

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS**

*Programa de Pós-Graduação em Geografia -  
Tratamento da Informação Espacial*

**ÍNDICES DE DESIGUALDADES SOCIAIS E  
REGIONAIS, ASPECTOS GEOESPACIAIS,  
APLICATIVOS : UMA PROPOSTA  
METODOLÓGICA**

Doutorando : *LUIZ CARLOS PICORELI DE ARAUJO*

Orientadosr : Prof. JOÃO FRANCISCO DE ABREU (PhD)

Belo Horizonte  
2007  
I

*LUIZ CARLOS PICORELI DE ARAUJO*

ÍNDICES DE DESIGUALDADES SOCIAIS E REGIONAIS  
ASPECTOS GEOESPACIAIS , APLICATIVOS :  
UMA PROPOSTA METODOLÓGICA

Tese apresentada ao Colegiado do Curso de Pós-Graduação  
em Geografia – Tratamento da Informação Espacial como  
parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor

Área de concentração : análise espacial

Orientador : Professor João Francisco de Abreu (PhD)

Belo Horizonte

Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais

Dedico este trabalho aos meus familiares pelo tempo furtado de convívio ,  
aos colegas e amigos, pelos incentivos demonstrados e a todos aqueles que  
de alguma maneira puderem se beneficiar com esta modesta contribuição.

### **Agradecimentos especiais :**

Ao professor *João Francisco de Abreu* (PhD) pela minuciosa orientação e participação em todo o trabalho e em especial na confecção dos mapas apresentados.

Aos professores Dr. Leônidas Conceição Barroso e Dr. Oswaldo Bueno Amorim Filho, que além de conhecimento e dedicação ao programa, ofereceram irrestrito incentivo além de seguras e preciosas orientações técnicas e científicas.

Ao Professor M.Sc. Pedro Américo de Almeida Magalhães Jr. pelas indispensáveis orientações de uso e aplicações de rotinas da linguagem de programação Delphi, sem as quais o software não teria atingido o padrão técnico almejado.

A todos aqueles que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho.

## SUMÁRIO

Capítulo I : Introdução :	11
O modelo neoclássico	14
Objetivos	24
Visão geográfica	25
Capítulo II : Pobreza e desigualdade	37
A medida da pobreza e seus índices	37
A desigualdade segundo o marxismo	44
O índice de Gini	47
Capítulo III : Método e técnicas	63
Capítulo IV : Aplicações	73
Referências :	143
Anexo A : Planilha de dados utilizada no trabalho	146
Anexo B : Listagem das rotinas do aplicativo produzido	160

## LISTA DE TABELAS

Tabela 01: rendas fictícias	52
Tabela 02: rendas agrupadas	53
Tabela 03 : rendas percentuais	54
Tabela 04 : curva de Lorenz e decis de distribuição	55
Tabela 05 : índices de Gini de alguns países	56
Tabela 06 : impacto de redução de grau de desigualdade sobre a pobreza	58
Tabela 07 : municípios com índice de Gini $\geq 0,60$ em 1991	81
Tabela 08 : municípios com índice de Gini $\geq 0,70$ em 1991	82
Tabela 09 : municípios com índice de Gini $\geq 0,60$ em 2000	83
Tabela 10 : municípios com índice de Gini $\geq 0,70$ em 2000	85
Tabela 11 : municípios com diferença do índice de Gini $\geq 0,07$ entre 1991 e 2000	86
Tabela 12 : municípios com diferença do índice de Gini $\leq -0,07$ entre 1991 e 2000	89
Tabela 13 : municípios com índice de Theil $\geq 0,60$ em 1991	90
Tabela 14 : municípios com índice de Theil $\geq 0,70$ em 1991	92
Tabela 15 : municípios com índice de Theil $\geq 0,60$ em 2000	93
Tabela 16 : municípios com índice de Theil $\geq 0,70$ em 2000	95
Tabela 17 : municípios com diferença do índice de Theil $\geq 0,07$ entre 1991 e 2000	96
Tabela 18 : municípios com diferença do índice de Theil $\leq -0,07$ entre 1991 e 2000	100
Tabela 19 : cidades destacadas no mapa 03	105
Tabela 20 : cidades destacadas no mapa 04	108
Tabela 21 : alguns municípios com índice de Gini $\geq 0,60$ em 2000	113
Tabela 22 : municípios listados no mapa 07	115
Tabela 23 : municípios com índice de Gini $\geq 0,60$	116
Tabela 24 : cidades destacadas por aumento de diferenças entre 1991 e 2000	120
Tabela 25 : cidades destacadas no mapa 12	122
Tabela 26 : cidades destacadas no mapa 13	126
Tabela 27 : cidades destacadas no mapa 15	130
Tabela 28 : municípios com elevado índice de Theil em 2000	132
Tabela 29 : municípios que apresentaram maiores diminuições da desigualdade social tanto por Gini quanto por Theil	138
Tabela 30 : municípios que apresentaram maiores aumentos da desigualdade social tanto por Gini quanto por Theil	139

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 01 : Mapa 01 : M G / MUNICÍPIOS – 1991 I D R – RENDA	78
FIGURA 02 : Mapa 02 M G / MUNICÍPIOS – 2000 I D R – RENDA	79
FIGURA 03 : Mapa 03 : M G / MUNICÍPIOS – 1991 ÍNDICE DE GINI	105
FIGURA 04 : Mapa 04 : M G / MUNICÍPIOS – 1991 ÍNDICE DE GINI	107
FIGURA 05 : Mapa 05 : M G / MUNICÍPIOS – 1991 ÍNDICE DE GINI (3D)	110
FIGURA 06 : Mapa 06 : Índice de Gini– 2000 Municípios	112
FIGURA 07 : M G / MUNICÍPIOS – 2000 ÍNDICE DE GINI	114
FIGURA 08 : M G / MUNICÍPIOS – 2000 ÍNDICE DE GINI (3D)	117
FIGURA 09 : M G / MUNICÍPIOS – 1991 ÍNDICE DE GINI DIFERENÇA (2000 – 1991)	119
FIGURA 10 : M G / MUNICÍPIOS – 1991 ÍNDICE DE GINI DIFERENÇA (2000 – 1991)	121
FIGURA 11 : M G / MUNICÍPIOS – 1991 ÍNDICE DE GINI DIFERENÇA (2000 – 1991) (3 D)	123
FIGURA 12 : M G / MUNICÍPIOS – 1991 ÍNDICE DE THEIL	125
FIGURA 13 : M G / MUNICÍPIOS – 1991 ÍNDICE DE THEIL	127
FIGURA 14 : M G / MUNICÍPIOS – 1991 ÍNDICE DE THEIL (3 D)	129
FIGURA 15 : M G / MUNICÍPIOS – 2000 ÍNDICE DE THEIL	131
FIGURA 16 : M G / MUNICÍPIOS – 2000 ÍNDICE DE THEIL	133
FIGURA 17 : M G / MUNICÍPIOS ÍNDICE DE THEIL DIFERENÇA (2000 – 1991)	136

# ÍNDICES DE DESIGUALDADES SOCIAIS E REGIONAIS,

## ASPECTOS GEOESPACIAIS, APLICATIVOS :

### UMA PROPOSTA METODOLÓGICA

É muito fácil contar em prosa os erros de um poeta, mas é muito difícil traduzir seus belos versos - Voltaire (François - Marie Arouet)

## CAPÍTULO I: INTRODUÇÃO

### 1.1 DESIGUALDADES SOCIAIS

As desigualdades sociais e regionais no Brasil estão entre as maiores do mundo. O Banco Mundial consistentemente lista-as como as primeiras ou as segundas (dependendo da medida empregada) e isto, combinado com a importância geográfica e econômica do país, torna-as um caso de estudo importante para qualquer interessado em análise distributiva (ver World Bank 1980,1990, 2000). Não surpreendentemente, existe uma vasta literatura sobre pobreza e desigualdade no Brasil: veja, por exemplo, Amadeo et al (1994), Barros, Mendonça e Rocha (1993), Barros, Mendonça e Duarte (1995), Fishlow (1972), Fields (1978), Fox (1990), Thomas (1978) e Tolosa (1991). Portanto, a desigualdade é uma das questões socioeconômicas centrais no Brasil, e envolve, na verdade, duas temáticas.

A primeira concerne à desigualdade entre pessoas que está associada à elevada variância de indicadores relacionados com a qualidade de vida, geralmente sintetizada pela renda, IDH ou outros índices. Assim, com renda *per capita* em torno de US\$ 8020 em 2006, o que nos coloca entre os países de renda média no âmbito mundial, o aspecto mais adverso não é o nível de renda, mas a desigualdade de sua distribuição: os 50% mais pobres da população e o 1% mais rico tinham participação idêntica na renda total por volta de 13%



(Banco Mundial). Naturalmente, nesse nível de renda média, a ocorrência de elevada desigualdade na distribuição está necessariamente associada a um nível de pobreza absoluta mais elevada que aquele que ocorreria em condições distributivas menos adversas.

A segunda temática relativa à desigualdade é de importância crucial, no caso brasileiro, é a da desigualdade regional. Apesar de suscitar desde longa data o estabelecimento de políticas e a criação de instituições governamentais voltadas especificamente para o seu combate, as diferenças entre regiões permanecem em níveis elevados quaisquer que sejam os critérios utilizados para a sua mensuração. A esse respeito, é especialmente inquietante constatar que os indicadores de desigualdade regional a que geralmente se faz referência ao índice de Williamson ou outros, não sinalizam uma tendência robusta de redução das desigualdades, no caso brasileiro.

Uma outra aplicação dos índices de desigualdade social é sua utilização no estudo, mais recente de “convergência econômica e integração”. Reportando-se ao trabalho de Sotelsek (2001) : “A teoria do crescimento e a convergência : implicações na análise econômica.”

O autor ao analisar os temas relacionados à teoria do crescimento, afirma que parecia ser um tema relevante durante os últimos 20 anos e, talvez ainda o seja., porém também é certo que o risco de falar sobre coisas triviais é muito grande.

Vai-se oferecer uma panorâmica muito seletiva em relação à importância que a teoria do crescimento tem tido, o conceito de convergência na análise econômica regional, a integração econômica e os chamados fatores institucionais.

Vários são os trabalhos que podem ser consultados para analisar a evolução que tem ocorrido na teoria do crescimento. Evolução que tem se consolidado com um trabalho empírico muito importante não só em termos quantitativos quanto qualitativos.

Por um lado constata-se que a macroeconomia tradicional tem invertido a ordem dos temas, o crescimento tem passado a ocupar um lugar destacado, desviando, em alguma medida, sua preocupação anterior pelos ciclos econômicos.

A melhor prova disso se encontra nos livros de textos de macroeconomia de edições recentes, que de forma repentina, têm incluído como temas iniciais a preocupação pelo longo prazo e o crescimento econômico. Os cursos de economia já informam aos seus recém chegados alunos sobre a existência de um fator residual, sobre a função de produção agregada, sobre as diversas teorias do crescimento, e seguramente sobre as diferenças de rendas *per capita* dos diversos países e a velocidade de convergência/divergência de suas economias.

A idéia do crescimento econômico nasce a partir da distinção que se faz sobre o curto e o longo prazo na ciência econômica. Daí surge a certeza de que a maioria dos países, de uma forma ou de outra, se encontram dentro de um processo de crescimento sustentado ou sustentável. É este último que definitivamente procura explicar a teoria do crescimento econômico.

São vários os questionamentos sobre a teoria econômica:

\* porque se produz o crescimento econômico ?

\* o que se pode fazer para que o processo continue do ponto de vista da política econômica ?

\* como conseguir que os países alcancem um nível similar de bem-estar social ?  
(convergência)

Os Economistas clássicos e seus seguidores, como Smith, Ricardo, Marx e Schumpeter, mostraram interesse pelo que se conhece como *Teorias Magnas*, cujas principais características se baseiam num conjunto de elementos e teorias psicológicas, sociológicas, históricas e econômicas, para explicar o crescimento econômico. Sua

conclusão básica era que o crescimento econômico seria um processo instável de acumulação de capital, por suas próprias características de sistema econômico capitalista.

As teorias modernas procuram explicar essencialmente o mesmo, e continuaram com a tradição.

A *nova teoria* do crescimento procura melhorar o estabelecido tradicional introduzindo o comportamento do conhecimento técnico.

A *contra revolução* neoclássica procura elaborar um arsenal teórico e empírico que resgate a teoria neoclássica a partir da redefinição do estado estacionário.

## 1.2 O MODELO NEOCLÁSSICO

Na equação fundamental do modelo neoclássico de Solow-Swan a acumulação do capital, *per capita*, ( $\dot{k}$ ) depende da quantidade da poupança *per capita* disponível para a inversão e da taxa de depreciação, mais a taxa de crescimento da população.

$$\dot{k} = s A k^{(\beta-1)} - (\delta + n) k \quad (1.1)$$

onde :  $\kappa$  : é a relação capital – trabalho

$s$  : é a propensão média à poupança

$A$  : fator residual ( progresso técnico exógeno)

$\beta$  : rendimentos em escala dos fatores

$n$  : taxa de crescimento da população

$\delta$  : taxa de depreciação do capital

A explicação desta economia é bastante conhecida. À medida que se aumenta o estoque de capital, gera-se um aumento da produção (produtividade marginal do capital) e como se economiza uma parte constante deste produto, o capital segue aumentando, porém o faz a uma taxa decrescente até que o dito aumento cubra exclusivamente a depreciação do capital e o aumento da população.

Alcançado o nível desejado, o capital *per capita* se mantém constante e considera-se estar no *estado estacionário* onde todas as variáveis crescem a uma taxa constante que, inclusive, pode chegar a zero.

Uma das implicações que mais interessa deste modelo é a *hipótese de convergência*.

Um segundo ponto a destacar é que se a taxa de rendimento do capital é decrescente, a única taxa de crescimento sustentável seria zero. Porém a evidência empírica sobre um crescimento zero não parecia ser constante nos anos cinquenta e sessenta. A resposta neoclássica foi justificar uma taxa de crescimento positivo da renda *per capita* com a ajuda do parâmetro  $A$ , que se supunha crescer de uma maneira constante e exógena. desta forma, o novo nível de capital *per capita* do estado estacionário aumentaria constantemente. O chamado progresso técnico exógeno é o fator residual, se bem que provocou uma agitação na crença através dos estudos de Denison, Jorgenson e Stiglitz, também logrou adiar a discussão sobre a falta de convergência das economias e a revisão sobre as suposições que sustentavam a igualdade da velocidade de convergência.

A introdução do progresso técnico exógeno permite o crescimento sustentado, porém, não modifica o resultado da convergência, desde que se mantenha o suposto de que todos os países tenham os mesmos acessos aos mesmos conhecimentos técnicos, pelo menos a um longo prazo. Desta forma a difusão tecnológica se perfilava como um elemento importante de convergência. No caso de se excluïrem todas as componentes exógenas, a

conclusão do ponto de vista espacial (regional) seria de que todos os países (regiões) deveriam convergir a um estado estacionário onde a renda *per capita* se igualaria em todas as economias (regiões).

Outras variantes da postura neoclássica nos modelos neoclássicos bissetoriais de crescimento, onde basicamente se levanta a parábola de um único bem e se introduzem modelos de economias com um setor de bens de consumo e um setor de bens de inversão. A idéia fundamental é que, dada a existência de dois setores, deve-se decidir : qual é a inversão de cada setor para se atingir um crescimento ótimo? Entre os mais conhecidos devemos citar o modelo de Uzawa e o de Feldman-Mahalanobis, cujas conclusões não diferem no essencial, do modelo de Solow-Swan.

Deve-se mencionar, mesmo que de passagem, a existência do modelo de Ramsey, pelo fato de que ele modifica o suposto sobre uma taxa de poupança constante e exógena(restrição). Embora as conclusões não difiram das de Solow-Swan, o modelo de Ramsey admite a possibilidade de que os elementos escolham a taxa de poupança que maximize sua função de utilidade e quando se assume que todos os indivíduos são iguais e têm um horizonte infinito, a função a maximizar é uma função de utilidade intertemporal.

Para explicar tal convergência, surgiu a *nova teoria do crescimento* (crescimento endógeno) que tentava dar uma resposta à convergência observada. A idéia essencial do crescimento endógeno era considerar que a taxa de crescimento no estado estacionário poderia ser positiva, inclusive quando não crescesse nenhuma variável exógena.

P. Romer no artigo “Increasing returns and Long Run Growth” publicado pelo *Journal of Political Economy*, 94, 5 propôs a fórmula que permitia a existência de compatibilidade com mercados competitivos :  $Y = F ( K_i, K, L )$

A utilidade que se obtém a partir do produto inicial  $Y$  é uma função  $u ( c_1, c_2 )$  onde  $c_1$  é a quantidade de produto disponível no período  $y$ , desde que se cumpra a condição :

$$K_2 = Y - c_1 \quad \text{e} \quad c_2 = F(K_2, N K_2, L)$$

então o ótimo social (OS) e o ótimo competitivo (OC) implica

$$\text{Max } u(y - K_2)_{K_2}, F(K_2, N K_2, L)$$

$$\text{Max } u(y - K_2)_{K_2}, F(K_2, K_2, L)$$

Resolvido o problema de maximização pode-se observar que o ótimo competitivo se investe menos que o ótimo social, pois as empresas no primeiro caso não consideram que o aumento do estoque de capital afete as outras empresas e, quanto ao caminho do equilíbrio, existe diferença entre ótimo competitivo e ótimo social. O básico é considerar o capital total como um fator externo na hora de maximizar a função de utilidade intertemporal.

Em termos do modelo neoclássico tradicional, também se pode explicar o crescimento do capital *per capita* supondo o valor  $\beta = 1$ , recolocando na equação :

$$\gamma^k = s A k^{(\beta-1)} - (\delta + n),$$

$$\text{obtem-se : } \gamma^k = s A - (\delta + n) \quad (1.2)$$

porque o crescimento é constante e positivo se  $sA > (\delta + n)$

Logicamente para o caso de modelo mais geral de crescimento endógeno que suponha um rendimento crescente à taxa  $\beta > 1$ , a expressão  $s A k^{\beta-1}$  será dependente positiva, convertendo-se em crescente se  $\beta > 2$ .

A convergência, especialmente entre as economias desenvolvidas, tem provocado um aumento na literatura que tentava mostrar o encurtamento das distâncias. Se os instrumentos de medição parecem novos, é bom recordar que a preocupação sobre esse tema já havia sido mencionada por autores que se perguntavam porque alguns países tomam a frente e acabam sendo alcançados por outros que vinham mais atrasados? Uma das

respostas, bastante óbvia, era que os países atrasados requeriam um menor esforço para incorporar a tecnologia moderna se eram capazes de imitar as nações que se haviam industrializado, argumentos que representam a base da hipótese de acercamento (catching up). Neste contexto, pode-se situar a teoria de Gerschenkron como uma idéia precursora da convergência e algumas versões modificadas como o precedente mais próximo da atual hipótese de convergência.

Deixando de lado os interesses históricos, pode-se considerar que o interesse atual pela convergência tem sua origem na discussão sobre duas famílias de modelos de crescimento econômico. O primeiro deles, ao qual temos feito referências, postula que os países pobres têm uma vantagem sobre o resto, já que crescem mais depressa que os países ricos, o que não assegura a completa igualdade, porém, pelo menos, uma tendência havia de estabilização a longo prazo. O segundo grupo, pelo contrário, afirma que o conjunto de países ricos crescem mais depressa e, portanto, o grau de desigualdade cada vez maior.

Os modelos neoclássicos baseados em rendimentos decrescentes do capital e livre acesso à tecnologia têm um ponto de vista otimista em relação à convergência, já que os pobres têm mais incentivos para poupar e obtêm uma taxa de crescimento maior que com o mesmo nível de inversão dos ricos. O fato de que se agregue o progresso técnico exógeno não modifica os argumentos, se se assume que o acesso é igual para todos.

O argumento sobre a nova idéia de convergência era o seguinte : os modelos neoclássicos de crescimento previam a convergência absoluta quando as economias tivessem parâmetros tecnológicos, preferências e instituições parecidas. Se esse não fosse o caso, e não era para a maior parte da evidência empírica acumulada, a convergência absoluta não teria por quê cumprir-se e cada economia chegaria a seu próprio estado estacionário. Em todo caso, a velocidade de convergência marcava a taxa de crescimento dessa economia. Alguns autores chamavam de *convergência condicional ou relativa*.

Nesse sentido, três formas de medir a convergência condicional poderiam ser consideradas :

– a primeira consiste em utilizar uma amostra homogênea de economias onde o modelo neoclássico deveria cumprir-se e a convergência absoluta coincidiria com a condicional. O caso das regiões diferentes em uma mesma área econômica era o exemplo mais claro.: ao fim de certo tempo, grande parte das variáveis relevantes como as instituições, o clima político, o nível de desenvolvimento tecnológico e inclusive a preferência dos indivíduos são comuns às regiões de um certo país;

– em segundo lugar, e utilizando o mesmo argumento neoclássico, poderia-se condicionar a convergência na medida em que o progresso tecnológico exógeno está disponível para todos os países, o que poderia levar a um melhor aproveitamento tecnológico com um menor custo, e isto dependia de fatores como a educação, a política, etc.. Este processo de catch-up era uma condição para a convergência;

– a terceira forma de se instituir uma série de variáveis e comprovar se existia uma relação negativa entre a taxa de crescimento e a renda inicial. Neste caso, o conceito de convergência se coloca como compatível com a desigualdade internacional já que aceita a hipótese tradicional de convergência controlando os fatores que poderiam chamar de *estruturais ou institucionais* e que representam uma condição.

A principal diferença entre as duas famílias de modelos mencionadas tem a ver com o sinal de correlação entre a taxa de crescimento e o nível inicial de renda. Em princípio, a equação de convergência pode ser definida da seguinte forma:

$$\gamma_{it} = X_i - \beta q_i \quad (1.3)$$

onde  $\gamma_{it}$  é a taxa de crescimento da renda *per capita* no país, num momento  $i$



$q_i$  indica o nível de renda inicial

$X_i$  é o vetor de variáveis condicionantes

Supondo que o crescimento de renda siga o processo descrito pela fórmula dada, então, em termos dinâmicos, poderia-se expressar :

$$\Delta Y_{it} = X_i - \beta Y_{it} + \varepsilon_{it} \quad (1.4)$$

onde  $\Delta \gamma_{it}$  é a taxa de crescimento da renda expressa como um desvio da taxa média de crescimento da amostra.

$\varepsilon_{it}$  é o coeficiente de perturbação aleatório com média zero e  $\sigma_i^2$  Independente

$X_i$  expressa o vetor de características que podem influir no nível de renda e se distribui entre os países com média de zero  $\sigma_i^2$  Independente.

$\beta$  expressa a relação entre o crescimento e o nível de renda.

Considerando valores esperados, podemos reescrever a equação :

$$Y_{i,t+1}^e = X_i - (1 - \beta) Y_{it}^e \quad (1.5)$$

cuja solução é :  $Y_{it}^e = Y_i^* + (Y_{i0} - Y_i^*) (1 - \beta)^t \quad (1.6)$

$Y_i^* = X_i / \beta$  representa o estado estacionário ou equilíbrio a longo prazo e a estabilidade depende do valor que  $\beta$  assume. Se estiver entre 0 e 1 e  $t$  tende a infinito,  $(1 - \beta)^t$  tende a zero, ou seja, a taxa de crescimento converge a seu estado estacionário em cada país. Ao contrário, se  $\beta < 0$  o sistema é instável.

