



PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS

Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática.

Guilherme Guimarães Laborão

A EDUCAÇÃO FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO:

Perspectivas e possibilidades

Belo Horizonte

2022

Guilherme Guimarães Laborão

A EDUCAÇÃO FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO:

Perspectivas e possibilidades

Dissertação apresentada à Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, como exigência parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Eliane Scheid Gazire.

Belo Horizonte

2022

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Biblioteca da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais

L123e	Laborão, Guilherme Guimarães A educação financeira no ensino médio: perspectivas e possibilidades / Guilherme Guimarães Laborão. Belo Horizonte, 2022. 127 f. : il. + 1 Produto Acompanhado de: Cartilha / Educação financeira no ensino médio: caderno de atividades com matemática financeira em situações cotidianas (30p.) Orientadora: Eliane Scheid Gazire Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Programa de Pós-Graduação em Ensino 1. Educação financeira - Estudo e ensino (Ensino médio). 2. Matemática financeira - Estudo e ensino. 3. Matemática (Ensino médio) - Problemas, questões, exercícios. 4. Ensino - Metodologia. 5. Base Nacional Comum Curricular. 6. Prática de ensino. 7. Aprendizagem baseada em problemas. 8. Ambiente de sala de aula - Inovações tecnológicas. I. Gazire, Eliane Scheid. II. Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Programa de Pós-Graduação em Ensino. III. Título. CDU: 55:336
-------	--

Guilherme Guimarães Laborão

A EDUCAÇÃO FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO:

Perspectivas e Possibilidades

Dissertação apresentada à Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, como exigência parcial para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática

Prof^a. Dr^a. Eliane Scheid Gazire (orientadora) – PUC Minas.

Prof. Dr. João Bosco Laudares – PUC Minas.

Prof. Dr. Dimas Felipe de Miranda – PUC Minas.

Belo Horizonte, 14 de julho de 2022.

*Ao meu filho Fernando e à minha esposa Viviane, obrigado
por todo amor e incentivo ao longo dessa caminhada.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha orientadora, professora Dr^a. Eliane Scheid Gazire por ter me ajudado a transformar esse sonho em uma realidade. Por toda generosidade, paciência e disponibilidade. Seu direcionamento foi fundamental ao longo desta caminhada.

Aos meus pais, Ana Maria da Silva Laborão e Adnir Laborão, pelo apoio incondicional, dedicação, amor e por sempre acreditarem no meu potencial.

À minha esposa Viviane Marques Tavares de Carvalho, pelo amor, companheirismo e paciência ao longo das disciplinas e escrita desse trabalho.

Ao meu filho Fernando Tavares Laborão, por ser a maior das inspirações. Sua chegada ao longo do mestrado trouxe motivação, alegria e luz para minha caminhada.

Aos amigos feitos no mestrado, por terem ajudado a caminhada se tornar mais leve.

A todos os professores pelos ensinamentos. Cada um de vocês foi fundamental para realização desse trabalho.

Ao professor Dr. João Bosco Laudares, pelos ensinamentos nas disciplinas do mestrado e suas contribuições durante a banca de avaliação deste trabalho. Não é possível descrever em palavras a gratidão que tenho em ter sido seu aluno.

Ao professor Dr. Dimas Felipe de Miranda pelas valiosas intervenções durante a banca de avaliação deste trabalho. Obrigado por compartilhar suas experiências e conhecimentos de uma forma tão atenciosa e gentil.

Por fim, um agradecimento especial à professora Tânia Fernandes Bogutchi (in memoriam) que iniciou a orientação desse trabalho, passou por adoecimento e não se encontra mais entre nós. Obrigado por todo carinho e contribuição para nortear os primeiros passos dessa caminhada.

“O homem não é nada além daquilo que a educação faz dele. ”

Immanuel Kant

RESUMO

Essa pesquisa tem como objetivo apresentar algumas perspectivas e possibilidades de trabalhar a Educação Financeira associada à Matemática Financeira, de acordo com as competências e as habilidades apresentadas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Pretende-se associar a Matemática Financeira, presente na BNCC de Matemática do Ensino Médio à Educação Financeira, para provocar discussões e questionamentos e para que os alunos, além de aprenderem os conceitos técnicos presentes no documento, associados aos objetos de conhecimento próprios da Matemática Financeira (cálculo de juros, taxas de inflação, funções, etc.) possam associar os conhecimentos adquiridos com a sua realidade e, assim, fazer intervenções no seu cotidiano, em especial na tomada de decisões baseados em conceitos matemáticos e na educação financeira. Para isso, apresentamos atividades que utilizam conhecimentos básicos da Matemática Financeira, presentes nas habilidades da BNCC de Matemática do Ensino Médio, associadas a demandas do nosso cotidiano e que tem como objetivo provocar discussões sobre a importância da Educação Financeira para estudantes do Ensino Médio, através de problemas relacionados à sua realidade.

