais, os alunos, frequentemente, pedem para sair. Durante as atividades da MI eles não aplicam esta tática. Quando comentam que nem repararam no tempo que passou, é um sinal de que estavam tão envolvidos que não se preocuparam com o tempo.
- Houve dificuldade em trabalhar diferenças entre 12 e 21, números com ordens trocadas. Foi a oportunidade criada para explicar sobre as ordens de algarismos na formação do número e como elas interferem na formação do número. O valor posicional foi reconhecido por muitos, nesse momento.
- Curiosidade em formar e aprender números em cuja 2ª ordem, quando aparece o 0.

Situações vivenciadas – Registro no WhatsApp

- PROFESSOR: Problema I: Qual é o maior número formado por 2 algarismos?
- ALUNO G: 99
- PROFESSOR: Problema IV: Qual é o menor número ímpar formado por 2 algarismos distintos?
- ALUNO C: 13. Porque não pode repetir o número.
- PROFESSOR: Como você descobriu?

- ALUNO H: Por causa da palavra distintos
- PROFESSOR: Problema V: Qual é o maior número formado por 2 algarismos pares?
- ALUNO G: 88
- ALUNO A: Qual número a ALUNA G respondeu?
- ALUNO H: 88
- PROFESSOR: Vejam o número 98 tem quantos algarismos?
- ALUNO A: 2
- ALUNO B: 2
- ALUNO K: 2
- ALUNO H: 2
- ALUNO G: 2
- ALUNO J: 2
- ALUNO C: 2
- PROFESSOR: Qual deles está na primeira ordem?
- ALUNO A: 8
- PROFESSOR: Um número é par se o algarismo da 1a. ordem for par. Logo 98 é um número par.
- PROFESSOR: Porém o problema diz. Algarismos pares e não número par. Logo, os dois algarismos tem que ser par.
- ALUNO K: Tendi
- ALUNO B: Ataa
- PROFESSOR: Problema X: Quantos números pares formados por 2 algarismos existem?
- ALUNO A: 90
- ALUNO B: 80
- ALUNO A: 70
- ALUNO C: 99
- ALUNO A: 60
- ALUNO C: 98
- ALUNO H: 45
- ALUNO A: 45
- ALUNO C: 45

- ALUNO B: 45
- ALUNO B: 46
- ALUNO F: 44?
- PROFESSOR: Vejam que, assim como metade dos algarismos são pares, a metade dos números formados por 2 algarismos também são pares.

Em seguida, foi apresentada uma atividade que propõe usar os conhecimentos adquiridos sobre as características do algarismo. Em especial, uma atividade em que o aluno pudesse exercitar as ordens dos algarismos, através de investigações. Como recurso didático, foi utilizado o Jogo Crescente.

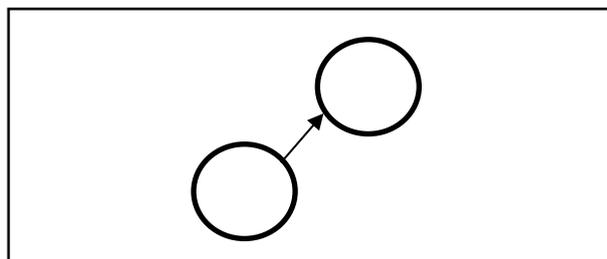
4.4.2.2. MI – 02.2 – O Jogo Crescente

Quadro 18 - O Jogo Crescente

Este jogo consiste em colocar os algarismos sobre tabuleiros desenhados, como mostra a figura de forma que o sentido da seta seja crescente. Ou seja, o algarismo anterior à seta terá que ser menor que o posterior. Ao final dessa atividade, espera-se que o aluno tenha compreendido bem a caracterização dos algarismos quanto a maior e menor.

Partindo de um tabuleiro simples, o aluno irá pegar as fichas com o 1 e o 2 e colocar no tabuleiro 1.

Figura 28 - Tabuleiro 1

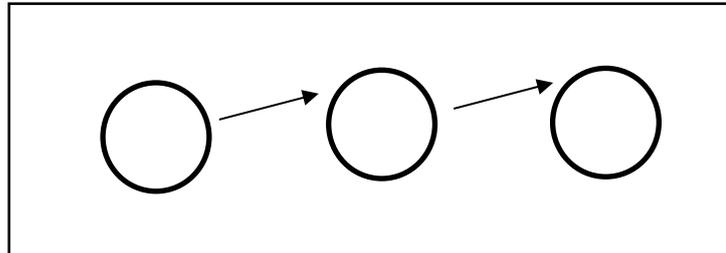


Fonte: Elaborado pelo autor

Uma vez que ele experimentou fazer com o 1 e o 2, agora ele deverá testar com os algarismos 3 e 8.

Nos passos seguintes, os tabuleiros vão se modificando e o número de fichas também. Com as fichas 1, 2 e 3 o aluno deverá fazer o mesmo no tabuleiro 2.

Figura 29 - Tabuleiro 2



Fonte: Elaborado pelo autor

Nesse momento é importante provocar o aluno a que encontre uma outra solução para esse tabuleiro, utilizando os mesmos algoritmos: 1, 2 e 3.

Ele irá notar que não há outra possibilidade. Ou ainda, há apenas uma maneira de resolver.

Daí a necessidade de fazer a investigação nos tabuleiros 3 e 4 abaixo:

Figura 30 - Tabuleiro 3

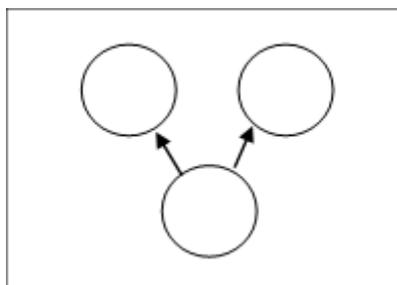
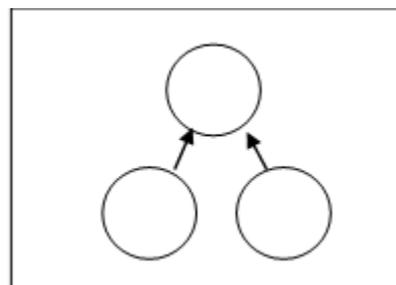


Figura 31 - Tabuleiro 4



Fonte: Elaborado pelo autor

Nesses tabuleiros, os alunos deverão investigar e descobrir que há duas soluções para cada um deles, usando os mesmos algoritmos.

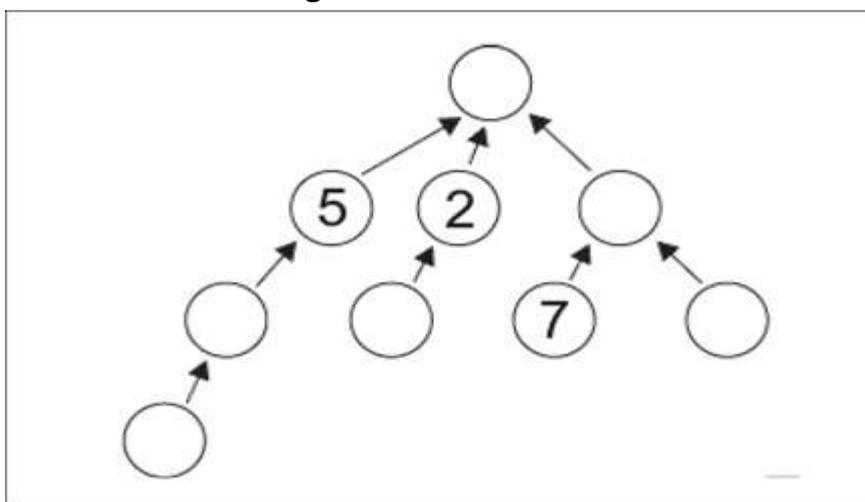
Quadro 19 - Sugestões de Inferência

Sugestão de Inferência

Provoque o aluno questionando: se os tabuleiros 3 e 4 utilizam a mesma quantidade de algarismos que o tabuleiro 2, por que esse último só tem uma solução? Nesse momento, apresentar o conceito: *Colinear*.

Depois de consolidados esses tabuleiros, os alunos deverão pegar os algarismos de 1 a 9 e preencher o tabuleiro 5 abaixo:

Figura 32 - Tabuleiro 5



Fonte: Elaborado pelo autor

4.4.2.3. Análise da aplicação MI- 02.2. Resultados obtidos

Essa atividade foi realizada apenas presencialmente. A seguir, veremos as conversas realizadas no formato remoto, quando os alunos se mostraram interagindo com a proposta da atividade, enviando fotos de suas produções:

Figura 32 - 1º um tabuleiro com duas fichinhas.

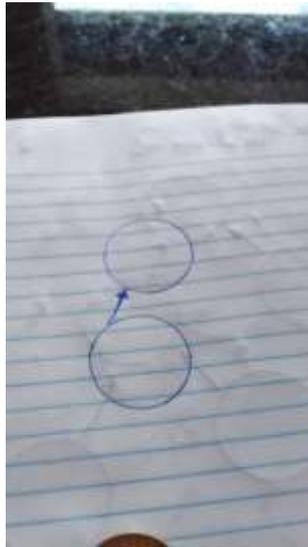


Figura 33 - Tabuleiro para duas fichinhas: 1 e 2. Quantas soluções?



Figura 34 - Solução apresentada

Agora, as produções com tabuleiros, contendo três algarismos.

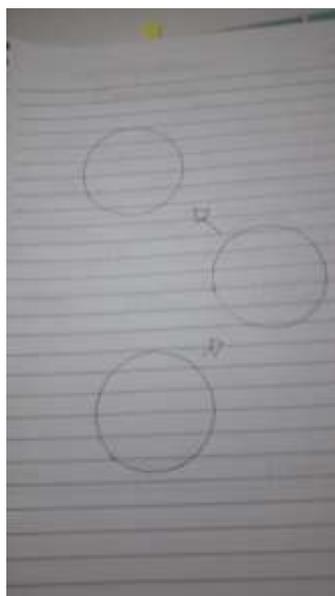


Conversas e seu Registro no WhatsApp

- PROFESSOR: Esse é o tabuleiro 3.
- PROFESSOR: Agora coloquem as fichinhas.
- PROFESSOR: Você fez decrescente
- ALUNO C: A agora que eu vi. Nesse momento tornou-se importante confrontar os conceitos: Crescente e Decrescente.
- PROFESSOR: Então temos até agora duas respostas possíveis para esse tabuleiro.
- ALUNO C: Sim
- ALUNO A: Sim
- PROFESSOR: Tem mais alguma solução diferente?
- ALUNO C: Acho que não
- PROFESSOR: Ser crescente não necessariamente precisa ser seguido.
- PROFESSOR: Vamos encerrar a nossa aula de hoje.
- ALUNO A: Já deu a hora? Nossa, o tempo passa rápido.
- ALUNO J: nem percebi o tempo passar. Aqui há um teste sobre a satisfação de realizar essas ações de investigação.
- PROFESSOR: Está certo. Mas a pergunta foi: Quantas maneiras diferentes de dar resposta correta no tabuleiro 3?
- ALUNO C: 3
- ALUNO A: Não pode fazer decrescente certo?

- ALUNO A: Eu tô pensando quantas formas tem
- ALUNO J: eu acho que são 4
- ALUNO C: e acho que são 3
- PROFESSOR: Agora, desenhem um tabuleiro com três círculos.
- ALUNO J: nossa eu estou ficando muito bom nessas atividades de matemática.
- PROFESSOR: Bem, vou deixar um para casa. Vocês vão inventar um tabuleiro com 5 círculos e descobrir as maneiras.
- PROFESSOR: Agora quantas soluções para o tabuleiro inventado pela ALUNO A?

Figura 35 - Tabuleiro da Aluna A



- PROFESSOR: Estar crescendo não implica que tenha que ser seguido. Por exemplo 1 -> 2 é crescente, mas 1 -> 3 também é.
- PROFESSOR: Correto. Por que só tem uma solução?
- ALUNO G: pq todos só tem uma ligação e se trocar algum número fica errado.
- PROFESSOR: Ou seja, os círculos estão
- ALUNO C: Colineares
- ALUNO A: Colineares

Até o momento, o aluno aprendeu a jogar na MI – 01, depois, foi estimulado a investigar na MI – 02 e, agora, ele se encontra desafiado a criar seu próprio jogo e

colocar seus colegas para jogar. Tudo via WhatsApp. Essa prática fez os alunos aprenderem sobre a palavra COLINEAR e esse aprender empolgou.

Mais uma vez, as características dos algoritmos estão se tornando cada vez mais consolidadas. Esse conhecimento foi comprovado na MI-10 com 2 algoritmos e será utilizado nas próximas etapas.

4.4.3. MI – 03 – ETAPA DAS DEMONSTRAÇÕES

Nessa etapa, o primeiro passo é começar a partir de onde o aluno está. Nas ações da MI, ele está num momento pós MI-02, quando participou de debates sobre caracterização dos algarismos. O passo agora é utilizar jogos que potencializem a relação entre os algarismos, quanto a maior e a menor.

O jogo é algo divertido, que as crianças adoram. Ele dá ao pré-adolescente a chance de experimentar, porque permite aprender com erros e acertos; a buscar estratégias, utilizando o conteúdo aprendido e transforma a sala de aula num ambiente agradável. No ensino remoto, ele transforma a aula em momento de agradável troca e interação.

Os grupos deverão estudar o jogo, organizá-lo e preparar todos os materiais necessários para a realização desse momento e, depois, criar estratégias para explicar o jogo a outras pessoas.

Devido à situação pandêmica, a elaboração do jogo se transformou numa simples produção de tabuleiro do Jogo Crescente. Essa estratégia foi pensada, por se tratar de uma forma mais fácil de ver o aluno produzindo jogos com recursos que, possivelmente, estão ao seu alcance.

Essa ação é uma continuação das atividades investigadas na MI-02, com a diferença de que os alunos iriam produzir seu próprio tabuleiro e, depois, desafiarem seus colegas como num jogo.

Como início dessa etapa, foi proposto uma MI-10 para números naturais, formados por 3 algarismos.

Quadro 20 - Formação de Números Naturais de 3 algarismos

Ficha da atividade	
Título	Formação De Números De 3 Algarismos
Objetivo	Saber classificar, ordenar, contar e representar números observando seus algarismos.
Material Usado	Material de escrita, Régua 30 cm, Tesoura, Folhas de Rascunho A4 e Cronômetro.
Formação	2 alunos
Carga Horária	1 hora/aula

Entregar ao trio uma tabela de pontuação, semelhante à tabela para cada aluno da dupla e preparar para uma MI-10.

Quadro 21 - Ficha de Respostas

NOME DO ALUNO:	
PROBLEMA	SOLUÇÃO
I	
II	
III	
IV	
V	
VI	
VII	
VIII	
IX	
X	

Fonte: Elaborado pelo autor

Quadro 22 - Problemas k a serem testados.

k	Problemas
I	Qual é o maior número natural formado por 3 algarismos?
II	Qual é o menor número natural formado por 3 algarismos?
III	Qual é o maior número natural par formado por 3 algarismos?
IV	Qual é o menor número natural ímpar formado por 3 algarismos distintos?
V	Qual é o maior número natural formado por 3 algarismos pares?
VI	Qual é o menor número natural formado por 3 algarismos ímpares distintos?
VII	Quantos números naturais formados por 3 algarismos posso formar utilizando o 2, 4 e 5?
VIII	Quantos números naturais formado por 3 algarismos e menores que 400 consigo formar utilizando 1, 3 e 6?
IX	Quantos números naturais formados por 3 algarismos existem?
X	Quantos números naturais pares formados por 3 algarismos existem?

Fonte: Elaborado pelo autor

4.4.3.1. Análise da aplicação MI- 03.1. Resultados obtidos

Situações vivenciadas – No Presencial

- Houve questionamento do porquê estavam em trios. Um aluno apresentou sua opinião: “Se representamos cada um algarismo e precisamos formar números compostos por 3 algarismos, então precisamos nos sentar em trios”;
- Na questão 02, que pede o menor número natural formado por três algarismos, muitos alunos responderam 123, enquanto a solução correta seria 102. Alguns alunos argumentaram dizendo que o 0 não poderia aparecer na ordem das dezenas como trabalhado na atividade de formação de número com 2 algarismos. Nesse caso, como os números são formados por 3 algarismos, o 0 não poderá aparecer na 3ª ordem, ou ordem das centenas.
- Apareceram, em alguns casos, o número 012. Foi aberto debate sobre isso e, ao final, determinado que na 3ª ordem não poderia vir o algarismo 0.

Situações vivenciadas – Registro no WhatsApp

- PROFESSOR: Problema I: Qual é o maior número formado por 3 algarismos?
- ALUNO A: 999
- ALUNO C: 999
- ALUNO G: 999
- ALUNO A: 999
- ALUNO F: 999
- ALUNO H: 999
- PROFESSOR: Problema VII: Quantos números formados por três algarismos consigo formar, usando os algarismos 2, 4 e 5?
- ALUNO A: 6
- ALUNO C: 6
- ALUNO H: 6
- PROFESSOR: Problema X: Existem quantos números pares formados por três algarismos?
- ALUNO A: Porque nós vamos repetir os algarismos pares 5 vezes: 0 2 4 6 8
- ALUNO C: Como assim
- ALUNO A: Temos 900

- ALUNO C: Sim
- ALUNO A: Eu vou ter ele em 9 números. Aí eu multipliquei 9×5 . Que ficaria 45
- ALUNO A: Aí eu coloquei mais um 0. Porque 45 só o 45 não iria dar. Aí a resposta seria 450.
- PROFESSOR: 1º Lugar – ALUNO A - 4 pontos
2º Lugar – ALUNO C - 2 pontos
3º Lugar – ALUNO E - 1 ponto

O estímulo à competição mostrou que os alunos buscam estratégias para tentarem chegar à solução do problema e conseguir se destacar. O ALUNO A refletiu sobre o problema criado e mostrou sua conjectura aos seus colegas, debatendo com eles.