Quando  $\beta$  é negativo as economias ricas e pobres se afastarão progressivamente, contudo, se  $\beta$  é positivo não implica necessariamente que os níveis de renda dos países se igualarão a longo prazo. Em princípio, cada país ou região converge a seu próprio estado

estacionário, os quais podem, ou não, coincidir em função das características estruturais ( $X$ ) e a existência de perturbações aleatórias.

Neste sentido, podem ser definidos três conceitos de convergência, segundo seja o tipo de questionamento :

– a dispersão de renda medida, por exemplo, pelo desvio padrão de renda  $Y_{it}$ , tende a reduzir-se com o passar do tempo?

A resposta a esta pergunta foi denominada *convergência sigma* ( $\sigma$ )

– as regiões mais pobres tendem a alcançar as regiões mais ricas com o passar do tempo?

A resposta a esta pergunta foi denominada *convergência beta absoluta* ( $\beta$ )

– a renda relativa de uma região tende a estabilizar-se com o passar do tempo?

A resposta a esta pergunta foi denominada *convergência beta condicional* ( $\beta$ )

As três noções de convergência estão relacionadas entre si, porém, não são equivalentes. Pelo contrário, expressam respostas a perguntas diferentes.

Existe convergência absoluta se  $\beta$  estiver entre 0 e 1 e o vetor  $X$  é igual para todos os territórios, o que implica que a longo prazo o nível de renda per capita será igual para todos os países, considerando que as perturbações são transitórias.

A convergência será condicional quando se considera apenas  $\beta$  estiver entre 0 e 1, ou seja, cada região tenderá a converter a seu próprio estado estacionário os que seguramente diferem entre si.

Alguns autores têm sustentado que o conceito de convergência  $\beta$  é irrelevante, já que o que interessa saber é se uma economia se aproxima mais de outra.

Outros autores sustentam, no entanto, que a convergência  $\beta$  não só é importante, como também, explica questões mais interessantes que a convergência  $\sigma$ .

Em termos de países, a dispersão de renda relativa no mundo tem aumentado de maneira constante (convergência  $\sigma$ ) e os países ricos crescem a taxas maiores que os países pobres (convergência  $\beta$  não condicionada). Além disto, o péssimo ajuste das regressões de convergência não condicionada sugere que as diferenças iniciais de renda não explicam a diferença no crescimento dos países. Portanto, as equações de convergência condicionadas a outras adicionais podem melhorar a compreensão sobre o comportamento dos países.

A partir deste ponto, pode-se observar a influência da convergência na economia regional, uma vez que conhecer o grau de convergência, sem ter que impor condições nem controlar variáveis, nos leva diretamente ao estudo das diferenças regionais, considerando que, sob certas circunstâncias, as regiões de um mesmo país ou de uma mesmo espaço econômico têm características homogêneas que permitem medir o grau de convergência sem incluir variáveis adicionais.

Para analisar a convergência  $\sigma$ , estimam-se os índices temporais de dispersão da renda regional (o desvio padrão ou o coeficiente de variação do logaritmo da renda por trabalhador), enquanto que no caso de convergência  $\beta$ , estima-se uma equação de convergência não condicionada (o termo  $X$  é comum a todas as regiões). No primeiro caso, pode-se conhecer a evolução do grau de desigualdade, enquanto que o valor de  $\beta$  indica a velocidade de convergência na amostra. Por último, o ajuste da regressão mede a importância dos desvios sobre o padrão médio. Em definitivo, a intensidade da convergência depende de  $\beta$  e do valor de  $R^2$  (ou  $\sigma^2$ ) da regressão.

Uma outra implicação direta da equação de convergência é sua relação com o conceito de integração econômica. Em termos gerais, a teoria de integração econômica considera a formação de um grande mercado comum como um processo que está unido de forma indissolúvel com o crescimento econômico. Se esse processo tende a aprofundar-se por meio da integração monetária e política, sua vinculação com o crescimento econômico se relaciona diretamente com a idéia de convergência econômica entre os países e as regiões.

Contudo, o processo de integração implica alguns problemas. Em primeiro lugar deve-se considerar o impacto diferencial dos processos de integração sobre os setores econômicos e as regiões diferentes. Em segundo lugar, a integração necessita de um esforço considerável de harmonização das instituições e das políticas. Problemas esses que podem postergar um dos objetivos essenciais do processo de integração : aumentar o nível de vida dos cidadãos membros do bloco e melhorar, com os processos de coesão social, as disparidades existentes nos níveis de vida da população.

### 1.3 OBJETIVOS

São objetivos deste trabalho desenvolver aplicativos de análise espacial e de economia regional para facilitar o uso de medidas de desigualdades sociais segundo um trabalho de experimento metodológico e acadêmico.

São produzidos os aplicativos que permitem calcular :

– o índice de Gini, usando apenas as rendas de famílias, que tanto podem ser nominais ou *per capita*, mostrando inclusive a Curva de Lorenz para os dados informados. O aplicativo seleciona e enquadra os dados fornecidos em classes de distribuição de rendas e calcula suas taxas percentuais individuais e proporcionais. Usa uma das fórmulas sugeridas por Gini e mostra a Curva de Lorenz relativa aos elementos fornecidos. Nos próximos capítulos serão descritas em detalhes as argumentações teóricas que fundamentam o emprego das fórmulas que permitiram as implementações computacionais desenvolvidas para a confecção do aplicativo.

– os índices usando as fórmulas sugeridas por Theil, também baseadas nas rendas familiares indicadas pelo usuário. Calcula os índices de Theil com  $\alpha = 0$  e com  $\alpha = 1$ .

Nos capítulos seguintes, serão estudadas com detalhamentos as fórmulas a serem usadas na produção do software aplicativo, para o cálculo dos índices de Theil.

– os índices sugeridos por Williamson, para avaliar diferenças regionais em comparação com a região universo de estudo. Neste caso, deverão ser fornecidas pelos usuários as rendas “*per capita*” da região considerada como universo, e as rendas, também “*per capita*”, de cada região em particular, além da solicitação das populações das regiões em estudo. O aplicativo calcula os índices das regiões indicadas, em relação à renda “*per capita*” do universo considerado, que foi chamado de renda nacional, e também fornece o índice médio para aquelas regiões.

## 1.4 VISÃO GEOGRÁFICA

### 1.4.1 A GEOGRAFIA TEORÉTICA– QUANTITATIVA

No período que se estendeu de meados da década de 1950 a meados dos anos 1970, desenvolveu-se e difundiu-se, em grande parte da comunidade geográfica, um forte movimento no sentido de uma crescente quantificação e teorização da geografia. A partir da década de 1980, até os dias atuais, os sistemas de informações geográficas e outras formas de geoprocessamento, tiveram um forte incremento na geografia e fora dela. Alguns aspectos mostram que o movimento atual se constitui numa continuação daquele e, em outros aspectos, eles se diferenciam.

Amorim Filho (1987), em seu artigo “O contexto teórico do desenvolvimento dos estudos humanísticos e perceptivos da geografia”, que teve como fonte principal outro trabalho do mesmo autor: “Percepção ambiental – contexto teórico e aplicações ao tema urbano” publicação especial nº 5 da Revista Geografia e Ensino, do Instituto de Geociências da UFMG.(1987) situa o movimento da crescente quantificação e teorização da geografia como sendo o da também chamada “Geografia Humanística”, que inclui, em seu escopo, os estudos perceptivos da geografia. Não custa lembrar que o humanismo e a percepção ambiental sempre estiveram presentes nas preocupações daqueles que se dedicam aos estudos teóricos ou práticos da geografia. Na década de 1980 muitos autores se dedicaram a analisar com mais cuidado o surgimento e o desenvolvimento da percepção ambiental na geografia.

Deve-se ressaltar, porém, que o período entre o final dos anos 60 e o início dos anos 80 foi considerado, pelos estudiosos das questões epistemológicas da geografia, como um período que pode ser chamado de tumultuado ou conturbado, devido a diversas orientações metodológicas ou conceituais que existiram naquele período, oriundas de

diversos geógrafos que adotavam ou recomendavam metodologias diferentes para o estudo da geografia.

No início dos anos 70, porém, houve um intenso ataque às posições teóricas e metodológicas assumidas pela chamada “Geografia Teórica e Quantitativa” que polarizara o interesse de muitos geógrafos desde o final dos anos 50.

Schaeffer, em 1953 já criticava a geografia de se acomodar e de ser apenas uma “ciência normal” de lugares particulares. Foram críticas à atuação da geografia e início de uma polêmica que daria novos rumos ao estudo da geografia.

As reações às críticas de Schaeffer viriam, principalmente, de Hartshorne que defende o objeto de estudo geográfico como sendo “a diferenciação espacial”.

A proposta de Hartshorne é menos empirista e, portanto, foi chamada de corrente “racionalista” dentro da geografia, indo além do “determinismo” de Ratzel (1882) e do “possibilismo” de Vidal de la Blache(1922)

Segundo Amorim Filho, a Geografia, do ponto de vista teórico-metodológico, seguia uma corrente científica fundamentada na doutrina positivista de princípios originalmente propostos por Auguste Comte, devidamente adaptados à realidade da época.

Cabe lembrar que, segundo Comte, o conhecimento humano segue três estágios sucessivos de desenvolvimento : o teológico , o metafísico e o positivo.

Acrescenta que as atividades verdadeiramente científicas devem seguir os princípios citados por Gregory (1978) :

➤ *O real* : quando o conhecimento científico tem que ser garantido pela experiência direta de uma realidade imediata, baseada na noção de causalidade.

➤ *A certeza* : quando o conhecimento científico tem que ser garantido através de experiência da realidade que possa ser acessível a todos os cientistas (unidade do método científico)

➤ *A precisão* : quando o método científico procura a construção formal das teorias que possam ser testadas. Agora, os julgamentos de valor são excluídos da indagação científica.

➤ *A utilidade* : todo o conhecimento científico deve ser tecnicamente utilizável, voltado para os meios e não para os fins.

➤ *O relativo* : o conhecimento científico deve ser encarado como incabado e relativo, progredindo através da unificação gradual de teorias que consolidem a conscientização humana das leis naturais.

Ainda, segundo Amorim Filho, estes princípios foram sintetizados por R.J. Johnston em “doutrinas” que geraram as bases epistemológicas da Geografia.

Segundo Johnston (1986) , percebe-se, na História, que há uma crise emergente na Geografia praticada na época. A metodologia torna-se ineficiente para resolver os problemas geográficos.

São elas:

- ***Cientismo*** (ou cientificismo) : o método positivista é o único método verdadeiro para a obtenção do conhecimento

- ***Política Científica*** : o positivismo fornece o método para se encontrarem as soluções racionais para todos os problemas , incluindo a engenharia social.

- ***Neutralidade*** : agora as avaliações científicas são objetivas , porque foram tomadas com bases em critérios independentes de compromissos particulares ou pessoais.

Essas doutrinas permitiram aos geógrafos adquirirem *status* de grande prestígio, fornecendo à Geografia um grande potencial de aplicações tanto nas questões de planejamento quanto nas questões de organização dos espaços urbanos, espalhados por todo o mundo.



#### 1.4.2 OS SISTEMAS DE INFORMAÇÕES GEOGRÁFICAS

A Geografia, do ponto de vista de técnicas aplicadas, beneficiou-se largamente do uso da Informática, quando trouxe para auxílio de suas técnicas o uso do computador, inovador para a época e que hoje constata-se ser imprescindível ao desenvolvimento de qualquer ciência. Com isso, a Geografia ganhou status de ciência de grande prestígio, mostrando ter resgatado parte das condições que havia perdido.

Passando, agora, a examinar algumas considerações mais específicas sobre os Sistemas de Informações Geográficas – SIG, ou em língua inglesa Geographical Information Systems – (GIS).

Pode-se dizer que eles muito recentemente começaram a integrar-se às demais ferramentas de classificação e representação espaciais utilizadas pelos geógrafos, e outros profissionais, para os quais o conhecimento da superfície terrestre é importante.

Segundo Abreu (1995), os Sistemas de Informações Geográficas são apresentados como modernos sucedâneos computadorizados para procedimentos analógicos adotados na manipulação de dados geo-referenciados, representando uma tecnologia capaz de armazenar, organizar, analisar, integrar e exibir objetos ou fenômenos da natureza. Assim, Ecologia e Meio Ambiente, Urbanização, Agricultura e demais campos das Geociências são disciplinas particularmente afetadas pelo uso dos SIG.

Seus principais componentes são o meio físico, *hardware*, e o meio lógico, *software*, e o contexto institucional onde se insere. Trabalham com dados que possuem uma posição espacial definida, atributos e topologia própria.

Os SIG se diferenciam de outros sistemas de informação por apresentarem funções como gerenciamento de dados espaciais e atributos em separado ou, principalmente, em combinação. Incluem o retrabalhamento, classificação, medição e sobreposição, análises

de vizinhança, conectividade, contigüidade e proximidade, além de favorecer a exibição de resultados.

O vertiginoso desenvolvimento da tecnologia dos SIG tem levado a uma proliferação de variedade de opções em termos de funções analíticas. Podem ser classificadas em quatro grandes categorias :

- manutenção e análise de dados espaciais,
- manutenção e análise de atributos,
- análises integradas de dados espaciais e atributos,
- formatação para a saída.

Trata-se de um instrumento fundamental para o estudo das geociências, uma vez que o rápido desenvolvimento tem trazido à luz maiores quantidades de dados georeferenciados, sendo estes de maior qualidade, o que torna quase impossível o manuseio e interpretação dos mesmos por métodos manuais.

Os principais modelos de representação desses dados são a varredura (raster) e vetorial (vector). Estruturas *raster* podem ser compactadas (quadree, octree), enquanto que diversas possibilidades (spaghetti , topológico , TIN ) são apresentadas no modelo *vector*.

Os dados podem ser organizados por três principais meios : hierárquico , em rede ou relacional. Sugere-se este último como solução mais adequada.

Os SIG se apresentam como um sistema altamente capaz de otimizar e racionalizar o manuseio de informações geológicas e verificar sua acuracidade e consistência.

Reportando-se a Birkin et al (1996), na obra : *Intelligent GIS*, constata-se que o geógrafo inglês e seus colegas descrevem alguns itens que consideram importantes para uma abordagem significativa dos S I G ou, GIS, como ferramenta instrumental de classificação e representação espaciais :

- localização e planejamento ,

- análise espacial na localização de pontos de distribuição ,
- GIS e sistemas de suporte para decisões espaciais ,
- sistemas de suporte para a decisão espacial para planejamento da distribuição ,
- planejamento e análise de cuidados com a saúde ( o papel dos GIS e modelamento geográfico) ,
- modelos baseados em GIS para planejamento urbano ,
- o planejamento do uso da água ( recursos hídricos e ecologia) ,
- sistemas de suporte para a decisão espacial para a indústria automobilística ,
- análise espacial e geodemográfica de serviços financeiros.

O próprio título da obra , *Intelligent GIS : location decisions and strategic planning*, pode causar estranheza à primeira vista, mas o objetivo dos autores é mostrar que os SIG *não* devem servir apenas ao “serviço da inteligência militar” dos governos ou “inteligência artificial” para produção de robôs ou equipamentos semelhantes. Insistem na tese de que se deve integrar aos softwares tradicionais dos SIG e às análises baseadas em modelos, um “algo mais”, para obter um produto final maior que a soma das partes. Usam o termo “spatial decision support systems” (SDSS) e mostram suas diversas aplicações em variados ramos da atividade humana. Firmam quatro objetivos principais :

Primeiro, apresentar uma razão de como é possível integrar a tecnologia dos SIG aos modelos técnicos geográficos a fim de ajudar a contribuir para melhor entendimento e planejamento estratégico das empresas públicas ou privadas. Apresentam argumentos que permitem provar que as aplicações de informações espaciais mostram-se extremamente úteis se aplicadas, com vistas à melhoria de condições, para qualquer comunidade.

Segundo, demonstrar a relevância da análise geográfica ao fornecer dados críticos para planejamento operacional e estratégico das empresas. Citam diversos ramos de atividades como centros comerciais, postos de distribuição de gasolina, hospitais e outros.

Mostram modelos de planejamentos espaciais para melhor aproveitamento de recursos disponíveis e otimização de itinerários. Deve-se citar aqui o desenvolvimento do instrumental de análise: criação ou aperfeiçoamento de técnicas e modelos quantitativos, sobretudo estocásticos, para a análise do espaço geográfico. Também as aplicações dos princípios desenvolvidos por Walter Christaller, em sua teoria sobre lugares centrais para os estudos de redes de hierarquias urbanas.

Terceiro, informar aos estudantes universitários, principalmente aqueles da área da geografia, a importância dos estudos geográficos. Não aquela geografia enfadonha e desestimulante ensinada nas escolas tradicionais que a enfocam como quantitativa e estatística, fortalecendo informações sobre dados de produção ou populacionais de determinada região, desmotivando a aprendizagem. A Geografia proposta é aquela que enfatiza suas tendências mais modernas associadas aos SIG. Os aspectos epistemológicos são recomendados pelo autor.

Quarto, demonstrar a importância da pesquisa estratégica ao focalizar a lista de pesquisas básicas.

O trabalho pretende mostrar a importância de assuntos, antes não explorados pela geografia acadêmica, tais como :

- distribuição de mercadorias (venda a varejo) ,
- cuidados com a saúde ,
- administração local , principalmente planejamento urbano ,
- a indústria da água ,
- a indústria automotiva ,
- serviços financeiros (bancários).

Por fim, o autor indica o caminho da estratégia de utilização de informações geográficas:

Dados ⇨ Informações ⇨ Estratégias ⇨ Ações

Como observação, acrescenta-se que aquilo declarado para os SIG se aplicam também às estratégias do geoprocessamento.

Observando a listagem dos itens escolhidos pelos autores, e pelos objetivos expostos, pode-se inferir a importância do estudo dos SIG e suas aplicações que transcendem, em muito, o tradicional estudo da geografia descritiva de fenômenos meteorológicos ou climáticos de certas regiões, incluindo apenas população, comércio ou atividade agrícola, itens que não motivam o estudante.

É inquestionável, nos dias de hoje, a importância dos mapas meteorológicos assistidos por computador e as informações espaciais monitoradas por satélite. Tudo isso é atividade geográfica de alta significância, mas para os autores citados, isto deve ser amplamente divulgado e os estudos dos SIG devem ser incluídos nos currículos acadêmicos, não apenas aqueles da área da geografia mas também em outras áreas que podem ser Engenharia (de transportes), Arquitetura, Administração ou outras. Nomeiam assuntos como os já citados :

- planejamento urbano (modelamento),
- análise e planejamento de recursos hídricos ,
- planejamento estratégico de distribuição de serviços.

Estes assuntos não eram tratados, nem poderiam ser, pela Geografia clássica, mas que a Geografia, reformada, começou a vislumbrar e aceitar a multiplicidade de paradigmas.

Pelo exposto, pode-se concluir que alguns aspectos preconizados pela Geografia foram mantidos e até aperfeiçoados pela Geografia Pós-Moderna (atual).

O próprio uso do computador se tornou irreversível. Como consequência direta, o aperfeiçoamento e aumento da abrangência dos SIG. Deve-se observar, contudo, que no início de sua utilização o computador apenas trabalhava os dados numéricos informados e

fornecia resultados também numéricos, mas, que serviam de referência para tomadas de decisões. Os mapas hoje produzidos pelo computador (geoprocessamento) são de enorme precisão além de grande beleza estética. — nova utilização da informática — , e essa é uma constatação irreversível.

O método estatístico-matemático (teórico-quantitativo) continuou a evoluir e continua produzindo resultados que se revelam extremamente importantes para tomadas de decisões, mormente aquelas de caráter econômicos, mas que também se aplicam às de caráter político e ambiental.

O criticado “homem-econômico” dá lugar a um “estrategista” ou “planejador” com obrigação de ter uma visão mais ampla em um contexto social, ou político-ambiental.

Fica ainda ressaltada a importância do conhecimento geográfico, no tocante a conduzir e orientar a tomada de dados a serem levados aos recursos estatístico-matemáticos para processo quantitativo ou levado ao computador para gerarem mapas ou imagens geográficas.

O uso de uma tabela de dados (informações) deve ser amplamente analisada antes de aqueles números, bastante frios, serem levados às manipulações por fórmulas matemáticas. Uma adaptação ao contexto geográfico indica que o levantamento de dados deva ser rigorosamente feito por um especialista do assunto, isto é, um experiente geógrafo, ou sob sua orientação. Uma coletânea de dados numéricos tanto pode produzir um resultado de grande valia como pode produzir um resultado totalmente inexpressivo.

A essência do resultado está na maneira como esses dados foram coletados. A experiência de trabalhos de campo é insubstituível, em muitos casos. Um tecnocrata não pode substituir a experiência fornecida por intensos e sofridos trabalhos de campo. Qualquer método a ser usado só será confiável se os dados originais forem realmente coletados de forma altamente criteriosa. O computador deve ser usado como meio e, não, como fim.

Pode-se entender que os trabalhos realizados hoje, tanto do ponto de vista geográfico, como de outras áreas do conhecimento, devem ser feitos por “equipes”. Se o geógrafo precisar de recursos mais avançados, por exemplo, na área da matemática, deve buscar ajuda com um profissional da área. Se sua pesquisa exigir, por exemplo, análises químicas de uma rocha, deve procurar laboratórios especializados.

Quando Pierre George (1972) criticava o uso do computador dizendo que “a Geografia Quantitativa era uma forma de determinismo ...”, tinha razão, até certo ponto, pois a utilização devida ou irresponsável da informática é responsabilidade exclusiva de quem a usa. Todo recurso moderno, ou de ponta, deve ser usado mas, sempre com o devido respeito e grande cautela. Comprova-se hoje a inestimável utilização dos sistemas de SIG. (aperfeiçoamento do uso do computador) na produção de informações que podem salvar vidas humanas ou prevenir catástrofes naturais.

Os métodos quantitativos permanecem fornecendo ao geógrafos elementos de decisões para seus problemas particulares. Pode-se citar Rogerson (2002) onde são estudados, dentre outros, os itens de correlação, autocorrelação espacial e cluster analysis. Comprova a importância da geografia quantitativa, aplicada a contextos espaciais.

Um fato importante a ser mencionado é o de que os métodos rigorosamente científicos realmente são pilares incontestes da epistemologia ou construção do saber, mas os métodos empíricos ou de observação também se mostram essencialmente úteis em vários ramos do conhecimento humano.(o real, na classificação de Gregory (1978)) Os dois métodos não são excludentes, pois, têm uma certa interseção.

Muitas vezes não é necessária a mudança ou troca radical de um método ou processo de investigação científica para se chegar a um objetivo determinado. Uma adaptação ou mudança de enfoques, uma boa adequação, poderá nos fornecer os objetivos

procurados. Reportando a Gregory (1978) : são as componentes do método que usam a certeza, a utilidade, e talvez até o real.