Palavras-chave: Educação Financeira. Ensino Médio. BNCC.

ABSTRACT

This research aims to present some perspectives and possibilities of working on Financial Education associated with Financial Mathematics according to the skills and abilities presented in the National Curricular Common Base (BNCC). It is intended to associate Financial Mathematics, present in the BNCC of Mathematics of High School, with Financial Education to provoke discussions and questions and so that students, in addition to learning the technical concepts present in the document, associated with the objects of knowledge of Financial Mathematics (interest calculation, inflation rates, functions, etc.) can associate the knowledge acquired with their reality and, thus, make interventions in their daily lives, especially in decision-making based on mathematical concepts and financial education.

For this, we present activities that use basic knowledge of Financial Mathematics, present in the skills of the BNCC of Mathematics of High School, associated with the demands of our daily life and that aim to provoke discussions about the importance of Financial Education for High School students, through problems related to your reality.

Keywords: Financial Education. High School. BNCC.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	14
1.1. Objetivo Geral:	18
1.2. Objetivos Específicos:.....	18
 2. A MATEMÁTICA FINANCEIRA E A EDUCAÇÃO FINANCEIRA.....	19
2.1. Matemática Financeira.....	20
2.1.1. Aspectos históricos.....	21
2.1.2. Matemática Financeira	23
2.2 Educação Financeira	25
 3. A EDUCAÇÃO FINANCEIRA E O ENSINO MÉDIO NO BRASIL	30
3.1. Contextualização do Ensino Médio no Brasil	30
3.2. Educação Financeira no Ensino Médio e a BNCC	32
3.2.1. Competência Específica 3.....	33
 4. METODOLOGIA DE PESQUISA	35
4.1. Pesquisa de intervenção	35
4.2. Procedimento metodológico: resolução de problemas	36
4.3. Os sujeitos da pesquisa	37
4.4. Estrutura das atividades.....	39
4.4.1. Atividade 1.....	40
4.4.2. Atividade 2.....	40
4.4.3. Atividade 3.....	41
4.4.4. Atividade 4.....	41
4.5. APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES.....	42
 5. ANÁLISES DO RESULTADO DA APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES.....	48
5.1. ATIVIDADE 1 – Administração do próprio dinheiro.....	48
5.1.1. Planilha de controle orçamentário familiar	48
5.1.2. Analisando um boleto	59
5.1.3. Analisando a conta de água.....	63
5.1.4. Analisando a conta de luz.....	66

5.1.5. Imposto de renda retido na fonte	71
5.2. ATIVIDADE 2 – Valor do dinheiro no tempo	76
5.2.1. Questão 1	77
5.2.2. Questão 2	77
5.2.3. Questão 3	78
5.2.4. Questão 4	78
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS	90
6. REFERÊNCIAS	93
APÊNDICE - PRODUTO.....	98

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Exemplo de um Boleto	59
Figura 2 - Exemplo de uma Conta de Água	63
Figura 3 - Exemplo de uma Conta de Luz	66
Figura 4 - Resposta à questão sobre Imposto de Renda	73
Figura 5 - Resposta à questão sobre Imposto de Renda	73
Figura 6 - Resposta à questão sobre Imposto de Renda	74
Figura 7 - Resposta à questão sobre Imposto de Renda	74
Figura 8 - Cálculos do Imposto de Renda	75
Figura 9 - Cálculo de Inflação feito pelo Participante 1.....	80
Figura 10 - Cálculo de Inflação feito pelo Participante 3.....	81
Figura 11 - Cálculo de Inflação feito pelo Participante 6.....	81
Figura 12 - Cálculo de Inflação feito pelo Participante 3.....	82
Figura 13 - Cálculo de Inflação feito pelo Participante 5.....	82
Figura 14 - Cálculo da TDM feito pelo Participante 2	83
Figura 15 - Cálculo da TDM feito pelo Participante 3	83
Figura 16 - Cálculo da TDM feito pelo Participante 5	84
Figura 17 - Cálculo correto da TDM Participante 1.....	85
Figura 18 - Cálculo correto da TDM - Participante 4	85
Figura 19 - Cálculo correto da TDM - Participante 5	85
Figura 20 - Cálculo da TDM - Pelo Autor.....	86
Figura 21 - Cálculo da questão 2.6 - Participante 2.....	87
Figura 22 - Cálculo da questão 2.6 - Participante 5.....	87
Figura 23 - Cálculo da questão 2.6 – Participante 6	88