4.4.3.2. MI- 3.2 - Jogos Com O Tema Valor Posicional

Quadro 23 - Ficha de atividade

Ficha da atividade	
Título	Jogos Com O Tema Valor Posicional
Objetivo	Utilizar e expor jogos como forma de classificar algarismos.
Material Usado	Material de escrita, Cartolinas, Tesoura, Régua 30 cm, Uma mesa com 4 cadeiras por grupo para exposição dos trabalhos, Folhas de papel A4 (500 unidades) e Tecido para cobrir as mesas da exposição (TNT é uma boa opção)
Formação	3 alunos
Carga Horária	Jogar Para Conhecer O Jogo: 1 hora/aula Confeccionar O Jogo: 1 hora/aula Exposição Do Jogo: 3 horas/aula

Orientações para o desenvolvimento da atividade

A etapa é dividida em:

1. Jogar, fazendo rodízio de alunos dentro de cada grupo, na posição C do Formato Interativo;
2. Apresentar vídeos sobre eventos em que a escola participou;
3. Estabelecer uma hora/aula para que os alunos criem suas versões dos jogos;
4. Montar uma exposição dentro de sala de aula, com os trabalhos criados;
5. Uma vez que encerrarem a apresentação para os grupos dentro de sala, eles estarão preparados para uma exposição maior, onde os membros do grupo, de forma revezada, farão a apresentação dos resultados.

Exposição dos Jogos

6. Uma vez que os jogos estejam prontos, eles farão parte de uma exposição. Para essa finalidade, o grupo deverá montar uma escala de expositores. Para a exposição, o aluno representante do grupo se sentará na posição C do Formato Interativo e nas posições A e B sentarão visitantes. O representante do grupo fará a explicação do jogo, conforme figura abaixo.

Figura 36 - Exposição de Jogo na Mostra da MI

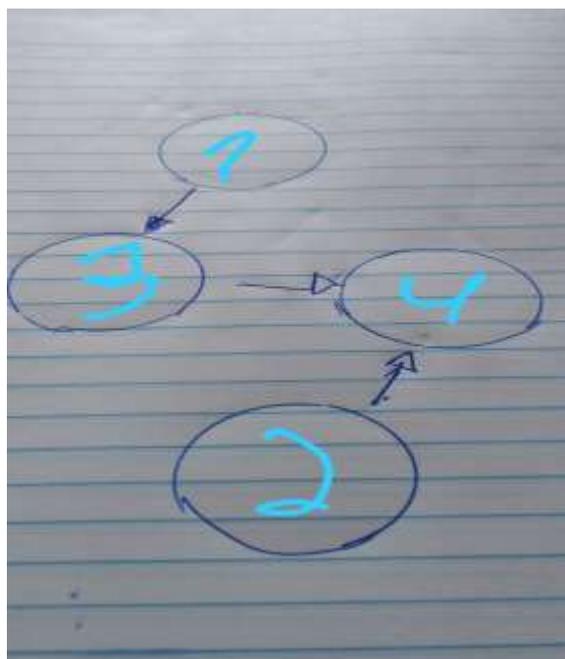


Essa etapa é caracterizada por um momento em que os alunos passam a aplicar o conhecimento adquirido na produção de trabalhos escolares. O formato de trabalho escolhido é a produção e exposição de jogos, pois, como afirma (PADOVAN; JESUS, 2016, p. 4). “Os jogos ou atividades lúdicas na sala de aula servirão como ferramentas de auxílio, tanto para o educador no ato da mediação, como para o aluno no ato de aprender”.

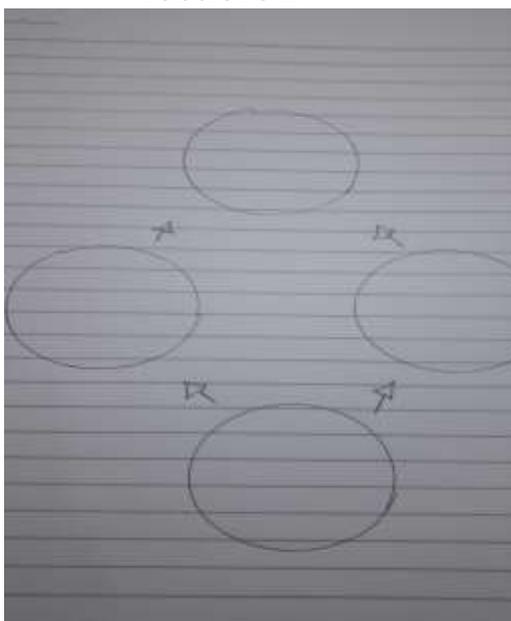
Não foi possível realizar a MI-03 na forma presencial, entretanto, foi possível pedir, na forma remota, que os alunos elaborassem seus próprios tabuleiros do Jogo Crescente. Ao pensar no seu tabuleiro, cada aluno estaria aprofundando suas conjecturas a respeito das características dos Algarismos.

Seguem-se alguns exemplos de tabuleiros criados pelos alunos e suas aplicações ao grupo de colegas.

Tabuleiro 1



Tabuleiro 2



Registro no WhatsApp

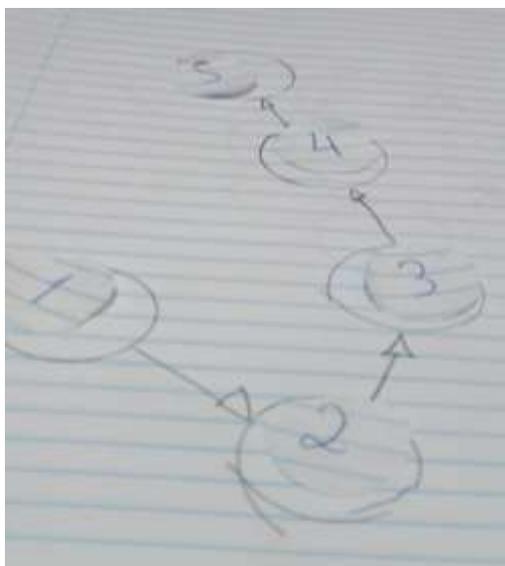
DEBATE:

- PROFESSOR: Esses são os tabuleiros da Aluna A.
- PROFESSOR: Agora coloquem as fichinhas.

- PROFESSOR: Então, temos até agora duas respostas possíveis para esse tabuleiro.
- ALUNO C: Sim
- ALUNO A: Sim
- PROFESSOR: Tem mais alguma solução diferente?
- ALUNO C: Acho que não
- PROFESSOR: Troquem o 3 e o 4
- ALUNO A: Ok
- PROFESSOR: Vamos encerrar a nossa aula de hoje.
- ALUNO A: Já deu a hora? Nossa o tempo passa rápido.
- ALUNO J: nem percebi o tempo passar
- PROFESSOR: Está certo. Mas a pergunta foi: Quantas maneiras diferentes de dar resposta correta.

- ALUNO C: 3
- ALUNO A: Não pode fazer decrescente certo?
- ALUNO A: Eu tô pensando quantas formas tem
- ALUNO J: eu acho que são 4
- ALUNO C: e acho que são 3
- ALUNO J: nossa eu estou ficando muito bom nessas atividades de matemática.
- PROFESSOR: Bem vou deixar um para casa. Vocês vão inventar um tabuleiro com 5 círculos e descobrir as maneiras.
- PROFESSOR: Agora quantas soluções para o tabuleiro inventado pela ALUNO A?
- ALUNO A: Colineares
- PROFESSOR: O Aluno A vai colocar outro tabuleiro e vocês vão descobrir quantas soluções tem.

Quantas posições?

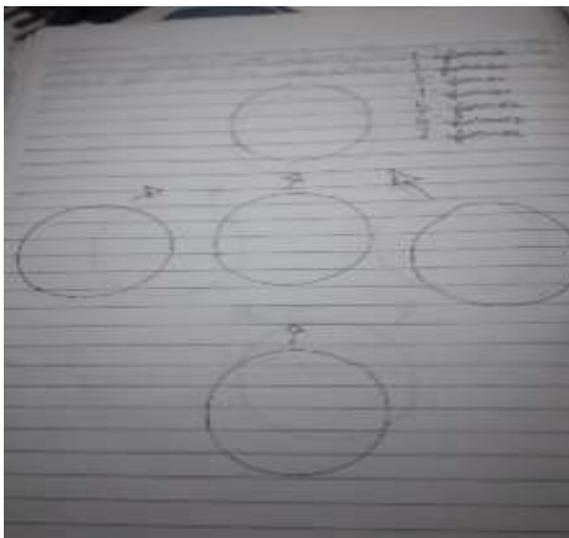


Fonte: Material do Aluno B

- PROFESSOR: Quantas soluções, pessoal?
- ALUNO A: 1
- ALUNO C: 1
- ALUNO A: Eu acho
- ALUNO C: 1 porque é colinear.
- ALUNO G: 1

- PROFESSOR: Vamos ao tabuleiro do ALUNO D. Quantas soluções?

Tabuleiro do ALUNO D. Quantas soluções?



Fonte: Material do aluno D

- ALUNO G: acho que não, eu achei 10 formas.
- ALUNO A: 9
- ALUNO C: São 10
- ALUNO B: sim
- PROFESSOR: Beleza. Vocês estão indo muito bem. O mais importante é a discussão.
- ALUNO C: Que bom!
- ALUNO A: Nossa são 12
- PROFESSOR: Alguém acertou, ALUNO A?

4.4.3.3. Análise da aplicação MI- 03.2. Resultados obtidos

Confirmamos, nessa atividade, o envolvimento e, agora, a empolgação dos alunos, que aumenta à medida que novos desafios lhes são propostos. E, mais uma vez, as características dos algoritmos estão se tornando, ainda mais, consolidadas.

Essa etapa é caracterizada por um momento em que os alunos passam a aplicar o conhecimento apropriado na produção de trabalhos escolares. O formato de trabalho escolhido é a produção e exposição de jogos, pois, como afirma (PADOVAN; JESUS, 2016, p. 4). “Os jogos ou atividades lúdicas na sala de aula servirão como ferramentas de auxílio, tanto para o educador no ato da mediação,

como para o aluno no ato de aprender”.

4.4.4. MI – 04 – ETAPA COMUNICAÇÃO

4.4.4.1. ELABORAÇÃO DE ITENS

Quadro 24 - Tabela de Elaboração de Itens

TABELA DE QUESTÃO		
Grupo	Aluno A, Aluno B e Aluno C	
Enunciado	Quantos números naturais há formados pelos algarismos 1, 3 e 5 e que sejam maiores que 200?	
Gabarito	4	Resposta correta
Distratores	6	O aluno entendeu como o total de números naturais formados pelos algarismos 1, 3 e 5.
	315	O aluno entendeu como primeiro número formado pelos algarismos 1, 3 e 5 maior que 200.
	900	O aluno entendeu que se trata de todos os números naturais formados por 3 algarismos.

Fonte: Elaborado pelo autor

Na ficha de Elaboração de Itens deverá conter justificativas para os distratores. Elaborar essas justificativas não é tarefa fácil, por isso, se trata de atividade para ser elaborada em trio. Todavia, pensar nos erros é uma forma de avaliação que o professor pode usar para avaliar seus aprendizes.

É preciso usar bem a criatividade ao elaborar itens e, muitas vezes, os *insights* não surgem facilmente. Seria interessante solicitar aos estudantes que façam atividades na plataforma digital: Khan Academy. Ela possui uma gama de banco de dados de questões e esse banco poderá auxiliar na elaboração das questões. Há também sites que podem contribuir como Atividades Educativas e Só Matemática. Os grupos são livres para realizar sua pesquisa, desde que apresentem suas fontes.

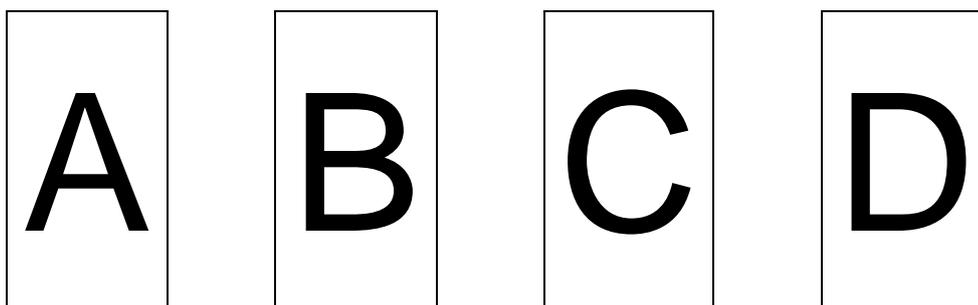
4.4.4.2. *SHOW DE PERGUNTAS*

A atividade de Show de Perguntas é a atividade fim da Elaboração de Itens. Ela possui dois momentos: Um para ser aplicado antes, e outra, para depois da elaboração de itens pelos estudantes.

A diferença entre as duas, além do período de sua realização, é a fonte das questões. No Show de Perguntas, que acontecerá no período inicial da MI – 04, deverá usar questões elaboradas pelo professor e, no que virá depois, questões elaboradas pelos alunos. O passo a passo para a realização da atividade é apresentado logo a seguir.

Quadro 25 - Orientações para o desenvolvimento da atividade

Orientações para o desenvolvimento da atividade
<p>1º PASSO:</p> <p>Comece essa etapa tendo em mãos 20 questões que desenvolvem o conceito matemático em questão. Procure testar as questões, antes de sua apresentação, para evitar contratempos para o dia.</p> <p>Certifique de que os materiais estejam ao seu alcance. Os materiais são:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lápis, borracha e rascunhos; • Mesas e cadeiras no Formato Interativo, sendo que o aluno em C deverá estar de frente para a projeção; • Projetor de tela que se adapte ao recurso que o professor apresentará (pen-drive) por exemplo; • Local para apresentação da atividade; • Um kit de alternativas para cada grupo. Um kit de alternativas é composto por 4 letras: A, B, C e D bem destacadas numa folha A4 como mostra a figura 19 abaixo.

Figura 18 - Ficha de Alternativas

- Obtenha um cronômetro para determinar o tempo de resolução de cada questão.
- Convide alguns auxiliares para ajudarem no registro de respostas de cada grupo.

2º PASSO:

Prepare o ambiente de realização do Show de Perguntas, posicionando a fonte de projeção no centro do espaço e as mesas e cadeiras no formato interativo, sendo um por grupo. Para realização dessa atividade, é indicada a utilização de auditórios ou salas de projeção.

Explique o funcionamento da atividade informando:

1. Cada grupo deverá conferir se seus kits estão completos.
2. Eles deverão conferir se as outras materialidades estão presentes.
3. Cada questão deverá ser respondida dentro de 2 minutos.
4. Deverá ser orientado que os trios deverão elaborar suas questões, entregando –as ao professor, sem que os outros grupos vejam, pois, futuramente, eles participarão de outro Show de Perguntas com essas questões.
5. É importante informar que cada grupo deverá apresentar apenas uma alternativa e que se houver mais de uma levantada, o grupo não pontuará, conforme figura abaixo:

Continuação – Show de Perguntas

Figura 19 - Show de Perguntas



6. Após uma contagem regressiva oral, os grupos deverão levantar suas alternativas, simultaneamente. Os grupos que levantarem as letras fora do tempo, não receberão pontos.
7. É importante orientar que a Equipe de Registro fique de frente para os grupos. A Equipe de Registro pode ser formada por alunos e ou professores monitores. Tente colocar mais de uma pessoa para fazer parte dessa equipe, para não haver problemas no registro das respostas.
8. Após um certo tempo, peça para baixarem as letras, apenas após as anotações da Equipe de Registros.
9. Então, solicite que mostrem seus gabaritos na tela.
10. Por fim, apresente a pontuação final de todos os grupos para a turma e informe sobre o próximo Show de Perguntas.

Continuação – Show de Perguntas

3º PASSO:

Uma vez que os grupos participaram da atividade Show de Perguntas como competidores, está na hora de elaborar seus itens. O tempo extraclasse é mais adequado à realização da tarefa. Como sugestão, proponha que os alunos elaborem as questões em casa ou na própria escola, no contraturno.

4º PASSO:

Realize uma segunda atividade de Show de Perguntas, agora usando as questões elaboradas pelos alunos. Informe que eles estarão numa competição e que, por isso, não é bom mostrarem para os demais as questões elaboradas por eles.

5º PASSO

Por fim, se a escola tem como tradição semanas de provas, é importante colocar as questões elaboradas pelos alunos nas avaliações, porém com o gabarito colocado na alternativa diferente àquela apresentada pelo seu grupo.

4.4.4.3. ENSINANDO

Para essa etapa, os alunos poderiam optar por produzir um vídeo ou ministrar uma aula expositiva.

Se essa etapa será a avaliação do processo, então por que seu nome é Comunicações?

Em primeiro lugar, ao tentar elaborar uma apresentação, o aluno pode se sentir mais seguro para expor seu ponto de vista sobre o que aprendeu. Em segundo, editar um vídeo requer muitas visitas a um registro. Essa frequência permite consolidar ensinamentos e uma das melhores formas de se consolidar sobre algo aprendido é tentar explicar a outros o que aprendeu. Para se explicar, o aluno terá que ter uma

visão geral e bastante segura do assunto. Estamos denominando esse momento de método *Ensinar aos Outros*. Também recomendamos o uso de recursos que ajudam no momento da explicação, como ferramentas digitais.

Para uma melhor preparação dos alunos para a tarefa, outra habilidade destacada como necessária é a oralidade. Expor alguma ideia para um público não é uma tarefa fácil, principalmente para alunos adolescentes: há que envolver os ouvintes pela palavra e pelos recursos selecionados. Para diminuir esse impacto, conforme já explicado antes, os alunos poderão escolher aula expositiva ou uma videoaula para comunicar seu aprendizado. Para as aulas produzidas em videoaula, não há como escapar de lançar mão de Tecnologias Digitais como câmera digital ou celular. Para as aulas expositivas é recomendável uso de Tecnologias Digitais ou Não Digitais como cartazes, materiais escolares em geral e demais recursos adequados à apresentação.

O que deverá ser apresentado na aula expositiva ou na videoaula?

O grupo deverá escolher um dos jogos ou questões elaboradas e tentar explicar algumas indagações:

1. Como vocês resolveram o problema?
2. Por que vocês resolveram esse problema desse modo?
3. Por que vocês acreditam que sua solução está correta e faz sentido?

4.4.4.4. AULA EXPOSITIVA

Consiste em apresentar para o público o seu jogo elaborado na MI – 03, bem como fazer um resumo de sua exposição do mesmo jogo e de seu item, apresentando uma análise sobre os distratores.

Essa apresentação deverá seguir o seguinte critério de pontuação: 10 pontos para aqueles alunos que prenderem a atenção do público, 5 pontos para aqueles que fizerem uma apresentação simples e 0 pontos para os que não fizerem.

Prender a atenção do público consiste em despertar o interesse da maioria dos ouvintes, fazendo-os se interagir durante a explicação. Fazer uma apresentação simples significa ler o texto, sem envolvimento do público.