Segundo Birkin (1996), deve-se informar ao estudante atual que a geografia proposta é aquela que enfatiza suas tendências mais modernas associadas aos SIG e que os aspectos epistemológicos são altamente recomendados, ou até mesmo, indispensáveis.

Repetindo Amorim Filho, a tendência atual da Geografia é que ela deve se aproximar de outras ciências :

- ciências naturais , via teoria dos sistemas
- ciências sociais , via aplicação dos princípios funcionais neo-marxistas de um lado, e dos princípios da percepção e comportamento espacial , de outro.

Uma diferença marcante da Geografia atual para aquela dos anos 50 é que, agora, aceita-se uma variedade de paradigmas, enquanto a escola radical só aceitava seus paradigmas consagrados. O enfoque do estudo “ciência da terra” tem que aceitar e compartilhar responsabilidades com outras áreas do conhecimento, um estudo, diria eu, mais solidário.

A Geografia Clássica tinha como característica principal das ações de seus geógrafos, o nível de ação do descritivo básico, isto é, fazer inventários locais, bancos de dados, diagnósticos de áreas e relatórios em geral.

Também o nível do dinâmico crítico : estudam os processos históricos e sociais no espaço, os espaços políticos, etc ( vem da Geografia Crítica, não usavam a análise espacial)

As tendências modernas apontam no sentido de os geógrafos terem seus níveis de atuação em :

- analítico funcional : estudos de fluxos, áreas de influências, hierarquias urbanas, regionalização, etc ( aqui o tempo é considerado fixo)



– analítico dinâmico : previsões, simulações, tendências, etc (agora, o tempo é considerado, sendo feita uma análise comparativa),

– eclético : usam as novas demandas da sociedade pela informação (associação com outras disciplinas)

Pelo exposto, conclui-se que alguns movimentos geográficos tiveram continuidade, e outros, contudo, tiveram seus enfoques e/ou tendências adaptados ou adequados às necessidades e exigências dos tempos atuais.

As teorias matemáticas, estatísticas, cibernéticas e da comunicação foram absorvidas pela Geografia, para comporem seu arsenal de desenvolvimento tecnológico, com todas as suas conseqüências, permitindo maior abstração do conhecimento geográfico e uso do método dedutivo em maior escala.

## CAPÍTULO II : POBREZA E DESIGUALDADE

### 2.1 A MEDIDA DA POBREZA E SEUS ÍNDICES

Segundo o economista Amartya Sen (1976), dois aspectos são fundamentais para o estudo da medida de pobreza de uma população :

- identificar a pobreza entre o total da população
- construir um índice de pobreza usando todas as informações disponíveis sobre a pobreza .

O primeiro problema envolve a escolha do critério de pobreza, significando a escolha da “linha de pobreza” , em termos da verdadeira renda *per capita* .

Comenta o autor que somente fazer a contagem dos elementos considerados “pobres” e calcular sua percentagem dentro da população total, torna-se um procedimento imperfeito.

Sen chamou esta razão, ou quociente, de “*head-count ratio H* .” Acrescenta que é também completamente insensível quanto a distribuição de renda entre os pobres.

Em resumo, o índice viola os dois axiomas seguintes :

\* *Axioma da monotonicidade* : a redução de renda de uma pessoa situada abaixo da linha de pobreza, tem que aumentar a medida da pobreza.

\* *Axioma da transferência* : a transferência pura de renda de uma pessoa situada abaixo da linha de pobreza para uma pessoa mais rica, tem que aumentar a medida da pobreza.

Apesar destas limitações teóricas a relação pessoa / renda é largamente usada.

Sobre uma pequena queda de renda e a pobreza propriamente dita, nos recomenda : se consideramos uma população  $S$ , de  $n$  pessoas, o conjunto de pessoas com renda não superior a um valor  $x$  , é chamado  $S(x)$ . Se  $z$  é a “linha de pobreza” , isto é, o nível de renda onde começa a pobreza, então  $S(z)$  é o conjunto de “pobres”.

A “falta de renda”  $g_i$ , de um indivíduo  $i$ , é a diferença entre a linha de pobreza  $z$  e sua renda  $y_i$

$$g_i = z - y_i \quad (2.1)$$

É evidente que  $g_i$  será negativo para alguns e positivo para outros indivíduos.

Se considerarmos um vetor de ‘ $n$ ’ componentes, que ele chama de ‘the aggregate gap’, então,

$$Q(x) = A(z, \bar{y}) = \sum_{i \in S(x)} g_i y_i(z, \bar{y}) \quad (2.2)$$

$P$  é o máximo valor de  $Q$  para todo  $x$ . Então  $P = \max_x Q(x)$  implica

$P = Q(x)$  que é o índice de pobreza  $P$

Se  $W_i(\bar{y})$  e  $W_j(\bar{y})$  são os níveis de bem estar social de  $i$  e de  $j$ , dentro de uma configuração  $\bar{y}$  e  $v_i$  é o peso (ou ponderação da renda do elemento  $i$ ) podem-se admitir os axiomas :

*Axioma E* ( equidade relativa) : Para qualquer par de valores  $i, j$  se  $W_i(\bar{y}) < W_j(\bar{y})$

então

$$v_i(z, \bar{y}) > v_j(z, \bar{y})$$

*Axioma R* ( ordinal Rank weights) : O peso  $v_i(z, \bar{y})$  na diferença de renda (income gap) da pessoa  $i$  é igual à ordem de posição (rank order) de  $i$  na ordem de bem estar interpessoal do pobre.

*Axioma M* ( monotonic welfare) : A relação  $>$  definida sobre o conjunto de números de bem estar individual  $\{W_i(\bar{y})\}$  para alguma configuração de renda  $\bar{y}$  é uma ordenação completa estrita, e a relação  $>$  definida no correspondente conjunto de rendas individuais

$\{y_i\}$  é uma sub-relação do primeiro, isto é, para  $i$  e  $j$ , se  $y_i > y_j$  então  $W_i(\bar{y}) > W_j(\bar{y})$

head - count ratio (H) é a razão do número de pessoas  $q$  com renda  $y_i < z$  pelo total  $n$  da população.

$$H = q / n \quad (2.3)$$

A outra medida – poverty gap – não diz nada sobre o número de pessoas que participam desta faixa (lacuna) mas pode ser facilmente normalizada em uma faixa  $I$  de porcentagem por pessoa.

$$\text{(income - gap ratio)} \quad I = \sum_{i \in S(z)} \frac{g_i}{qz} \quad (2.4)$$

Enquanto que o head-count ratio nos informa a porcentagem de pessoas abaixo da linha de pobreza, o income-gap ratio nos informa a porcentagem da sua diferença média de renda para a linha de pobreza. A primeira é completamente insensível à extensão da diferença de renda por pessoa, e a segunda é completamente insensível aos números envolvidos.

Contudo, em um caso especial no qual todos os pobres tenham exatamente o mesmo nível de renda,  $y^* < z$ , pode ser argumentado que  $H$  e  $I$  juntos nos dariam informações adequadas sobre o nível de pobreza, desde que neste caso especial os dois juntos poderiam nos informar sobre a proporção de pessoas que estão abaixo da linha de pobreza e a extensão da diferença de renda de cada elemento. Para obter uma normalização simples, nós fazemos  $P$  igual a  $H I$ .

*Axioma N* (Normalized poverty value): Se todos os pobres têm a mesma renda, então

$$P = H I.$$

São os mais diversos os métodos de obtenção de índices de pobreza. Os axiomas citados propiciam maneiras diferentes de se criar um índice. Fica mais fácil estabelecer um índice quanto dispomos de rendas colocadas em uma ordem de grandeza crescente, ou matematicamente falando :

$$y_1 < y_2, y_3 < \Lambda < y_n$$

Pode-se estabelecer um critério de criação de um índice, usando o seguinte teorema:

*Teorema* : Para um número grande de pessoas pobres, um índice de pobreza somente satisfazendo os axiomas R , M e N é dado por :  $P = H [ I + ( 1 - I ) G ]$  onde G é o índice de GINI de distribuição de rendas.

Demonstração : pelo axioma M , há um conjunto de números de indivíduos satisfazendo a condição  $y_1 \leq y_2 \leq y_3 \dots \leq y_n$ , e tais que  $W_1(\bar{y}) < W_2(\bar{y}) < \dots < W_n(\bar{y})$ .

Para qualquer pessoa  $i \leq q$  há exatamente  $(q + 1 - i)$  pessoas entre os pobres com, pelo menos, um nível de bem estar que a pessoa  $i$ . Então, pelo axioma R,  $v_i(z, \bar{y}) = q + 1 - i$

Portanto, considerando  $Q(x) = A(z, \bar{y}) = A(z, \bar{y}) \sum_{i \in S(x)} g_i v_i(z, \bar{y})$  e  $P = Q(z)$

$$\text{vem } P = A(z, \bar{y}) \sum_{i=1}^q g_i (q + 1 - i) \quad (2.6)$$

No caso especial em que todos os pobres têm a mesma renda  $y^*$  e a mesma diferença de renda  $g^* = z - y^*$  devemos ter :  $P = A(z, \bar{y}) g^* q(q+1) / 2$

$$\text{de acordo com o axioma N : } P = \frac{q}{n} \frac{g^*}{z} \quad (2.7)$$

portanto, de (2.6) e de (2.7) pode-se concluir que

$$A(z, \bar{y}) = 2 / (q + 1) n z \quad (2.8)$$

Das igualdades (2.6) e (2.8) tira-se :

$$P = \frac{2}{(q + 1) n z} \sum_{i=1}^q (z - y_i) (q + 1 - i) \quad (2.9)$$

Mas, considerando que o índice de GINI ,  $G$  , de distribuição de rendas de Lorenz, dentre outras formas, pode ser dado por :

$$G = \frac{1}{2q^2 m} \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q |y_i - y_j| \quad \text{onde } m \text{ é renda média do pobre, e que}$$

$$|y_i - y_j| = y_i + y_j - 2 \min(y_i, y_j) \quad \text{chega-se a :}$$

$$G = 1 - \frac{1}{q^2 m} \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \min(y_i, y_j) \quad \text{ou}$$

$$G = 1 + \frac{1}{q} - \frac{2}{q^2 m} \sum_{i=1}^q y_i (q+1-i) \quad (2.10)$$

Tendo em vista as expressões (2.9) e (2.10) pode-se escrever :

$$P = \frac{1}{(q+1)nz} \left[ zq(q+1) + q^2 m \left( G - \frac{q+1}{q} \right) \right] \quad (2.11)$$

$$\text{Lembrando que } H = q/n \quad \text{e } I = \sum g_i / qz$$

Pode-se reduzir a última expressão

$$P = H \left[ I - (1-I) \left( I + G \left( \frac{q}{q+1} \right) \right) \right] \quad (2.12)$$

Para valores grandes de  $q$ , a última expressão equivale a

$$P = H [ I + (1-I) G ] \quad (2.13)$$

Do exposto, fica estabelecido que necessita-se de parte do teorema citado e a suficiente observância da confirmação de que  $P$  satisfaz a esta última condição. Portanto, a condição de  $q$  assumir grandes valores realmente satisfaz os axiomas  $R$ ,  $M$  e  $N$ .

Algumas considerações de Sen sobre o índice de GINI.

Segundo Sen, a regra do coeficiente de GINI da distribuição de rendas de Lorenz, no entanto, merece esclarecimentos. Considere a questão : que medida de equidade obedeceria a mesma abordagem como a usada na obtenção da medida de pobreza?

O índice foi obtido fazendo uso da mais primitiva concepção da faixa  $Q(x)$ . Seria obedecido que dado o sistema de pesos tirado dos axiomas  $R$  e  $M$ , o valor de  $Q(x)$  é o mesmo para todo  $x \geq z$ . Então, que  $P$  definido por  $P = \max_x Q(x)$  pode ser considerado como  $Q(x)$  se  $x \geq z$  e não somente para  $x = z$ . Isso porque o axioma  $R$  faz o peso da diferença de renda  $g_i$ , do indivíduo  $i$ , igual a número de pessoas entre os pobres que são, pelo menos, tão bem quanto a pessoa  $i$ . A inclusão da pessoa abaixo da linha de pobreza  $z$ , não afeta o valor de  $Q$ , porque o peso de sua renda é nulo, pelo axioma  $M$ .

Para a medida da pobreza, isto é razoável e suficiente. Mas, se nos preocupamos com a medição da inequidade, gostaríamos de considerar a falta de renda da pessoa abaixo da linha de pobreza. Ou, ainda mais, a diferença de renda seria calculada, não de fora da linha de pobreza dada, mas de alguma característica interna da configuração de renda

$\bar{y}$ , possivelmente a média de rendas. Variações nessas linhas transformarão uma medida de pobreza absoluta em uma medida relativa de inequidade.

Para fazer isso, trocaremos  $z$  pela média de renda  $m^*$  da configuração

$\bar{y}$ . Mais tarde, a ponderação dada pelo axioma R será modificada para incluir todas as pessoas, pobres ou não.

Axioma R\* : O peso  $v_i(z, \bar{y})$  sobre a diferença de renda de uma pessoa  $i$ , iguala o número de pessoas no conjunto S que estão, pelo menos, nas mesmas condições financeiras que a pessoa  $i$ .

O axioma R\* exigirá que o peso  $v_i$  sobre a diferença de renda da pessoa  $i$ , seja  $(n+1-i)$

O problema da medição da inequidade e da pobreza pode ser visto como de práticas interligadas.

Para a medição da inequidade correspondente à medida da pobreza P, podemos usar a definição e o teorema seguintes :

*Definição* : A medida de inequidade  $O$  correspondente ao índice de pobreza P, como especificado no teorema anterior, é um valor obtido substituindo na expressão :

$$P = \frac{1}{(q+1)n z} \left[ z q (q+1) + q^2 m \left( G - \frac{q+1}{q} \right) \right] \quad (2.14)$$

pelo número de pobres  $q$ , pelo número total de pessoas da população, e trocando o nível de pobreza  $z$ , pela média de renda da população

*Teorema* : A medida de inequidade  $O$  correspondente ao índice de pobreza se aproxima do coeficiente de GINI para valores grandes de  $n$ .

Segundo o artigo de Richard Peet (1976), transcrito dos anais da associação dos geógrafos americanos, cujo título original é “Inequality and poverty : a marxist-geographic theory”, pode-se sintetizar, conceitualmente, da seguinte forma : o princípio marxista de que



a desigualdade e a pobreza são produzidas pelas sociedades capitalistas e a idéia geográfico-social de que a desigualdade pode transmitir-se de uma geração a outra, através do ambiente de oportunidades e serviços em que se encontra cada indivíduo ao nascer.

## 2.2 A DESIGUALDADE SEGUNDO O MARXISMO

O marxismo estabelece que a desigualdade é inerente ao modo de produção capitalista. A desigualdade produz-se inevitavelmente nos processos normais das economias capitalistas.

— *desigualdades interclassistas* : a desigualdade de rendas é inerente ao regime de trabalho assalariado. No capitalismo trata-se a força de trabalho humana – duração de vida, esforço, crença e ânsia – como mera mercadoria que há de ser comprada por um patrão, a certo preço ou salário. Afirma Marx : “pedir uma retribuição igual ou uma retribuição eqüitativa sobre a base do sistema de trabalho é o mesmo que pedir liberdade sobre a base de um sistema fundado na escravatura”.

Ainda, o capital é a força de trabalho histórico acumulado pela classe capitalista, porque havia podido pagar o trabalho com uma soma inferior ao valor dos benefícios produzidos pelos trabalhadores, isto é , ela foi apta ao explorá-los. Com o tempo, à medida que o capital vai-se acumulando, as desigualdades entre as classes aumentam.

— *As funções da desigualdade* : a desigualdade social é muito útil, pois serve de estímulo aos assalariados para se esforçarem cada vez mais, particularmente em um país de alto nível aquisitivo e consumista como os Estados Unidos. Esse tipo de desigualdade é altamente funcional, porquanto assegura que se realize, inclusive, um trabalho mais desagradável e pesado e apressa ao máximo a força de trabalho.

— *os efeitos da mecanização* : o desejo de lucro, leva o capitalista a reduzir constantemente os custos de produção por meio de uma grande divisão do trabalho e à

introdução e aperfeiçoamento de maquinaria. A mecanização produz o excedente explorável pelos donos dos meios de produção e incrementa a produtividade do trabalho e, assim, aumenta o capital disponível para reinvertê-lo em mais maquinarias, serviços e matérias-primas. Assim, pois, a demanda relativa de trabalho diminui à medida que o desenvolvimento econômico capitalista vai aumentando. Um excedente relativo da população aparece rapidamente. Pode-se adiar o crescimento de uma força de trabalho supérflua, desnecessária e excedente através de um desenvolvimento econômico mais rápido.

Mas, a teoria marxista prognostica que o crescimento sem travas do capitalismo gera uma massa de desempregados e que desembocará finalmente num generalizado afastamento dos operários dos meios mecanizados de produção de riqueza, fato que criará as condições para a revolução social.

— *exército de reserva industrial* : Marx disse que as economias capitalistas, para seu funcionamento necessitam de um “exército de reserva industrial”, uma reserva de gente pobre que pode ser utilizada e desprezada à vontade do capitalista. O desenvolvimento não se processa suavemente sob o capitalismo. Marx divide esse exército em três tipos : latente, flutuante e intermitente. O essencial do raciocínio marxista é que a desigualdade não é um “mal temporal” nem a pobreza um “paradoxo surpreendente” nas sociedades de capitalismo avançado;

— *meio ambiente e desigualdade* : a teoria marxista assinala que a desigualdade se produz inevitavelmente no sistema capitalista. A teoria do meio ambiente ou geográfico se ocupa dos mecanismos que perpetuam a desigualdade, sob o ponto de vista do indivíduo. O modelo simples de Hägerstrand só inclui alguns dos fatores que imitam o alcance do meio ambiente cotidiano de uma pessoa. Entretanto, não se trata de embelezar o modelo de tempo-espço relacionando-o com outros modelos de interação, mas aplicar esse conceito à

explicação da transmissão da desigualdade. Através do indivíduo o meio social interaciona com níveis de oportunidades econômicas para que produza salários ;

— *a influência da classe social* : os recursos ambientais de uma pessoa dependem muito dos salários iniciais ou da classe social de seus pais. Aqui é onde a teoria do meio ambiente deve enlaçar-se com a análise marxista , que explica o contexto em que o homem interaciona com o meio sócio-econômico nos países capitalistas ;

— *síntese das teorias* : o funcionamento normal do sistema econômico capitalista produz uma série de classes sociais, que têm distintas funções e que são desiguais com respeito a seus salários, poder e *status*. Cada classe, e até cada camada dentro da classe, é levada a reproduzir a si mesma, valendo-se de uma parte dos salários da geração presente para criar, educar e preparar a geração de futuros participantes do sistema de produção. A geração adulta investe no meio ambiente dos recursos sociais usado pelas gerações em crescimento, e a quantidade de dinheiro colocada em cada classe varia, produzindo meios ambientes desiguais que perpetuam o sistema de classes ;

— *a hierarquia dos meios ambientes* : a hierarquia dos diferentes meios de recursos, que compõem a geografia social da cidade moderna, constitui, pois, uma resposta à demanda hierárquica de trabalho de economia urbana. A troca de hierarquia de meios ambientes e, portanto, na estrutura sócio-espacial da cidade, produz-se sob a influência da troca na demanda do desenvolvimento econômico ;

— *planificação de uma sociedade igualitária* : conseguir a igualdade social é muito mais que a política liberal de redistribuir a riqueza por meio do sistema de impostos. A verdadeira igualdade social só se pode conseguir alterando as forças que geram a desigualdade. Os geógrafos podem acelerar a consecução da igualdade criando modelos alternativos e convincentes para planificar e controlar o meio ambiente.

### 2.3 O ÍNDICE DE GINI

Segundo Fernando Molina, em seu artigo “Consideraciones sobre el índice de GINI para medir la concentración del ingreso”, deve-se observar que o grau de desigualdade econômica existente em uma sociedade e sua evolução no tempo são temas que mantêm o interesse permanente da opinião pública e dos especialistas no estudo do bem estar social. São diversas as análises que se fazem sobre o tema, bem como os procedimentos metodológicos que se aplicam para avaliar o grau de inequidade que existe em uma sociedade. Ao longo da história da análise econômica, tem sido propostos diversos indicadores para estudo da desigualdade, contudo, há uma tendência do consenso de que o de melhor aceitação é o chamado coeficiente de concentração de GINI. Este índice, de fácil interpretação, é uma referência comum nos debates sobre bem estar e equidade. Além disto, a opinião pública está muito dependente de sua evolução para forçar o funcionamento dos governos no combate às desigualdade e seus efeitos no nível de vida da população.

Um índice de desigualdade é uma medida que resume a maneira como se distribui uma variável em um conjunto de indivíduos. No caso particular da desigualdade econômica, a medição se associa com a renda ou gasto das famílias ou pessoas.

Uma primeira classificação dos indicadores de desigualdade que se encontra na literatura pode ser colocada como :

⇒ medidas positivas : são aquelas que não fazem menção explícita a nenhum conceito de bem estar social.

⇒ medidas normativas : aquelas que estão baseadas em alguma função de bem estar social.

No primeiro grupo estão os índices estatísticos que comumente se utilizam para analisar a dispersão de uma distribuição de frequências, tais como média, desvio, variância, desvio padrão, e outras.

Uma outra classificação também útil é aquela que utiliza estatística tradicional, índice de GINI, medidas baseadas em entropia e indicadores baseados em bem estar social.

Embora exista rigidez nos cálculos das medidas de dispersão, não é muito comum essas medidas serem usadas para o estudo da desigualdade, por não satisfazerem a algumas propriedades teóricas que os bons indicadores devem possuir, principalmente a propriedade da *independência de escala*, uma vez que o valor do indicador se altera, quando se multiplicam as observações por uma valor positivo.

Por outro lado, o coeficiente de GINI não utiliza como parâmetro de referência, a renda média da distribuição, pois sua construção é obtida a partir da chamada “curva de LORENZ”.

No estudo da desigualdade, dispõe-se de vários métodos para descrever a forma em que se distribui a renda entre os diferentes grupos de indivíduos em uma sociedade : os diagramas de dispersão, os indicadores de desigualdade e os ordenamentos da informação.

Fazer um diagrama para visualizar a distribuição de renda torna-se uma opção muito útil para a análise da desigualdade, uma vez que permite identificar certos aspectos da forma de distribuição que de outra maneira não seria possível apreciar. Na literatura se apresentam, pelo menos, quatro possíveis alternativas para gerar ordenamentos de dados, ainda que vamos nos ocupar na análise dos que se usam com maior freqüência, que são as distribuições de freqüência, a curva de Lorenz, os chamados diagramas de desfile propostos por PEN e a transformações logarítmicas.

Quando se agrupam as rendas dos indivíduos em intervalos de classes e se observa a concentração de observações que se formam no interior de cada uma delas, a distribuição de freqüências é a maneira mais intuitiva de ordenar estas observações. Contudo, com esse tipo de representação gráfica das freqüências, não se mostram em forma adequada as caudas da distribuição. Mais ainda, as observações que se agrupam no interior dos intervalos ficam

representadas pelo ponto médio ou marca de classe, o que necessariamente conduz à perda de informação.