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Descrição da Atividade 1	40
Quadro 2 - Descrição da Atividade 2.....	40
Quadro 3 - Descrição da Atividade 3.....	41
Quadro 4 - Descrição da Atividade 4.....	41
Quadro 5 - Resposta dos participantes sobre o Tema Educação Financeira.	43
Quadro 6 - Resposta dos participantes sobre o Tema Educação Financeira.	44
Quadro 7 - Percentual de Endividamento das Famílias.....	45
Quadro 8 - Resposta sobre a experiência de cada participante.	45
Quadro 9 - Mais respostas sobre a Experiência dos participantes	46
Quadro 10 - Planilha de Controle Orçamentário Familiar	49
Quadro 11 – O Uso da Função 'SOMA' na Planilha de Controle	50
Quadro 12 – O uso da Função 'SOMASE' na Planilha de Controle	50
Quadro 13 - Planilha de Gastos Mensal elaborada por um participante	52
Quadro 14 - Plano de Aula.....	53
Quadro 15 - Respostas sobre a questão do Boleto	61
Quadro 16 - Respostas da Análise da Conta de Água	64
Quadro 17- Respostas às questões sobre a Conta de Luz	68
Quadro 18 - Respostas sobre o valor final da Conta de luz.....	69
Quadro 19 - Respostas sobre Bandeiras tarifárias	70
Quadro 20 - Respostas de Como reduzir o valor da conta de luz	70
Quadro 21 - Cálculo do Imposto de Renda	71
Quadro 22 - Comentários dos participantes sobre a atividade	76
Quadro 23 - Respostas sobre o entendimento sobre Inflação	78
Quadro 24 - Percepção dos Participantes.....	79
Quadro 25 - Comentários dos participantes sobre a Atividade 2	88

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CNC	Confederação Nacional do Comércio
ENEF	Estratégia Nacional de Educação Financeira
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas
IPTU	Imposto sobre propriedade predial e territorial urbana
OCDE	Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico
PCNs	Parâmetros Curriculares Nacionais
PUC/MG	Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais

1. INTRODUÇÃO

"...ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para sua própria produção ou a sua construção" (FREIRE, 2003, p. 47)

Desde que comecei minha trajetória escolar demonstrava interesse pelos números e os conteúdos que possuem alguma relação com a Matemática.

Quando estava na 8ª série (atualmente 9º ano do Ensino Fundamental anos finais), na Escola Municipal Hilda Rabello Mata, recordo-me de ter questionado ao professor de Matemática sobre como chegar à demonstração da Fórmula resolutive da equação do 2º grau, no Brasil conhecida como Fórmula de Bhaskara.

Certamente, naquele momento, não utilizei o termo demonstração, mas é fato que queria entender de onde surgiu aquela fórmula. O professor não fez a demonstração durante a aula, mas, fora da sala de aula me orientou sobre quais caminhos utilizar, até que, finalmente, conseguimos (ele e eu) chegar na demonstração. Naquele dia estava determinado que minha caminhada seria trilhada em parceria com os números e compreender os processos relacionados aos teoremas, bem como as fórmulas matemáticas seriam uma busca constante em minha vida.

Em 1998 comecei o Ensino Médio, na Escola Estadual Professor Hilton Rocha. Sempre ajudei os colegas com explicações sobre os conteúdos de Matemática e Física, isso me deixava feliz, pois percebia que conseguia ajudá-los a sanar suas dúvidas e seguir em frente com os estudos. Desta forma a paixão por ensinar foi ganhando cada vez mais espaço.

Ao final do ano 2000 finalizei o Ensino Médio e acabei optando por não fazer o vestibular naquele ano, pois acreditava que não estava preparado para ser aprovado na Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG e, pagar uma universidade particular seria muito difícil para minha família naquele momento.

Então, no ano de 2001 me dediquei à preparação para o vestibular e, no início de 2002, fui aprovado na Universidade Federal de Minas Gerais para o curso de Matemática (Diurno).

Durante os primeiros semestres do curso de Matemática tinha a convicção que optaria pela licenciatura e não pelo bacharelado, pois tinha a certeza de que meu caminho me direcionava para lecionar na educação básica e essa possibilidade me causava alegria e entusiasmo.

No ano de 2004 fui convidado para ser monitor de Matemática em um pré-vestibular em Belo Horizonte e aceitei prontamente o convite. Foi minha primeira experiência em sala de aula, o que me trouxe a convicção de que havia feito a escolha certa sobre minha profissão. Durante os 2 anos que lecionei nesta instituição, pude acumular minhas primeiras experiências profissionais e isso me ajudou a perceber que ensinar matemática estava muito além de saber matemática.

Desta forma, percebi a importância das disciplinas de educação matemática que estudei ao longo dos 4 anos do curso, em especial Matemática e Escola (I, II e III), pois proporcionam uma base teórica que me auxiliava nos primeiros passos como professor.

Finalizei a graduação no primeiro semestre de 2006 e, como não estava trabalhando em nenhuma escola, fiquei aguardando até que surgisse algum concurso para professor municipal ou estadual, pois quase todas as escolas particulares, para onde enviei currículo, exigiam experiência na função, algo que não tinha naquele momento. Assim, acabei conseguindo emprego em outra área e, permanecendo fora da educação até o início de 2009.