Quadro 26 - Orientações para o desenvolvimento da atividade

Orientações para o desenvolvimento da atividade					
1º PASSO:					
A seguir é necessário conhecer a preliminares dessa ação:					
<ol style="list-style-type: none"> 1. Defina quais grupos optarão por essa modalidade de apresentação. 2. Monte um cronograma com cerca de 20 minutos de apresentação para cada grupo. Esse tempo inclui a preparação, a apresentação e o recolhimento da atividade. 3. Conforme o número de grupo inscritos, reserve, num espaço mais adequado, (auditório por exemplo) as datas de apresentações. 4. Reforce sobre a importância dos combinados com os ouvintes para que esses não interfiram na apresentação. 5. Oriente ao grupo que optar por essa modalidade que teste sua apresentação antes do dia da aula. 6. Registre as apresentações com fotos e filmagens e, depois, dê um feedback para correção das apresentações. 7. Defina um momento em sala de aula para apresentação de trabalho não realizado por força de motivo maior e utilize esse tempo e espaço para comentários sobre as apresentações. Além do conhecimento matemático, comente sobre as posturas durante as apresentações. 					
2º PASSO:					
Planeje e leve consigo uma ficha de pontuação das apresentações. A tabela 8 apresenta um modelo de ficha de apresentação.					
Quadro 23 - Ficha de Avaliação da Apresentação das Aulas					
Ficha De Avaliação Da Aula Expositiva					
Turma:					
Grupo 01		Grupo 02		Grupo 03	
Aluno	Nota	Aluno	Nota	Aluno	Nota
Aluno A		Aluno A		Aluno A	
Aluno B		Aluno B		Aluno B	
Aluno C		Aluno C		Aluno C	
CONTINUAÇÃO - AULA EXPOSITIVA					

3º PASSO:

Se possível, peça alguém para ajudar a anotar os pontos de cada apresentação.

4.4.4.5. VIDEOAULA

Ter desenvoltura numa aula expositiva não é uma tarefa fácil. Portanto, uma alternativa é produzir uma videoaula. Uma videoaula é um filme produzido pelo grupo de alunos que conterà, na sua essência, uma exposição do jogo apresentado na exposição.

Essa videoaula deverá ser produzida com recurso tecnológico digital. Pode ser utilizado como dispositivo de hardware uma câmera digital, um celular, tablet ou notebook. Como software seria programa de edição de vídeo como o *Movie Maker*, o *Inshot*, o *Youtube*, o *Facebook* etc.

Quadro 27 - Orientações para o desenvolvimento da atividade

Orientações para o desenvolvimento da atividade
<p>1º PASSO:</p> <p>Apresente as técnicas de apresentação de vídeo abaixo. Pegue vídeos sobre como produzir vídeos e apresente no auditório</p> <p>2º PASSO:</p> <p>Oriente sobre:</p> <ul style="list-style-type: none"> • A Câmara deve ser deitada. • A iluminação atrás do foco deverá ser menor que a de trás do filmador. • O áudio deverá superar os sons externos. <p>3º PASSO:</p> <p>Dê um prazo de 1 semana para a produção e agende um cronograma de apresentação. Proponha que façam testes na escola antes da apresentação. Defina</p>

como tempo máximo de apresentação de vídeo 10 minutos com margem de erro de 2 minutos.

4º PASSO:

Anote a pontuação das apresentações na ficha geral de pontuação. Pontos para serem avaliados numa produção de aula:

Quadro 28 - Distribuição dos pontos

ATIVIDADE	DESCRIÇÃO	PONTO
Compreensão	Capacidade de demonstração da compreensão do conteúdo.	10
Transmissão	Capacidade de transmitir o conteúdo com qualidade	10
Recursos	Capacidade de usar modelos para realizar explicações	10

Peça aos alunos que anotem, no final de seu caderno, as suas pontuações obtidas. Essa ação o ajudará a monitorar suas ações ao longo da MI.

4.4.5. Ficha De Registro

4.4.5.1. De Autoavaliação

Não é recomendável esperar chegar até a MI – 04 para informar aos alunos que façam sua autoavaliação, tentando lembrar o que foi feito. Para ajudar, recomenda-se que o aluno vá registrando tudo o que fizer ao longo do processo. Para isso, é bom que ele anote suas pontuações, utilizando um Tabela de Pontuação Geral, tire fotos ou até mesmo filme suas observações. Segue abaixo um modelo da Tabela de Pontuação Geral, usado nessa pesquisa.

Tabela de Pontuação Geral

O quadro 29 é uma noção geral de como seria essa planilha.

Quadro 29 - Pontuação Final

TABELA DE PONTUAÇÃO GERAL													
TRIOS	ALUNOS	MI - 01			MI - 02				MI - 03		MI - 04		
		CONFEÇÃO DE ALGARISMOS	FILOSOFAR COM OS ALGARISMOS	QUADRADO MÁGICO	SOMA SPOKE	FORMAÇÃO DE Nº DE 2 ALGARISMOS	FORMAÇÃO DE Nº DE 3 ALGARISMOS	FORMAÇÃO DE Nº DE 4 ALGARISMOS	RETA NUMÉRICA	JOGO OBMEP	JOGO DA VIZINHANÇA	SHOW DE PERGUNTAS	PONTUAÇÃO KHAN ACADEMY
01													
02													

4.4.5.2. DE AVALIAÇÃO

A avaliação na MI propõe um tipo de avaliação diferente, inspirada na proposta de Walle, (2009, p. 100) que sugere uma avaliação diária e que monitore o aprendizado do aluno, dando um feedback constante para o próprio aluno, para que possa procurar formas diferentes de aprendizado e, para o professor, de modo a tomar decisões pedagógicas e para os pais, que ganham condições de monitorar os avanços de seus filhos.

Assim, a avaliação na MI é realizada em constante monitoramento do envolvimento dos alunos, através da ficha de autoavaliação. Essa ficha deverá ser anotada pelo professor e registrada também pelo aluno. (Fixando uma no final de seu caderno). Comungamos com o que nos ensina Meirieu: de que avaliar é acompanhar cada aluno em seu esforço de superação e possibilitar que tanto alunos com mais facilidade quanto os que apresentam dificuldades, assumam desafios sucessivos e avancem. (MEIRIEU, 2005)

Segue abaixo a Tabela de Pontuação Geral usada em nossa pesquisa.

Quadro 30 - Tabela de Pontuação Geral

Tabela De Pontuação Geral													
Data:					Turma:								
ALUNO	MI – 01				MI – 02			MI – 03			MI – 04		
	Desafios				Investigações			Demonstrações			Comunicações		
	DESAFIO 1	DESAFIO 2	DESAFIO 3	DESAFIO 4	INVESTIGAÇÃO 1	INVESTIGAÇÃO 2	INVESTIGAÇÃO 3	JOGAR	ELABORAÇÃO	EXPOSIÇÃO	Aula		
											PESQUISA	PRODUÇÃO	APRESENTAÇÃO

5. AVALIAÇÃO DA EXPERIÊNCIA NAS ATIVIDADES DA MI.

A presente pesquisa se propôs ir além da aplicação das atividades e da análise dos seus resultados em termos de aprendizagem, a trazer os sujeitos de pesquisa mais para perto, ouvi-los e, a partir de suas vozes, compreender o que, efetivamente, representou essa experiência para eles. Nem sempre se concede aos sujeitos da pesquisa, um espaço para expressar o que vivenciaram, o que deixa de lado os sujeitos e o seu processo de relação com o conhecimento. Não se trata de uma tarefa fácil, visto que é preciso que os sujeitos estejam dispostos a dizer a sua palavra, bem como, em seguida, conseguir cruzar e articular os dizeres, em busca de novas descobertas. No presente caso, os alunos responderam, por escrito, a cinco questões que foram postadas no formulário Google Forms. Esbarramos, muitas vezes, com a pouca cultura de escrita na escola, com alunos que não têm muito apreço pela escrita, o que pode dificultar nas próprias respostas.

Tudo isso nos leva a dizer que nem sempre a ausência de respostas é sinal de não aprendizagem, mas de pouca familiaridade com a escrita. Em vista disso, obtivemos respostas com maior nível de argumentação e outras, com menor nível, com escritas curtas e mais objetivas.

Esse levantamento foi realizado entre os dias 23/02/2021 e 05/03/2021 com formulário aberto durante 24 horas ininterruptas. O aluno recebeu um link pelo WhatsApp que, ao ser clicado, o direciona para o questionário online. Esse questionário foi apresentado a 100 alunos sendo que apenas 52 responderam. A seguir serão apresentados alguns resultados obtidos. Foi utilizada a Análise de Conteúdo para a identificação de categorias aqui criadas e a consequente análise dos resultados.

Trata-se de uma metodologia de análise de conteúdos que possui especial significado no campo das investigações sociais, como é o caso dessa investigação, voltada para o interior de uma escola pública, como afirma Moraes:

A análise de conteúdo constitui uma metodologia de pesquisa usada para descrever e interpretar o conteúdo de toda classe de documentos e textos. Essa análise, conduzindo a descrições sistemáticas, qualitativas ou quantitativas, ajuda a reinterpretar as mensagens e a atingir uma compreensão de seus significados num nível que vai além de uma leitura comum. (MORAES, 1999, p.02)

A metodologia de análise de conteúdo se destina a classificar e categorizar qualquer tipo de conteúdo, reduzindo suas características a elementos-chave, de modo com que sejam comparáveis a uma série de outros elementos. Assim, procedemos à exaustiva leitura das respostas dos sujeitos da pesquisa, selecionamos elementos que apresentam representatividade e que sejam pertinentes ao contexto. Esse caminho permitiu a identificação de categorias que agrupam as respostas.

5.1. ANÁLISE DAS RESPOSTAS NOS FORMULÁRIOS ABERTOS

Questão 1	
1. Levando-se em conta a experiência vivida, responda: O que é Matemática Interativa para você?	
<i>Elementos</i>	<i>Respostas</i>
Competição	<ul style="list-style-type: none"> • Matemática interativa, é como uma competição, brincadeira onde aprendemos mais. • É uma forma de aprender matemática competindo
Diversão	<ul style="list-style-type: none"> • Uma maneira de aprendizado divertida através da integração. • É uma matéria onde podemos aprender de forma divertida. • Uma matemática divertida. • Para mim é uma forma mais fácil de ser aprender como aprender brincando com os números. • Matemática Interativa é uma forma de aprender matemática com mais diversão. • Uma matemática mais legal. • Muito legal
Interação professor aluno	<ul style="list-style-type: none"> • Matemática interativa é quando professor interage com o aluno.

Continuação – Questão 1	
Elementos	Respostas
Interação com materiais	<ul style="list-style-type: none"> • Matemática interativa é uma aula q nós interagimos com os materiais q não são caderno lápis borracha caneta e etc.
Interação entre pares (trabalho em grupo)	<ul style="list-style-type: none"> • Matemática Interativa é interagir algo, fazer coisa em grupo e trocar ideias. • Matemática interativa e as atividades que nos interagimos com nossos colegas • É um trabalho em grupo
Respostas Que Apontam Outros Elementos	<ul style="list-style-type: none"> • Um conjunto de ações integradas. • Matemática interativa para mim é um plantão de tutorial com o professor, produções de vídeos, grupos, criatividade, dificuldades, aprender de uma forma mais legal e criativa e quando não tem grupos vc aprende a trabalhar consigo mesmo e o mais divertido e legal de todos é que logo quando a aula acaba se vc tiver prestado atenção vc também acaba de aprender algo novo. • É um reforço para pessoas que não entende a matemática. • A matemática para mim é interessante para eu aprender.

Em breve conclusão, podemos afirmar que as falas aqui apresentadas reforçam o esforço teórico e metodológico da concepção da Matemática Interativa, sendo possível perceber algumas falas repetidas referente à força da gincana como forma divertida de aprendizagem e como ela promove o desejo em aprender. Também se vê reflexos de todas as etapas da MI quando o aluno valoriza a interação em grupo,

quando valoriza o debate como estímulo à participação e a contribuição do jogo e da videoaula como reforço escolar.

Questão 2	
2. O que você gosta nas aulas da Matemática Interativa?	
Elementos	Respostas
O modelo de ensino	<ul style="list-style-type: none"> • A forma como o professor ensina. • De poder competir estudando • O jeito diferente da explicação pra matemática. • O jeito que o professor ensina a matéria
Conteúdos	<ul style="list-style-type: none"> • Sobre os conteúdos que tem, acho muito legal e interessante.
Situação de desafio	<ul style="list-style-type: none"> • Os desafios
Possibilidade de melhor participação e de integração	<ul style="list-style-type: none"> • Das participações dos alunos eu acho que a matemática tem mais alunos prestando atenção nas aulas. • A interação com os colegas (as brincadeiras e aprendendo ao mesmo tempo). • Todos os alunos tentando resolver as mesmas atividades juntos • Me relacionar com o grupo • O desenvolvimento do aluno • As atividades de desafio.

Em breve análise, essas repostas sobre o que mais gostam na Metodologia Interativa revelam o princípio da coerência que se traduz na conscientização de que as aulas e as experiências são diferentes, a presença de um professor que mudou o

modo de ensinar e de conduzir os caminhos para a produção do conhecimento e a interação e a integração entre quem ensina e quem aprende e entre quem aprende, como condição de algo novo aconteça. Esse algo novo se encontra na prática de resolver Desafios, sendo uma ação que chama a atenção do aluno e que desperta o interesse dele em aprender.

Questão 3
3. Qual atividade da MI você mais gostou?
Respostas
<ul style="list-style-type: none"> • A de formar algarismos com fichas. • A atividade das fichinhas. • De álgebra. • Eu gostei mais daqueles desenhos quando a gente tinha que fazer no início. • A que a gente tinha que fazer os algarismos no papel e fazendo as somas. • Eu gostei mais da atividade de perguntas. • A dos algarismos.

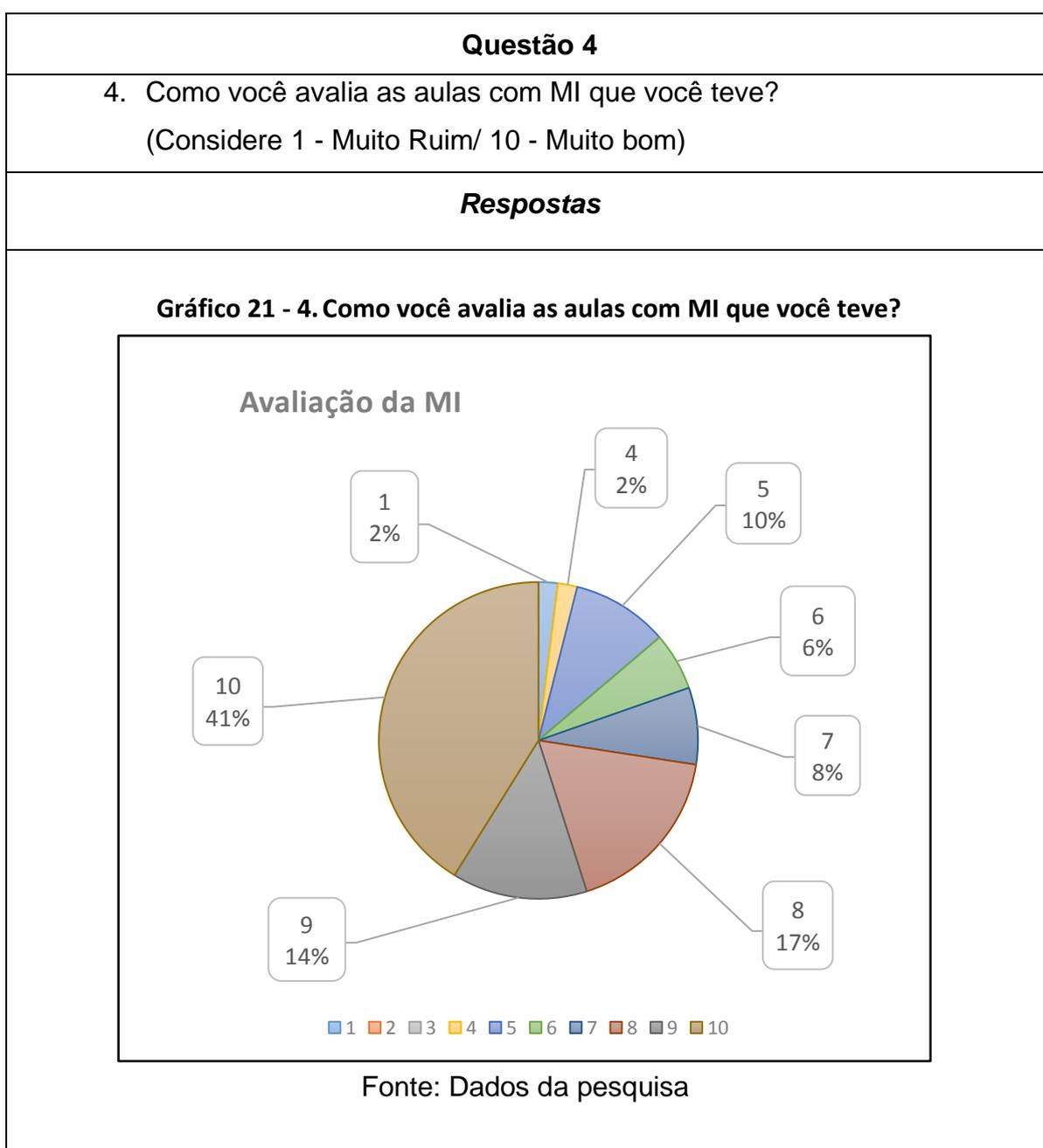
Breve análise: Nessa resposta não foi possível categorizar, visto que são dados pontuais. As respostas reveladas apontam uma valorização das atividades envolvendo os algarismos no papel (LED) e as fichinhas. Também há uma valorização da atividade de MI *n* que são as atividades de perguntas. Contudo, chamamos aqui a atenção para dois comentários.

O comentário sobre a álgebra que o aluno se mostrou empolgado com um momento de inferência do professor, ou seja, mesmo que o foco principal é o Valor Posicional, as inferências têm grande importância.

Outro comentário está no destaque aos desenhos que são os tabuleiros criados como eixo provocador de aprendizagens. De forma geral, é de se esperar manifestações particulares, que revelam modos diferenciados de, cognitivamente, aprender. Também apontam, com bastante clareza, o estágio de aprendizagem dos

sujeitos: uns apreciando desenhos como forma de compreender e outros, já em estágios mais avançados, indicar a álgebra.