A forma mais habitual de representar a desigualdade é a partir da “curva de Lorenz”, que foi proposta em 1905 com o propósito de ilustrar a desigualdade na distribuição da saúde e, desde seu aparecimento, seu uso se popularizou entre os estudiosos da desigualdade econômica.

Em termos mais simples, a curva de Lorenz representa a porcentagem acumulada de renda ( %  $Y_i$  ) recebida de um determinado grupo da população ( %  $P_i$  ) ordenada em forma crescente de acordo com a quantia de sua renda (  $y_1 < y_2 < y_3 \dots < y_n$  )

Para construirmos a curva de Lorenz dividimos os ‘n’ indivíduos, ordenados em suas rendas em valores crescentes, em grupos de igual tamanho, chamados percentis. ( os mais usados são quintis ou os decis).

Traduzindo para a linguagem matemática, podemos dizer que o valor da ordenada (y) em cada ponto de abscissa x (ponto médio da classe) é o valor da porcentagem acumulada de renda.

A curva de Lorenz sempre ficará abaixo de uma reta, diagonal do retângulo de dimensões 1, para o x (eixo horizontal– classes de rendas) e 1 ou 100 para o y (porcentagem acumulada de renda).

Geometricamente, quanto mais a curva de Lorenz se aproxima da diagonal, menor será a desigualdade de rendas, e ao contrário, quanto mais a curva se afastar da diagonal, maior será a desigualdade. O ponto (0,0) representa que a população tem 0 % de renda, enquanto que o ponto extremo oposto (1,100) significa que 100 % da população concentra toda a renda.

Para calcularmos o coeficiente de GINI, devemos considerar duas condições iniciais: os dados estarem desagregados ou estarem agrupados.

a) para dados desagregados

Embora existam várias formas de se calcular esse índice, uma maneira de fazê-lo é considerar um procedimento geométrico a partir da curva de Lorenz.

Inicialmente, GINI apresentou, em 1912, sua conhecida medida de desigualdade usando a fórmula :

$$CG = \frac{1}{2\mu} \left[ \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |y_i - y_j|}{n(n-1)} \right] = \frac{1}{2\mu} \Delta \quad (2.15)$$

onde  $\Delta$  representa a média aritmética das  $n(n-1)$  diferenças das observações, em valores absolutos, e  $2\mu$  é o valor máximo que  $\Delta$  assume quando um indivíduo concentra toda a renda.

Posteriormente, em 1914, GINI apresentou um novo indicador que se define como sendo o valor 1 menos o dobro do valor da área sob a curva de Lorenz.

$$\text{Também, } CG = \frac{DMR}{2} = \frac{1}{2n^2 \bar{y}} \sum_{i,j}^n |y_i - y_j| \quad (2.16)$$

metade da diferença média relativa ( $DMR / 2$ ) onde  $n$  é o número de observações,  $\bar{y}$  é a média das rendas, e  $y_i$  e  $y_j$  são as rendas de dois indivíduos do grupo.

b) para dados agrupados

No trabalho empírico é usual que os cálculos de desigualdades se efetuem a partir dos dados agrupados, devido ao fato que não é prático comparar conjuntos de dados que podem ter tamanhos variados. Assim sendo, é comum agrupar-se as observações em subconjuntos de igual tamanho para facilitar tanto os cálculos como as comparações entre eles.

Contudo, esta maneira de proceder necessariamente conduz à perda de informações, uma vez que os valores individuais serão substituídos por um representante da classe.

Para o cálculo efetivo do índice, procede-se da seguinte maneira :

- 1) ordenam-se as famílias de forma crescente de suas rendas ;
- 2) definem-se os intervalos de igual tamanho ( por exemplo, decis de famílias) ;
- 3) constroem-se as distribuições de freqüências relativas, simples e acumulada, da variável a distribuir (renda), bem como a da população que se deseja estudar. Quando se opta pela formação de decis de famílias, cada grupo deve concentrar 10% das observações) ;
- 4) calcula-se o índice, ou coeficiente de GINI (CG) usando uma das várias formas disponíveis, como , por exemplo:

$$CG = 1 - \sum_{i=1}^n X_i (Y_i + Y_{i+1}) \quad (2.17)$$

$$CG = \frac{1}{10000} \left[ \sum_{i=1}^n (X_i Y_{i+1} - X_{i+1} Y_i) \right] \quad (2.18)$$

$$CG = 1 - \sum_{i=1}^n (X_{i+1} - X_i)(Y_i + Y_{i+1}) \quad (2.19)$$

onde n é o número de grupos,  $x_i$  a proporção ( ou porcentagem) da população no grupo i ,  $X_i$  a proporção acumulada da população no grupo i ,  $Y_i$  a renda acumulada no grupo i.

$$\text{ou } CG = 1 - 2 F(y) \quad (2.20)$$

onde  $F(y)$  representa a área sob a curva de Lorenz.



Examinando um exemplo numérico: Considere uma mostra de rendas de 30 famílias resumida no quadro seguinte (fictício)

TABELA 1

Renda Total	Tamanho da família	Renda Total	Tamanho da família	Renda Total	Tamanho da família
25	7	423	4	1459	4
29	7	536	3	1594	3
38	6	569	5	2587	4
49	6	639	4	2589	4
50	5	698	6	3574	3
128	5	719	7	3697	3
155	7	789	4	4225	5
159	7	1259	3	12369	4
258	4	1278	4	15632	5
369	4	1295	5	69845	4
				3	142

Resumem-se os dados em 10 grupos.(decis) Para tanto, cada conjunto de três famílias formará um grupo ou classe de dados. Calculam-se as porcentagens de renda isoladas e acumuladas para cada decil. Os resultados obtidos são colocados na seguinte tabela :

TABELA 2

## TABELA DE PERCENTUAIS DE RENDAS ISOLADAS E ACUMULADAS

decil	% famílias	% renda familiar	% renda isolada	% renda acumulada	renda total
1	10	14,08	0,0724	0,0724	92
2	10	12,68	0,1999	0,2723	254
3	10	11,27	0,4290	0,7013	545
4	10	10,56	1,1894	1,8907	1511
5	10	10,56	1,5000	3,3907	1906
6	10	9,15	2,0624	5,4531	2620
7	10	7,75	3,1456	8,5987	3996
8	10	7,75	5,3291	13,9278	6770
9	10	7,75	9,0494	22,9772	11496
10	10	9,15	77,0223	100,00	97846

Para calcular o índice de GINI, tem-se várias fórmulas disponíveis.

Neste trabalho, vai-se optar pelo uso da fórmula :

$CG = 1 - 2 \int_0^1 F(y)$  onde  $F(y)$  será o valor da área sob a curva de Lorenz.

Lembrando que para o traçado da curva de Lorenz a abscissa  $x$  varia de 0 a 1 e os valores das ordenadas  $y$  são os valores das porcentagens de renda acumuladas e variam no intervalo de 0 até 100.

O primeiro valor de  $x$  será considerado 0 , e o primeiro valor de  $y$  também será nulo, isto é, o primeiro ponto da curva será (0,0).

O último valor de  $x$  será 1, e o último valor de  $y$  será 100, isto é, o último ponto será (1,100).

A tabela de valores para a confecção da curva de Lorenz, que usa os valores de rendas acumuladas, será :

TABELA 3

TABELA DE VALORES DAS RENDAS ACUMULADAS

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	0,00	0,072	0,272	0,701	1,891	3,391	5,453	8,599	13,920	22,977	100

O cálculo da área sob a curva pode ser feito com uma fórmula estudada nos cursos de Cálculo Numérico, chamada fórmula de SIMPSON (Thomas 1710 – 1761) que é a seguinte :

$$\int_A^B f(x) dx = \frac{1}{3} [1y_1 + 4y_2 + 2y_3 + 4y_4 + 2y_5 + 4y_6 + 2y_7 + 4y_8 + 2y_9 + 4y_{10} + 1y_{11}]$$

onde h é o intervalo entre um valor de numérico de x e o seu consecutivo ( h deve ser constante), e que no nosso caso será h = 0,1 e os coeficientes da fórmula podem ser resumidos na seguinte seqüência :

$$[ 1 \quad 4 \quad 2 \quad 4 \quad 2 \quad 4 \quad 2 \quad 4 \quad 2 \quad \dots \quad 4 \quad 2 \quad 4 \quad 1 ]$$

Tomando esta fórmula, que só pode ser usada se a tabela tiver um número ímpar de elementos, (e é o nosso caso), e os dados da tabela acima , chega-se ao resultado

$$0,1 / 3 \times [ 1 \times 0 + 4 \times 0,072 + 2 \times 0,272 + 4 \times 0,701 + 2 \times 1,891 + 4 \times 3,391 + 2 \times 5,453 + 4 \times 8,599 + 2 \times 13,920 + 4 \times 22,977 + 1 \times 100 ] = 9,5346$$

lembrando que os dados foram usados em termos de porcentagem, divide-se este último resultado por 100 e obtém-se 0,09535.

$$\text{Logo, o coeficiente procurado é : } 1 - 2 \times 0,09535 = 0,8093$$

Vai-se reproduzir uma tabela de valores construída com base nas informações contidas em relatório do World Bank (1992) . Tais informações referem-se aos anos próximos de 1990. A tabela em questão foi obtida do trabalho Ricardo Paes de Barros e Rosane Mendonça intitulado : “O impacto do crescimento econômico e de reduções no grau de desigualdade sobre pobreza”, patrocinado pelo IPEA, em 1998.

TABELA 4  
CURVA DE LORENZ E COEFICIENTE DE GINI

Curva de Lorenz Decis de distribuição	Bolívia	Brasil	Panamá	Colômbia	Costa Rica	México	Uruguai
Primeiro	1,1	0,7	0,5	1,1	1,2	1,1	2,0
Segundo	3,5	2,1	2,0	3,4	4,0	3,2	5,4
Terceiro	6,9	4,2	4,6	6,6	8,0	6,2	9,9
Quarto	11,2	7,0	8,3	10,7	13,1	10,2	15,4
Quinto	16,5	10,8	13,3	15,9	19,5	15,3	22,1
Sexto	23,2	15,9	19,9	22,4	27,4	21,7	30,1
Sétimo	31,5	22,8	28,4	30,6	37,1	29,9	39,7
Oitavo	42,5	32,7	40,2	41,6	49,3	40,7	51,6
Nono	58,8	48,9	57,8	58,1	66,0	56,1	67,3
Décimo	100	100	100	100	100	100	100
Coeficiente de GINI	0,53	0,63	0,57	0,53	0,46	0,55	0,42

FONTE : World Bank (1992)

Analisando a tabela, pode-se concluir que o Brasil, naquela época, tinha o maior índice de desigualdade social, dentre os países estudados.

Vai-se reproduzir uma tabela de índices de GINI , referente ao ano de 2005, publicada pela ONU para medir desigualdades sociais, em alguns países do mundo

TABELA 5

## TABELA DE ÍNDICES DE GINI EM ALGUNS PAÍSES DO MUNDO

Países	Índice
Nanúbia	: 0,707
Serra Leoa	: 0,629
Brasil	: 0,593
Paraguai	: 0,578
Chile	: 0,571
Argentina	: 0,522
China	: 0,447
Senegal	: 0,413
Estados Unidos	: 0,402
Moçambique	: 0,396
Portugal	: 0,385
Itália	: 0,360
Burúndi	: 0,333
França	: 0,331
Áustria	: 0,300
Etiópia	: 0,300
Japão	: 0,249
Dinamarca	: 0,247

*FONTE: Relatório de desenvolvimento da ONU ( 2005)*

Considerando que a tabela está ordenada, segundo valores decrescentes, pode-se observar que o Brasil ainda mantém um alto índice de desigualdade.

Segundo os estudos de Ricardo Paes de Barros e Rosane Mendonça, no trabalho : “O impacto do crescimento econômico e de reduções no grau de desigualdade sobre a pobreza” que investigaram a relação entre crescimento econômico e pobreza, a partir da distribuição de renda no Brasil em 1993 (distribuição -base) , mantendo a curva de Lorenz e, portanto, o grau de desigualdade, e aumentando o nível de renda simulando um crescimento contínuo de 2 %, ao longo de uma década, foi prevista uma redução de cinco pontos percentuais. O crescimento contínuo de 3% a.a. durante uma década acarretaria uma redução

de oito pontos percentuais ao passo que um crescimento contínuo de 5 % a.a. levaria, em uma década, a uma redução de treze pontos percentuais no grau de pobreza.

Sem mudar o grau de desigualdade, o impacto de uma década de crescimento econômico contínuo revela uma relação quase linear entre crescimento econômico e redução do grau de pobreza, com o segundo declinando cerca de 2,3 pontos percentuais para cada ponto percentual a mais no primeiro.

Uma simulação utilizando duas linhas de pobreza alternativas, informou que quando se considera que 40 % da população sejam consideradas de pobres, a relação entre crescimento econômico e queda da pobreza é bem próxima de uma relação linear. Mas a relação passa a ser de 2,6 pontos percentuais.

Outra simulação, usando a porcentagem de 30 % para a linha de pobreza, informou que a relação entre crescimento econômico e queda da pobreza declina para dois pontos percentuais.

Quanto à relação entre grau de desigualdade e pobreza, os autores investigaram o impacto resultante, fazendo simulações da distribuição de rendas que o Brasil teria caso fosse mantido o nível médio de desigualdade. Produziram a seguinte tabela :

TABELA 6  
O IMPACTO DE REDUÇÕES NO GRAU DE DESIGUALDADE SOBRE A POBREZA

País	Redução na pobreza (pontos percentuais)	crescimento econômico ( % ao ano)
Bolívia	11	4
Colômbia	8	2,8
Costa Rica	15	5,9
México	6	2,4
Panamá	3	1,1
Uruguai	20	8,4
Venezuela	18	7,1

FONTE : construída pelos autores, com base nos dados do World Bank (1992)

Quanto à relação entre o crescimento econômico e desigualdade de renda, os autores alertam que dentre as várias formas de comparar o impacto do crescimento econômico com o da redução no grau de desigualdade sobre a pobreza, exploraram a importância relativa dos dois impactos estimando que a taxa da economia deveria crescer continuamente ao longo de uma década para que a pobreza fosse reduzida na mesma magnitude, caso o grau de desigualdade do Brasil fosse igual ao de um dos países latino-americanos estudados.

Algumas conclusões foram resumidas na tabela retrocitada.

#### 2.4 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE OS ÍNDICES DE DESIGUALDADES BASEADOS EM BEM-ESTAR SOCIAL

O primeiro trabalho que propunha o uso de funções de bem estar social para medir a desigualdade é atribuído a Dalton (1922). Nessa investigação, o autor propunha medir a proporção do bem-estar que se perde devido à presença de uma inequívoca distribuição de renda entre as pessoas. Utilizando uma função de utilidade aditiva, separável, simétrica e

estritamente côncava de renda,  $u(y_i)$ , apresentou o que na literatura científica se conhece como o *índice de Dalton*

Se  $y_i$  representa uma observação de uma mostra de  $n$  elementos, e se considerarmos

$\bar{y}$  como média aritmética das rendas da distribuição, então o índice de Dalton pode ser

$$D = 1 - \sum_{i=1}^n \frac{u(y_i)}{n u(\bar{y})} \quad (2.20)$$

expresso por

Atkinson (1983) propôs uma família de índices normativos que resultam invariantes a trocas de escalas e transformações lineares positivas da função de utilidade. A sugestão do autor se baseia no critério de definir, para cada população, o nível de renda equivalente  $y_e$ , de forma que se cada indivíduo recebe esse montante de recursos, o bem estar seria o mesmo para toda a população. Significa dizer que  $W(y_e, e_n) = W(y_1, y_2, \dots, y_n)$  onde  $e_n$  representa um vetor unitário de dimensão  $n$ .

O índice de Atkinson é calculado pela fórmula :  $A = 1 - y_e / \bar{y}$

## 2.5 CONSIDERAÇÕES SOBRE OS ÍNDICES DE DESIGUALDADE

### BASEADOS EM ENTROPIA

Segundo Van Wylen, a entropia, palavra que significa evolução ou mudança, é uma teoria que cuida da investigação dos vários estados intermediários na mudança ocorrida em um sistema, quando este passa de um estado A para um estado B.

Utilizando os conceitos da teoria da informação, na literatura econômica tem-se proposto alguns indicadores para medir a desigualdade, baseados na entropia. O mais conhecido é o chamado *índice de Theil*



Suponha que a variável aleatória possa assumir os valores  $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$  com probabilidades  $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$  maiores ou iguais a zero e cuja soma seja igual a 1. Se faz uma seleção aleatória, quanto menor for a probabilidade de seleção da variável  $y_i$ , maior será a relevância da seleção efetuada.

Theil (1967) definiu como medida de desigualdade de renda a diferença entre a entropia que se obtém da situação de igualdade perfeita e aquela calculada para a distribuição empírica, que se interpreta como a entropia que se gera devido a que a renda não se distribui de forma igualitária.

As expressões práticas empregadas para os cálculos dos índices de Theil são :

$$T_{\alpha}(y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{\bar{y} \log(y_i / \bar{y})} \quad ; \quad \alpha=1 \quad (2.21)$$

$$T_{\alpha}(y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log(\bar{y} / y_i) \quad ; \quad \alpha=0 \quad (2.22)$$

onde  $\bar{y}$  representa a média dos valores usados  $y_i$

Segundo o trabalho de Xavier Mancero, da Universidade do Chile, sob o patrocínio das Nações Unidas. “Revisión de algunos indicadores para medir la desigualdad”, deve-se citar :

Medidas de desigualdades:

– para medir o grau de desigualdade da distribuição de renda, existe uma série de índices disponíveis, com propriedades distintas entre eles.

– em princípio nenhum deles é melhor que os outros. A utilidade de cada um dependerá de como satisfaz as “*propriedades desejáveis*” dos indicadores de desigualdade, que são :

- 1) independência de escala ;
- 2) independência do tamanho da população ;
- 3) independência de trocas de posições dentro das tabelas ;
- 4) princípio “fraco” de transferências : a desigualdade deve diminuir ante uma transferência de rendas de uma família “rica” para um família “pobre” ;
- 5) princípio “forte” de transferência : ante uma transferência de uma família “rica” para uma família “pobre” a diminuição na desigualdade será mais pronunciada à medida que aumente a distância entre as rendas de ambas as famílias ;
- 6) decomposição aditiva : a concentração de renda para uma população deve ser igual à soma da desigualdade intra-grupal para os subgrupos que a formam ;
- 7) faixa do índice : 0 para igualdade máxima e 1 para desigualdade máxima.

## 2.6 CURVA DE LORENZ

Mostra a porcentagem acumulada de renda que possuem os indivíduos ou famílias, ordenados na ordem crescente, de acordo com seu nível de renda.

Para determinar o grau de desigualdade, comparam-se as curvas de Lorenz. A curva que estiver mais próxima da reta de equidistribuição, representará menor desigualdade.

No caso das curvas se cruzarem, é possível utilizar a Curva de Lorenz Generalizada, multiplicando os valores pela média de cada distribuição.

## 2.7 COEFICIENTE DE GINI

Indica a área compreendida entre a curva de Lorenz e a linha de equidistribuição, expressa como uma porcentagem da área total.

Embora o coeficiente de Gini seja o indicador de desigualdade mais usado (por sua facilidade de interpretação), apresenta alguns problemas:

- é sensível a trocas de distribuição de renda que mantenham a área sob a linha de 45° ;
- não cumpre o axioma “forte” de transferência ;
- sua interpretação pode gerar resultados ambíguos quando as curvas de Lorenz se cortam ;
- não satisfaz a propriedade de decomposição aditiva ;

Pelo exposto pode-se também citar, como conclusões finais :

- existe uma vasta série de indicadores de desigualdade com propriedades distintas;
- os valores dos indicadores não são diretamente comparáveis entre si ;
- para considerar que uma distribuição é mais desigual que outra, todos os indicadores devem coincidir, de outra forma, é ambíguo ;
- nenhum indicador é estritamente superior aos outros, portanto, é conveniente usar vários indicadores e comparar os resultados ;
- apesar de ser muito usado , o índice de GINI tem algumas características que limitam sua utilidade, tais como:

- a) não satisfaz ao axioma “forte” de transferência ;
- b) não satisfaz à decomposição aditiva ;
- c) não é claro quando as curvas de Lorenz se cruzam ;

d) o peso das transferências é maior em torno do centro da distribuição.

O fator mais positivo e decisivo para a larga utilização desse índice ou coeficiente de GINI é que ele usa apenas o indicador de renda do indivíduo ou da família, elemento esse, de fácil obtenção. Por esse motivo, seu cálculo torna-se mais fácil e rápido de ser alcançado, tornando esse índice o mais usado pelos estudiosos de assuntos sociais e econômicos.

### CAPÍTULO III : MÉTODOS E TÉCNICAS

Porque procurar produzir um mecanismo de cálculo direto de um índice que é analisado e pesquisado por estudantes universitários e pesquisadores das mais diversas áreas de estudos sociais e econômicos ? Exatamente por se saber que a Matemática é instrumento de trabalho em todas as áreas do conhecimento universal. É também notório que muitos dos estudantes de ciências sociais, dentre outras, não apresentam ou demonstram muita “simpatia” pela ciência de Pitágoras, ou não possuem grande intimidade com processos notadamente numéricos. Os estudantes de economia, no entanto, por virem a necessitar de conhecimentos específicos da Matemática, possuem algumas disciplinas em seus currículos acadêmicos contemplando matérias de cunho estritamente matemático.

Ao se examinar algumas fórmulas matemáticas empregadas em estudos de cálculo de índices de desigualdade social, constata-se que alguns estudantes de cursos de graduação, e até mesmo, de pós-graduação, precisarão de cálculos envolvendo integrais numéricas. As integrais numéricas são estudadas principalmente nos cursos de engenharia, normalmente em disciplinas denominadas Cálculo Numérico ou equivalentes. Dificilmente os currículos dos cursos de ciências sociais contemplam, ou se preocupam com este assunto. Acredita-se poder oferecer aos estudantes e pesquisadores das áreas de ciências sociais e econômicas que usam ou se interessam pelos índices de desigualdade social, uma significativa contribuição para o cálculo simples e direto dos chamados índices de GINI , de THEIL e de Williamson.

O recurso computacional gerado possibilitará a obtenção rápida e segura dos índices citados com um simples preenchimento de uma matriz de dados iniciais.

Dentre as diversas linguagens ou ambientes de programação, que poderiam ser utilizados como suporte ao que se pretendia produzir , optou-se por usar a *LINGUAGEM DELPHI*, na sua versão 7.0, projetada e desenvolvida pela BORLAND SOFTWARE

CORPORATION, proprietária de todos os seus direitos. A escolha deveu-se ao fato de já serem conhecidos os fundamentos da Linguagem Pascal, concebida por Nicklas Wirth, na década de 60, para tornar-se uma linguagem bastante útil e didaticamente fácil de ser compreendida. Um compilador, ou interpretador desta linguagem foi também desenvolvido pela mesma empresa proprietária, e foi chamado de TURBO PASCAL, do qual a LINGUAGEM DELPHI foi derivada e aprimorada, tornando-se perfeitamente integrada ao ambiente de programação do WINDOWS, largamente usado em computadores de todo o mundo, e primando por aceitar e transmitir dados e informações com grande trânsito e comunicabilidade nos meios científicos e acadêmicos.