Apesar de não estar trabalhando com a educação, sabia que meu caminho não seria outro e, no final do ano 2008, recebi um e-mail de uma das escolas onde havia cadastrado meu currículo, o SESI. Fui fazer o processo seletivo sem muitas esperanças, pois acreditava que a falta de experiência em sala de aula seria determinante para não conseguir uma vaga, mas, mesmo assim, aceitei o desafio e fiz o meu melhor nas etapas do processo seletivo. Acabei sendo aprovado e comecei a lecionar para o 8º e 9º anos do Ensino Fundamental, anos finais. No ano de 2010 recebi o convite para ir trabalhar em outra unidade da rede e com turmas do Ensino Médio, aceitei o convite de imediato, pois são as séries para as quais sempre almejei lecionar. Estou nesta unidade de ensino desde o ano de 2010, lecionando para turmas do Ensino Médio.

Em 2013 surgiu a ideia de desenvolver um projeto interdisciplinar (Matemática, História, Filosofia e Produção de Texto) sobre Matemática Financeira, com as turmas da 1ª série, em que os alunos seriam convidados a uma reflexão sobre a Matemática da vida real e não mais ficariam limitados aos exercícios hipotéticos sobre juros simples e juros compostos que normalmente são trabalhados nos livros, algo que sempre me causou inquietação. Esse projeto tinha como objetivo propor reflexões sobre administração do próprio dinheiro, utilização do cartão de crédito, parcelamento

de compras, financiamentos, aplicações, consumo consciente e sustentabilidade. Conteúdos que o livro didático de qualquer coleção de matemática deveria abordar, mas que, infelizmente, não abordam. Tenho orgulho em dizer que esse projeto se tornou um projeto da escola para as turmas da 1ª série do Ensino Médio e que continua ainda até esse momento em que finalizo minha dissertação de mestrado. Por se tratar de algo inovador e ainda pouco explorado, causou incômodo na comunidade escolar, em comparação ao modo com a matemática se apresentava no LD.

No ano de 2012 fui aprovado para especialização em Matemática na Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG, com foco em matemática da educação básica. Esse curso foi um divisor de águas em minha trajetória, pois associa o conhecimento matemático com reflexões metodológicas e práticas de como aplicá-los.

No ano de 2018 tomei a decisão de cursar o Mestrado em Educação Matemática, em busca de uma pesquisa mais aprofundada na área de ensino de matemática, em especial, sobre matemática financeira e as discussões propostas pela BNCC. Assim, começa minha trajetória no Mestrado em Educação Matemática da PUC Minas. Sigo em busca de processos que resultam na reflexão constante da minha prática docente, tendo como principal convicção de que o conhecimento matemático é construído de forma coletiva e colaborativa, sendo feito de maneira efetiva, quando o aluno é convidado a participar dos processos e refletir sobre o conhecimento que está sendo adquirido, fazendo assim, conexão com o mundo em que vive.

Motivados e inspirados pela trajetória apresentada anteriormente, essa dissertação tem como objetivo apresentar uma proposta de trabalho para o desenvolvimento da Educação Financeira de forma concomitante com a Matemática Financeira do Ensino Médio. Nesse contexto são apresentados conceitos básicos sobre Matemática Financeira, com vistas a apresentar os referenciais teóricos fundantes que amparam a abordagem do tema.

Muitas são as razões que motivaram a escolha desse tema, dentre elas, a necessidade de que objetos de conhecimento do ensino de Matemática dialoguem com a vida real, visto que são saberes demandados no cotidiano da vida das pessoas, como afirma Silva:

Tornar a matemática que é ensinada nas salas de aula em algo que possa ser percebido presente na sua vida é um dos maiores desafios impostos aos professores. A mera repetição mecânica de exercícios ou memorização excessiva de fórmulas fora de um contexto real tem criado uma barreira entre os alunos para uma aprendizagem significativa (SILVA, 2019, p.12).

Nossas escolas não podem continuar a ignorar que o que ela ensina não se volta para dentro dela mesma e sim, para fora dela, para a existência dos sujeitos. A escola deve ser capaz de aprender e se desenvolver com suas experiências, no seu fazer e existir cotidiano. Deve ser uma escola capaz de interagir com o contexto em que atua.

Para isso apresentamos nossa formulação do problema, a partir dos seguintes questionamentos que serão analisados e respondidos nas páginas que seguem:

Como abordar a Matemática Financeira no Ensino Médio para que os estudantes possam fazer inferências, mobilizar habilidades e competências associadas à Educação Financeira, de forma a aplicá-las em situações reais (financiamentos, investimentos, valor presente e valor futuro, dentro outros)?

De que modo essa abordagem pode subsidiar professores da **Educação Básica** para a construção de uma pedagogia em que a Educação Financeira e a Matemática Financeira sejam tratadas concomitantemente?