Compreendemos, aqui, a premissa muito repetida, de que sujeitos diferentes aprendem diferentemente, em processos de interação. Ressaltamos, também, a necessidade de que educadores tenham essa compreensão: a de que se ensina a um grupo heterogêneo, porque assim é a humanidade e que, por isso, saber olhar e acompanhar cada aluno em seu desenvolvimento é tarefa imprescindível a quem ensina.



A partir desse resultado é importante mostrar que mais de 75% dos alunos dão notas maior ou igual a 7. Essa satisfação é também revelada nas respostas mostradas nas questões anteriores desse questionário. A MI ainda é uma novidade, contudo o desejo deste pesquisador é que os alunos se identifiquem cada vez mais com o projeto.

Questão 5	
5. Faça uma comparação entre as aulas de matemática que você havia estudado antes do 6º ano e as aulas com a Matemática Interativa.	
Elementos	Respostas
Das contas sem sentido, para algo novo e divertido	<ul style="list-style-type: none"> • A matemática antes do sexto ano era diferente, tinha contas de vezes, subtração, divisão e soma. Só que no sexto ano tem contas com algarismos aí descobrimos muitas coisas novas. • Antes do sexto ano eu aprendia a subtrair, adicionar, multiplicar e dividir. Agora no sexto ano eu aprendo a me divertir com a matemática. • As aulas de antes eram sobre uma forma séria e a matemática interativa e uma forma mais divertida e legal para aprender. • A atividades de matemática antes era legal, mas agora está bem divertida, enquanto isso aprendemos. • A matemática antes do sexto ano era uma matemática normal e agora a gente aprende matemática brincando. • Nas aulas de matemática do 6 ano eu não usava as brincadeiras como forma de aprendizagem, já na matemática interativa eu uso.
De um modelo comum a um modelo novo	<ul style="list-style-type: none"> • É que a matemática de antes era um pouco mais complicado de aprender e a matemática de agora e mais fácil.

	<ul style="list-style-type: none"> • As aulas de matemática que eu já havia estudado eram com palitinhos com os dedos lápis e a borracha e eram bem fáceis e muito criativas já as aulas de MI elas já são mais complexas e difíceis, mas elas também são muito mais legais principalmente por ter que usar a cabeça para somar e isso é muito mais divertido.
<p>De uma relação formal à uma relação interativa</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Olha, estou achando as aulas de matemática interativa mais legal e mais educativa. • Não tinha estudado antes do sexto nada de matemática interativa. • As aulas de antes eram sobre uma forma séria e a matemática interativa e uma forma mais divertida e legal para aprender • Porque os alunos se comunicam mais com os professores. • A matemática é um pouco mais difícil de aprender e a matemática interativa e um pouco mais fácil de aprender • No ano passado eles não ouviram a resposta de todos agora na matemática interativa eles escutam. • Eu gosto mais da interativa porque o professor ele sempre ensinava com um jogo.
<p>De uma aprendizagem individual à aprendizagem em grupo</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Aquelas eram individuais agora do 6 ano são cooperativas todo mundo se ajudando.

Breve análise: _As_ próprias respostas, tão claras e objetivas, reforçam e firmam, coerentemente, as apresentadas nas outras perguntas. Nessa questão há um grande

destaque para as aulas divertidas. Isso mostra que uma gincana, que ensina conhecimentos brincando, satisfaz o aluno, provocando nele interesse e satisfação em aprender, bem como garante uma melhor aprendizagem, como revelam os dados aqui descritos e analisados.

5.2. DIÁLOGOS VIA DEBATE Pelo WHATSAPP.

Serão apresentados, agora, alguns diálogos entre o pesquisador e os alunos, trocados durante algumas aulas pelo WhatsApp.

• CONVERSA 1

PROFESSOR: Esse jogo fez parte do festival de matemática que acontece anualmente no Canadá.

ALUNO A: Interessante

ALUNO B: Essa aula tá muito legal.

PROFESSOR: Vocês estão vendo dois tabuleiros: o quadrado mágico e o losango mágico. Mas há mais. Vou passar dois na aula de amanhã e depois na quarta é para finalizar a matemática. Vocês terão que descobrir mais.

ALUNO C: Ok

ALUNO D: Obrigada pela aula.

ALUNO D: Pronto 3 formas diferentes

ALUNO B: Verdade. Não pode fazer decrescente certo?

ALUNO H: verdade

ALUNO D: Certo

ALUNO D: Tá certo?

ALUNO H: Por que a gente para de conversar do nada?!?!?

ALUNO B: Eu estou pensando quantas formas tem.

ALUNO H: Eu acho que são 4

ALUNO D: E acho que são 3

ALUNO H: Eu acho que são 4 maneiras professor.

ALUNO H: Nossa eu estou ficando muito boa nessas atividades de matemática.

ALUNO B: Então tem várias formas de fazer?

- **CONVERSA 2**

PROFESSOR: A minha intenção é levar a MI para a escola mesmo quando a gente voltar.

ALUNO A: Claro eu acho bem legal

ALUNO B: Que legal.

PROFESSOR: Vamos encerrar a nossa aula de hoje.

ALUNO D: Ok

ALUNO B: Já deu a hora? Nossa o tempo passa rápido.

ALUNO H: nem percebi o tempo passar.

ALUNO D: Professor vamos jogar aquele jogo de ontem hoje?

ALUNO H: Nem percebi o tempo passar.

PROFESSOR: Vamos encerrar por hoje.

ALUNO H: A aula de hoje foi bem legal.

Os diálogos anteriores se desenvolveram em dias distintos então a cada um cabe a sua análise. No primeiro dia, pela conversa 1, foi possível identificar a satisfação em participar das aulas e, em outro dia, pela conversa 2, são mostrados dois comentários muito positivos: “Não vi o tempo passar” e “Já deu hora?” Esses comentários comprovam que os alunos se identificaram com a MI. Sendo assim, passaram a gostar mais da matemática, pois começaram a aprender. Então, a MI mostra que o aprender está relacionado com o desejo em aprender.

5.3. RESPOSTAS DE PROFESSORES VIA GOOGLE FORM

Perguntas abaixo foram apresentadas a quatro professores da escola, sendo que apenas dois devolveram o formulário com respostas. Consideramos a importância de apresentar essas respostas, porque, ainda que por um recorte, é possível ter uma visão geral de como professores avaliam e entendem a Matemática Interativa. Uma das respondentes é Coordenadora no turno de minha atuação de pesquisa e outra, é professora de Matemática que tem conhecimento da nossa investigação:

a) QUESTÃO 01: Após ter acompanhado nossas atividades nas aulas de Matemática, o que passou a entender por Matemática Interativa?

- Matemática interativa é a construção do conhecimento com a participação dos alunos de forma lúdica e com jogos e competições.
- Que é uma forma dinâmica, lúdica e prática para ensinar e aprender matemática.

b) QUESTÃO 02: A partir do que vivenciou junto às nossas aulas, o que considerou mais difícil para os alunos, na resolução de tarefas envolvendo a Matemática Interativa?

- O vocabulário e o entendimento das questões propostas.
- Atividades de raciocínio lógico.

c) QUESTÃO 03: A partir do que vivenciou junto às nossas aulas, o que considerou mais fácil para os alunos, na resolução de tarefas envolvendo a Matemática Interativa?

- Usar o *GoogleMeet* e *WhatsApp* para conversar e interagir diretamente uns com os outros.
- A contextualização dos conceitos.

d) QUESTÃO 04: Você considera que houve avanço na aprendizagem dos alunos com ajuda da MI?

- Sim
- Sim

e) QUESTÃO 05: Como você avalia as aulas com MI que você se envolveu? (Considere 1 - Muito Ruim/ 10 - Muito bom)

- 9
- 10

f) QUESTÃO 06: Como você avalia a participação dos alunos nas atividades da Matemática Interativa?

- Houve grande participação, porém um grupo pequeno interagiu mais.

- Muito boa

g) QUESTÃO 07: Os alunos mostraram interesse em ter mais aulas com MI?

- Sim
- Sim

Depoimento da Mãe de uma aluna.

Registro, em WhatsApp, de **depoimento** enviado por uma mãe de aluna. Os nomes foram substituídos por outros, fictícios, mantendo o respeito às regras de não identificação de pessoas, em pesquisas, quando necessário.

Meu nome é Glória, sou mãe da Marcela e da Eduarda, né?

Professor, muito obrigada por você, ser esse professor tão especial, tão paciente. Porque a Eduarda é muito nervosa, muito encrenqueira, não tem um pingão de paciência. A gente vai conversar com ela, e ela fala que ela é burra, que ela é burra, que ela é burra, que todos os alunos são melhores do que ela e eu acho que você tá conseguindo tirar isso da cabeça dela. Porque eu como mãe falo, falo, falo, mas parece que ela não tá me ouvindo. E você, parecendo que ela se identificou muito com você. No, muito obrigada. Muito obrigada viu, professor? Fica com Deus.

Por uma antecipada conclusão:

O retorno avaliativo dos educadores aponta a congruência com todos os dados aqui apresentados. Somos levados a nos interrogar: Seria esse o modelo que pudesse dar conta dos sujeitos contemporâneos, ávidos de serem protagonistas de seu desenvolvimento? A confirmação de que o ensino por um desafio a ser resolvido é a porta de entrada para o envolvimento dos alunos? Nossos dados permitem conduzir a respostas afirmativas. Com efeito, os alunos, não só em Matemática, mas nas demais áreas do conhecimento têm revelado desejo de que possam ser mais protagonistas da sua aprendizagem. Nossos alunos vivem uma realidade tecnológica, digital, virtual, seja na família, seja de posse individual de um celular, seja pelas benesses de colegas, enfim, sabem que existe um outro mundo desafiador, em

constante evolução. Sabem que, muitas vezes, encontram-se privados desses direitos. O depoimento de mãe traz a voz de uma aluna que se sente alguém sem capacidade para aprender, porque a escola introjetou nela esse sentimento de não pertença. Trata-se de algo que é produzido na invisibilidade dos sujeitos, frente aos acontecimentos das práticas.

Nesse sentido, a metodologia da MI cumpre parte dessas lacunas, porque provoca e exige que os alunos sejam escutados, tenham espaço e direito à fala e, necessariamente, serem conduzidos a serem sujeitos de sua aprendizagem, evitando o imobilismo e a passividade que adolescentes e jovens repudiam.

Por que a escola demora a entrar em novas experiências? Se não a fizermos, nunca daremos ao nosso aluno e a nós mesmos a oportunidade de ir além do lugar comum do cotidiano da escola. Isso exige dedicação, entrega, compromisso e crença de que os alunos podem aprender e podem ir além do que se espera deles.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa conseguiu cumprir seu planejamento, ainda que em tempos pandêmicos e alcançou os objetivos pretendidos, reconhecendo que esta investigação fecha um recorte de pesquisa que precisa ser ampliado, em especial, quando se leva em conta novas concepções de interação entre sujeitos de ensino e de aprendizagem e novo encaminhamentos didático-pedagógicos apontados pelas ciências da área, que ressaltam a necessidade de que o foco de toda prática pedagógica encontra-se na aprendizagem dos alunos. Em todos os capítulos procuramos apontar e analisar, ainda que brevemente, o que a experiência vivida permitia. Em conclusão, primeiramente, pretendemos responder à seguinte questão: Que contribuição a Matemática Interativa espera trazer para a Educação Matemática?

As contribuições serão apresentadas, a seguir, em forma de visões, de olhares sobre o aluno, o professor e o gestor.

VISÃO SOBRE O ALUNO

O primeiro grande impacto que a MI causará é na dinâmica de sala de aula. *"aquele momento em que estudantes ficarão livres das 'amarras' das carteiras enfileiradas, poderão sentar com os colegas, conversar e obter ajuda para resolver as questões propostas pelo professor."* SEMIS (2018)¹¹ Alterar a dinâmica de sala de aula desperta a curiosidade e o aprendiz fica em alerta, procurando saber o que de interessante está por vir.

Outro impacto marcante é que os alunos se envolverão mais com as atividades. A conhecida quietude e aquele silêncio das escolas tradicionais serão substituídos pelo altas agitações e grande volume de conversa, pois não há aula de MI sem a voz dos alunos e do professor, sem momentos de debate, de estudos, de troca, de indagações, o que deixa os alunos muito empolgados. O professor precisa estar preparado, porque pode chegar a incomodar à vizinhança alheia, sempre habituada à ausência de voz e de barulho. Bons resultados surgirão a longo prazo. Com o passar dos tempos, a comunidade de

¹¹ [Revista Nova Escola: Artigo de Laís Semis, 09 de Abril de 2018](#)

aprendizes de matemática e a comunidade escolar irão compreendendo o que se encontra por trás da ruptura com atitudes tradicionalmente aceitas e propaladas pela escola, que, de algum modo, tem se esquecido de que vivemos um novo século, em que a vida muda e a educação deve, igualmente, mudar.

VISÃO SOBRE O PROFESSOR

Bia Giammei e Luiza Pollo¹², perguntam "Por que nossos professores estão adoecendo?". Nós, professores, que estamos na frente de batalha, podemos nos interrogar: Por que os alunos não estão conseguindo aprender o que estamos ensinando? Se, por um lado, a sensação pode ser de desânimo de escolha de culpados, por outra há barreiras que precisam ser vencidas. Há uma persistência em se manter a abordagem predominantemente tradicional. Isso não significa uma visão radical, sem base teórica e metodológica, de abandono absoluto ao tradicional, como se ele tivesse só defeitos. A questão se encontra acima disso, porque é preciso mudar de posto de observação do modo como vemos o ensino, embasados nas ciências da educação, em práticas inovadoras de ensino já experimentadas, caso contrário, como explicar de que modo chegamos até aqui. Destacamos a necessidade de políticas públicas educacionais, que garantam aos educadores o direito de uma formação continuada, preferencialmente, em serviço. A investigação aqui apresentada busca colaborar nessa formação, visto que se trata de uma experiência que seguiu não só uma intuição, mas exigiu esforços do pesquisador em diferentes sentidos, porém com a convicção de que valeu a pena. As ações da MI aproximaram o aluno de seus estudos, de seus pares e seu professor, proporcionar melhor aprendizagem e, o mais importante, experiências vividas com satisfação. O resultado disso é reconhecimento da profissão: Professor.

VISÃO SOBRE GESTORES

Pensar em uma visão de gestores no ambiente da Rede Municipal de Ensino de Belo Horizonte, é pensar na Gestão de Coordenação, Direção e Secretaria de Educação (SMED).

¹² [R7 Estúdio: Artigo de Bia Giammei e Luiza Pollo da Agência Eder Content, 15 de Outubro de 2019](#)

Nessa Rede, as escolas têm coordenadores pedagógicos. São professores de sala de aula que compõem a equipe da direção escolar e que circulam entre todos os demais professores da escola, do 1º ao 9º ano, colaborando para a melhoria do aprendizado dos alunos. Do mesmo modo, torna-se condição indispensável ao êxito de ações como a MI, a adesão dos gestores, dos coordenadores e demais atores educacionais ao projeto.

A MI é a ação similar a GINCAMAT-PBH que a SMED sempre lutou para ser implantada nas escolas, como um diferencial: Ela é uma ação dentro da aula de Matemática. Esse diferencial, serviu de apresentação em uma das reuniões que a SMED, o que se revelou em uma forma de reconhecimento da MI pela secretaria. Sem esse caminhar juntos, podemos chegar a algum lugar, mas com o apoio de gestores, podemos alcançar o lugar almejado.

VISÃO SOBRE A INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA

Sobre o ponto de vista pedagógico a MI é uma proposta de abordagem que se contrapõe ao ensino tradicional. Ela é uma coletânea de todas as buscas realizadas na intenção de causar nos alunos um interesse pelo aprendizado. Embora ela ainda esteja em implantação, é possível ver algumas mudanças de comportamento dentro de sala, com alguns colegas professores e na melhoria de aprendizado dos alunos. A manifestação de alegria dos alunos nos grupos tecnológicos é uma confirmação de que eles aprovam a MI e de que o objetivo da pesquisa foi alcançado.

Em segundo lugar, condensamos nossas conclusões, destacando que, de acordo com o planejamento, durante todo o tempo da intervenção, o foco das atividades contemplou o Tema Valor Posicional, por ser o objeto de conhecimento sobre o qual os alunos mais demonstraram dificuldades.

Nos últimos tempos, tem havido discussões sobre as diferenças entre ensino presencial e EAD. Uma das vantagens daquela diante dessa é o tempo de Interação. No ensino remoto, quando um aluno faz uma pergunta, muitas vezes sua resposta vem longo tempo depois. No ensino presencial é imediato. Esse tempo de resposta afeta a interação. Na MI o aluno interage o tempo todo. Na MI-01 ele interage com o desafio, na MI-02 com seus colegas, na MI-03

com um público diverso e na MI-04 consigo mesmo, quando precisa fazer autorreflexão sobre o que pretende apresentar, sempre de forma imediata.

O projeto *Informática Em Educação* deixou um legado. Durante seu desenvolvimento, foi possível perceber que um bom resultado, em especial na área da educação, vem a longo prazo. Naquele projeto os 4 primeiros anos foram de adaptação, sendo que o 1º foi composto por mais problemas que soluções. O primeiro ano foi uma inércia tão rígida que poderia servir de falta de estímulo. Contudo, foi necessário persistir, e os 3 últimos anos foram de causar emoções. Chegamos até mesmo a produzir animações, atividade inimaginável no seu início. Dessa forma, é importante pensar que depois de praticar muitas ações da MI, o aluno estará apto para se desenvolver em outras habilidades matemáticas de forma autônoma, como nos ensina Walle (2009).

Com o passar do tempo, você fará sua turma se transformar em uma comunidade de aprendizes de matemática, onde os alunos se sentem confortáveis em se arriscar e compartilhar ideias; onde alunos e professor respeitam as ideias uns dos outros mesmo quando discordam, onde as hipóteses são defendidas e desafiadas respeitadamente, e onde o raciocínio lógico ou matemático é estimado acima de tudo. Essa atmosfera não se desenvolverá fácil nem rapidamente. Você precisará orientar seus alunos sobre suas expectativas durante esta fase e como interagir com os seus colegas. (WALLE, 2009, p. 66).

No decorrer do trabalho, foi possível ver que as crianças ficam presas em seus pensamentos quanto interpretam números. Algumas os confundem com algarismos, outras como ordens numéricas e outras, ainda, como resultados de operações. Esta dúvida, elas carregam consigo durante anos até que tenham coragem de perguntar. Este medo de expor o que pensam as tornam vítimas da insegurança e das dúvidas.