A plataforma do software foi organizada utilizando o recurso do PageControl, que permite a visualização de “abas” indicando os passos ou etapas que serão oferecidos ao usuário. Tal recurso visual nos lembra velhos (talvez nem tanto) arquivos de fichas com controle manual. Com um clicar do mouse sobre uma das abas disponíveis, o usuário terá ao seu dispor uma tela (denominada de formulário pelo *DELPHI* e internamente nomeada de **Tform**) apresentando botões que acionam as rotinas que lhe permitirão obter resposta desejada para algum item.

São elas : DADOS GINI THEIL WILLIAMSON Apresentação AJUDA FECHAR

A tela principal do programa (form1) foi chamada de DADOS, e é a tela inicial do programa. Solicita do usuário que indique inicialmente a quantidade de dados a serem usados, que deverá ser indicada pelo código : Número de observações. Após indicar o número de observações, ao acionar o botão CRIAR MATRIZ, o programa prepara a matriz de entrada de dados (rendas familiares). Preenchida a matriz de entrada de dados o usuário disporá dos botões que executam as variadas rotinas disponíveis para cálculo de elementos específicos.

Na ordem :        ORDENAR        TABELAR        GINI        LORENZ

IMPRIMIR      COPIAR      COLAR      LIMPAR

O botão **ORDENAR** , coloca os valores indicados na sua ordem crescente, exigência intrínseca da fórmula de cálculo do coeficiente de Gini.

O botão **TABELAR** cria uma tabela com os valores já agrupados em dez classes, e que foram chamados de **GRUPOS**, na primeira coluna. A segunda coluna apresenta a renda nominal de cada grupo. A terceira coluna apresenta a porcentagem de renda de cada grupo e a última coluna informa a porcentagem de renda acumulada até aquele grupo(classe).

O botão **GINI** aciona a rotina que calcula o índice e o mostra na tela.

O botão **LORENZ** mostra um gráfico com a Curva de Lorenz e a curva de equidade para os dados fornecidos, num intervalo de zero a um.

O botão **IMPRIMIR** permite imprimir a tela completa, com tudo que ela estiver mostrando no momento.

O botão **COPIAR** permite gravar os dados fornecidos para serem usados futuramente, neste ou outro programa.

O botão **COLAR** permite preencher a tabela inicial com dados porventura vindos de outras planilhas ou que já estejam gravados na memória do computador.

O botão **LIMPAR** apaga dados que tenham sido introduzidos na matriz inicial.

Uma opção adicional consiste em acionar a aba **GINI** na tela inicial e nela veremos novamente a tabela com os valores dos dez grupos construídos e das porcentagens individuais e acumuladas, e um botão que calcula o índice de GINI procurado. Outro botão **IMPRIMIR** permite imprimir essa nova tela, mas que mostra a curva de Lorenz correspondente.

A aba **THEIL** ao ser acionada mostra as duas possibilidades de se obter os índices de Theil para  $\forall = 0$  e para  $\forall = 1$ , que podem ser vistos ao se clicar uma das opções existentes.

O cálculo do índice de Theil foi implementado por uma rotina que usou as fórmulas

$$T_{\alpha}(y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{\bar{y}} \log(y_i / \bar{y}) \quad ; \quad \alpha = 1 \quad (3.1)$$

$$T_{\alpha}(y) = \sum_{i=1}^n \log(\bar{y} / y_i) \quad ; \quad \alpha = 0 \quad (3.2)$$

onde  $\bar{y}$  representa a média dos valores usados  $y_i$  e  $\log$  representa o logaritmo decimal.

A aba Williamson resulta os índices calculados pelas fórmulas :

$$V_w = \frac{\sqrt{\sum_i (y_i - \bar{y})^2 \frac{f_i}{n}}}{\bar{y}} \quad V_{uw} = \frac{\sqrt{(y_i - \bar{y})^2 \frac{f_i}{n}}}{\bar{y}n} \quad (3.3)$$

onde  $f_i$  é a população da i-ésima região

$n$  é a população nacional

$y_i$  é a renda 'per capita' da i-ésima região


$\bar{y}$  é a renda 'per capita' nacional

$N$  é o número de regiões consideradas.

A aba Apresentação mostra uma tela informando que o software é parte integrante de uma tese de doutorado, citando o orientador, o nome do programa de Pós-Graduação em questão e o autor da tese. A palavra Apresentação foi escrita em letras minúsculas para diminuir o tamanho (ajustável) da aba, não se trata de descuido do autor, mas de uma opção de escrita.

A aba AJUDA informa as orientações iniciais que o usuário deve obedecer.

Partindo do princípio de que o usuário deve conhecer os objetivos do software, não se estendeu muito em orientações, por acreditar-se que a aplicação do software é bastante amigável, uma vez que ao usuário cabe apenas preencher a matriz inicial de rendas familiares, todo o resto é executado pelo software.

A última aba, FECHAR deve ser acionada quando se desejar o encerramento do programa, que também pode ser feito usando o recurso do WINDOWS, representado pelo ícone **X**, vermelho, dentro de um quadrado,  característico de encerramentos de utilitários executados pelo ambiente WINDOWS, situado no alto e à direita da tela do computador, “default” do ambiente Windows.

Passa-se a detalhar o conteúdo interno da rotina concebida para calcular o índice de GINI. Baseado no que já foi exposto, existem várias fórmulas para o cálculo do coeficiente de GINI, mas optou-se por usar a seguinte :

$$CG = 1 - 2 F(y) \text{ onde } F(y) \text{ representa } \underline{\text{a área sob a curva de Lorenz.}}$$

Sabe-se, pela Matemática infinitesimal que, num intervalo  $[a, b]$  onde uma função  $y = f(x)$  mantém-se sempre positiva, a área compreendida entre o eixo horizontal (variável independente) e a curva representativa da função  $y$  (variável dependente) é calculada pela integral da função  $y = f(x)$ , no intervalo considerado, ou seja,

$$A = \int_a^b f(x) dx \quad (3.4)$$

A fórmula para o cálculo do coeficiente, ou índice de GINI vai utilizar este conceito.

Sabe-se também, pelo estudo de Cálculo Numérico, que uma integral avaliada por processos numéricos deverá fazer uso de uma das três fórmulas, ou regras, conhecidas por :

– regra dos trapézios



– regra de Simpson (ou 1ª fórmula de Simpson (Thomas , 1710 - 1761))

– regra dos três oitavos (ou 2ª fórmula de Simpson)

A Análise Numérica, contudo, nos impõe algumas restrições ao uso de cada uma delas, envolvendo o número (quantidade) dos valores tabelados a serem usados no cálculo da integral e ao valor atribuído ao espaçamento  $h$ , que é a variação entre os valores da variável ( $h = \Delta x$ ). As fórmulas somente podem ser usadas se o valor desse espaçamento permanecer constante. A regra dos trapézios não faz restrição quanto ao número de elementos a serem usados, mas cria um erro, chamado erro de truncamento, que é da ordem de  $h^2$ , ou quadrado do valor do espaçamento  $h$ , usado ( $0 < h < 1$ ). A regra de Simpson cria um erro de truncamento da ordem de  $h^4$ , mas só pode ser usada se o número de pontos tabelados for ímpar, significando também dizer que o número de intervalos entre as variáveis (ou espaçamento  $h$ ) terá que ser um número par. A regra dos três oitavos também gera erro de truncamento da ordem de  $h^4$ , mas exige que o número de espaçamentos seja múltiplo de três, equivale a dizer que o número de pontos usados tem que ser um múltiplo de três, acrescido de uma unidade.

No caso específico da fórmula de GINI, vai-se agrupar os dados em 10 classes de rendas, portanto, trabalha-se com 10 valores numéricos e impor a condição de o primeiro valor tabelado ser nulo ( $y_0 = 0$ ), perfazendo um total de onze valores a serem utilizados.

Estas condições nos impedem de usar a regra dos três oitavos, restando-nos apenas as duas regras anteriores. Cabe, agora analisar as implicações do erro de truncamento gerado por cada uma delas.

A regra dos trapézios gera erro da ordem de  $h^2$  enquanto a de Simpson gera erro da ordem de  $h^4$ . O espaçamento a ser usado será  $h = 0,1$  (um décimo) porque o intervalo  $[0, 1]$  será subdividido em dez partes. Como consequência direta, a regra dos trapézios fornecerá erro na segunda casa decimal, casa dos centésimos. Por outro lado, a regra de

Simpson gerará erro na quarta casa decimal, casa dos décimos de milésimos. Do ponto de vista matemático, a segunda regra nos fornece maior precisão, porém, o resultado obtido somente deve ser confiável até a quarta casa decimal. Em vista do exposto vai-se excluir o uso da regra dos trapézios.

Relembrando a fórmula da integral numérica de Simpson, pode-se dizer que a área sob a curva de Lorenz pode ser calculada por :

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3} [1y_1 + 4y_2 + 2y_3 + 4y_4 + 2y_5 + 4y_6 + 2y_7 + 4y_8 + 2y_9 + 4y_{10} + 1y_{11}] \quad (3.5)$$

onde  $h = 0,1$  (valor do espaçamento da variável) e os valores de  $y_i$  serão os percentuais acumulados de rendas das dez classes construídas acrescidos do valor  $y_1 = 0$ , para valor inicial da tabela.

Os valores assim formados permitem a construção da Curva de Lorenz e o cálculo do coeficiente de GINI.

Na implementação de aplicativo proposto, o número de casas decimais apresentado na resposta final já foi reduzido (arredondado) a quatro, mas os cálculos internos foram executados com mais de quatro casas decimais. Nunca é demais acrescentar que o número de casas decimais influencia bastante na precisão do resultado final de uma operação numérica. A recomendação técnica quando se trabalha com volumes maiores de dados e operações matemáticas é que se use, sempre que possível, um maior número de casas decimais nas operações intermediárias do que o número de casas decimais pretendidos ou exigidos para a precisão na resposta final. Somente após a execução das operações requeridas deve-se fazer o arredondamento conclusivo. Este sempre deverá obedecer à “regra universal de arredondamento” : se o algarismo da primeira casa a ser abandonada for maior ou igual a 5,

acrescenta-se uma unidade à casa decimal anterior, caso contrário, mantém-se o valor absoluto do algarismo da última casa decimal considerada..

Portanto, o valor do índice (ou coeficiente) de GINI é dado por

$$CG = 1 - 2 \int_a^b f(x)dx = 1 - 2 \int_a^b y dx \quad (3.6)$$

Deve-se ainda ressaltar que, para efeito de cálculos numéricos, os valores relativos às porcentagens individuais e acumuladas das diversas classes deverão ser introduzidos nas fórmulas, com suas devidas notações decimais.

Para a implementação da fórmula de Williamson, reportou-se ao artigo : “Regional inequality and the process of national development : a description of the patterns” , do economista americano Jeffrey G. Williamson, publicado pela revista *Economic Development and Cultural Change*, 13 : 3– 45 , de 1965 e traduzido por Rui César dos Santos o autor menciona o fato de os economistas da época começarem a admitir a hipótese da existência e da contínua persistência do dualismo regional em todos os níveis de desenvolvimento nacional e em todas as fases da experiência histórica de quase todos os países atualmente desenvolvidos.

Para o autor, os debates teóricos, cada vez mais enérgicos, a pesquisa empírica e especialmente o interesse político por este aspecto do crescimento econômico, deu ao fenômeno do desequilíbrio e da desigualdade regional uma nova denominação já popularizada como o “problema Norte– Sul”

Dado que o crescimento econômico de um significativo valor aparece inicialmente em uma determinada região de um país, não deveria causar surpresa o fato de que diferenciais absolutos entre regiões ricas e pobres (Norte e Sul) persistissem , ou mesmo , aumentassem.

Fazendo um estudo de renda '*per capita*' , cita o nordeste brasileiro, em 1959, contendo 25 % da população do Brasil, mas apenas 10 % da sua renda. Por outro lado, os estados do sul, continham 35 % da população mas, acumulavam 50 % da renda. De uma maneira menos inadequada, o grau de desigualdade pode ser melhor resumido pela indicação de que a maior parte dos estados do nordeste tinham rendas '*per capita*' menores que 50 % da média brasileira.

Uma medida de desigualdade deste tipo leva a uma comparação das taxas de crescimento regional e, para os propósitos do autor, seria muito mais informativa do que aquelas que empregam diferenciais absolutos.

Presumivelmente, a interdependência econômica das unidades regionais de um país deve ser muito maior que a interdependência entre países. Mantendo a mais restrita das hipóteses clássicas, a mobilidade interna dos fatores tende a eliminar os diferenciais inter-regionais da renda '*per capita*' , o dualismo geográfico, ou a polarização espacial. Sob condições de livre mobilidade dos fatores, e abstraindo-se os custos de transporte, a desigualdade espacial pode persistir apenas por defasagens no ajustamento dinâmico. De fato, pode-se referir, de maneira razoável, ao alto grau de seccionalismo, fragmentação e desintegração nacional geral no estágio inicial do desenvolvimento nacional, com o objetivo de prever a crescente desigualdade regional ao longo dessas décadas iniciais.

É provável que a migração inter-regional do trabalho seja extremamente seletiva, por causa dos custos proibitivos da migração para as pessoas de baixos níveis de renda, ou devido à inércia tradicional das regiões pobres não urbanizadas e não industrializadas do Norte.

Williamson sugere um índice de cálculo de desigualdade social baseado nas diferenças entre regiões e que é um coeficiente ponderado de variação que mede a dispersão

dos níveis da renda regional ‘*per capita*’, relativamente à média nacional, enquanto cada desvio regional é ponderado por sua participação na população total.

Estabeleceu a fórmula :

$$V_w = \frac{\sqrt{\sum_i (y_i - \bar{y})^2 \frac{f_i}{n}}}{\bar{y}} \quad (3.7)$$

onde  $f_i$  é a população da  $i$ -ésima região

$n$  é a população nacional

$y_i$  é a renda ‘*per capita*’ da  $i$ -ésima região

$\bar{y}$  é a renda ‘*per capita*’ nacional

Também a fórmula

$$V_{uw} = \frac{\sqrt{\sum_i (y_i - \bar{y})^2 \frac{f_i}{n}}}{\bar{y} N} \quad (3.8)$$

onde  $f_i$  é a população da  $i$ -ésima região

$n$  é a população nacional

$y_i$  é a renda ‘*per capita*’ da  $i$ -ésima região

$\bar{y}$  é a renda ‘*per capita*’ nacional

$N$  é o número de regiões consideradas.

Estas fórmulas foram implementadas no software produzido, para o cálculo dos índices de Williamson.

Nas três páginas seguintes, mostram-se as telas que podem ser vistas ao se executar os aplicativos implementados, para os cálculos dos índices estudados, e o gráfico da curva de Lorenz.



## CAPÍTULO IV : APLICAÇÕES

Tendo em vista a planilha de dados do apêndice 1, onde foram compiladas as rendas dos diversos municípios mineiros, IDR – Renda IBGE para o anos de 1991 e 2000, e dos índices de desigualdade social de GINI e de THEIL, também para os anos de 1991 e 2000, fornecidos pela Fundação João Pinheiro, foram confeccionados, pelo professor Ph.D João Francisco de Abreu, nosso orientador, os dezessete mapas que se passa a analisar, com o objetivo de, usando os dois índices citados, fazer uma comparação dos possíveis desníveis de situações sociais nos municípios mineiros.

As duas primeiras figuras Mapa 01, denominado MG/ MUNICÍPIOS 1991 IDR – RENDA e o Mapa 02, denominado MG/ MUNICÍPIOS 2000 IDR – RENDA, mostram as rendas dos diversos municípios mineiros representadas pelas tonalidades variando das mais claras para as mais escuras representando aumento nas rendas.

O Mapa 01 mostra o predomínio da cor mais clara nos municípios situados nas regiões noroeste e nordeste do estado, e uma parte da região central do estado. São as regiões onde residem as populações mais pobres do Estado de Minas Gerais. Por outro lado, exhibe as cores mais escuras nas regiões do triângulo, centro, e partes da região sul. Aí estão as populações que partilham as maiores rendas e concentram as maiores rendas do Estado.

O Mapa 02 mostra um aumento generalizado para tonalidades mais escuras, em todas as regiões. Uma conclusão imediata é que houve aumento de renda em todas as regiões do estado. Porém, esta informação considerada de forma isolada., não nos permite tirar maiores conclusões sobre a variação do desenvolvimento social no conjunto de municípios. O aumento de renda como elemento isolado pode não significar melhoria de condição de vida, basta lembrar que se a inflação, por exemplo, no mesmo período, for proporcionalmente maior que o aumento de renda, implicará perda de poder aquisitivo, e como

conseqüência imediata, uma deterioração na qualidade final de vida. As tonalidades do mapa mostram também as repetições das regiões de maiores e menores rendas, deixando-nos concluir que não houve mudança significativa de riquezas de uma para outra região, isto é, as regiões menos favorecidas continuaram menos favorecidas, situadas ainda, dentro de patamares de pouco desenvolvimento humano, embora tenham melhorado suas rendas, enquanto que as cidades com maiores rendas continuaram mantendo esta condição, assegurando maior poder aquisitivo, comparadas com as demais regiões.

As figuras 01 e 02 , a seguir, mostram as rendas dos municípios mineiros com base nos dados de 1991 do IBGE . Foram intitulados MG / MUNICÍPIOS 1991 IDH – RENDA

e MG / MUNICÍPIOS 2000 IDH – RENDA



As figuras 01 e 02 , a seguir, mostram as rendas dos municípios mineiros com base nos dados de 1991 do IBGE . Foram intitulados MG / MUNICÍPIOS 1991 IDH – RENDA

e MG / MUNICÍPIOS 2000 IDH – RENDA



A figura 03, Mapa 03 foi confeccionado para representar os índices de Gini, para o ano de 1991, nos diversos municípios mineiros. Tais índices mostram o valor médio próximo de 0,5 ou seja, próximo de 50 % de desigualdade social para a maioria dos municípios.

Analisando em primeiro lugar os índices de GINI, destacam-se as cidades que apresentaram maiores desigualdades, selecionando aquelas que forneceram índices iguais ou maiores que um determinado valor, onde optou-se por arbitrar o valor de 0,60. Portanto, vai-se selecionar todas aquelas cidades que indicaram índices de GINI iguais ou superiores a 0,6 (60%), e portanto, criar a seguinte tabela :

TABELA 7

TABELA DE MUNICÍPIOS COM ÍNDICE DE GINI  $\geq 0,60$  EM 1991

---

Águas Formosas	Albertina	Almenara
Andrelândia	Ataléia	Baependi
Belo Horizonte	Boa Esperança	Bocaiúva
Cambuquira	Carlos Chagas	Boa Esperança
Carmo do Cajuru	Coluna	Conceição do Mato Dentro
Congonhas do Norte	Côrego Dantas	Couto de Magalhães de Minas
Crucilândia	Cruzeiro da Fortaleza	Delfim Moreira
Divisa Nova	Dores do Indaiá	Dores do Turvo
Eugenópolis	Estrela Dalva	Felisburgo
Ferros	Frei Inocência	Galiléia
Itambacuri	Itanhandu	Jesuânia
Joáima	João Pinheiro	Juruáia
Lagoa Grande	Lagoa Santa	Liberdade
Luminárias	Luz	Mamonas
Medina	Monsenhor Paulo	Montalvânia
Monte Alegre de Minas	Montes Claros	Monte Sião
Muriaé	Nepomuceno	Nanuque
Olímpio Noronha	Passa Tempo	Patrocínio
Peçanha	Piranga	Pirapora
Presidente Bernardes	Presidente Juscelino	Recreio
Rio Casca	Rubim	Rio Piracicaba
Sabinópolis	Salto da Divisa	Santa Rita do Itueto
Santa Maria do Suaçuí	Santa Maria do Itabira	Santana do Jacaré
São Domingos das Dores	São Gotardo	São João Nepomuceno
São José da Safira	São Lourenço	São Miguel do Anta
São Vicente de Minas	Sericita	Serro
Setubinha	Serro	Teófilo Otoni
Timóteo	Tupaciguara	Turmalina
Varginha	Viçosa	Visconde do Rio Branco

---

FONTE : IBGE

Dentre as cidades mencionadas, deve-se , ainda, destacar aquelas que apresentaram índices maiores ou iguais a 0,70 ( 70 %), considerado bastante alto e representando exagerada desigualdade social.

TABELA 8

TABELA DE MUNICÍPIOS COM ÍNDICE DE GINI  $\geq$  70 % EM 1991

---

Joáíma	0,70
Mamonas	0,73
Recreio	0,71
Santa Maria do Suaçuí	0,71

---

FONTE : IBGE

Usando o mesmo princípio, e utilizando o mesmo valor arbitrado, no caso anterior, pode-se montar uma tabela com os municípios que apresentaram índice de Gini  $\geq$  0,60 com os dados relativos ao ano de 2000,

TABELA 9  
TABELA DE MUNICÍPIOS COM ÍNDICE DE GINI  $\geq 0,60$  EM 2000

---

Aiuruoca	Almenara	Alvorada de Minas
Andrelândia	Angelândia	Araçuaí
Arinos	Ataléia	Água Boa
Águas Formosas	Baependi	Belo Horizonte
Bertópolis	Bom Repouso	Bonfinópolis de Minas
Bonito de Minas	Botumirim	Brasilândia de Minas
Brasília de Minas	Brasópolis	Buenópolis
Buritituba	Caeté	Campo Azul
Cantagalo	Carangola	Caratinga
Carlos Chagas	Carmo do Rio Claro	Catuji
Centralina	Chapada Gaúcha	Coluna
Conceição do Mato Dentro	Congonhas de Minas	Conselheiro Pena
Coração de Jesus	Cônego Marinho	Crisólita
Datas	Diamantina	Divino das Laranjeiras
Divinolândia de Minas	Divisa Alegre	Dom Bosco
Dom Joaquim	Ervália	Esmeraldas
Espinosa	Eugenópolis	Formoso
Francisco Dumont	Fruta do Leite	Governador Valadares
Grão Mogol	Guaraciaba	Ibiracatu
Icaraipe de Minas	Inhapim	Ipiúna
Itabirinha	Itaipé	Itamarandiba
Itambacuri	Itaobim	Itinga
Iturama	Jaíba	Janaúba
Japonvar	Jequitibá	Jequetinhonha
Joaíma	Jordânia	Josenópolis
José Raydan	Lagoas	Luz
Malacacheta	Manga	Manhuaçu
Mantena	Matias Cardoso	Mato Verde
Mendes Pimentel	Miravânia	Montalvânia

---

FONTE : IBGE

TABELA DE MUNICÍPIOS COM ÍNDICE DE GINI  $\geq 0,60$  EM 2000 (continuação)

---

Monte Formoso	Montes Claros	Montezuma
Morro do Pilar	Mutum	Nanuque
Natalândia	Nova Belém	Nova Lima
Nova Porteirinha	Nova Serrana	Novo Oriente de Minas
Padre Carvalho	Padre Paraíso	Palmópolis
Papagaios	Paracatu	Patis
Patrocínio	Paulistas	Peçanha
Pedra Azul	Pedra Bonita	Piedade de Ponte Nova
Piranga	Pirapora	Pompéu
Ponto Chique	Ponto dos Volantes	Raul Soares
Riacho dos Machados	Rio Casca	Rio do Prado
Rio Piracicaba	Romaria	Rubelita
Sabinópolis	Salinas	Santa Efigênia de Minas
Santa Helena de Minas	Santa Margarida	Santa Maria do Itabira
Santa Maria do Suaçuí	Santo Antônio do Jacinto	Santo Antônio do Monte
Santo Hipólito	São Domingos das Dores	São Félix de Minas
São Francisco	São Gotardo	São João da Lagoa
São João da Ponte	São João Del Rei	São Lourenço
São Sebastião do Anta	São Sebastião do Oeste	Senador Amaral
Senador Modestino Gonçalves	Sericita	Serra Azul
Serro	Taiobeiras	Teófilo Otoni
Tupaciguara	Ubaí	Unaí
Urucuia	Varzelândia	Viçosa
Virgem da Lapa	Virgolândia	

---

FONTE : IBGE

Do mesmo modo anterior, dentre as cidades mencionadas, vai-se destacar aquelas que apresentaram índices maiores ou iguais a 0,70 ( 70 % ) , considerado bastante alto.