O intuito inicial desta pesquisa seria a elaboração, aplicação e análise de atividades, no contexto de uma pesquisa de intervenção junto a alunos do Ensino Médio, acompanhando-os no decorrer de toda a intervenção. O objetivo, até este ponto, era potencializar, por meio de um Projeto de Ensino interativo e dinâmico, capacidades e habilidades voltadas para o objeto de conhecimento já apontado, em que os alunos seriam sujeitos ativos de seu processo de aprendizagem. No entanto, a pandemia da Covid-19, que afetou o mundo inteiro, também chegou aos pesquisadores que dependiam de salas de aula para operacionalização dos seus estudos. Com o fechamento das escolas e, posteriormente, o sistema de aulas online, não houve condições de aplicação do projeto, diante de obstáculos variados que foram desde a dificuldade de acesso aos meios digitais à frequência dos alunos.

Sem abandonar a formulação do problema, a pesquisa migrou dos alunos do Ensino Médio para um grupo de alunos da Licenciatura de Matemática que participava de uma iniciativa de estudos junto à orientadora dessa pesquisa, na PUC/MG, com os seguintes objetivos:

1.1. Objetivo Geral:

Elaborar e aplicar, em futuros professores de Matemática, uma sequência de atividades voltadas para o ensino de habilidades relacionadas à Matemática Financeira, por meio da metodologia de resolução de situação-problema, com vistas à utilização do dinheiro em situações reais do cotidiano.

1.2. Objetivos Específicos:

- Construir um ambiente ligado à Matemática Financeira, através de atividades didáticas, que permitam acompanhar os conceitos técnicos e como podem ser associados a conceitos práticos, aqui compreendidos como Educação Financeira.
- Contribuir para que alunos e professores possam, através da execução das atividades propostas, explorar habilidades associadas à Matemática Financeira e à Educação Financeira, de acordo com a orientação dos documentos oficiais vigentes no país.
- Produzir um material didático para auxiliar professores e alunos em busca da construção de conhecimentos relacionadas à Educação Financeira, a partir de conceitos técnicos da Matemática Financeira.

Essa dissertação ganhou a seguinte organização: o primeiro capítulo deste trabalho trata da introdução até aqui delineada, em que apresento minha trajetória de formação e os motivos que me levaram à escolha desse tema. No segundo capítulo – Matemática Financeira e Educação Financeira – iniciamos fazendo uma apresentação histórica sobre a Matemática Financeira, para uma melhor compreensão de sua importância na sociedade ao longo da história e a sua influência até os dias atuais. Em seguida apresentamos uma fundamentação teórica para compreender o conceito de Matemática Financeira, delineando possibilidades de práticas de ensino, de forma significativa e contextualizada, extrapolando a ideia de um ensino centrado na pura manipulação de fórmulas, tendo em vista que a Matemática Financeira está presente em nosso cotidiano. Por fim, destacamos o conceito de Educação Financeira e sua importância na sociedade moderna, em especial, nesses tempos em que consumidores devem ser cada vez mais conscientes e protagonistas em uma

sociedade cada vez mais dinâmica. Após essa discussão teórica metodológica, apresentamos possibilidades de associar a Educação Financeira e seus conceitos com as ideias associadas à Matemática Financeira do Ensino Médio. Em seguida, no terceiro capítulo, apresentamos um breve contexto histórico sobre Ensino Médio no Brasil e a relação da BNCC com temas que abordam a Educação Matemática. O quarto capítulo discorre sobre a Metodologia de Pesquisa usada para a produção dos dados desta dissertação: tipos de pesquisa, procedimentos da coleta de dados e sujeitos da pesquisa. A análise dos resultados da aplicação da pesquisa consta no capítulo cinco e em seguida, no capítulo 6 – Considerações finais, em que são produzidas reflexões sobre o tema da dissertação e, com base nos dados coletados e nos estudos teóricos, são retomados os resultados obtidos e apontadas algumas questões para serem desenvolvidas futuramente.

2. A MATEMÁTICA FINANCEIRA E A EDUCAÇÃO FINANCEIRA

Segundo Santos (2019) educar está muito além de ensinar conteúdos em sala de aula. A educação é uma ciência transformadora, capaz de trazer contribuições em todos os âmbitos em que o aluno se insere, ou seja, o aprendizado, conquistado a partir do estudo, auxilia no posicionamento do estudante diante de questões socioeconômicas, culturais e políticas. Segue argumentando que a educação, enquanto processo de ensino, possibilita às pessoas aprenderem mais sobre determinado assunto e, assim, conseguirem lidar melhor com as demandas da realidade em que vive. Todavia, para que esse processo seja, de fato, efetivo, é necessário que o estudo seja significativo, ou seja, extrapole os livros, faça sentido para o aluno e propicie usos dessa aprendizagem no dia a dia dos aprendizes. São concepções corroboradas por Freire (2014), na medida que defende que cabe à escola buscar novos caminhos, novas formas pedagógicas que tratem a educação como um agente de mudança e de libertação.