Um pré-adolescente, em seus 11 anos, está na eminência de sair de uma escola direcionada para o público infantil, anos iniciais do Ensino Fundamental e entrar em um mundo mais científico, onde a busca pelo conhecimento é essencial. A busca individual, concisa e o desejo em aprender é fundamental para o sucesso da aprendizagem.

A Matemática Interativa propõe atividades com as quais o aluno se envolve com seu conhecimento. Ele precisa, porém, aplicar o seu conhecimento em outras operações, como, por exemplo, acontece na MI-03 e MI-04. Logo, entende-se que está havendo interação, e se há interação, há aprendizado.

As metas sugeridas por Walle, 2009, p. 22, sugerem que os alunos sejam capazes de atingir conhecimentos e sejam capazes de aprender fazendo.

Entendemos que aplicar o conteúdo matemático aprendido pode ser visto nas intenções:

- Um modo de pensarmos sobre a compreensão de um indivíduo é que ela existe e ocorre ao longo de um contínuo. Em um extremo está um conjunto muito rico de conexões. A ideia compreendida está associada a muitas outras existentes em uma rede significativa de conceitos e procedimentos e se referem a “redes” de ideias relacionadas Walle, 2009, p. 45;
- Promover um ensino alternativo ao tradicional. “Com exceções encontradas em lições ocasionais, a maioria dos livros didáticos tradicionais permanece muito próxima de um modelo de “ensino expositivo”. (Walle, 2009, p. 91.)
- Seja oferecida uma avaliação mais comprometida com o conhecimento. “O processo de avaliação é definido [...] “o processo de coletar evidências sobre o conhecimento de um estudante sobre algo, a habilidade de usá-lo e a disposição para matemática e de fazer inferências daquela evidência para uma variedade de propósitos e de que ela deve ser uma parte integrante do ensino e não uma interrupção ou um evento final singular. (Walle, 2009, p. 100.)

A MI pretendeu ser uma ferramenta para estimular o gosto do aluno pelo aprender e que, com isso, alcançou o objetivo de que o aluno entenda que fazer matemática implica ver o mundo de uma forma melhor.

Finalmente, pode-se perceber que a Matemática Interativa se alinha muito à proposta de Aprendizado em Matemática defendida por Walle (2009). Espera-se que ao final de todas as ações da MI no Ensino Fundamental, seja possível formar alunos capazes de usar a matemática para o ensino acadêmico, de estar formando cidadãos capazes de saber utilizar as ferramentas da ciência dos padrões como ferramenta nas suas discussões e capazes de tomar decisões certas na vida e coletar sucessos.

REFERÊNCIAS

ALVES, R. **A alegria de ensinar** (2ª edição ed.). Campinas, SP: Papyrus.2000

ARANHA, Maria Salete Fábio. A interação social desenvolvimento humano. **Temas psicol.** v.1 n.3 Ribeirão Preto dez. 1993

BAKHTIN, M. **Estética da Recepção**. SP, Martins Fontes, 2002

BORTONI-RICARDO, Stella Maris. **O professor pesquisador: introdução à pesquisa qualitativa**. São Paulo: Parábola Editorial, 2008

BRASIL, M. d.-G. (s.d.). OBMEP. Fonte: Olimpíadas Brasileiras de Matemática das Escolas Públicas: obmep.gov.br, (s.d.).

-**BRASIL**, BRASIL, Ministério da Educação e da Secretaria de Educação Fundamental. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: A Secretaria, 2018.

CASTANHEIRA, M.L. Interação. **Glossário Ceale**, UFMG,2006, s/p

CURY, A. J. Análise da Inteligência de Cristo. São Paulo: Academia de Inteligência. (1999).

DAMIANI, Magda. F. Sobre Pesquisas do tipo intervenção. **XVI ENDIPE** - Encontro Nacional de Didática e Práticas de Ensino - UNICAMP - Campinas – 2012.

FIORENTINI, D., & LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática percursos teóricos e metodológicos**. Campinas - SP: Autores Associados.2012

FOUNDATION, M. Math Fair. Fonte: **SNAP** - Mathematics Foundation: www.mathfair.com,1998

GARCIA, F. P. et al. A construção do conceito de número pela criança. 1º **Encontro PIBID de Matemática**. 2 EIMAT, UNOESTE,2012.

GIAMMEI, B., & POLLO, L. Agências Eder Content. Fonte: R7 Studio: <https://estudio.r7.com/por-que-nossos-professores-estao-adoecendo-15102019> . Acesso em 15 de out.de 2019

GLASSER, W. **Teoria da Escolha**. São Paulo: Mercuryo. 2001

LEONARDO, P. P. Construção do Conceito de Número. Um caderno didático-pedagógico para professores. Dissertação de Mestrado, **UDESC** ,2017

LINS, R. C., & GIMENEZ, J. G. *Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI*. Campinas, SP: Papyrus.2001

MACHADO, Nilson José. **Livro de bolso da FORMAÇÃO DO PROFESSOR: Microensaios Tetraédricos**. 1ª ed. São Paulo: Livraria da Física, 2016.

MEIRIEU, Philippe. **O cotidiano da Escola e da Sala de Aula**. Porto Alegre: Artemed, 2005

MORAES, Roque. Análise de conteúdo. **Revista Educação**, Porto Alegre, v. 22, n. 37, p. 7-32, 1999.

MOREIRA, M. I. C. Pesquisa-intervenção: especificidades e aspectos da interação entre pesquisadores e sujeitos da pesquisa. In: CASTRO, L. R de e BESSET, V. L. (Orgs.) **Pesquisa-intervenção na infância e juventude**. NAU: Rio de Janeiro, 2008

NOGUEIRA, C. M. Pesquisas atuais sobre a construção do conceito de número: para além de Piaget? *Psicologia da Educação Matemática*. Edu.Rev, set, 2011.

PADAVON, I. D., & JESUS, L. H. A ludicidade e o ensino da matemática: reflexão cotidiana com professores dos anos iniciais do ensino fundamental. **Revista de Comunicação Científica**, UNEMAT, 2016

SCHAFFER, H.R. **The Childs Entry into a Social World**. London: Academic Press Inc.1984.

SMED- PBH. **Revista Sujeitos & Práticas**. Formação 3º Ciclo, 6-10.2014

SEMIS, L. Fileiras na sala de aula, nunca mais. Fonte: novaescola.org.br: <https://gestaoescolar.org.br/conteudo/1975/fileiras-na-sala-de-aula-nunca-mais>. Acesso em 9 de abr.de 2018.

TORRES, R. M. **Que (e como) é necessário aprender?** São Paulo - SP: PAPIRUS. (2006)

VENCO, S. B.; CARNEIRO, R. F. **“Para quem vai trabalhar na feira... essa educação está boa demais”**: a política educacional na sustentação da divisão de classes. *Horizontes*, Bragança Paulista, v.36, n.1, p.7-5, jan. /abr. 2018.

VIANA, M. (6 de junho de 2018). Aprender matemática pode e deve ser prazeroso. **Jornal Folha de São Paulo**. 6 de jun., de 2018

VYGOTSKY, L.S. (1984) **A Formação Social da Mente**. São Paulo: Livraria Martins Fontes Editora Ltda.

WALLE, John A. Van de. **Matemática no Ensino Fundamental Formação de Professores e Aplicação em Sala de Aula**. Porto Alegre: Artmed.2009



**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS
MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**

Fernando Rezende

PRODUTO DA PESQUISA



ESTIMULANDO O APRENDIZADO COM A MATEMÁTICA INTERATIVA

BELO HORIZONTE, MG

2021

SUMÁRIO

1. POR UMA CONCEPÇÃO DE MATEMÁTICA INTERATIVA.....	148
2. A SELEÇÃO DO OBJETO DE CONHECIMENTO.....	148
3. ORIENTAÇÕES AOS PROFESSORES:.....	149
4. APRESENTAÇÃO DAS ATIVIDADES/ETAPAS	153
4.1. MI-01 ETAPA DOS DESAFIOS	153
4.1.1. MI-01.1 – Escrita dos Algarismos com LED’s	154
4.1.2. MI-01.2 – Caracterização dos algarismos com ajuda de uma MI-10	158
4.1.3. MI-01.3 – Aplicando o conhecimento num jogo individual. ...	162
4.2. MI-02 ETAPA DAS INVESTIGAÇÕES	165
4.2.1. MI-02.1 – O Jogo Crescente	168
4.3. MI-03 ETAPA DAS DEMONSTRAÇÕES.....	170
4.4. MI-04 ETAPA COMUNICAÇÃO.....	175
4.4.1. ELABORAÇÃO DE ITENS.....	176
4.4.2. SHOW DE PERGUNTAS	177
4.4.3. AULA EXPOSITIVA	182
4.4.4. VIDEOAULA	184
REFERÊNCIAS	187

APRESENTAÇÃO

Desde a História da Civilização aos tempos contemporâneos, a matemática é reconhecida como uma ferramenta que permite ao ser humano atuar no mundo, entender fenômenos e fatos, compreender a realidade, resolvendo desafios e encontrando soluções para grandes e pequenos problemas que afetam a vida humana. Desse modo, toda a produção científica advinda da matemática é patrimônio da humanidade e a ela se juntam outras ciências, dado seu caráter interdisciplinar. Ainda que recaia sobre a ciência da Matemática uma importância singular, tratar do ensino dela na escola tem sido uma tarefa complexa.

Para começar, circulam, na sociedade, crenças de que se trata de um objeto de conhecimento a que só os muito capazes têm acesso e que apenas os mais talentosos o alcançam. Essa representação é, igualmente, muito forte na escola, como uma verdade já introjetada no imaginário de muitos alunos.

Um segundo aspecto se refere ao modo altamente abstrato com o qual a disciplina Matemática vem sendo ensinada na escola, ao ponto de, “a cada novo tema que tenta ensinar, o professor de Matemática é questionado: “Para que serve isto?”. (Machado, 2016, p. 223). A concepção de algo difícil e sem razões práticas para sua existência desencadeou parte do distanciamento dos alunos em relação à disciplina.

Como professor de Matemática, sempre pautei minhas práticas pedagógicas na busca de desfazer esses equívocos e em ajudar, efetivamente, alunos que necessitam de intervenções mais apropriadas à aprendizagem e ao desenvolvimento do raciocínio matemático. Vivemos hoje, mais do que nunca, a certeza do quanto o conhecimento matemático é importante e exigido em várias profissões e em diferentes colocações no mundo do trabalho e, o quanto se faz necessário o desenvolvimento do pensamento lógico para enfrentar a vida contemporânea, o que será exigido mais e mais no futuro.

A presente pesquisa levantou a seguinte problematização: partindo da concepção teórica da INTERAÇÃO, decorrente das metodologias ativas de ensino, que se dá pela imersão e pela busca em encontrar soluções para problemas da vida prática, é possível motivar e envolver os alunos em experiências exitosas de aprendizagem matemática? E, paralelamente, se propõe a demonstrar que a Matemática Interativa pode ser uma forma de proporcionar ao aluno uma maneira de aprender melhor e com mais gosto a Matemática e tem, por resultado esperado, a

motivação do estudo do estudante por meio de experiências lúdicas em sala de aula, possibilitando ao aluno ter desejo por estudar, com autonomia, estimulando, conseqüentemente, seu aprendizado.

1. POR UMA CONCEPÇÃO DE MATEMÁTICA INTERATIVA

Nas últimas décadas, a expressão Interação passou a fazer parte do repertório vocabular em contextos educacionais, como sinal de que o processo ensino e aprendizagem estava sendo visto com um novo olhar. Do ponto de vista mais geral, significa:

“Inter-ação: inter ‘no interior de dois; entre; no espaço de’ e ação ‘ato ou efeito de agir’. Interação, segundo os dicionários: “influência mútua de órgãos ou organismos; ação recíproca de dois ou mais corpos”.

Do ponto de vista dos estudos sobre desenvolvimento humano, a interação, do ponto de vista social, tem recebido diferentes abordagens teóricas. A primeira grande tendência encontrada, caracteriza-se pela investigação dos efeitos da interação no comportamento social dos indivíduos, enfatizando o indivíduo, em sua aquisição de competências sociais, ou o ambiente, em suas influências na determinação do desenvolvimento, principalmente sobre estudos de como o conhecimento se dá em contextos interativos, chegando mesmo a um debate sobre interação e cognição, ou seja, de como a interação auxilia no desenvolvimento cognitivo dos aprendizes. Isto exposto, esta pesquisa propõe uma nova concepção de ensino, a que estamos denominando Matemática Interativa, ou seja, aquela que leva em conta as bases da interação humana e social, da interação dialógica, como sustentação para a sua proposta de intervenção.

2. A SELEÇÃO DO OBJETO DE CONHECIMENTO

Com vistas à intervenção pedagógica pela abordagem da Matemática Interativa, optamos por aplicar um teste diagnóstico, contendo questões que avaliam uma das habilidades básicas essenciais ao conhecimento em matemática para o 6º ano. A habilidade é definida, pela BNCC, como:

(EF06MA02) Reconhecer o sistema de numeração decimal, como o que prevaleceu no mundo ocidental, e destacar semelhanças e diferenças com outros sistemas, de modo a sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero), utilizando, inclusive, a composição e decomposição de números naturais e números racionais em sua representação decimal.

Os testes apontaram, como maior lacuna na aprendizagem dos alunos, o conhecimento sobre **Valor Posicional**, objeto de conhecimento selecionado para a elaboração das Oficinas, tendo como base a Matemática Interativa. Foi preciso fazer um recorte dentro desse tópico e a opção foi por “números”.

Por que trabalhar com um tema dentro do eixo Números? Essa atitude foi inspirada na crítica feita por Lins & Gimenez, (2001) que diz que esperar para ensinar álgebra somente no 7º ano é de forma tardia: “*é preciso começar mais cedo o trabalho com a álgebra, e de modo que esta e a aritmética desenvolvam-se juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra*” (LINS & GILMENEZ, 2001, p. 10)) e na BNCC que segue essa linha, quando orienta que cinco Unidades Temáticas (Números, Álgebra, Geometria, Grandezas & Medidas e Probabilidade & Estatística) apresentadas estão nas propostas de atividades a serem atingidas no ano letivo do 6º ano. Sendo assim, nas atividades da MI foram sugeridas inferências, à medida que os grupos foram avançando em sua compreensão, dando liberdade para inserir, por exemplo, atividades, usando álgebra e geometria dentro do tema Valor Posicional.

Uma vez que a Matemática Interativa esteja inserida no plano de aula, é preciso visualizar como ela atua no processo de aprendizagem. Portanto, este trabalho tem como propósito orientar as atividades de sala de aula. São destinadas a pré-adolescentes que se encontram numa fase de compreender como os algoritmos contribuem para a formação de um número.

3. ORIENTAÇÕES AOS PROFESSORES:

As atividades são acompanhadas de Preliminares, que são orientações ao professor/à professora. Nas Preliminares serão descritas algumas informações que o professor executor deverá se preparar antes de se implantar a MI, visto que, para se obter sucesso na aplicação das atividades é importante que os docentes se sintam bem-preparados. Muitas surpresas poderão acontecer durante a aplicação das atividades e algumas poderão dificultar seu sucesso. Dar algumas orientações antecipadas, ajudarão a diminuir as surpresas desagradáveis. Nas preliminares serão

apresentados os objetivos das ações, a importância da ordem de execução das etapas, algumas características que acontecem ao realizar aulas nesse formato, as consequências quanto aos tempos e espaços de realização das ações e a importância das inferências durante as aplicações das ações. Fazer com que os estudantes aprendam por experiência própria, que a matemática faz sentido e que eles são capazes de dar significado à matemática.

Trabalhar no formato MI traz algumas vantagens como, por exemplo, despertar os interesses dos alunos. Contudo, trazem também algumas dificuldades que, em alguns momentos, fazem repensar a prática e buscar adaptações e alternativas para alcançar os objetivos propostos.

Promover atividades que utilizem a MI como abordagem requer não apenas pensar nas atividades educativas, como as definidas anteriormente, mas se envolver em outros modelos de ações, como a transformação do ambiente em sala de aula onde os alunos se movimentam livremente e se comunicam, muitas vezes de forma congestionada de vozes e fora da tonalidade padrão. Para trabalhar numa abordagem MI é preciso adaptar as mudanças que causam num ambiente escolar tradicional. Pois, segundo Walle, (2009, p. 19), "*forças externas também causarão impactos sobre o ensino de matemática em sua sala de aula*".

Enfim, pensar em atividades que tenham uma visão lúdica como numa gincana, que elas terão um formato divertido, competitivo, desafiador, estimulante e repleto de surpresas inesperadas.

Para planejar as atividades, o primeiro passo é identificar o que o aluno já conhece sobre o assunto, através do Teste Diagnóstico e, a partir daí, desenvolver as atividades de forma gradativa, subindo, gradativamente junto com o aluno, sempre procurando fazer o aluno sentir que ele e sua aprendizagem são o foco do ensino. Para inserir o aluno neste processo é preciso paciência e tolerância, sempre partindo do tema e das ações mais simples. Se houver algum entrave no caminho, é preciso ter consciência e recomeçar no estágio em que o aluno se encontra. Para alguns alunos isso pode demorar a surtir efeito e poderá causar certa impaciência aos colegas que já se adaptaram. Uma sugestão que pode ajudar é oferecer aos ansiosos atividades mais desafiadoras. Outra, é convidá-los para assessorar o trabalho docente.

Enfim, como promover a inserção dos alunos no processo? Para que isso aconteça, a Matemática Interativa tenta cativar o aluno com desafios, enigmas, raciocínios lógicos e passatempos matemáticos, todos como numa competição tipo gincana. Esses desafios despertam a curiosidade e o ato de competir atraem esse público, especialmente, se tiver cronometragem para realização desses desafios. A utilização do tempo foi uma característica originada das Gincanas. Muitos alunos se dispersam ao longo da realização das atividades. Ao perceberem que há um tempo a ser cumprido e que seus colegas estão determinados em cumprir esse tempo, o aluno se vê necessitado em retomar sua concentração para resolver a atividade.

A passagem do 5º para o 6º ano é marcante para muitos alunos da PBH, porque traz consigo algumas mudanças de posturas. Este impacto causa certa insegurança. Assim, para haver interação nas aulas de Matemática, é importante levar o aluno ao patamar de estudante, quando ele se torna um entusiasta em aprender. Segundo Walle (2009, p. 9), “a compreensão dos estudantes, bem como a confiança, crescerá como resultado de tomar parte neste fazer matemático”.