TABELA 10

TABELA DE MUNICÍPIOS COM ÍNDICE DE GINI  $\geq 0,70$  EM 2000

---

Buritis	0,72
Carmo do Rio Claro	0,70
Chapada Gaúcha	0,70
Formoso	0,71
São Gotardo	0,73
Unaí	0,71

---

FONTE : IBGE

Ainda tendo como base as informações da tabela inicial de dados do IBGE, vamos construir uma tabela que mostra as diferenças de valores do índice de Gini, superiores ou iguais a 0,07 (70%) , significando que houve um aumento na desigualdade social da ordem (aproximada) superior a 70%. A distância entre ricos e pobres aumentou consideravelmente, implicando as mais diversas e nefastas conseqüências sociais nos municípios.



TABELA 11

TABELA DE MUNICÍPIOS QUE APRESENTARAM DIFERENÇAS DO  
ÍNDICE DE GINI  $\geq 0,07$  ENTRE 1991 E 2000

---

Alvorada de Minas	(0,11)	Andradas	(0,07)
Angelândia	(0,11)	Aricanduva	(0,08)
Arinos	(0,15)	Ataléia	(0,07)
Água Boa	(0,11)	Bandeira	(0,07)
Berizal	(0,08)	Bom Jesus da Penha	(0,08)
Bonito de Minas	(0,21)	Brasilândia	(0,12)
Brasilândia	(0,12)	Brasópolis	(0,07)
Bueno Brandão	(0,08)	Bugre	(0,11)
Buritís	(0,18)	Cabeceira Grande	(0,07)
Caetanópolis	(0,09)	Caeté	(0,09)
Cajuri	(0,08)	Canápolis	(0,08)
Caputira	(0,12)	Carmo do Rio Claro	(0,24)
Catuti	(0,08)	Centralina	(0,22)
Chapada Gaúcha	(0,22)	Comercinho	(0,08)
Coração de Jesus	(0,08)	Coroaci	(0,07)
Cônego Marinho	(0,16)	Crisólita	(0,17)
Cristália	(0,09)	Crucilândia	(0,18)
Curral de Dentro	(0,08)	Divisa Alegre	(0,16)
Dom Bosco	(0,09)	Ervália	(0,11)
Esmeraldas	(0,08)	Espinosa	(0,09)
Felício dos Santos	(0,07)	Francisco Dumont	(0,07)
Fronteira dos Vales	(0,08)	Fruta de Leite	(0,16)
Glaucilândia	(0,07)	Gonzaga	(0,11)
Guaraciaba	(0,11)	Guaraciama	(0,07)
Gurinhata	(0,08)	Ibiracatu	(0,08)
Icaraí de Minas	(0,16)	Imbé de Minas	(0,07)

---

FONTE : IBGE

TABELA DE MUNICÍPIOS QUE APRESENTARAM DIFERENÇAS DO  
ÍNDICE DE GINI  $\geq$  0,07 ENTRE 1991 E 2000 (continuação)

---

Indaiabira	(0,15)	Indianópolis	(0,11)
Ipiaçu	(0,08)	Itacambira	(0,12)
Itaipé	(0,14)	Itamarandiba	(0,13)
Itaobim	(0,14)	Itinga	(0,13)
Jaíba	(0,14)	Japonvar	(0,15)
Jenipapo	(0,08)	Jequetibá	(0,07)
Josenópolis	(0,07)	José Raydan	(0,08)
Juatuba	(0,08)	Ladainha	(0,09)
Lagoa grande	(0,08)	Lassance	(0,11)
Limeira do Oeste	(0,13)	Luisburgo	(0,15)
Luminárias	(0,07)	Malacacheta	(0,12)
Mamonas	(0,08)	Marmelópolis	(0,07)
Matias Cardoso	(0,16)	Mato Verde	(0,09)
Mesquita	(0,10)	Miravânia	(0,18)
Monjolos	(0,09)	Monte Formoso	(0,15)
Montezuma	(0,13)	Munhoz	(0,09)
Mutum	(0,08)	Nanuque	(0,08)
Natalândia	(0,09)	Nova Belém	(0,22)
Nova Lima	(0,09)	Nova Ponte	(0,08)
Nova Porteirinha	(0,17)	Nova Serrana	(0,18)
Orizânia	(0,10)	Padre Paraíso	(0,15)
Pai Pedro	(0,09)	Patanópolis	(0,13)
Patis	(0,07)	Pavão	(0,13)
Pedra Bonita	(0,16)	Pedras de Maria da Cruz	(0,13)
Pedrinópolis	(0,08)	Pescador	(0,07)
Pintópolis	(0,10)	Pocrane	(0,09)
Pompéu	(0,08)	Ponto Chique	(0,14)
Ponto dos Volantes	(0,12)	Prata	(0,08)

---

TABELA DE MUNICÍPIOS QUE APRESENTARAM DIFERENÇAS DO  
ÍNDICE DE GINI  $\geq 0,07$  ENTRE 1991 E 2000 (continuação)

Rio Pardo	(0,09)	Rio vermelho	(0,07)
Romaria	(0,09)	Salinas	(0,09)
Santa Cruz de Salinas	(0,22)	Santa Efigênia de Minas	(0,09)
Santa Fé de Minas	(0,11)	Santa Helena de Minas	(0,11)
Santa Maria do Salto	(0,09)	Santa Rita de Caldas	(0,08)
Santo Antônio do Retiro	(0,13)	Santo Antônio do Rio Abaixo	(0,08)
São Félix de Minas	(0,07)	São Francisco	(0,09)
São Geraldo da Piedade	(0,11)	São Gonçalo do Rio Abaixo	(0,07)
São Gotardo	(0,16)	São João da Lagoa	(0,11)
São João das Missões	(0,12)	São João Del Rei	(0,12)
São José do Mantimento	(0,07)	São Pedro de Ferros	(0,12)
São Roque de Minas	(0,09)	São Sebastião da Vargem	(0,11)
Senador Amaral	(0,16)	Senador Modestino Gonçalves	(0,13)
Ubaí	(0,09)	Ubaporanga	(0,08)
Umburatiba	(0,08)	Unaí	(0,12)
Urucuia	(0,18)	Vargem grande do Rio Pará	(0,09)
Varzelândia	(0,13)	Verdelândia	(0,11)
Virgem da Lapa	(0,11)		

FONTE : IBGE

Por outro lado, houve também municípios onde a desigualdade social teve uma melhoria, isto é, houve diminuição das diferenças de rendas. Vai-se construir uma tabela de municípios que apresentaram uma diminuição na diferença dos valores dos índices de Gini entre os anos de 1991 e 2000. Significando que houve uma considerável redução entre as diferenças de rendas apresentadas, implicando uma conseqüente melhor distribuição de rendas nesses municípios e diminuindo a diferença social, ou seja, uma distribuição mais

homogênea de rendas. Fato este, recomendado pela teoria econômica como altamente desejável, e que é preconizado como condição de desenvolvimento humano.

TABELA 12  
TABELA DE MUNICÍPIOS QUE APRESENTARAM DIFERENÇAS DO  
ÍNDICE DE GINI  $\leq - 0,07$  ENTRE 1991 E 2000

Alpinópolis	(- 0,07)	Baependi	(- 0,13)
Belmiro Braga	(- 0,07)	Bocaiúva	(- 0,07)
Camacho	(- 0,09)	Capitólio	(- 0,09)
Carmo do Cajuru	(- 0,09)	Divino	(- 0,09)
Divisa Nova	(- 0,13)	Dores de Campos	(- 0,07)
Dores do Indaiá	(- 0,07)	Engenheiro Navarro	(- 0,08)
Espera Feliz	(- 0,07)	Manga	(- 0,13)
Maravilha	(- 0,07)	Monsenhor Pedro	(- 0,09)
Olímpio Noronha	(- 0,09)	Oratórios	(- 0,09)
Passa Tempo	(- 0,17)	Patrocínio	(- 0,12)
Piranguçu	(- 0,10)	Pratópolis	(- 0,08)
Presidente Bernardes	(- 0,17)	Recreio	(- 0,15)
Santa Maria do Suaçuí	(- 0,10)	Sarzedo	(- 0,11)
São Sebastião da Bela Vista	(- 0,08)	Tombos	(- 0,07)

FONTE : IBGE

Repetindo a análise anterior, dependentes dos índices de Gini, usando agora, os índices de Theil para o ano de 1991, vai-se tabelar os municípios que apresentaram valores maiores ou iguais a 0,60 (60%), o mesmo parâmetro arbitrário utilizado anteriormente.

TABELA 13

TABELA DE MUNICÍPIOS COM ÍNDICE DE THEIL  $\geq 0,60$  EM 1991

Alagoa	(0,60)	Almenara	(0,87)
Alvinópolis	(0,62)	Andrelândia	(0,63)
Águas Formosas	(0,75)	Baependi	(0,78)
Barbacena	(0,60)	Belmiro Braga	(0,60)
Belo Horizonte	(0,69)	Bicas	(0,60)
Boa Esperança	(0,71)	Bocaiúva	(0,7)
Bonfinópolis	(0,60)	Botelhos	(0,60)
Brumadinho	(0,60)	Caldas	(0,61)
Cambuquira	(0,63)	Campo Florido	(0,63)
Capelinha	(0,61)	Carlos Chagas	(0,74)
Carmo do Cajuru	(0,77)	Cataguases	(0,60)
Caxambu	(0,65)	Cipotânea	(0,61)
Conceição do Mato Dentro	(0,64)	Congonhas do Norte	(0,70)
Couto de Magalhães de Minas	(0,69)	Curvelo	(0,60)
Delfim Moreira	(0,64)	Diamantina	(0,60)
Divino	(0,63)	Divisa Nova	(0,67)
Dom Cavati	(0,64)	Dores do Indaiá	(0,71)
Ervália	(0,63)	Estrela Dalva	(0,62)
Estrela do Sul	(0,64)	Faria Lemos	(0,62)
Felisburgo	(0,65)	Ferros	(0,65)
Formiga	(0,63)	Frei Inocência	(0,65)
Funilândia	(0,61)	Galiléia	(0,64)
Governador Valadares	(0,63)	Guarani	(0,61)
Ibertioga	(0,60)	Ingaí	(0,62)
Inhapim	(0,61)	Ipuiúna	(0,64)
Itabira	(0,60)	Itambacuri	(0,81)

FONTE : IBGE

TABELA DE MUNICÍPIOS COM ÍNDICE DE THEIL  $\geq 0,60$  EM 1991(continuação)

---

Itanhandu	(0,70)	Jequeri	(0,61)
Jesuânia	(0,61)	Joáima	(0,90)
João Pinheiro	(0,63)	Jordânia	(0,63)
Lagoas	(0,72)	Lagoa Dourada	(0,68)
Liberdade	(0,64)	Luz	(0,88)
Machado	(0,62)	Manga	(0,74)
Manhumirim	(0,65)	Mantena	(0,73)
Mariana	(0,64)	Matias Barbosa	(0,60)
Medina	(0,65)	Mendes Pimentel	(0,60)
Miradouro	(0,62)	Miraí	(0,63)
Monsenhor Paulo	(0,68)	Montalvânia	(0,73)
Montes Claros	(0,66)	Muriaé	(0,66)
Nanuque	(0,65)	Nepomuceno	(0,73)
Olímpio Noronha	(0,65)	Ouro Preto	(0,62)
Palma	(0,62)	Paracatu	(0,60)
Passa Tempo	(0,67)	Patos de Minas	(0,60)
Patrocínio do Muriaé	(0,64)	Peçanha	(0,73)
Pequeri	(0,61)	Perdizes	(0,61)
Piedade de Ponte Nova	(0,61)	Piranga	(0,60)
Pirapora	(0,68)	Ponte Nova	(0,63)
Presidente Bernardes	(0,68)	Raul Soares	(0,61)
Recreio	(0,91)	Rio Casca	(0,72)
Rio Piracicaba	(0,64)	Rubim	(0,69)
Sabinópolis	(0,68)	Salto da Divisa	(0,89)
Santa Maria do Itabira	(0,65)	Santa Maria do Suaçuí	(0,98)
Santa Rita do Sapucaí	(0,67)	São Domingos das Dores	(0,68)
São Domingos do Prata	(0,68)	São Gonçalo do Sapucaí	(0,62)
São Joaquim de Bicas	(0,61)	São João Evangelista	(0,67)
São Lourenço	(0,67)	São Miguel do Anta	(0,66)
São Vicente de Minas	(0,68)	Sericita	(0,64)

---

TABELA DE MUNICÍPIOS COM ÍNDICE DE THEIL  $\geq 0,60$  EM 1991 (continuação)

Serra dos Aimorés	(0,62)	Serro	(0,70)
Teófilo Otoni	(0,70)	Tocantins	(0,65)
Tumiritinga	(0,81)	Tupaciguara	(0,74)
Unaí	(0,63)	Varginha	(0,64)
Viçosa	(0,65)	Virginópolis	(0,61)
Visconde do Rio Branco	(0,64)	Volta Grande	(0,61)

FONTE : IBGE

Tabelando, agora, os municípios que apresentaram índice de Theil igual ou superior a 0,70 no ano de 1991, índice considerado alto, obtemos :

TABELA 14

TABELA DE MUNICÍPIOS COM ÍNDICE DE THEIL  $\geq 0,70$  EM 1991

Almenara	(0,87)	Águas Formosas	(0,75)
Baependi	(0,78)	Boa Esperança	(0,78)
Bocaiúva	(0,70)	Carlos Chagas	(0,74)
Carmo do Cajuru	(0,77)	Congonhas do Norte	(0,70)
Divisa Nova	(0,74)	Dores do Indaiá	(0,71)
Itambacuri	(0,81)	Itanhandu	(0,70)
Joáima	(0,90)	Lagoas	(0,72)
Luz	(0,88)	Manga	(0,74)
Mantena	(0,73)	Montalvânia	(0,73)
Nepomuceno	(0,73)	Peçanha	(0,73)
Recreio	(0,90)	Rio Casca	(0,72)
Salto da Divisa	(0,89)	Santa Maria do Suaçuí	(0,98)
Serro	(0,70)	Teófilo Otoni	(0,70)
Tumiritinga	(0,81)	Tupaciguara	(0,74)

FONTE : IBGE

Passando a trabalhar com os dados colhidos relativos ao ano de 2000 :

TABELA 15  
TABELA DE MUNICÍPIOS COM ÍNDICE DE THEIL  $\geq 0,60$  EM 2000

---

Aiuruoca	(0,63)	Almenara	(0,83)
Alvorada de Minas	(0,75)	Andrelândia	(0,63)
Angelândia	(0,67)	Araçuaí	(0,71)
Arinos	(0,75)	Ataléia	(0,71)
Água Boa	(0,76)	Águas Formosas	(0,76)
Belo Horizonte	(0,71)	Boa Esperança	(0,61)
Bom Jesus da Penha	(0,62)	Bom Repouso	(0,88)
Bonfinópolis	(0,66)	Botelhos	(0,60)
Brasilândia	(0,66)	Brasília de Minas	(0,60)
Brasópolis	(0,69)	Buenópolis	(0,65)
Buritiz	(0,93)	Cabo Verde	(0,62)
Caeté	(0,64)	Cambuquira	(0,61)
Caputira	(0,60)	Carangola	(0,71)
Carlos Chagas	(0,64)	Carmo do Cajuru	(0,92)
Catuji	(0,61)	Centralina	(0,87)
Chapada Gaúcha	(0,86)	Conceição do Pará	(0,66)
Conceição do Rio Verde	(0,60)	Congonhas do Norte	(0,65)
Conselheiro Pena	(0,67)	Coração de Jesus	(0,67)
Diamantina	(0,70)	Divino das Laranjeiras	(0,69)
Dom Bosco	(0,61)	Ervália	(0,77)
Esmeraldas	(0,62)	Espinosa	(0,64)
Estrela do Sul	(0,61)	Felisburgo	(0,60)
Formoso	(0,86)	Francisco Dumont	(0,62)
Governador Valadares	(0,69)	Guaraciaba	(0,67)
Inhapim	(0,60)	Ipiúna	(0,67)
Itabirinha	(0,63)	Itaipé	(0,70)
Itamarandiba	(0,73)	Itambacuri	(0,75)
Itaobim	(0,64)	Iturama	(0,61)
Jaboticatubas	(0,61)	Jequeri	(0,68)

---



TABELA DE MUNICÍPIOS COM ÍNDICE DE THEIL  $\geq 0,60$  EM 2000 (continuação)

---

Jequitibá	(0,65)	Jequitinhonha	(0,70)
Joáima	(0,85)	Jordânia	(0,60)
José Raydan	(0,61)	Lagoas	(0,68)
Luisburgo	(0,63)	Luminárias	(0,61)
Luz	(0,82)	Malacacheta	(0,78)
Manhuaçu	(0,63)	Mantena	(0,83)
Maria da Fé	(0,60)	Monjolos	(0,69)
Montalvânia	(0,64)	Monte Alegre de Minas	(0,66)
Montes Claros	(0,67)	Morada Nova de Minas	(0,64)
Morro do Pilar	(0,64)	Mutum	(0,68)
Nova Belém	(0,70)	Nova Lima	(0,72)
Nova Ponte	(0,62)	Nova Porteirinha	(0,63)
Nova Serrana	(0,73)	Padre Paraíso	(0,72)
Papagaio	(0,70)	Paracatu	(0,64)
Passabém	(0,61)	Patrocínio	(0,61)
Paulistas	(0,67)	Peçanha	(0,63)
Pedra Azul	(0,63)	Pedra Bonita	(0,60)
Pescador	(0,60)	Piedade de Ponte Nova	(0,63)
Pirapora	(0,64)	Pompéu	(0,70)
Raul Soares	(0,62)	Rio Casca	(0,64)
Rio do Prado	(0,65)	Rio Piracicaba	(0,61)
Romaria	(0,70)	Rubim	(0,60)
Sabinópolis	(0,66)	Salinas	(0,62)
Salto da Divisa	(0,66)	Santa Margarida	(0,65)
Santa Maria do Suaçuí	(0,66)	São Domingos do Prata	(0,67)
São Francisco	(0,61)	São Gotardo	(0,90)
São João Evangelista	(0,65)	São Lourenço	(0,75)
São Romão	(0,62)	São Sebastião do Rio Verde	(0,60)
Senador Amaral	(0,62)	Senador Modestino Gonçalves	(0,64)

---

TABELA DE MUNICÍPIOS COM ÍNDICE DE THEIL  $\geq 0,60$  EM 2000 (continuação)

Sericita	(0,69)	Serro	(0,80)
Taiobeiras	(0,63)	Tarumirim	(0,60)
Teixeiras	(0,65)	Teófilo Otoni	(0,61)
Tupaciguara	(0,60)	Ubaí	(0,61)
Unai	(0,92)	Urucuaia	(0,62)
Viçosa	(0,67)		

FONTE : IBGE

Na última tabela, deve-se destacar aqueles municípios que apresentaram índice superior ou igual a 0,70 (70%), considerado muito alto.

TABELA 16

TABELA DE MUNICÍPIOS COM ÍNDICE DE THEIL  $\geq 0,70$  EM 2000

Almenara	(0,83)	Alvorada de Minas	(0,75)
Araçuaí	(0,71)	Arinos	(0,75)
Ataléia	(0,71)	Água Boa	(0,76)
Águas Formosas	(0,78)	Belo Horizonte	(0,71)
Bom Repouso	(0,88)	Buritís	(0,93)
Carangola	(0,71)	Carmo do Cajuru	(0,92)
Centralina	(0,87)	Chapada Gaúcha	(0,86)
Diamantina	(0,70)	Ervália	(0,77)
Formoso	(0,86)	Itaipé	(0,70)
Itamarandiba	(0,75)	Jequetinhonha	(0,70)
Joáima	(0,85)	Luz	(0,82)
Malacacheta	(0,78)	Mantena	(0,83)
Monte formoso	(0,74)	Nova Serrana	(0,73)
Padre Paraíso	(0,72)	Papagaio	(0,70)
Pompéu	(0,70)	Romaria	(0,70)
São Gotardo	(0,90)	São Lourenço	(0,75)
Serro	(0,80)	Unai	(0,92)

FONTE : IBGE

A título de comparação dos índices de Theil nos anos de 1991 e 2000 , vai-se tabular aqueles municípios que apresentaram diferenças entre os dois valores igual ou superior a 0,70 (70%) (diferença positiva) e lembrar que as diferenças positivas representam aumento da desigualdade social, enquanto os valores negativos representam diminuição da desigualdade, indicando uma melhor, ou mais justa, distribuição de rendas nos respectivos municípios.