Em seu trabalho sobre Educação Matemática Crítica, Skovsmose (2010) defende que as práticas escolares desenvolvidas em sala de aula precisam mostrar para o aluno a aplicabilidade da matemática em outros contextos, ou seja, fora do ambiente escolar. Só assim os alunos serão motivados a estudar, a pesquisar e terão condições de construir, então, seu próprio conhecimento.

Assim, defendemos nesse trabalho que a Matemática Financeira não deve se deter apenas no contexto técnico, como normalmente encontramos nos livros didáticos, em que são apresentados problemas hipotéticos e que não contribuem para que os alunos façam conexões dessa Matemática com a matemática do seu cotidiano. Nas palavras de CUNHA (2014), a Matemática pode ser mais atraente quando inserida num contexto atual, que mostre algumas de suas aplicações cotidianas. Em nossa concepção, mostrar aos alunos aplicações cotidianas para Matemática Financeira, implica, inevitavelmente, associá-la à Educação Financeira, haja vista sua importância na vida das pessoas. Novamente nos apoiamos nas ideias de CUNHA (2014):

A proposta de ressignificar a Matemática Financeira no Ensino Médio, passando pela Educação Financeira junto à Resolução de Problemas, busca envolver e ilustrar as possibilidades que o aluno tem quando adentra no mundo financeiro e no real significado da escola, que é preparar e formar o cidadão. Em nossa concepção, essa formação só se dá pelo uso do conhecimento adquirido, em forma de habilidades e competências, para mudança da realidade do próprio indivíduo e, conseqüentemente, da microssociedade em que vive (CUNHA, 2014, p.52).

Como destacam Lins e Gimenez (1997), o ensino da álgebra não pode mais ser desenvolvido de forma mecânica, valorizando a manipulação de símbolos, regras e resultados isentos de significados para o aluno. Esses autores alertam que os alunos são capazes de operar com significados matemáticos e não-matemáticos.

Desta forma faz-se necessária a intervenção do professor para que os alunos possam perceber, de forma crítica e vinculada ao mundo real, que a Matemática Financeira faz parte do seu dia a dia e que as habilidades propostas na BNCC do Ensino Médio são uma progressão natural das habilidades já desenvolvidas no Ensino Fundamental.

2.1. Matemática Financeira

Neste tópico do presente trabalho pretende-se, basicamente, apresentar o conceito de Matemática Financeira, alguns aspectos históricos de sua construção e discutir sobre sua importância no nosso cotidiano.

2.1.1. Aspectos históricos

A matemática financeira, segundo Grando e Schneider (2010), ao longo da história, sempre esteve ligada ao comércio. Para isso, os autores se apoiam nas ideias de Carvalho e Cylleno (1971) em que “ a história do comércio é a própria história da civilização”, bem como de que modo a matemática financeira foi se desenvolvendo ao longo dos tempos.

Segundo Ifrah:

O primeiro tipo de troca comercial foi o escambo, fórmula segundo a qual se trocam diretamente (e, portanto, sem a intervenção de uma “moeda” no sentido moderno da palavra) gêneros e mercadorias correspondentes a matérias-primas ou a objetos de grande necessidade (IFRAH,1997, p. 145).

Cunha (2014) aponta para alguns dificultadores que foram surgindo com a utilização e ampliação da prática do escambo:

Essas trocas demandavam muito tempo e especulação por parte dos negociantes, que procuravam atribuir a seus produtos melhor valor, imprimindo, conseqüentemente, maior ganho nas relações comerciais. Contudo, a prática do escambo foi se tornando inviável, pois as relações comerciais, ao se expandirem, necessitavam, também, por parte dos negociantes, do transporte e da armazenagem de produtos em locais seguros, de forma a garantir a qualidade dos mesmos contra as intempéries e, ainda, a sua segurança contra os furtos. (CUNHA, 2014, p.23)

A partir dessas dificuldades e morosidade, começam a utilizar a moeda de troca, aqui descrita na visão de (Grando; Schneider, 2010):

A moeda de troca, no sentido moderno do termo, começou a ser utilizada quando o metal passou a ser fundido em pequenos lingotes ou peças, que eram facilmente manejáveis, de peso igual e selados com a marca oficial de uma autoridade pública, a única que podia certificar o bom preço e o bom quilate. (GRANDO; SCHNEIDER, 2010, p.4)

Com o desenvolvimento do transporte marítimo e a descoberta do caminho para a Índia e das Américas houve o aumento das relações comerciais entre os países e as trocas de moedas. A partir daí houve a necessidade de estabelecer um padrão monetário entre as moedas dos países, uma vez que essas possuíam valores diferentes por terem quantidades diferentes de metais entre si. (ROBERT, 1989). Foi então criado o “padrão ouro”, critério que se baseava na quantidade de ouro contido em cada moeda. Com o estabelecimento de um padrão, começaram-se as trocas de

moedas, conhecidas como câmbio e surgem, então, os cambistas, pessoas que acumulavam grande quantidade de moedas e se dedicavam a realizar troca e empréstimos de moedas por um tempo determinado, recebendo um valor adicional ao término do período, algo que hoje é conhecido como juro (ROBERT, 1989).