O período de realização das atividades é ligado às formações de conjecturas dos alunos sobre o Tema. O encerramento de um conjunto de ações passa a depender da compreensão dos alunos e não mais do sistema. Porém, há metas da escola e da BNCC a serem atingidas pelo 6º ano e isso impede de estender demais esse tempo. Então, é considerado tempo vencido quando grande parte dos alunos atingirem o conhecimento, quando os alunos, em sua maioria, mostrarem capacidade de explicar o que aprenderam ao comunicar sobre o assunto.

Uma vez que a Matemática Interativa esteja inserida no plano de aula, é preciso visualizar como ela atua no processo de aprendizagem. Portanto, este trabalho tem como propósito orientar as atividades de sala de aula. São destinadas a pré-adolescentes que se encontram numa fase de compreender como os algarismos contribuem para a formação de um número.

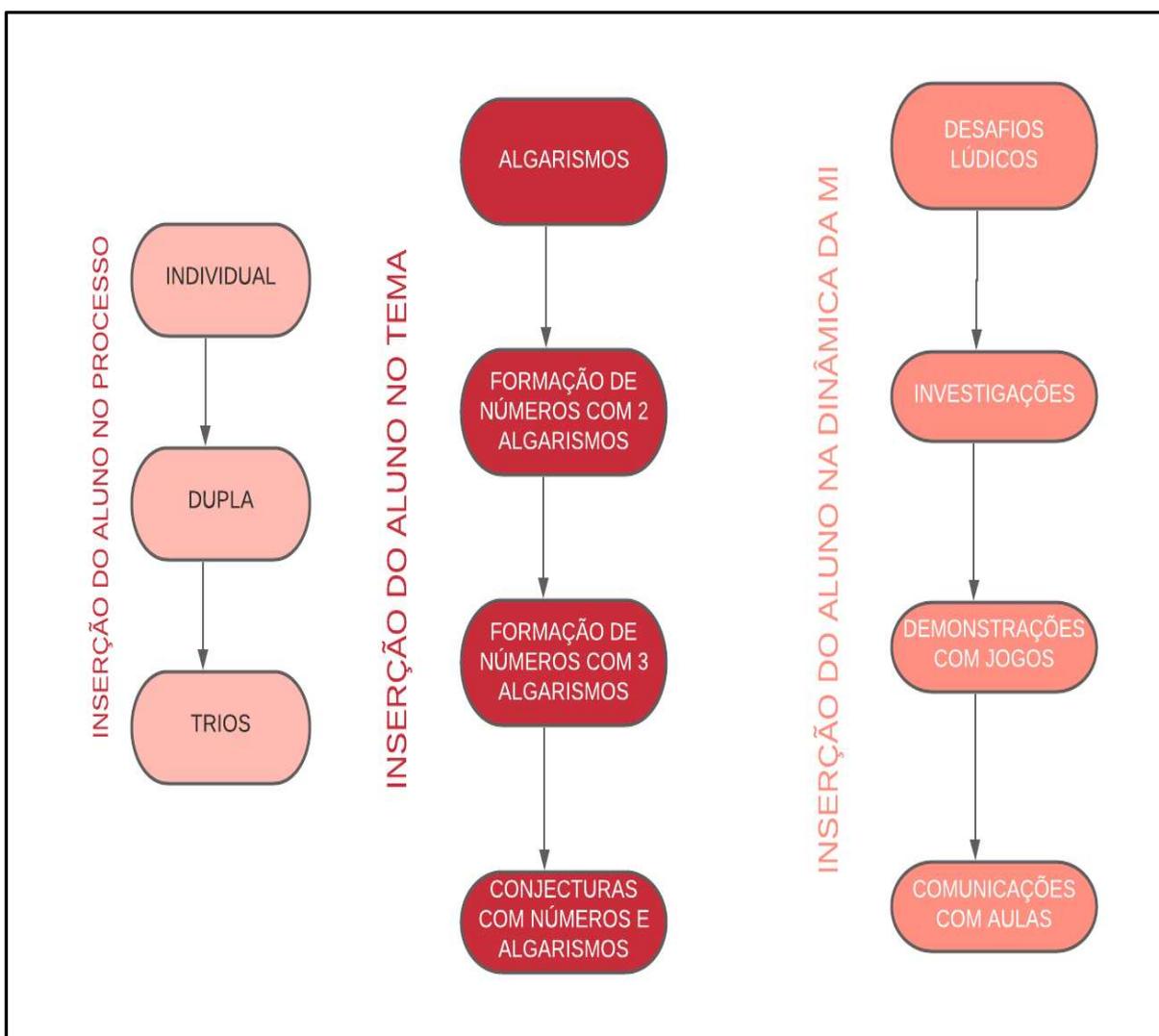
As sequências didáticas das ações respeitam uma ordem pedagógica:

- **De inserção do aluno no processo:** É partir de ações individuais na MI-01, depois ir agrupando em dupla e trios na MI-02 e finalizando todo o processo somente com trios, na MI-03 e MI-04.

- **De atividades mais elementares para mais complexas:** É partir de atividades com o uso de desafios (inspirados numa gincana), aprofundar em atividades, fazendo investigações, passar por atividades de manipulação com apoio de jogos e finalizar, comunicando a todos, com o apoio da tecnologia, o que conseguiu aprender.

Essas sequências são mostradas no seguinte diagrama:

Quadro 1 - Diagrama De Inserção Do Aluno



4. APRESENTAÇÃO DAS ATIVIDADES/ETAPAS

4.1. MI-01 ETAPA DOS DESAFIOS

A MI-01 é a etapa definida como a etapa dos *Desafios*. É uma etapa que sugere a utilização de enigmas, passatempos, desafios lógicos, curiosidades e descobertas e, como forma de cativar os alunos, brincadeiras, competições e diversões tipo gincana. É uma etapa de provocações no aluno. De tentar promover sua inserção no projeto de forma atraente e desejada. É importante pesquisar desafios que trabalhem o tema, mas que também seja bem interessantes e que prendam a atenção do aluno.

No tema: Valor Posicional foram escolhidos dois grupos de ações:

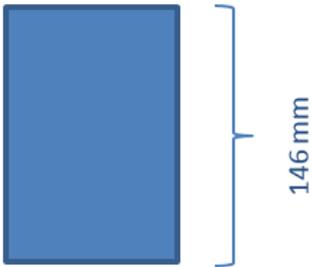
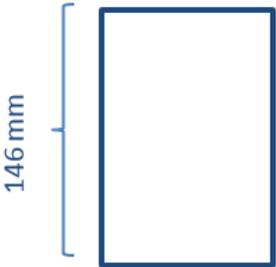
- Escrita e Caracterização dos Algarismos
- Construção de Conjecturas com uso dos Algarismos numa MI-n.

Essas ações trabalham a todo momento somente com algarismos. É fazer várias provocações que induzem ao aluno a fazer descobertas por si só.

- No primeiro grupo, as ações propõem que os alunos confeccionem os algarismos e depois participem de uma competição que trabalhem a caracterização desses algarismos em forma de sabatina (quem responde mais rápido) para que possam associar algumas características dos algarismos e usá-las quando eles formarem números.
- No segundo grupo com um kit de algarismos nas mãos, os alunos irão fazer descobertas em cima dessas caracterizações. Vamos a elas:

4.1.1. MI-01.1 – Escrita dos Algarismos com LED's

Quadro 2 - Ficha da atividade MI-01.1

Ficha da atividade MI-01.1	
Título	Formação e Identificação dos Algarismos
Objetivo	Reconhecer os algarismos indo arábicos usando o formato digital como modelo de escrita e identificação.
Material Usado	Material de escrita (comum e em cores), Régua 30 cm, Tesoura, Folhas de Rascunho A4 de preferência ou folha de caderno e Cronômetro.
Formação	1 aluno
Carga Horária	2 horas/aula
Orientações para o desenvolvimento da atividade MI-01.1	
<p>O 1º passo é obter a metade de uma folha de papel A4 (fazer um corte de forma que a nova folha tenha a metade da altura do papel A4), colorir uma de suas faces com a cor que desejar e deixar a outra face em branco. Nas figuras 1 e 2 abaixo apresenta as faces nas folhas já cortadas:</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;"> <p><i>Figura 1 - Face Colorida</i></p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p><i>Figura 2 - Face Branca</i></p>  </div> </div> <p>2º Passo: A folha deverá ser dobrada verticalmente como mostra a figura 3 abaixo:</p> <div style="text-align: center;"> <p><i>Figura 3 – Dobra Vertical</i></p>  </div>	

Continuação - Ficha da atividade MI-01.1

3º Passo: Uma nova dobra igual deverá ser feita, como mostra a figura 4

Figura 4 - Nova Dobra



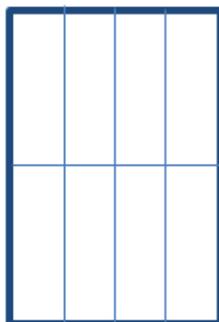
4º Passo: E finalmente uma dobra horizontal:

Figura 5 - Dobra Horizontal



Ao reabrir, a folha ficará com a seguinte formato:

Figura 6 - Formato da folha pós dobraduras

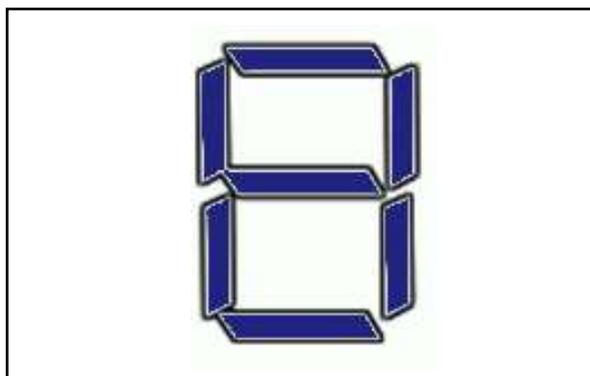


Após as sequências das dobraduras, a folha deverá ser recortada em tiras. As tiras representarão LED's. LED's são dispositivos eletrônicos que: ora estão acesos, ora estão apagados como utilizados nas calculadoras e placares eletrônicos. As faces coloridas serão consideradas LED's apagados e as faces brancas LED's acesos.

Continuação - Ficha da atividade MI-01.1

A primeira ação a fazer é solicitar aos alunos coloquem os LED's de forma apagada sobre a mesa conforme mostra a Figura 7 abaixo:

Figura 7 - Diagrama dos LED's



Uma vez que os LED's estejam apagados os alunos deverão acendê-los virando as fichas adequadas e com isso formar todos os algarismos. Vejam a representação dos algarismos.

Figura 8 - Gabarito de algarismos com os LED's apagados



Agora que os alunos estarão familiarizados com os LED's, eles farão duas investigações individualmente. Cada uma terá 30 segundos para ser concluída.

Depois de realizadas as construções e verificações inicia-se a provocação competitiva.

Essa competição é denominada MI- n ., em n corresponde ao número de questões a serem realizadas. Cada pergunta será iniciada com o nome: *Problema k*. O k corresponde ao número do problema e é escrito em algarismo romano por achar que é uma forma de aplicar esse conteúdo matemático.

Uma vez que o professor propõe o problema k , os alunos deverão responder imediatamente no celular. Aquele que responder primeiro receberá pontos que se somarão ao longo da atividade com os pontos obtidos durante essa MI- n . Após um curto espaço de tempo (cerca de 1 minuto), o professor indica quem foi o primeiro a acertar. Comenta os resultados diversos e apresenta a tabela de classificação. Se houver novos vocabulários o professor deverá apresentar aos alunos e pedir que anotem num glossário a parte.

Os problemas a serem testados estão mostrados abaixo:

Quadro 3 – Problemas k da MI-01.1 a serem testados.

k	Problemas
I	Qual é o máximo de LED's acesos deveremos usar para representar um algarismo? Em qual algarismo?
II	Qual é o mínimo de LED's acesos deveremos usar para representar um algarismo? Em qual algarismo?
III	Quero formar um número natural que tenha dois algarismos distintos, qual número consigo formar que utilizam o mínimo de LED's acesos?
IV	Quantos LED's precisaríamos para escrever o número 245? E o número 542? Qual usaria mais? São iguais? Por quê?
V	Qual é o número máximo de LED's acesos necessários para escrever um número formado por 3 algarismos distintos? E o que tem menos?

4.1.2. MI-01.2 – Caracterização dos algarismos com ajuda de uma MI-10

Os alunos deverão utilizar fichas de papel contendo todos os algarismos para agilizar a competição e poder responder mais problemas k. Nesse momento foi solicitado que o aluno previamente produzisse seus kits de algarismos. Um kit de algarismo é um conjunto com os 10 algarismos indo-arábicos.

Para realização das atividades iniciais, os alunos utilizarão um kit, porém, ao longo das aulas de matemática seriam necessários a confecção de mais dois kits.

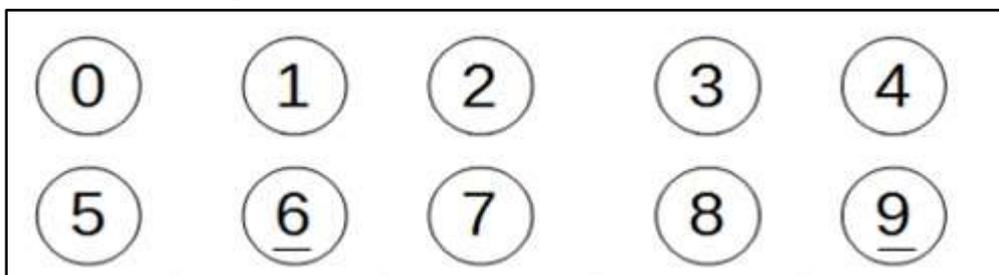
Quadro 4 - Ficha da Atividade de Confecção de Fichas com Algarismos

Ficha da atividade MI-01.2	
Título	Identificação Dos Algarismos
Objetivo	Fazer relações entre os algarismos indo arábicos utilizando prova oral.
Material Usado	Material de escrita, Régua 30 cm, Tesoura, Folhas de Rascunho A4 de preferência ou folha de caderno, objeto redondo (exemplo: pequeno copo, moeda R\$ 1,00 ou pulseira infantil).
Formação	1 aluno
Carga Horária	30 minutos
Orientações para o desenvolvimento da atividade	

Com o material redondo eles terão que desenhar 10 circunferências e escrever em cada centro um algarismo diferente. Lembre-se de colocar um sinal de “-“ abaixo do 6 e do 9.

Depois recortar e fazer as fichas como mostra a figura abaixo mostra o exemplo de um Kit com Algarismos.

Figura 9 – Kit com Algarismos



Continuação - Ficha da atividade MI-01.2

AÇÕES

Após a confecção de pelo menos um kit com algarismos, os alunos foram provocados em uma MI-10. Foi sugerido que os alunos colocassem lado a lado, as 10 fichinhas contendo cada algarismo. As fichinhas seriam utilizadas apenas como material de apoio, porém as respostas deverão ser escritas no WhatsApp. Aos alunos foram dados a liberdade de colocar o kit com algarismos da maneira que lhes conviessem. Contudo, ao longo da primeira MI-10, foi destacado que o aluno que dispusessem as fichinhas em ordem crescente, chegariam à solução com mais rapidez. Daí foi necessário ensinar dois conceitos: Crescente e Decrescente.

A lista de problemas k são mostradas na lista abaixo:

Quadro 5 - Problemas k da MI-01.2 a serem testados.

k	Problemas
I	Qual é o maior algarismo?
II	Qual é o menor algarismo?
III	Qual é o maior algarismo par?
IV	Qual é o menor algarismo ímpar?
V	Quantos algarismos pares ímpares existem?
VI	Quantos algarismos são maiores que 6?
VII	Quantos algarismos são menores que 4?
VIII	Quantos algarismos são maiores que 9?
IX	Qual é o algarismo menor que 0?
X	Qual é o algarismo que é anterior ao 8, posterior ao 4 e par?

Fonte: Elaborado pelo autor.

Essa gincana propõe que o estudante manipule os algarismos elaborados para identificar suas características quanto a: se par ou ímpar, se é maior ou menor, se vem antes e depois. Em todas elas há um aprofundamento quanto à diferença entre as diferenças entre as perguntas: *Quantos?* e *Qual?*

Na versão presencial, o aluno deverá desenhar a tabela abaixo, no caderno, e colocar suas respostas na coluna solução. Na versão remota, o aluno deverá escrever sua resposta no WhatsApp

Quadro 6 - Folha de respostas

NOME DO ALUNO:	
PROBLEMA	SOLUÇÃO
I	
II	
III	

IV	
V	
VI	
VII	
VIII	
IX	
X	

Fonte: Elaborado pelo autor.

Quadro 7 – Sugestões de Inferências

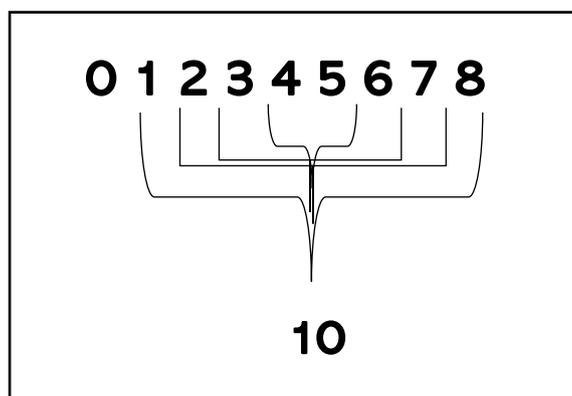
<u>SUGESTÕES DE INFERÊNCIAS</u>		
		<ul style="list-style-type: none"> • Por que são 10 fichas?
		<ul style="list-style-type: none"> • Por que há pessoas que acham que são 9 fichas?
		<ul style="list-style-type: none"> • Numa aula posterior a essa, foi solicitado que o aluno relacionasse o valor a ser descoberto a uma letra do nosso alfabeto qualquer. A partir daí os alunos deveriam escrever dando valor a letras. Estaria inicializando a álgebra.
		<ul style="list-style-type: none"> • Os problemas seriam os mesmos relatados anteriormente, contudo o aluno deverá descobrir o valor da letra.
		<ul style="list-style-type: none"> • Como ponto de partida foi informado que \underline{a} representa um algarismo. Sendo assim as perguntas passaram a ser assim:
<i>k</i>	Problema	Resposta esperada
I	Qual é o valor de \underline{a} se ele representa o maior valor possível?	$a = 9$
II	Qual é o valor de \underline{a} se ele representa o menor valor possível?	$a = 0$
III	Qual é o valor de \underline{a} se ele representa o maior valor par possível?	$a = 8$
IV	Qual é o valor de \underline{a} se ele representa o menor valor par possível?	$a = 0$
	Obs: Alguns alunos acham que zero não é par.	