TABELA 17  
TABELA DE MUNICÍPIOS QUE APRESENTARAM DIFERENÇAS DO  
ÍNDICE DE THEIL  $\geq 0,07$  ENTRE 1991 E 2000

Abaeté	(0,12)	Alpercata	(0,07)
Alto Caparaó	(0,08)	Alto Rio Doce	(0,70)
Alvorada de Minas	(0,24)	Andradas	(0,11)
Angelândia	(0,21)	Araporã	(0,16)
Arapuã	(0,07)	Arinos	(0,24)
Ataléia	(0,22)	Augusto de Lima	(0,08)
Água Boa	(0,25)	Água Comprida	(0,07)
Bandeira	(0,11)	Berizal	(0,07)
Bom Despacho	(0,08)	Bom Jesus Da Penha	(0,17)
Bonito de Minas	(0,07)	Borda da Mata	(0,07)
Brasilândia	(0,21)	Brasópolis	(0,14)
Bueno Brandão	(0,14)	Buenópolis	(0,14)
Bugre	(0,07)	Buritiz	(0,42)
Cabeceira Grande	(0,11)	Caetanópolis	(0,15)
Caeté	(0,20)	Cajuri	(0,13)
Campina Verde	(0,11)	Canaã	(0,07)
Canápolis	(0,11)	Candeias	(0,09)
Capinópolis	(0,09)	Caputira	(0,23)
Caraí	(0,07)	Carangola	(0,12)
Carmo do Paranaíba	(0,12)	Carmo do Rio Claro	(0,56)
Carmópolis de Minas	(0,11)	Catuji	(0,18)

FONTE : IBGE

TABELA DE MUNICÍPIOS QUE APRESENTARAM DIFERENÇAS DO  
ÍNDICE DE THEIL  $\geq 0,07$  ENTRE 1991 E 2000 (continuação)

Catuti	(0,16)	Centralina	(0,52)
Chapada Gaúcha	(0,46)	Conceição do Pará	(0,10)
Conquista	(0,09)	Conselheiro Pena	(0,11)
Coração de Jesus	(0,07)	Coroaci	(0,11)
Crisólita	(0,24)	Curral de Dentro	(0,08)
Delta	(0,08)	Desterro de Entre Rios	(0,07)
Divino das Laranjeiras	(0,14)	Divinolândia de Minas	(0,14)
Divisa Alegre	(0,22)	Dom Bosco	(0,15)
Dores do Turvo	(0,10)	Ervália	(0,14)
Esmeraldas	(0,15)	Espinosa	(0,17)
Estiva	(0,08)	Fervedouro	(0,07)
Formoso	(0,31)	Francisco Badaró	(0,07)
Francisco Dumont	(0,12)	Fronteira dos Vales	(0,13)
Gameleiras	(0,08)	Glaucilândia	(0,08)
Grão Mogol	(0,08)	Guaraciaba	(0,20)
Guarinhatã	(0,13)	Ibitiura de Minas	(0,08)
Carai de Minas	(0,16)	Imbé de Minas	(0,13)
Indaiabira	(0,22)	Indianópolis	(0,18)
Ipaba	(0,09)	Ipiaçu	(0,17)
Itabirinha	(0,08)	Itaipé	(0,20)
Itamarandiba	(0,21)	Itaobim	(0,23)
Itaúna	(0,08)	Iturama	(0,07)
Jaíba	(0,24)	Japonvar	(0,13)
Jequeri	(0,07)	Jequitibá	(0,14)
Jequitinhonha	(0,14)	Josénópolis	(0,13)
José Raydan	(0,12)	Juatuba	(0,11)
Juvenília	(0,19)	Ladainha	(0,17)
Lagoa Grande	(0,12)	Lassance	(0,15)

TABELA DE MUNICÍPIOS QUE APRESENTARAM DIFERENÇAS DO  
ÍNDICE DE THEIL  $\geq 0,07$  ENTRE 1991 E 2000 (continuação)

---

Limeira do Oeste	(0,18)	Luisburgo	(0,28)
Luislândia	(0,08)	Luminárias	(0,14)
Malacacheta	(0,27)	Mamonas	(0,11)
Maria da Fé	(0,08)	Marmelópolis	(0,13)
Matias Cardoso	(0,10)	Mato Verde	(0,13)
Mesquita	(0,17)	Miravânia	(0,15)
Monte alegre de Minas	(0,12)	Monte Formoso	(0,29)
Montezuma	(0,16)	Morro do Pilar	(0,14)
Munhoz	(0,17)	Mutum	(0,18)
Nanuque	(0,15)	Natalândia	(0,18)
Ninheira	(0,09)	Nova Belém	(0,37)
Nova Lima	(0,18)	Nova Ponte	(0,15)
Nova Porteirinha	(0,28)	Novo Cruzeiro	(0,07)
Onça de Pitangui	(0,08)	Orizânia	(0,13)
Padre Paraíso	(0,28)	Pai Pedro	(0,08)
Palmópolis	(0,17)	Papagaio	(0,13)
Paulistas	(0,13)	Pavão	(0,19)
Pedra Azul	(0,08)	Pedra Bonita	(0,22)
Pedras de Maria da Cruz	(0,13)	Pedrinópolis	(0,14)
Pescador	(0,11)	Pintópolis	(0,15)
Pirajuba	(0,07)	Piuí	(0,09)
Ocrane	(0,13)	Poços de Caldas	(0,07)
Pompéu	(0,16)	Ponto Chique	(0,12)
Ponto dos Volantes	(0,22)	Pouso Alegre	(0,09)
Prata	(0,17)	Quartel Geral	(0,10)
Rio do Prado	(0,12)	Rio Pardo	(0,16)
Rio vermelho	(0,14)	Romaria	(0,20)
Rubelita	(0,35)	Salinas	(0,16)

---

TABELA DE MUNICÍPIOS QUE APRESENTARAM DIFERENÇAS DO  
ÍNDICE DE THEIL  $\geq 0,07$  ENTRE 1991 E 2000 (continuação)

Santa Bárbara do Tugurió	(0,10)	Santa Cruz de Salina	(0,28)
Santa Efigênia de Minas	(0,18)	Santa Fé de Minas	(0,10)
Santa Helena de Minas	(0,19)	Santa Maria de Caldas	(0,14)
Santa Rita de Jacutinga	(0,11)	Santo Antônio do Itambé	(0,08)
Santo Antônio do Retiro	(0,09)	Santo Antônio do Rio Abaixo	(0,15)
Sapucaí	(0,07)	São Geraldo da Piedade	(0,15)
São Gonçalo do Sapucaí	(0,08)	São Gotardo	(0,36)
São João da Lagoa	(0,17)	São João da Ponte	(0,21)
São João do Manhuaçu	(0,22)	São João Nepomuceno	(0,10)
São José da Barra	(0,09)	São Lourenço	(0,08)
São Pedro dos Ferros	(0,18)	São Roque de Minas	(0,12)
São Sebastião do Oeste	(0,12)	São Sebastião do Rio verde	(0,08)
São Sebastião do Rio Preto	(0,16)	São Tiago	(0,07)
Senador Amaral	(0,27)	Senador Modestino Gonçalves	(0,19)
Senhora do Remédios	(0,13)	Terranópolis de Minas	(0,07)
Serro	(0,10)	Setubinha	(0,09)
Tarumirim	(0,07)	Teixeiras	(0,08)
Toledo	(0,07)	Turmalina	(0,10)
Ubaporaranga	(0,15)	Imburatiba	(0,14)
Unai	(0,29)	Urucuaia	(0,24)
Vargem Grande do Rio Pará	(0,10)	Varjão de Minas	(0,08)
Varzelândia	(0,10)	Vazante	(0,10)
Verdelândia	(0,12)	Virgem da Lapa	(0,15)

FONTE : IBGE

Dentre os municípios elencados, vamos destacar aqueles que apresentaram entre os índices de Theil colhidos em 1991 e 2000, diferenças menores ou iguais a  $- 0,07$  , significando considerável diminuição da desigualdade social. Fato esse altamente desejável e que devem ter contribuído para a diminuição das desigualdades sociais nesses municípios.

TABELA 18  
TABELA DE MUNICÍPIOS QUE APRESENTARAM DIFERENÇAS DO  
ÍNDICE DE THEIL  $\leq - 0,07$  ENTRE 1991 E 2000

Açucena	(- 0,09)	Alagoa	(- 0,09)
Alpinópolis	(- 0,12)	Alvinópolis	(- 0,11)
Arantina	(- 0,08)	Astolfo Dutra	(- 0,13)
Belmiro Braga	(- 0,16)	Bocaiúva	(- 0,19)
Bom Jardim	(- 0,08)	Cachoeira da Prata	(- 0,07)
Camacho	(- 0,21)	Campo Azul	(- 0,08)
Campo Belo	(- 0,07)	Campo Florido	(- 0,17)
Campos Altos	(- 0,07)	Capela Nova	(- 0,08)
Capim branco	(- 0,07)	Capitão Andrade	(- 0,12)
Capitólio	(- 0,17)	Carandaí	(- 0,11)
Carmo de Minas	(- 0,24)	Cataguases	(- 0,09)
Caxambu	(- 0,12)	Cássia	(- 0,12)
Chalé	(- 0,07)	Chácara	(- 0,12)
Cipotânea	(- 0,09)	Cláudio	(- 0,08)
Coimbra	(- 0,08)	Conceição do Mato Dentro	(- 0,18)
Congonhas	(- 0,07)	Coqueiral	(- 0,13)
Cordislândia	(- 0,09)	Couto de Magalhães de Minas	(- 0,13)
Córrego Pacheco	(- 0,09)	Crucilândia	(- 0,07)
Cruzsília	(- 0,08)	Curvelo	(- 0,08)
Delfim Moreira	(- 0,13)	Dionísio	(- 0,07)
Divisa Nova	(- 0,31)	Dom Cavati	(- 0,09)
Dom Viçoso	(- 0,07)	Dores de Campos	(- 0,16)
Dores do Indaiá	(- 0,18)	Engenheiro Navarro	(- 0,17)
Entre Folhas	(- 0,07)	Espera Feliz	(- 0,07)
Estrela do Indaiá	(- 0,15)	Estrela do Sul	(- 0,12)
Ewbank da Câmara	(- 0,07)	Felixlândia	(- 0,08)
Ferros	(- 0,18)	Florestal	(- 0,14)

TABELA DE MUNICÍPIOS QUE APRESENTARAM DIFERENÇAS DO  
ÍNDICE DE THEIL  $\leq - 0,07$  ENTRE 1991 E 2000 (continuação)

---

Formiga	(- 0,16)	Fortaleza de Minas	(- 0,13)
Franciscópolis	(- 0,09)	Frei Inocência	(- 0,09)
Galiléia	(- 0,14)	Guarda Mor	(- 0,07)
Guimarânia	(- 0,08)	Guiricema	(- 0,09)
Ibertioga	(- 0,07)	Igarapé	(- 0,07)
Ingaí	(- 0,07)	Ipanema	(- 0,07)
Itambé do Mato Dentro	(- 0,07)	Itanhandu	(- 0,14)
Itapagipe	(- 0,09)	Jaguaraçu	(- 0,13)
Janpruca	(- 0,12)	Jesuânia	(- 0,08)
Lagoa Santa	(- 0,15)	Leandro Ferreira	(- 0,07)
Liberdade	(- 0,14)	Manhumirim	(- 0,19)
Maravilha	(- 0,17)	Mariana	(- 0,07)
Matias Barbosa	(- 0,11)	Matutina	(- 0,08)
Mário Campos	(- 0,11)	Medina	(- 0,14)
Miradouro	(- 0,15)	Miraí	(- 0,12)
Monsenhor Paulo	(- 0,21)	Mantalvânia	(- 0,09)
Monte Carmelo	(- 0,12)	Monte Santo de Minas	(- 0,09)
Muriaé	(- 0,13)	Nepomuceno	(- 0,16)
Nova Resende	(- 0,11)	Oratórios	(- 0,15)
Ouro Fino	(- 0,08)	Ouro Preto	(- 0,07)
Padre Carvalho	(- 0,14)	Pains	(- 0,14)
Palma	(- 0,10)	Passa Tempo	(- 0,17)
Patrocínio	(- 0,25)	Paula Cândido	(- 0,14)
Pedra do Indaiá	(- 0,13)	Pedralva	(- 0,12)
Pequeri	(- 0,16)	Perdizes	(- 0,07)
Piau	(- 0,08)	Piedade de Caratinga	(- 0,09)
Piedade do Rio Grande	(- 0,12)	Piranga	(- 0,08)
Piranguçu	(- 0,21)	Presidente Bernardes	(- 0,9)

---



TABELA DE MUNICÍPIOS QUE APRESENTARAM DIFERENÇAS DO  
ÍNDICE DE THEIL  $\leq - 0,07$  ENTRE 1991 E 2000 (continuação)

---

Presidente Juscelino	(- 0,09)	Recreio	(- 0,46)
Rio Casca	(- 0,08)	Rio Paranaíba	(- 0,11)
Rochedo de Minas	(- 0,10)	Rubim	(- 0,09)
Sabará	(- 0,12)	Sacramento	(- 0,08)
Salto da Divisa	(- 0,23)	Santa Juliana	(- 0,10)
Santa Maria de Itabira	(-0,07)	Santa Maria do Suaçuí	(-0,32)
Santa Rita do Sapucaí	(- 0,08)	Santana da Vargem	(- 0,09)
Santana do Pirapama	(- 0,10)	Santana do Manhuaçu	(- 0,14)
Santo Antônio do Amparo	(- 0,10)	Santo Antônio do Itambé	(- 0,07)
Santo Antônio do Monte	(- 0,08)	Sarzedo	(-0,22)
São Bento do Abade	(- 0,08)	São Domingos das Dores	(- 0,14)
São Francisco do Glória	(- 0,07)	São Gonçalo do Pará	(- 0,09)
São Gonçalo do Sapucaí	(- 0,07)	São Joaquim de Bicas	(-0,12)
São João Batista da Glória	(- 0,08)	São João del Rei	(- 0,08)
São João Evangelisa	(- 0,10)	São José do Goiabal	(- 0,09)
São Miguel do Anta	(- 0,09)	São Sebastião do Anta	(- 0,17)
São Sebastião do Oeste	(- 0,12)	São Vicente de Minas	(- 0,10)
Senador Cortes	(- 0,09)	Senador Firmino	(- 0,14)
Serra dos Aimorés	(- 0,07)	Sobralia	(- 0,11)
Taguaçu de Minas	(- 0,09)	Tocantins	(- 0,13)
Tombos	(- 0,15)	Tumiritinga	(- 0,31)
União de Minas	(- 0,10)	Vargem Alegre	(- 0,07)
Varginha	(- 0,09)	Virgolândia	(- 0,07)

---

FONTE : IBGE

Ainda tendo como base de dados a planilha do Apêndice 1, com dados oriundos do IBGE e da Fundação João Pinheiro, foram confeccionados os seguintes mapas que se apresenta em seguida, analisando-os separadamente :

FIGURA 03  
M G / MUNICÍPIOS ÍNDICE DE GINI 1991

FIGURA 03

A figura 03, Mapa 03 é coroplético, foi denominado Municípios Mineiros – Índice de Gini 1991. Representa os índices de Gini calculados para os diversos municípios mineiros, onde as cores mais escuras indicam maiores valores dos índices, informando maiores desigualdades de renda, enquanto as cores mais claras apontam aqueles municípios com menores desigualdades sociais.

Os índices foram enquadrados em intervalos de classes, com o seguinte padrão:

0,41	—	0,50	abrangendo	226 municípios
0,51	—	0,60	abrangendo	577 municípios
0,61	—	0,70	abrangendo	47 municípios
e	0,71	—	0,73	abrangendo 3 municípios.

Houve, portanto, uma prevalência da faixas de valores do índice de Gini entre 0,41 e 0,60, totalizando 803 municípios

No mapa foram destacadas as cidades que compõem a seguinte tabela :

TABELA 19  
CIDADES DESTACADAS NO MAPA 03 E SEUS ÍNDICES

Barbacena	(0,58)	Belo Horizonte	(0,62)
Curvelo	(0,60)	Diamantina	(0,58)
Divinópolis	(0,54)	Governador Valadares	(0,59)
Juiz de Fora	(0,57)	Montes Claros	(0,62)
Paracatu	(0,58)	Poços de Caldas	(0,52)
Teófilo Otoni	(0,62)	Uberlândia	(0,53)

A figura 04, Mapa 04 é isoplético, foi intitulado MG / MUNICÍPIOS 1991 ÍNDICE DE GINI.

FIGURA 04  
MG / MUNICÍPIOS 1991 ÍNDICE DE GINI

FIGURA 04

A figura 04 mostra as regiões com faixas de valores do índice de Gini classificadas como:

0,44	—	0,49
0,50	—	0,54
0,55	—	0,59
0,60	—	0,64
0,65	—	0,69

Neste mapa deve-se destacar que a maioria dos municípios se enquadraram nas faixas de 0,49 a 0,60. O mapa destaca os municípios seguintes, que passam a compor a tabela :

TABELA 20  
MUNICÍPIOS DESTACADOS NA FIGURA 04

---

Albertina	Ataléia
Baependi	Belo Horizonte
Bocaiúva	Carmésia
Carmo do Cajuru	Congonhas do Norte
Côrrego Danta	Cruzeiro da Fortaleza
Galiléia	Itambacuri
Itanahndu	Jesuânia
Juruáia	Lagoa Grande
Luminárias	Mamonas
Manhumirim Medina	Montalvânia
Monte Sião	Monte Alegre de Minas
Muriáé Presidente Juscelino	Recreio
Rubim	Sabinópolis
Santa Maria do Itabira	Santa Maria do Suaçuí
Santana do Jacaré	Serro
Tupaciguara	Turmalina

---

FONTE : IBGE

O mapa a seguir mostra em três dimensões, os índices de Gini para os diversos municípios mineiros, avaliados no ano de 1991

Nele, merecem destaques as cidades de Montalvânia, Recreio e Tupaciguara

FIGURA 05

FIGURA EM TRÊS DIMENSÕES PARA OS ÍNDICES DE GINI – 1991



FIGURA 05

A figura 06 , no estilo coroplético, mostra os índices de Gini, calculados para o ano de 2000 nos diversos municípios mineiros. Foi intitulado :

Índice de Gini , 2000  
Municípios do Estado de Minas Gerais

FIGURA 06

Classifica os índices em classes de valores enquadrados nos intervalos de classes :

	0,40	—	0,50	incluindo 138 municípios
	0,51	—	0,60	incluindo 588 municípios
	0,61	—	0,70	incluindo 123 municípios
e	0,71	—	0,73	incluindo 4 municípios

Houve prevalência de índices na faixa de 0,51 a 0,60. Deve-se destacar alguns municípios que apresentaram índices superiores a 0,60 que é considerado altíssimo :

Formou-se o quadro seguinte :

TABELA 21  
ALGUNS MUNICÍPIOS COM ÍNDICE DE GINI SUPERIOR A 0,60 EM 2000

Barbacena	(0,58)	Belo Horizonte	(0,62)
Curvelo	(0,60)	Diamantina	(0,63)
Divinópolis	(0,53)	Governador Valadares	(0,62)
Juiz de Fora	(0,58)	Montes Claros	(0,62)
Paracatu	(0,61)	Poços de Caldas	(0,58)
Teófilo Otoni	(0,62)	Uberlândia	(0,56)

FONTE : IBGE

A próxima figura , Mapa 07 , isoplético, também indica os índices de Gini de 2000, nos diversos municípios de Minas Gerais. Foi intitulado M G / Municípios – 2000 Índice de Gini

FIGURA 07  
M G / MUNICÍPIOS – 2000 ÍNDICE DE GINI

FIGURA 07

Mostra as faixas de valores dos índices classificadas como :

	0,46	—	0,50
	0,51	—	0,56
	0,57	—	0,61
	0,62	—	0,66
	0,67	—	0,71
e	0,72	—	1,00

Do mesmo modo que o mapa anterior, aponta uma grande predominância dos valores situados entre 0,46 e 0,66.

No mapa mereceram destaques as cidades listadas no quadro seguinte, todas elas com índices superiores a 0,60 :

TABELA 22  
MUNICÍPIOS LISTADOS NA FIGURA 07

Albertina	Alto Rio Doce	Arcos
Ataléia	Bonito de Minas	Buritis
Centralina	Chapada do Norte	Congonhas do Norte
Carmópolis de Minas	Cristais	Esmeraldas
Formoso	Ibiracatu	Itaapé
Itamarandiba	Itambacuri	Icaraí de Minas
Jesuânia	Luminárias	Madre de Deus de Minas
Manhumirim	Miravânia	Montalvânia
Monte Formoso	Nanuque	Nova Belém
Pavão	Rubelita	Santa Cruz de Salinas
São João do Pacuí	São Pedro do Suaçuí	Serro
União de Minas		

FONTE : IBGE

Ainda da figura 07, foram retirados aqueles municípios com índices superiores a 0,66 e formado o quadro seguinte :

TABELA 23  
MUNICÍPIOS COM ÍNDICES DE GINI SUPERIORES A 0,66

Buritis	(0,72)	Bonito de Minas	(0,69)
Formoso	(0,71)	Montalvânia	(0,66)
Miravânia	(0,68)		

FONTE : IBGE

A próxima figura apresenta os índices de Gini de 2000, em três dimensões, com os destaques vermelhos representando as cidades citadas no quadro anterior.

FIGURA 08  
MAPA M G / MUNICÍPIOS – 2000 ÍNDICE DE GINI (3 D)

MAPA 08



A figura 09 a seguir, é um mapa isoplético, foi denominado MG / MUNICÍPIOS – ÍNDICE DE GINI DIFERENÇA (2000 – 1991)

Mostra as diferenças entre os valores dos índices de Gini calculados nos anos de 1991 e 2000. Foi confeccionado usando os seguintes intervalos de classes :

- 0,16	—	- 0,11
- 0,10	—	- 0,06
- 0,05	—	- 0,01
0,00	—	0,04
0,05	—	0,09
0,10	—	0,14
0,15	—	0,19
0,20	—	

Nota-se um predomínio dos valores localizados nas faixas de 0,00 até 0,10

MAPA 09

A figura 10, a seguir, também um mapa isoplético, destaca as cidades onde as diferenças entre os valores calculados nos anos de 1991 e de 2000 aumentaram, significando acréscimo da desigualdade. Formam o quadro :

TABELA 24  
CIDADES DESTACADAS POR AUMENTO DA DESIGUALDADE ENTRE 1991 e 2000

---

Bom Repouso	Bonito de Minas
Buritis	Carmópolis de Minas
Centralina	Chapada do Norte
Crisólita	Cristais
Divisa Nova	Fruta de Leite
Jordânia	Miravânia
Nova Belém	Nova Serrana
Nova Porteirinha	Santa Cruz de Salinas
São João do Pacuí	Vargem Alegre

---

FONTE : IBGE

MAPA 10

Segue a figura 11, representando em três dimensões, os dados das diferenças colhidas para os índices no mesmo intervalo de tempo, de 1991 e 2000.