Outra curiosidade é o modo como os cambistas exerciam sua profissão, sentados num banco de madeira em algum lugar do mercado, local onde faziam o intercâmbio de sua mercadoria específica, o dinheiro, dando origem à palavra “banqueiro” e, também, “banco” (GRANDO; SCHNEIDER, 2010, p.06).

A igreja teve papel importante no desenvolvimento do sistema bancário, visto que, por sua vez, povos como: egípcios, babilônicos e mais tarde gregos e romanos tinham o hábito de confiar suas fortunas aos sacerdotes e esses faziam os empréstimos desse dinheiro em seu poder, cobrando juros referente aos valores emprestados. A igreja católica, então, criou o Banco do Espírito Santo, banco este que já possuía grande fortuna, que era responsável por cobrar dízimos, indulgências e impostos. A realização de empréstimos era prática exclusiva da igreja, pois era proibido ao cidadão comum o empréstimo de dinheiro a juros (ROBERT, 1989).

Segundo Garcia (2016), a igreja não deteve por muito tempo o monopólio sobre empréstimos a juros, pois o próprio desenvolvimento do comércio estimulou a ganância e a necessidade da criação de redes bancárias. O primeiro banco privado foi criado pelo duque Vitali, em 1157 em Veneza. Somente a partir do século XIII foi criada a primeira rede bancária, sem a participação da igreja.

Cunha (2014) faz uma importante associação do período compreendido entre o escambo até a criação das instituições bancárias, comentando ainda sobre a literatura que deu origem aos estudos da Matemática Financeira:

As relações comerciais, desde o tempo do escambo até a criação dos bancos, necessitaram de uma organização intelectual e certa formação para atuar nessas situações. Destacamos historicamente algumas publicações voltadas para esse público. O primeiro livro de Matemática a ser impresso no Ocidente, a Aritmética de Treviso, publicada em 1478 na cidade de mesmo nome, porém de autoria desconhecida, trazia aplicações envolvendo sociedades e escambo. Contudo, a aritmética de Piero Borghi, publicada inicialmente em Veneza, em 1484, tendo sua última edição, a 17ª, publicada em 1557, foi de maior influência na Itália. No Brasil, devemos nossa literatura aos manuais de Matemática Comercial e Financeira da década de 1930, voltados para a formação técnica na área de Administração que vinha introjetando nos currículos um conceito de formação paralelo ao Ensino Médio (CUNHA, 2014, p.27).

2.1.2. Matemática Financeira

Para uma melhor compreensão do conceito de Matemática Financeira, torna-se fundamental conhecer quais concepções renomados pesquisadores da área afirmam sobre a temática.

Segundo Puccini (2007),

A Matemática Financeira é um corpo de conhecimento que estuda a mudança de valor do dinheiro com o decurso de tempo; para isso cria modelos que permitem avaliar e comparar o valor do dinheiro em diversos pontos do tempo (PUCCINI, 2007, p.11).

Esse pesquisador segue argumentando que

O campo de aplicação dessa disciplina é bastante amplo, pois suas técnicas são necessárias em operações de financiamento de quaisquer naturezas: crédito a pessoas físicas e empresas, financiamentos habitacionais, crédito direto ao consumidor e outras. Também são necessárias em operações de investimentos mobiliários nos mercados de capitais. Em ambas as situações, é o uso dessas técnicas que permite conhecer o custo e o retorno dessas operações, permitindo tomadas de decisão mais racionais; são elas também que permitem determinar o valor das prestações devidas pelas transações efetuadas em parcelas. No mundo dos negócios, seu conhecimento é absolutamente imprescindível, uma vez que os custos dos financiamentos dados e recebidos são peças centrais do sucesso empresarial (PUCCINI, 2007, p.9).

Para Assaf Neto (2002),

A matemática financeira trata, em essência, do estudo do valor do dinheiro ao longo do tempo. O seu objetivo básico é o de efetuar análises e comparações dos vários fluxos de entrada e saída de dinheiro de caixa verificados em diferentes momentos (ASSAF NETO, 2002, p.1).

As concepções desses pesquisadores confirmam a Matemática Financeira como um corpo de conhecimento que comporta várias ações do homem em relação ao uso do dinheiro, com abrangências em diferentes campos da vida humana.

Por fim, apresentamos a concepção dada por Santos (2005):

De uma forma simplificada, podemos dizer que a Matemática Financeira é o ramo da Matemática Aplicada que estuda o comportamento do dinheiro no tempo. A Matemática Financeira busca quantificar as transações que ocorrem no universo financeiro levando em conta a variável tempo, ou seja, o valor monetário no tempo (time value money). As principais variáveis envolvidas no processo de quantificação financeira são a taxa de juros, o capital e o tempo (SANTOS, 2005, p.157).