V	Se \underline{a} representa um valor ímpar. Quantos valores diferentes \underline{a} pode assumir?	$a = 5$
VI	Se \underline{a} representa um valor maior que 6, quantos valores diferentes \underline{a} pode representar?	$a = 3$
VII	Se \underline{a} representa um valor menor que 4, quantos valores diferentes \underline{a} pode representar? Obs: Alguns alunos esquecem do zero	$a = 4$
VIII	Se \underline{a} representa um valor maior que 9, quantos valores diferentes \underline{a} pode representar?	$a = 0$
IX	Se \underline{a} representa um valor menor que 0, quais valores \underline{a} pode representar? Obs: Esse problema complementa a questão VIII confrontando respostas numérica e escritas.	$a = \text{nenhum}$
X	Se \underline{a} representa um valor maior que 4, menor que 8 e par, qual é o valor de \underline{a} ?	$a = 6$

4.1.3. MI-01.3 – Aplicando o conhecimento num jogo individual.

O Soma Spoke é um jogo individual que propõe ao aluno fazer descobertas diversas, utilizando a característica dos algarismos quanto à soma entre eles. Pretendemos que o aluno compreenda que os pares de algarismos abaixo, se somados, dão o mesmo resultado e que essa habilidade pode ajudar num futuro cálculo mental.

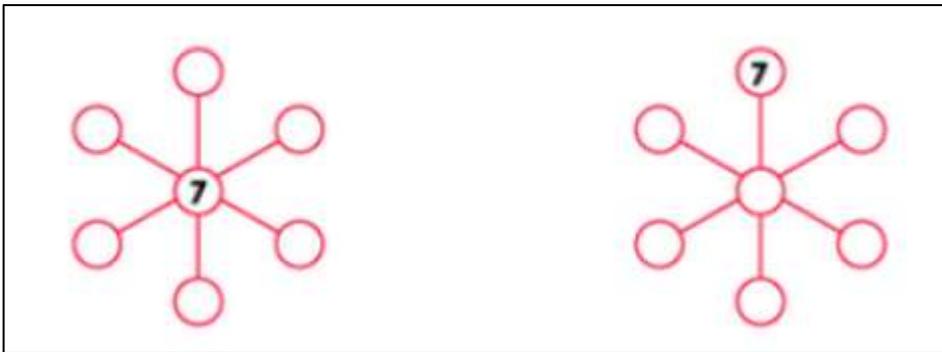
Figura 10 – Cálculo Soma Spoke



Quadro 8 – Ficha da atividade MI-01.3

Ficha da atividade MI-01.3	
Título	Soma Spoke
Objetivo	Saber utilizar as fichas com algarismos para resolver problemas matemáticos.
Material Usado	Material de escrita, Régua 30 cm, Tesoura, Folhas de Rascunho A4 e Cronômetro.
Formação	1 aluno
Carga Horária	1 hora/aula

Fonte : Elaborado pelo autor

Continuação da Ficha da atividade MI-01.3
Orientações para o desenvolvimento da atividade
<p>O aluno deverá desenhar o tabuleiro mostrado na Figura 13. <u>Essa foi uma adaptação do jogo apresentado no site da SNAP.</u></p> <p style="text-align: center;">Figura 11 - Soma Spoke</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>O aluno selecionará as fichas de 1 a 7. Após desenharem o tabuleiro, solicitar que coloquem o algarismo 7 no centro, como mostrado na figura 13. Ele terá 1 minuto para descobrir o segredo. O jogo consiste em dispor os algarismos de 1 a 6 colineares de forma que as somas em cada linha tenham o mesmo total.</p>

Quadro 9 – Sugestões de Inferência

SUGESTÕES DE INFERÊNCIA
<ul style="list-style-type: none"> • Pedir que experimentem tirar do centro o 7 substituindo-o pelas fichas que estão de fora: 8, 9 e 0;
<ul style="list-style-type: none"> • Propor que pensem no que aconteceria se colocássemos números maiores como 67, ou 138 no centro;
<ul style="list-style-type: none"> • E se colocássemos uma letra?
<ul style="list-style-type: none"> • Volte com as fichas de 1 a 7 e coloque agora o 7 fora do centro como mostrado na figura 13. Colocar as demais fichas de tal forma que as somas colineares deem o mesmo total;
<ul style="list-style-type: none"> • Propor que coloquem o 8, 9 e 0 no lugar do 7 e testar novamente. Com quais fichas conseguiremos resolver os desafios.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Espera-se que, ao final, os alunos tenham mais domínio sobre a caracterização dos algarismos quanto aos pares de algarismos que, se somados, resultam numa mesma soma. Com isso eles serão capazes de operar com futuros cálculos mentais.

Garcia, (2012), introduz com uma fala de “Kamii que explica: “[...], o número é construído por cada criança a partir de todos os tipos de relações que ela cria com os objetos ” e conclui: “ Ela constrói progressiva e interiormente a capacidade de contar com sucesso os objetos e essa capacidade só está consolidada quando ela consegue coordenar várias ações sobre os objetos [...] a fim de quantificá-los”. GARCIA,2012,p.3)

4.2. MI-02 ETAPA DAS INVESTIGAÇÕES

Para se realizar essa etapa, espera-se que o aluno tenha realizado a etapa MI-01, quando demonstrou compreensão sobre as características dos algarismos.

A partir desse momento, as atividades são realizadas em grupo. Inicialmente em duplas e, depois, em trios. Na forma remota, o grupo de WhatsApp ficou caracterizado como um único grupo para debates. Contudo, as discussões sempre foram o principal foco que garantiram a interação necessária à realização das tarefas.

Na Matemática Interativa presencial é o momento em que os alunos se posicionem no Formato Interativo. Esse formato é a disposição de alunos, cadeiras e mesas, em que um aluno três alunos se posicionam da seguinte forma: **(A)** fica de frente para outro aluno **(B)** e o aluno **C** fica de frente para a lousa.

Quadro 10 - Formação de Números 2 algarismos

Ficha da atividade	
Título	Formação De Números Naturais de 2 Algarismos
Objetivo	Saber classificar, ordenar, contar e representar números observando seus algarismos.
Material Usado	Material de escrita, Régua 30 cm, Tesoura, Folhas de Rascunho A4 e Cronômetro.
Formação	2 alunos
Carga Horária	1 hora/aula

Continuação – Ficha de atividade da MI-02
Orientações para o desenvolvimento da atividade
<p>Com as fichas algarismos, os alunos serão convocados a fazer descobertas com as investigações propostas.</p> <p>Para realização dessa atividade, na forma presencial, é importante realizá-la na sequência:</p> <ol style="list-style-type: none">1. Pedir aos alunos que se sentem em duplas, com liberdade de escolha do colega. Se a turma tiver um número ímpar de alunos, a sugestão foi permitir que apenas um grupo tenha três integrantes.2. Solicitar que levem consigo suas fichas, contendo algarismos confeccionadas.3. Entregar à dupla uma tabela de pontuação, semelhante à tabela para cada aluno da dupla e , assim, preparar para uma MI-10.4. Instruir que coloquem os nomes dos integrantes da dupla nessa tabela.5. Depois de falados todos os problemas e anotados, os alunos deverão se preparar para apresentar suas respostas.6. Para cada questão, o professor vai ler e dar 30 segundos para que os alunos discutam suas opiniões.7. Após esse tempo, ele dará um sinal e cada aluno da dupla vai se levantar, segurando um algarismo que, estando lado a lado com seu companheiro, formará um número com 2 algarismos.8. Ao final dessa atividade, cada dupla entregará uma de suas fichas ao professor.

Quadro 11 – Ficha de respostas

NOME DO ALUNO:	
PROBLEMA	SOLUÇÃO
I	
II	
III	
IV	
V	
VI	
VII	
VIII	
IX	
X	

Quadro 12 – Problemas k a serem testados

k	Problemas
I	Qual é o maior número natural formado por 2 algarismos?
II	Qual é o menor número natural formado por 2 algarismos?
III	Qual é o maior número natural par formado por 2 algarismos?
IV	Qual é o menor número natural ímpar formado por 2 algarismos distintos?
V	Qual é o maior número natural formado por 2 algarismos pares?
VI	Qual é o menor número natural formado por 2 algarismos ímpares distintos?
VII	Qual é o maior número natural formado por 2 algarismos em que o algarismo da 1ª ordem seja o dobro do algarismo da 2ª ordem?
VIII	Qual é o menor número natural formado por 2 algarismos em que o algarismo da 1ª ordem seja o triplo do algarismo da 2ª ordem?
IX	Quantos números naturais formados por 2 algarismos existem?
X	Quantos números naturais pares formados por 2 algarismos existem?

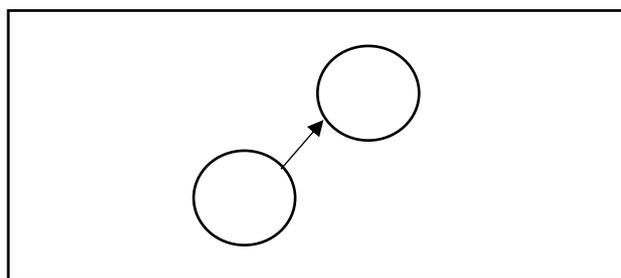
4.2.1. MI-02.1 – O Jogo Crescente

Quadro 13 – O Jogo Crescente

Este jogo consiste em colocar os algarismos sobre tabuleiros desenhados, como mostra a figura de forma que o sentido da seta seja crescente. Ou seja, o algarismo anterior à seta terá que ser menor que o posterior. Ao final dessa atividade, espera-se que o aluno tenha compreendido bem a caracterização dos algarismos quanto a maior e menor.

Partindo de um tabuleiro simples, o aluno irá pegar as fichas com o 1 e o 2 e colocar no tabuleiro 1.

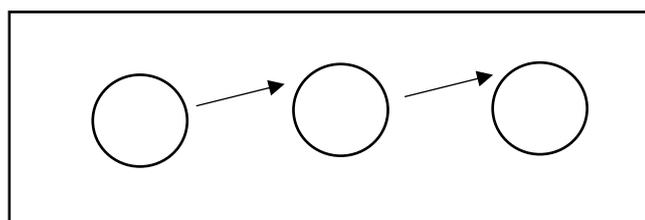
Figura 12 – Tabuleiro 1



Uma vez que ele experimentou fazer com o 1 e o 2, agora ele deverá testar com os algarismos 3 e 8.

Nos passos seguintes, os tabuleiros vão se modificando e o número de fichas também. Com as fichas 1, 2 e 3 o aluno deverá fazer o mesmo no tabuleiro 2.

Figura 13 - Tabuleiro 2



Nesse momento é importante provocar o aluno a que encontre uma outra solução para esse tabuleiro, utilizando os mesmos algarismos: 1, 2 e 3.

Ele irá notar que não há outra possibilidade. Ou ainda, há apenas uma maneira de resolver.

Daí a necessidade de fazer a investigação nos tabuleiros 3 e 4 abaixo:

Figura 14 – Tabuleiro 3

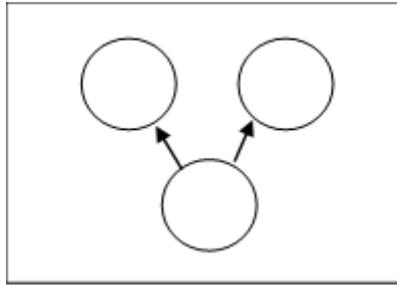
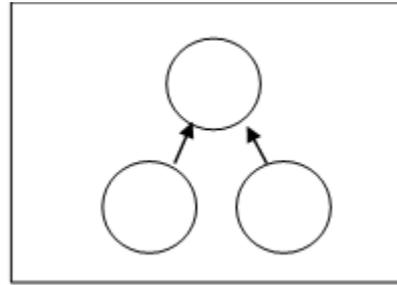


Figura 15 – Tabuleiro 4



Nesses tabuleiros, os alunos deverão investigar e descobrir que há duas soluções para cada um deles, usando os mesmos algoritmos.

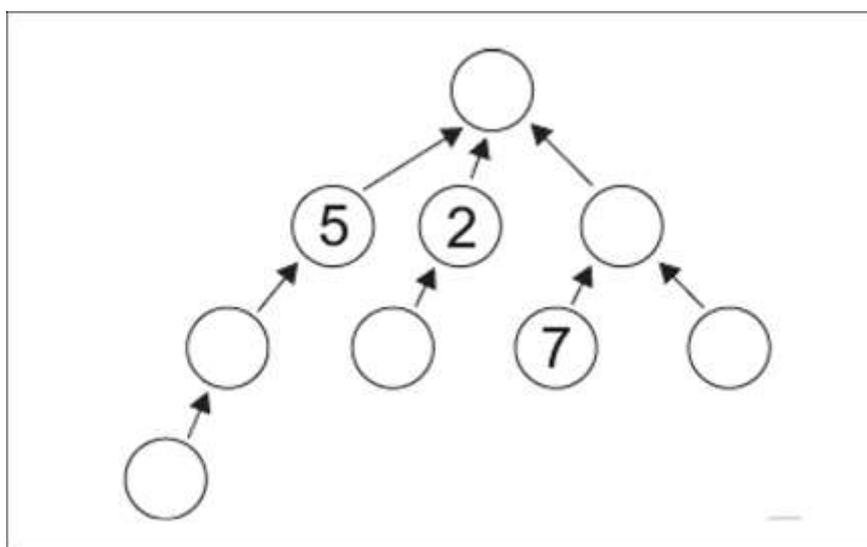
Quadro 14 – Sugestões de Inferência

Sugestão de Inferência

Provoque o aluno questionando: se os tabuleiros 3 e 4 utilizam a mesma quantidade de algarismos que o tabuleiro 2, por que esse último só tem uma solução? Nesse momento, apresentar o conceito: *Colinear*.

Depois de consolidados esses tabuleiros, os alunos deverão pegar os algarismos de 1 a 9 e preencher o tabuleiro 5 abaixo:

Figura 16 - Tabuleiro 5



4.3. MI-03 ETAPA DAS DEMONSTRAÇÕES

Nessa etapa, primeiro passo é começar a partir do que o aluno sabe. Nas ações da MI, ele está num momento pós MI-02, quando participou de debates sobre caracterização dos algarismos. O passo agora é utilizar jogos que potencializem a relação entre os algarismos quanto a maior e menor.

O jogo é uma atividade divertida que as crianças adoram. Ele dá ao pré-adolescente a chance de experimentar, porque permite aprender com erros e acertos; a buscar estratégias, utilizando o conteúdo aprendido e transforma a

sala de aula num ambiente agradável. No ensino remoto, ele transforma a aula em momento de agradável, estimulador e envolvente.

Em resumo, os grupos deverão estudar o jogo, organizá-lo e preparar todos os materiais necessários para a realização desse jogo e, depois, criar estratégias para explicar o jogo para outras pessoas.

Devido a situação atual, a elaboração do jogo se transformou numa simples produção de tabuleiro do Jogo Crescente. Essa estratégia foi pensada, por se tratar de uma forma mais fácil de observar o aluno produzindo jogos com os recursos que, possivelmente, estão ao seu alcance.

Essa ação é uma continuação das atividades investigadas na MI-02, porém, com a diferença: os alunos iriam produzir seu próprio tabuleiro e, depois, desafiarem seus colegas, como num jogo.

Como início dessa etapa, foi proposto uma MI-10 para números naturais, formados por 3 algarismos.

Quadro 15 - Formação de Números Naturais de 3 algarismos

Ficha da atividade	
Título	Formação De Números De 3 Algarismos
Objetivo	Saber classificar, ordenar, contar e representar números observando seus algarismos.
Material Usado	Material de escrita, Régua 30 cm, Tesoura, Folhas de Rascunho A4 e Cronômetro.
Formação	2 alunos
Carga Horária	1 hora/aula

Entregar ao trio uma tabela de pontuação, semelhante à tabela para cada aluno da dupla e preparar para uma MI-10.

Quadro 16 – Ficha de Respostas

NOME DO ALUNO:	
PROBLEMA	SOLUÇÃO
I	
II	
III	
IV	
V	
VI	
VII	
VIII	
IX	
X	

Quadro 17 – Problemas k a serem testados.

k	Problemas
I	Qual é o maior número natural formado por 3 algarismos?
II	Qual é o menor número natural formado por 3 algarismos?
III	Qual é o maior número natural par formado por 3 algarismos?
IV	Qual é o menor número natural ímpar formado por 3 algarismos distintos?
V	Qual é o maior número natural formado por 3 algarismos pares?
VI	Qual é o menor número natural formado por 3 algarismos ímpares distintos?
VII	Quantos números naturais formados por 3 algarismos posso formar utilizando o 2, 4 e 5?
VIII	Quantos números naturais formado por 3 algarismos e menores que 400 consigo formar utilizando 1, 3 e 6?
IX	Quantos números naturais formados por 3 algarismos existem?
X	Quantos números naturais pares formados por 3 algarismos existem?

Quadro 18 – Ficha de atividade

Ficha da atividade	
Título	Jogos Com O Tema Valor Posicional
Objetivo	Utilizar e expor jogos como forma de classificar algarismos.
Material Usado	Material de escrita, Cartolinas, Tesoura, Régua 30 cm, Uma mesa com 4 cadeiras por grupo para exposição dos trabalhos, Folhas de papel A4 (500 unidades) e Tecido para cobrir as mesas da exposição (TNT é uma boa opção)
Formação	3 alunos
Carga Horária	Jogar Para Conhecer O Jogo: 1 hora/aula Confeccionar O Jogo: 1 hora/aula Exposição Do Jogo: 3 horas/aula

Orientações para o desenvolvimento da atividade

A etapa é dividida em:

7. Jogar, fazendo rodízio de alunos dentro de cada grupo, na posição C do Formato Interativo;
8. Apresentar vídeos sobre eventos em que a escola participou;
9. Estabelecer uma hora/aula para que os alunos criem suas versões dos jogos;
10. Montar uma exposição dentro de sala de aula ,com os trabalhos criados;
11. Uma vez que encerrarem a apresentação para os grupos dentro de sala, eles estarão preparados para uma exposição maior, onde os membros do grupo, de forma revezada, farão a apresentação dos resultados.