MAPA 11

A mesmas análises feitas com os dados referentes ao índice de Gini, vão ser efetuadas agora, com os dados referentes aos índices de Theil. A figura 12 foi intitulada

MG / MUNICÍPIOS 1991 ÍNDICE DE THEIL

É um mapa do tipo coroplético, onde os índices de Theil foram distribuídos em quatro classes

	0,30	—	0,49
	0,50	—	0,69
	0,70	—	0,89
e	0,90	—	1,00

Neste mapa observa-se a predominância das faixas de valores de 0,30 até 0,69 com bastante equilíbrio entre elas

Foram destacadas as cidades componentes do quadro seguinte :

TABELA 25  
CIDADES DESTACADAS NO MAPA 12

---

Barbacena	Belo Horizonte
Curvelo	Diamantina
Divinópolis	Governador Valadares
Juiz de Fora	Montes Claros
Paracatu	Poços de Caldas
Teófilo Otoni	Uberlândia

---

FONTE : IBGE

MAPA 12



A figura 13 , um mapa isoplético, foi intitulado  
 M G / MUNICÍPIOS ÍNDICE DE THEIL 1991

Classifica os índices nos seguintes intervalos de classes de :

0,35	—	0,44
0,45	—	0,54
0,55	—	0,64
0,65	—	0,74
0,75	—	0,84
0,85	—	

Neste mapa, mereceram destaque os municípios citados no quadro seguinte :

TABELA 26  
 CIDADES DESTACADAS NO MAPA 13

Albertina	Ataléia	Baependi
Belo Horizonte	Boa Esperança	Bocaiúva
Carmésia	Carmo do Cajuru	Congonhas do Norte
Côrrrego Danta	Dores do Turvo	Eugenópolis
Itambacuri	Itanhandu	Jesuânia
Juruiaia	Lagoa Grande	Luminárias
Mamonas	Monsenhor Paulo	Montalvânia
Nepomuceno	Piraúba	Presidente Juscelino
Recreio	Rio Casca	Sabinópolis
Santa Maria do Suaçuí	São Francisco	Serro
Rubim	Setubinha	Timóteo
Tupaciguara	Turmalina	

FONTE : IBGE

FIGURA 13

MG / MUNICÍPIOS  
ÍNDICE DE THEIL – 1991

O mapa seguinte, em três dimensões, foi intitulado  
M G / MUNICÍPIOS ÍNDICE DE THEIL 1991

Sua coloração mais avermelhada representa as cidades já citadas no último quadro.

MAPA 14

A figura seguinte é um mapa coroplético, foi intitulado

MG / MUNICÍPIOS ÍNDICE DE THEIL

Mostra os índices de Theil do ano de 2000 distribuídos em quatro intervalos de classes :

0,32	—	0,49	(409 municípios)
0,50	—	0,69	( 407 municípios)
0,70	—	0,89	( 37 municípios)
0,90	—	1,00	( 4 municípios)

Aparenta uma pequena diferença do intervalo da classe de 0,50 a 0,69 sobre o intervalo de classe de 0,32 a 0,49. As duas com grande predominância sobre as outras duas.

Neste mapa mereceram destaques as cidades do quadro :

TABELA 27  
MUNICÍPIOS COM ÍNDICES DE THEIL ELEVADOS EM 2000

Barbacena	(0,59)	Belo Horizonte	(0,71)
Curvelo	(0,60)	Diamantina	(0,70)
Divinópolis	(0,58)	Governador Valadares	(0,69)
Juiz de Fora	(0,59)	Montes Claros	(0,67)
Poços de Caldas	(0,58)	Teófilo Otoni	(0,65)
Paracatu	(0,64)	Uberlândia	(0,56)

FONTE : IBGE

FIGURA 15  
M G / ÍNDICES DE THEIL 2000

A próxima figura, mapa 16 foi intitulado : MG / MUNICÍPIOS ÍNDICE DE THEIL 2000

É um mapa isoplético e representa as cidades com índices de Theil dispostos nos seguintes intervalos de classes:

0,35 — 0,44

0,45 — 0,54

0,55 — 0,64

0,65 — 0,74

0,75 — 0,84

0,85 — 1,00

Pode-se observar a predominância de índices situados nas faixas de 0,45 a 0,65.

Formam destaque para esses índices as cidades componentes do quadro a seguir.

Como observação deve-se indicar os aumentos de desigualdade em municípios da região administrativa do Noroeste de Minas e em cidades como Arinos, Buritis e Paracatu.

TABELA 28

MUNICÍPIOS COM ELEVADO ÍNDICE DE THEIL EM 2000

Albertina	Alto Rio Doce	Antônio Dias
Arcos	Ataléia	Arinos
Belo Horizonte	Buritis	Caratinga
Carmópolis de Minas	Centralina	Chapada do Norte
Diogo de Vasconcelos	Esmeraldas	Itaipé
Itamarandiba	Itambacuri	Jequitibá
Jesuânia	Luminárias	Madre de Deus de Minas
Manhuaçu	Monte Formoso	Nanuque
Nova Belém	Nova Lima	Nova Serrana
Paineiras	Ponte Nova	Romaria
São Pedro do Suaçuí	Serro	União de Minas
Rubelita		

FONTE : IBGE

MAPA 16 : ÍNDICE DE THEIL 2000



A última figura, mapa 17 , é isoplético e foi intitulado :

M G / MUNICÍPIOS – ÍNDICE DE THEIL

DIFERENÇA (2000 – 1991)

Mostra as diferenças de índices colhidos nos anos de 1991 e 2000, distribuídos nos intervalos de classes :

- 0,40	—	- 0,31
- 0,30	—	- 0,21
- 0,20	—	- 0,11
- 0,10	—	- 0,01
0,00	—	0,09
0,10	—	0,19
0,20	—	0,29
0,30	—	0,39
0,40	—	0,49
0,50	—	

Houve uma prevalência dos índices situados nas faixas de - 0,10 até 0,10 significando pequena variação de índices nos anos de 1991 e 2000 tanto para valores positivos quanto para valores negativos. Como destaque, deve-se citar aumento de desigualdade em municípios da região administrativa do Noroeste de Minas e em cidades como Arinos, Buritis e Paracatu.

## FIGURA 17

M G / MUNICÍPIOS ÍNDICE DE THEIL  
DIFERENÇA (2000 – 1991)



## CONSIDERAÇÕES E CONCLUSÕES FINAIS :

Em vista das diversas tabelas e quadros construídos, pode-se concluir que :

– Os dois índices, de maneira geral, apresentaram comportamentos (resultados) semelhantes para a maioria dos municípios. Isto confirma a teoria de que não existe um índice ou coeficiente que possa ser considerado muito melhor que os outros. Os dois índices usados acabaram por confirmar equivalências em seus resultados globais . Os dois índices, num contexto final, acabaram se reforçando, porque as tabelas indicaram a repetição de cidades com exagerados valores nominais tanto positivos como negativos.

As diferenças nas duas tabelas se restringiram àqueles municípios que tiveram seus índices próximos do valor arbitrário escolhido (0,60) para a amostragem da seleção das cidades.

– Por ter-se considerado, em especial, aqueles valores maiores ou iguais a 0,60 para a confecção de tabelas, e os índices serem colhidos (calculados) por fórmulas diferentes, era de se esperar que houvesse pequenas diferenças nas relações das cidades tabeladas. Houve, contudo, coincidência na maioria delas reforçando a tese da similaridade de diferentes índices disponíveis para o cálculo de desigualdades sociais.

– Do mesmo modo, quando escolhendo-se selecionar as cidades que apresentaram índices iguais ou superiores a 0,07, como diferenças de valores entre 1991 e 2000 , para representarem aquelas que tiveram maiores aumentos de desigualdades, houve ainda, grande coincidências nas listagens desses municípios. As diferenças nas duas tabelas eram também, pelo mesmo motivo, teoricamente esperadas.

– As tabelas com cidades que apresentaram índices inferiores a - 0,07 ( 70%) e que representam aquelas comunidades com menores desigualdades sociais, também mostraram grande coincidência de nomes.

– Deve-se acrescentar que, decorrida uma década no período de coleta de dados, a própria metodologia de coleta ou de manuseio (tabelamento) desses dados deve ter sido alterada. Uma idéia mais viável é a de que o processo provavelmente deve ter melhorado, resultando em dados mais confiáveis.

– Nunca se deve perder de vista que ao se trabalhar com grandes quantidades de dados numéricos, aumenta-se probabilidade de se cometer erros de digitação, implicando pequenas variações no resultado final. Por exemplo, uma simples troca de posições de dois

algarismos em um número, fato bastante plausível, pode modificar a classificação do município de uma faixa para outra.

Vai-se organizar uma tabela com aqueles municípios que foram contemplados, nos dois índices, com indicação de melhoria da desigualdade social, representados nas tabelas criadas por valores negativos das diferenças nominais nos dois anos de coletas de dados :

TABELA 29

TABELA DE MUNICÍPIOS QUE APRESENTARAM MAIORES DIMINUIÇÕES DAS  
DESIGUALDADES SOCIAIS TANTO POR GINI QUANTO POR THEIL

---

Alpinópolis	Baependi
Belmiro Braga	Bocaiúva
Camacho	Capitólio
Divisa Nova	Dores de Campos
Dores do Indaiá	Engenheiro Navarro
Espera Feliz	Monsenhor Paulo
Oratórios	Recreio
Passa Tempo	Patrocínio
Piranguçu	Presidente Bernardes
Sarzedo	Santa Maria do Suaçuí
São Sebastião da Bela Vista	Tombos

---

FONTE : IBGE

Para finalizar construiu-se uma tabela mostrando as cidades que apresentaram maiores aumentos nas desigualdades sociais, indicando infelizmente os não desejáveis, maiores distanciamentos entre ricos e pobres, caracterizando uma péssima distribuição de rendas no nosso país.

TABELA 30  
TABELA DE MUNICÍPIOS QUE APRESENTARAM MAIORES AUMENTOS  
DAS DESIGUALDADES SOCIAIS TANTO POR GINI QUANTO POR THEIL

---

Alvorada de Minas	Angelândia
Arinos	Ataléia
Água Boa	Brasilândia
Brasópolis	Bueno Brandão
Buritis	Caeté
Cajuri	Carangola
Chapada Gaúcha	Crisólita
Divisa Alegre	Formoso
Guaraciaba	Indianópolis
Ipiacu	Itamarandiba
Lassance	Malacacheta
Mesquita	Miravânia
Monte Formoso	Mutum
Nova Porteirinha	Padre Paraíso
Pedra Bonita	Romaria
São Gotardo	São João do Manhuaçu
Senador Amaral	Unaí
Urucuia	Varzelândia
Verdelândia	

---

FONTE : IBGE

Tendo em vista o trabalho dos professores João Francisco de Abreu, Oswaldo Bueno Amorim Filho, José Irineu Rangel Rigotti e Manuel Emílio de Lima Torres , publicado, em forma de Caderno, pelo Banco de Desenvolvimento de Minas Gerais (BDMG), em comemoração aos seus 45 anos, em 2007 e que foi intitulado :

*Reinterpretando o espaço mineiro – Tipologia da cidade mineira,*

Vai-se resumir algumas de suas análises predominantes e algumas de suas conclusões que reforçam e podem ser usadas como elementos de informações que servem para corroborar o extrato do trabalho atual.

O trabalho/análise mostrou uma análise socioeconômica dos 853 municípios mineiros sob diversos aspectos, mas com destaque para padrões demográficos, econômicos e urbanos. Para tanto, foram estudados aspectos fundamentais de produção industrial, distribuição geográfica e eixos de desenvolvimento, migração de populações, dentre outros.

Por se tratar de um trabalho científico-acadêmico a metodologia mereceu posição de honra e esmerado tratamento.

Foi então utilizada uma metodologia de aplicação de análise de componentes principais (ACP) com significativa relevância para :

- dados de entrada
- padronização desses dados
- cálculo da correlação entre as diversas variáveis empregadas
- determinação de autovalores e autovetores
- determinação das componentes principais
- cálculo dos “scores” por caso ou pessoa.

Os resultados produziram informações como, para análise espacial dos padrões sócio-econômicos, no ano de 1991, uma taxa média de crescimento anual, a cidade de Uberlândia sendo aquela que mais recebeu migrantes. Dentre aquelas cidades que perderam população mereceram ser mencionadas : Campina Verde, Canópolis, Nova Ponte e Prata.

Porém, as que se destacaram por mostrarem as maiores perdas foram as cidades de Arapuã, Centralina, e Serra do Salitre.

As cidades de Governador Valadares e Montes Claros tiveram suas circunvizinhanças com pequena taxa de crescimento, motivadas pela migração de parte de sua população, exatamente para estas duas cidades-pólo. Mas apesar disso, a própria cidade de Governador Valadares apresentou pequena taxa de crescimento.

Em relação à Região Sul, houve altas taxas de crescimento demográfico com destaque para as cidades de Oliveira e Lavras.

O trabalho constatou que a cidade de Oliveira recebeu migrantes de Bom Sucesso, Carmo da Mata, Carmópolis de Minas, Passa Tempo e São Tiago.

A cidade de Lavras recebeu migrantes principalmente dos municípios de Itumirim, Ingaí e Nepomuceno.

Quanto à Região Metropolitana de Belo Horizonte (RMBH), merecem destaque as cidades que apresentaram maiores crescimentos sócioeconômicos : Betim, Brumadinho, Ibirité, Matozinhos, Ribeirão das Neves, Sabará e Santa Luzia.

Na análise do Produto Interno Bruto (PIB) sob o aspecto de produção industrial, devemos ressaltar que:

- as cidades-pólo Governador Valadares e Montes Claros tiveram baixa atividade industrial.

- as Regiões Norte e Noroeste do Estado apresentaram os menores valores do PIB, com exceção da cidade de Unaí, provavelmente motivada por sua atividade agro-industrial conseqüência de sua grande produção agropecuária.

- a Região do Jequetinhonha / Mucuri apresentou 9 cidades com menores PIB , *per capita*.

- a Região Norte contribuiu com 20 municípios com pequenos valores do PIB, *per capita*.

Quanto à evolução do PIB, por município, merecem ser citadas as Regiões do Triângulo e Noroeste que mostraram homogeneidade de crescimento.

As cidades-pólo de Montes Claros, Juiz de Fora e Governador Valadares mostraram contraposições regionais principalmente ocasionadas por suas posições geográficas.

As regiões do Triângulo, Centro e Sul, ofereceram maiores evoluções em seus PIB.

As regiões Norte e Jequetinhonha /Mucuri apresentaram menores evoluções em seus PIB.

Como conclusão final, a RMBH destacou-se em todos os aspectos estudados, exibindo os maiores contrastes urbanos. Além da RMBH merecem ser mencionadas as cidades de Barbacena, Conselheiro Lafaiete, Curvelo, Itabira, João Monlevade, Ouro Preto, Pará de Minas, São João Del Rei e Sete Lagoas que também apresentaram grandes contrastes urbanos.

Do último trabalho citado dos professores João Francisco de Abreu, Oswaldo Bueno Amorim Filho, José Irineu Rangel Rigotti e Manuel Emílio de Lima Torres, cabe ressaltar as grandes disparidades geográficas apontadas no ritmo do crescimento econômico.



– as Regiões do Triângulo, Alto Paranaíba e Noroeste apontam crescimento em toda sua economia.

– as Regiões Sul e Mata Mineira apresentaram um bom crescimento econômico.

– as Regiões Centro-Oeste e Rio Doce apontaram posições transicional e como consequência forte desequilíbrio socioeconômico intra-regionais.

– as Regiões Nordeste e Jequetinhonha / Mucuri apresentaram patamares mais baixos, com exceção de pontos isolados como Montes Claros, Teófilo Otoni e Nanuque.

– a Região Central apresentou os maiores contrastes mormente situados na RMBH.

Pelo resumo do trabalho retrocitado, corroborou-se e até justificou-se os diversos graus de desigualdade social mostrados nos cálculos dos índices de Gini e Theil para os municípios estudados. Todas as cidades mostradas nos estudos socioeconômicos por constituírem disparidades também foram detectadas nos índices de desigualdade social de Gini e Theil.

As tabelas e mapas apontam as incidências de mesmas cidades nas listagens daquelas com altos valores gravados pelos dois índices e aqueles municípios de reconhecido fraco desempenho sócio-econômico.

No presente trabalho não foram consideradas as causas das desigualdades estudadas, apenas foram calculados os dois índices, baseados nas rendas oferecidas por fontes do IBGE e da Fundação João Pinheiro. Mas o trabalho dos professores João Francisco e Oswaldo Bueno apontam aquelas que devem ser as origens de tamanhas disparidades. As regiões mais criticadas apareceram nos resultados finais dos dois trabalhos separados, confirmando indicações de que os fatores socioeconômicos devem ser responsabilizados, em grande parte, pelas desigualdades sociais existentes nas cidades estudadas e que infelizmente indicam crescimentos ou aumento ou distorções na distribuição de riquezas no nosso país.

## REFERÊNCIAS

- ABREU, J. Francisco, *Interação espacial; potencial e potencialidades : um estudo de caso – O estado de Minas Gerais 1970/1980*, Belo Horizonte : ICG / UFMG, 1991
- \_\_\_\_\_. *Sistemas de informações geográficas e manufatura integrada de computador. GIS e CIM – uma análise exploratória* .in Terra, L.D.B. (Ed.) Belo Horizonte: 1995
- ABREU, J. Francisco, et al . *Reinterpretando o espaço mineiro : tipologia da cidade mineira*. Belo Horizonte: BDMG , 2007
- AMORIM FILHO, Oswaldo B. , *A evolução do pensamento geográfico e suas conseqüências para o ensino da geografia*. Belo Horizonte, Revista Geográfica e Ensino (1) março de 1982
- \_\_\_\_\_. *Reflexões sobre as tendências teórico-metodológicas da geografia*. : Belo Horizonte: UFMG, 1985
- \_\_\_\_\_. *Las más recientes reflexiones sobre la evolución del pensamiento geográfico*. Quito: Paisajes geográficos.
- \_\_\_\_\_. *Percepção ambiental – contexto teórico e aplicações ao tema urbano*. Instituto de Geociências da UFMG, Publicação especial nº 5, 1987
- \_\_\_\_\_. *Evolução do pensamento geográfico e a fenomenologia* . Revista Geografia e Natureza, Uberlândia, 1999
- ARAÚJO, Luiz Carlos P. , *Metodologia de ensino do cálculo numérico assistido por computador*. 1998, Dissertação (Mestrado em Tecnologia) Centro federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte.
- ASSUNÇÃO, Renato M., REIS, Edna A. *A new proposal to adjust Moran's I for population density*. in Statistics in Medicine nº 18 , 2147– 2162 (1999).
- ATKINSON, A. B.. *On the measurement of poverty*. Econometrica, Vol.55, Nº 4 (july,1987), 749-764.
- BARROS, Ricardo P., MENDONÇA, Rosane. *O impacto do crescimento econômico e de reduções no grau de desigualdade sobre a pobreza*. Rio de Janeiro : IPEA , 1997
- BARROSO, Leônidas C. et al. *Cálculo numérico*. São Paulo : Harbra, 1987.
- BARROSO, Leônidas C. *Sistemas de informações geográficas ; regionalização e topologia cartográfica*. – um estudo de caso – MG / 1991. PUC-MG, 1996

- BERRY, Joseph K. , *Beyond mapping : concepts, algorithms and issues in GIS* : Colorado, GIS World, 1993
- BIRKIN, M. et al , *Intelligent GIS : location decisions and strategic planning* : New York, John Wiley & Sons, 1996
- CAMPOS, filho, Frederico Ferreira . *Algoritmos numéricos*. 2<sup>a</sup> Ed. Rio de Janeiro : L T C, 2007
- CANTÙ, Marco. *Dominando o delphi 6 : a bíblia*. São Paulo : Makron Books, 2002
- CARNAHAN, B.; LUTHER, H.A.; WILKES, J. O . *Applied numerical methods*. New York: John Wiley & Sons, Inc. 1969
- CHRISTOFOLETTI, W. *As perspectivas da geografia*. São Paulo: Difel, 1982
- CLARK, Phillip J., EVANS, Francis C. *Distance to nearest neighbor as a measure of spacial relationship in populations*. In Ecology, vol. 35, n° 4. October, 1954.
- COLE, J.P. *Geografia quantitativa*. Rio de Janeiro : IBGE, 1972
- DE MARTONNE, E. *Panorama da geografia*. Lisboa : Cosmos, 1953
- GEORGE, Pierre. *L' illusion quantitative en géographie. La pensée géographique Française contemporaine*. Melanges offerts à A. Meynier. St. Briec: PUB, 1972
- GERARDI, Lúcia H. e SILVA, Bárbara-Christine N. *Quantificação em geografia*. São Paulo: Difel, 1981.
- GREGORY, D. *Ideology, science and human geography*. London : Hutchinson Ltd. 1978
- HOFFMANN, Rodolfo. *Distribuição de renda e crescimento econômico*. Revista brasileira de economia : Estudos avançados, 15 (41), pág. 67 – 76 , 2001
- JOHNSTON, R.J., *Geografia e geógrafos*. São Paulo : Difel, 1986
- KHUN, Thomas S., *A estrutura das revoluções científicas*. São Paulo : Prespectiva, 1975
- LAVINAS, Lena, et al. *Desigualdades regionais : indicadores sócio-econômicos nos anos 90*. Rio de Janeiro : IPEA, 1998
- MANZANO, J.A.N.G. ; MENDES, Sandro S. V. *Estudo dirigido de Delphi 7* . São Paulo : Érika, 2003.
- MANCERO, Xavier . *Revisión de algunos indicadores para medir la desigualdad*. Santiago de Chile : CEPAL.
- MILANOVIC, Branko; LINDERT, Peter H.; WILLIAMSON, Jeffrey G., *Pre-industrial inequality: an early conjectural map*. 2007

- MOLINA, Fernando , *Consideraciones sobre el índice de GINI para medir la concentración del ingreso*. Santiago do Chile : CEPAL
- MORO, D. A., *A tradição espacial na geografia*. in Revista geográfica , São Paulo, agosto de 1999.
- MUZZARELLI, Aurelio, ABREU, J.F. *Introduzione ai sistemi informativi geografici*. Forum per la Tecnologia della Informazione. Milano: Franco Angeli, 2003.
- NAVARRO, Tomás Mancha, SALEM, Daniel Soltese, *Convergencia económica e integración: A experiencia en Europa y América Latina*. Madrid: Pirámide, 2001
- OLIVEIRO, Carlos\_A. J. *Programação em delphi 6*, orientado por projeto. São Paulo : Érika, 2002 (série faça um aplicativo)
- PATTISON, William D. , *The four traditions of geography* , in: The journal of geography. vol.63, n.5 (1963) p. 211-216 (trad. Sérgio Laclette)
- PEET, R. *Inequality and poverty : a Marxist geography theory*. Annals of the Association of American Geographers. 65 (4) : 564 - 571
- PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS. Pró-Reitoria de Graduação Sistema de Bibliotecas. *Padrão PUC Minas de normalização : normas da ABNT para apresentação de trabalhos científicos, teses , dissertações e monografias*. Belo Horizonte, 2005.
- ROGERSON, Peter A., *Statistical methods for geography*, London, Sage Publications, 2002
- SCHWARTZMAN, Jacques. *Economia regional – textos escolhidos*. Belo Horizonte – Cedeplar, 1977
- SHAEFR, Fred K., *O excepcionalismo na geografia : um estudo metodológico*. Rio Claro : Boletim de geografia teórica, nº 7, 1977
- SHORROCKS, Anthony F. *Notes and comments revisiting the Sen poverty index* .in Econometrica, Vol.63, Nº 5 (september, 1995) 1225 - 1230
- ZHENG, Buhong, *Aggregate poverty measures*. Journal of economic surveys Vol. 11, Nº 2, 1997.
- SPERANDIO, D. *Cálculo numérico*. São Paulo : Pearson, 2003.

ANEXO A

PLANILHA DE DADOS

IBGE / FUNDAÇÃO JOÃO PINHEIRO / T I E

FONTE DE DADOS PARA O TRABALHO

## ANEXO B

LISTAGEM DAS ROTINAS QUE CONSTITUEM O  
SOFTWARE PRODUZIDO PARA CÁLCULO DOS ÍNDICES  
DE GINI, THEIL E WILLIAMSON