Exposição dos Jogos

12. Uma vez que os jogos estejam prontos, eles farão parte de uma exposição. Para essa finalidade, o grupo deverá montar uma escala

de expositores. Para a exposição, o aluno representante do grupo se sentará na posição C do Formato Interativo e nas posições A e B sentarão visitantes. O representante do grupo fará a explicação do jogo, conforme figura abaixo.

Figura 17 - Exposição de Jogo na Mostra da MI



Essa etapa é caracterizada por um momento em que os alunos passam a aplicar o conhecimento adquirido na produção de trabalhos escolares. O formato de trabalho escolhido é a produção e exposição de jogos, pois,, como afirma (PADOVAN; JESUS, 2016, p. 4). “Os jogos ou atividades lúdicas na sala de aula servirão como ferramentas de auxílio, tanto para o educador no ato da mediação, como para o aluno no ato de aprender”.

4.4. MI-04 ETAPA COMUNICAÇÃO

Como todo projeto, para se atingir sua meta com qualidade, há necessidade de sucessivas autoavaliações. Ter qualidade na MI significa realizar seu objetivo principal que é a de trazer o aluno para o mundo escolar, com satisfação. Para aqueles estão vindo da infância, cometer falhas podem ser causa de traumas com o ensino de matemática. Mas, a vida é formada constantemente por erros e acertos e saber administrar bem isso é uma das lições que a escola deve ensinar.

A Matemática Interativa, na sua etapa MI – 04, pretende transformar esse momento de reflexão em ações que fortaleçam o crescimento do estudante. A solução proposta é que o aluno possa se autoavaliar durante a realização das etapas anteriores.

Para fazer isso ele deverá fazer seus registros durante essas etapas e depois consolidar tudo, transmitindo aos seus pares aquilo que aprendeu ou descobriu. Entende-se que saber explicar aquilo que foi aprendido é uma ferramenta de avaliação do aprendizado. Por isso, a etapa de comunicações foi colocada como etapa final do processo.

Em resumo, o aluno passou por todas as etapas anteriores e foi registrando tudo o que foi feito. Ao final ele deverá apresentar em formato de aula expositiva ou videoaula o que aprendeu. O ato de apresentar em público não é uma tarefa fácil, principalmente, para o público infante-juvenil. Muitas vezes uma materialidade, de má qualidade, poderá agravar a timidez. Assim, na tentativa de diminuir a insegurança foi pensada duas estratégias: A primeira é ir praticando explicações durante a MI – 02 e MI – 03 e a outra é utilizar recursos tecnológicos como instrumento de apoio.

Essa etapa objetiva consolidar o processo de aprendizagem numa etapa de comunicação sobre o conteúdo matemático, via lições, seja aula expositiva, seja via videoaula com apoio de recurso tecnológico.

A etapa de comunicação é desenvolvida em dois momentos: *Elaboração de Itens e Ensinando os Outros*.

A meta principal na Elaboração de Itens é fazer o estudante ter uma visão completa daquilo que está aprendendo ao planejar em erros e acertos quando for elaborar questões. Seu desenvolvimento consiste em elaborar questões de múltipla escolha sobre o conteúdo matemático. Cada aluno do grupo deverá elaborar uma questão. Essa questão deverá conter: Enunciado, 4 alternativas (uma correta e três distratores). A alternativa correta é chamada de Gabarito e os Distratores são alternativas que não respondem ao enunciado. As questões estarão escritas em fichas como a mostrada na tabela 6.

4.4.1. ELABORAÇÃO DE ITENS

Quadro 19 - Tabela de Elaboração de Itens

TABELA DE QUESTÃO		
Grupo	Aluno A, Aluno B e Aluno C	
Enunciado	Quantos números naturais há formados pelos algarismos 1, 3 e 5 e que sejam maiores que 200?	
Gabarito	4	Resposta correta
Distratores	6	O aluno entendeu como o total de números naturais formados pelos algarismos 1, 3 e 5.
	315	O aluno entendeu como primeiro número formado pelos algarismos 1, 3 e 5 maior que 200.
	900	O aluno entendeu que se trata de todos os números naturais formados por 3 algarismos.

Fonte: Elaborado pelo autor

Na ficha de Elaboração de Itens deverá conter justificativas para os distratores. Elaborar essas justificativas não é tarefa fácil, por isso, se trata de atividade para ser elaborada em trio. Todavia, pensar nos erros é uma forma de avaliação que o professor pode usar para avaliar seus aprendizes.

É preciso usar bem a criatividade ao elaborar itens e, muitas vezes, os *insights* não surgem facilmente. Seria interessante solicitar aos estudantes que façam atividades na plataforma digital: Khan Academy. Ela possui uma gama de banco de dados de questões e esse banco poderá auxiliar na elaboração das questões. Há também sites que podem contribuir como Atividades Educativas e

Só Matemática. Os grupos são livres para realizar sua pesquisa, desde que apresentem suas fontes.

4.4.2. SHOW DE PERGUNTAS

A atividade de Show de Perguntas é a atividade fim da Elaboração de Itens. Ela possui dois momentos: Um para ser aplicado antes, e outra, para depois da elaboração de itens pelos estudantes.

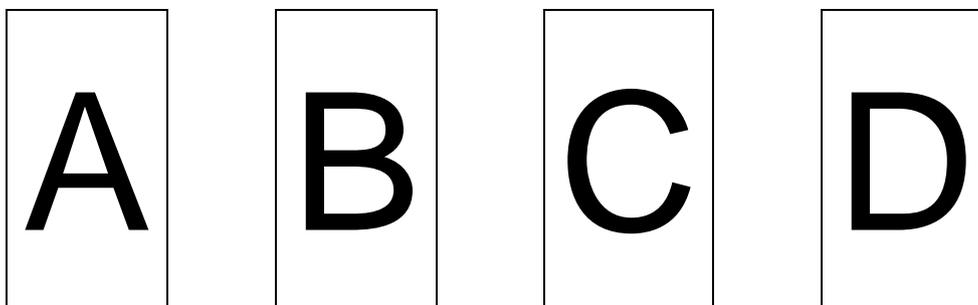
A diferença entre as duas, além do período de sua realização, é a fonte das questões. No Show de Perguntas, que acontecerá no período inicial da MI – 04, deverá usar questões elaboradas pelo professor e, no que virá depois, questões elaboradas pelos alunos. O passo a passo para a realização da atividade é apresentado logo a seguir.

Quadro 20 – Orientações para o desenvolvimento da atividade

Orientações para o desenvolvimento da atividade
<p>1º PASSO:</p> <p>Comece essa etapa tendo em mãos 20 questões que desenvolvem o conceito matemático em questão. Procure testar as questões, antes de sua apresentação, para evitar contratempos para o dia.</p> <p>Certifique de que os materiais estejam ao seu alcance. Os materiais são:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lápis, borracha e rascunhos; • Mesas e cadeiras no Formato Interativo, sendo que o aluno em C deverá estar de frente para a projeção; • Projetor de tela que se adapte ao recurso que o professor apresentará (pen-drive) por exemplo; • Local para apresentação da atividade;

- Um kit de alternativas para cada grupo. Um kit de alternativas é composto por 4 letras: A, B, C e D bem destacadas numa folha A4 como mostra a figura 19 abaixo.

Figura 18 - Ficha de Alternativas



- Obtenha um cronômetro para determinar o tempo de resolução de cada questão.
- Convide alguns auxiliares para ajudarem no registro de respostas de cada grupo.

2º PASSO:

Prepare o ambiente de realização do Show de Perguntas, posicionando a fonte de projeção no centro do espaço e as mesas e cadeiras no formato interativo, sendo um por grupo. Para realização dessa atividade, é indicada a utilização de auditórios ou salas de projeção.

Explique o funcionamento da atividade informando:

11. Cada grupo deverá conferir se seus kits estão completos.
12. Eles deverão conferir se as outras materialidades estão presentes.
13. Cada questão deverá ser respondida dentro de 2 minutos.
14. Deverá ser orientado que os trios deverão elaborar suas questões, entregando –as ao professor, sem que os outros grupos vejam, pois, futuramente, eles participarão de outro Show de Perguntas com essas questões.
15. É importante informar que cada grupo deverá apresentar apenas uma alternativa e que se houver mais de uma levantada, o grupo não pontuará, conforme figura abaixo:

Continuação – Show de Perguntas

Figura 19 - Show de Perguntas



16. Após uma contagem regressiva oral, os grupos deverão levantar suas alternativas, simultaneamente. Os grupos que levantarem as letras fora do tempo, não receberão pontos.
17. É importante orientar que a Equipe de Registro fique de frente para os grupos. A Equipe de Registro pode ser formada por alunos e ou professores monitores. Tente colocar mais de uma pessoa para fazer parte dessa equipe, para não haver problemas no registro das respostas.
18. Após um certo tempo, peça para baixarem as letras, apenas após as anotações da Equipe de Registros.
19. Então ,solicite que mostrem seus gabaritos na tela.
20. Por fim, apresente a pontuação final de todos os grupos para a turma e informe sobre o próximo Show de Perguntas.

Continuação – Show de Perguntas

3º PASSO:

Uma vez que os grupos participaram da atividade Show de Perguntas como competidores, está na hora de elaborar seus itens. O tempo extraclasse é mais adequado à realização da tarefa. Como sugestão, proponha que os alunos elaborem as questões em casa ou na própria escola, no contraturno.

4º PASSO:

Realize uma segunda atividade de Show de Perguntas, agora usando as questões elaboradas pelos alunos. Informe que eles estarão numa competição e que, por isso, não é bom mostrarem para os demais as questões elaboradas por eles.

5º PASSO

Por fim, se a escola tem como tradição semanas de provas, é importante colocar as questões elaboradas pelos alunos nas avaliações, porém com o gabarito colocado na alternativa diferente àquela apresentada pelo seu grupo.

Segue o exemplo:

Quadro 21 - Ficha de Inscrição da Aula

Quadro De Apresentação	
Grupo	Aluno A, Aluno B e Aluno C
Questão	Quantos números naturais há formados pelos algarismos 1, 3 e 5 e que sejam maiores que 200? A) 4 B) 6 C) 315 D) 900

Forma De Apresentação	<ul style="list-style-type: none"> • Aula Expositiva • Videoaula
------------------------------	--

Se essa etapa será a avaliação do processo, então por que seu nome é Comunicações?

Em primeiro lugar, ao tentar elaborar uma apresentação, o aluno pode se sentir mais seguro para expor seu ponto de vista sobre o que aprendeu em segundo editar um vídeo requer muitas visitas a um registro. Essa frequência permite que se veja cada vez mais profundo um ensinamento e uma das melhores formas de se consolidar sobre algo aprendido é tentar explicar a outros o que aprendeu. Para explicar, o aluno terá que ter uma visão geral do assunto. O método sugerido é o *Ensinar aos Outros*. É recomendável o uso de recursos que ajudam na explicação, como as ferramentas digitais, que servem de apoio durante uma explanação.

Outra habilidade necessária é a oralidade. Expor alguma ideia para um público não é uma tarefa fácil, principalmente para alunos adolescentes. Para diminuir esse impacto, os alunos poderão escolher entre duas formas para comunicar seu aprendizado: aula expositiva ou uma videoaula. Para as aulas produzidas em videoaula é aconselhável o uso de Tecnologias Digitais como câmera digital ou celular. Para as aulas expositivas, é recomendável uso de tecnologias digitais ou não Digitais, como cartazes, materiais escolares em geral e todo recurso adequado à apresentação.

O que deverá ser apresentado na aula expositiva ou na videoaula?

O grupo deverá escolher um dos jogos ou questões elaboradas e tentar explicar algumas indagações:

4. Como você resolveu o problema?
5. Por que você resolveu esse problema desse modo?
6. Por que você acredita que sua solução está correta e faz sentido?

4.4.3. AULA EXPOSITIVA

Consiste em apresentar para o público o seu jogo elaborado na MI – 03, bem como fazer um resumo de sua exposição do mesmo jogo e de seu item ,apresentando uma análise sobre os distratores.

Essa apresentação deverá seguir o seguinte critério de pontuação: 10 pontos para aqueles alunos que prenderem a atenção do público, 5 pontos para aqueles que fizerem uma apresentação simples e 0 pontos para os que não fizerem.

Prender a atenção do público consiste em despertar o interesse da maioria dos ouvintes, fazendo-os se interagir durante a explicação. Fazer uma apresentação simples significa ler o texto, sem envolvimento do público.

Quadro 22 - Orientações para o desenvolvimento da atividade

Orientações para o desenvolvimento da atividade
<p>1º PASSO:</p> <p>A seguir é necessário conhecer a preliminares dessa ação:</p> <ol style="list-style-type: none"> 8. Defina quais grupos optarão por essa modalidade de apresentação. 9. Monte um cronograma com cerca de 20 minutos de apresentação para cada grupo. Esse tempo inclui a preparação, a apresentação e o recolhimento da atividade. 10. Conforme o número de grupo inscritos, reserve, num espaço mais adequado ,(auditório por exemplo) as datas de apresentações. 11. Reforce sobre a importância dos combinados com os ouvintes para que esses não interfiram na apresentação. <p style="text-align: center;">Continuação – Aula Expositiva</p> <ol style="list-style-type: none"> 12. Oriente ao grupo que optar por essa modalidade que teste sua apresentação antes do dia da aula.

13. Registre as apresentações com fotos e filmagens e, depois, dê um feedback para correção das apresentações.

14. Defina um momento em sala de aula para apresentação de trabalho não realizado por força de motivo maior e utilize esse tempo e espaço para comentários sobre as apresentações. Além do conhecimento matemático, comente sobre as posturas durante as apresentações.

2º PASSO:

Planeje e leve consigo uma ficha de pontuação das apresentações. A tabela 8 apresenta um modelo de ficha de apresentação.

Quadro 23 - Ficha de Avaliação da Apresentação das Aulas

Ficha De Avaliação Da Aula Expositiva					
Turma:					
Grupo 01		Grupo 02		Grupo 03	
Aluno	Nota	Aluno	Nota	Aluno	Nota
Aluno A		Aluno A		Aluno A	
Aluno B		Aluno B		Aluno B	
Aluno C		Aluno C		Aluno C	

3º PASSO:

Se possível, peça alguém para ajudar a anotar os pontos de cada apresentação.

4.4.4. VIDEOAULA

Ter desenvoltura numa aula expositiva não é uma tarefa fácil. Portanto, uma alternativa é produzir uma videoaula. Uma videoaula é um filme produzido pelo grupo de alunos que conterà, na sua essência, uma exposição do jogo apresentado na exposição.

Essa videoaula deverá ser produzida com recurso tecnológico digital. Pode ser utilizado como dispositivo de hardware uma câmara digital, um celular, tablet ou notebook. Como software seria programa de edição de vídeo como o *Movie Maker*, o *Inshot*, o *Youtube*, o *Facebook* etc.

Quadro 24 - Orientações para o desenvolvimento da atividade

Orientações para o desenvolvimento da atividade
<p>1º PASSO:</p> <p>Apresente as técnicas de apresentação de vídeo abaixo. Pegue vídeos sobre como produzir vídeos e apresente no auditório</p> <p>2º PASSO:</p> <p>Oriente sobre:</p> <ul style="list-style-type: none"> • A Câmara deve ser deitada. • A iluminação atrás do foco deverá ser menor que a de trás do filmador. • O áudio deverá superar os sons externos. <p>3º PASSO:</p> <p>Dê um prazo de 1 semana para a produção e agende um cronograma de apresentação. Proponha que façam testes na escola antes da apresentação. Defina como tempo máximo de apresentação de vídeo 10 minutos com margem de erro de 2 minutos.</p> <p>4º PASSO:</p> <p>Anote a pontuação das apresentações na ficha geral de pontuação. Pontos para serem avaliados numa produção de aula:</p>

Quadro 25 – Distribuição dos pontos

ATIVIDADE	DESCRIÇÃO	PONTO
Compreensão	Capacidade de demonstração da compreensão do conteúdo.	10
Transmissão	Capacidade de transmitir o conteúdo com qualidade	10
Recursos	Capacidade de usar modelos para realizar explicações	10

Peça aos alunos que anotem, no final de seu caderno, as suas pontuações obtidas. Essa ação o ajudará a monitorar suas ações ao longo da MI.

Ficha de Registro

Não é recomendável esperar chegar até a MI – 04 para informar aos alunos que façam sua autoavaliação, tentando lembrar o que foi feito. Para ajudar, recomenda-se que ele vá registrando tudo o que fizer ao longo do processo. Para isso, é bom que ele anote suas pontuações, utilizando um Tabela de Pontuação Geral, tire fotos ou até mesmo filme suas observações. Segue abaixo um modelo da Tabela de Pontuação Geral.

Tabela de Pontuação Geral

O quadro 26 é uma noção geral de como seria essa planilha.

Quadro 26 - Pontuação Final

TABELA DE PONTUAÇÃO GERAL													
TRIOS	ALUNOS	MI - 01			MI - 02			MI - 03		MI - 04			
		CONFECÇÃO DE ALGARISMOS	FILOSOFAR COM OS ALGARISMOS	QUADRADO MÁGICO	SOMA SPOKE	FORMAÇÃO DE Nº DE 2 ALGARISMOS	FORMAÇÃO DE Nº DE 3 ALGARISMOS	FORMAÇÃO DE Nº DE 4 ALGARISMOS	RETA NUMÉRICA	JOGO OBMEP	JOGO DA VIZINHANÇA	SHOW DE PERGUNTAS	PONTUAÇÃO KHAN ACADEMY
01													
02													

REFERÊNCIAS

BRASIL, Ministério da Educação e da Secretaria de Educação Fundamental. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

GARCIA, F. P. et al. **A construção do conceito de número pela criança**. 1º Encontro PIBID de Matemática. 2 EIMAT, UNOESTE,2012.

LINS, R. C., & GIMENEZ, J. G. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI**. Campinas, SP: Papirus.2001

MACHADO, Nilson José. **Livro de bolso da FORMAÇÃO DO PROFESSOR: Microensaios Tetraédricos**. 1ª ed. São Paulo: Livraria da Física, 2016.

PADAVON, I. D., & JESUS, L. H. A ludicidade e o ensino da matemática: reflexão cotidiana com professores dos anos iniciais do ensino fundamental. **Revista de Comunicação Científica**, UNEMAT,2016

WALLE, John A. Van de. **Matemática no Ensino Fundamental Formação de Professores e Aplicação em Sala de Aula**. Porto Alegre: Artmed.2009