Percebe-se que, para os autores supracitados, a Matemática Financeira se refere ao estudo do dinheiro no tempo. Desse modo, é através de conceitos matemáticos (juros, capital, montante, amortização, valor presente, valor futuro, dentre outros), que se pode estudar situações relacionadas ao uso do dinheiro, de forma racional e eficiente.

Para Cunha (2014), a Matemática Financeira tem um papel que extrapola o entendimento apresentado anteriormente, ao afirmar que

A importância da Matemática Financeira tem um objetivo formativo, voltado para o compromisso educacional de servir à população, preparando seus jovens para serem pessoas com valores morais e éticos bem definidos e prontos para servir à nação (CUNHA, 2014, p.29).

O que pode ser verificado, também, nas ideias apresentadas por Lima e Sá (2010),

Ensinar matemática financeira para as crianças não é só ensiná-las a lidar com o dinheiro, mas sim fazer com que elas rejeitem a corrupção, façam negociações justas, cumpram prazos e valores combinados, tenham consciência ambiental usando sem desperdiçar os recursos naturais tendo um pensamento coletivo e humanitário (LIMA e SÁ, 2010, p. 5).

Essas afirmações nos levam à conclusão a respeito do valor formativo da Matemática Financeira. As práticas pedagógicas adequadas a esse valor são aquelas que colocam ênfase na possibilidade de engajamento dos aprendizes não só para estudo de problemas concretos, mas na formação cidadã para as relações humanas necessárias num mundo cada vez mais injusto e desigual. Melhor dizendo, de acordo com os pesquisadores aqui citados: formar pessoas com valores éticos, que rejeitem a corrupção e sejam honestos nas lidas financeiras em suas existências. Reforçam assim que a Matemática Financeira não pode se limitar à mera aplicação de fórmulas aplicadas em situações hipotéticas, sem nenhuma conexão com a realidade dos estudantes. Para confirmar essas ideias, apresentamos a reflexão proposta por Bazanella e Bezerra (2016):

Uma maneira eficaz no ensino da Matemática Financeira é promover atividades e trabalhar com conteúdo que levem os alunos do Ensino Médio a perceber que a disciplina não trata apenas de um apanhado de fórmulas para o cálculo de juros, mas sim uma metodologia que permite a tomada de decisão entre alternativas que envolvam investimento e financiamento (BAZANELLA E BEZERRA, 2016, p. 04).

Segundo Biaggi (2000),

Não é possível preparar alunos capazes de solucionar problemas ensinando conceitos matemáticos desvinculados da realidade, ou que se mostrem sem significado para eles, esperando que saibam como utilizá-los no futuro (BIAGGI, 2000, p.4).

Por fim, segundo Almeida (2004),

[...] a disciplina de Matemática no Ensino Médio(...) por meio dos conteúdos envolvendo a Educação Financeira (...) pode capacitar o aluno para entender o mundo em que vive, tornando-o mais crítico ao assistir a um noticiário, ao ingressar no mundo do trabalho, ao consumir, ao cobrar seus direitos e analisar seus deveres” (ALMEIDA, 2004, p. 5).

Nesse sentido, e apoiados nas ideias de Santos (2005), afirmamos que: “[...] os conteúdos clássicos da Matemática e da Matemática Financeira são instrumentos para um processo mais amplo: a Educação Financeira” (SANTOS, 2005, p. 139).

2.2 Educação Financeira

Segundo documento da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico OCDE (2005), educação financeira está relacionada a um processo por meio do qual a sociedade é capaz de estar melhor preparada para compreender conceitos financeiros e fazer uso coerente desses conhecimentos para melhorar a própria vida e a dos outros. Chama atenção que, por meio desses saberes, as pessoas saberão medir riscos e oportunidades em relação ao movimento financeiro do cotidiano e mesmo em negócios que exijam maior conhecimento. Também saberão fazer escolhas acertadas por meio de informações adequadas à área e da capacidade de reconhecer o que será mais adequado a si mesmo e aos outros.

O posicionamento da OCDE se articula e dialoga plenamente com o que aqui foi refletido, a partir das experiências, de estudos e de pesquisadores da área: é pela educação financeira que a escola pode contribuir para a formação de sujeitos éticos, humanizados e felizes.

Para compreender de forma mais detalhada o conceito de Educação Financeira, apresentamos a definição proposta por Negri (2010):

A Educação Financeira é um processo educativo que por aplicação de métodos próprios, pelos quais as pessoas de diversas idades, níveis sociais, raça ou cor, permite que as pessoas desenvolvam atividades que auxiliem na manipulação do seu dinheiro ou títulos que as representem; são informações e formações importantes para que as pessoas exerçam uma atividade, um trabalho, uma profissão e lazer, tendo acesso ao bem-estar, que faz com que os seres humanos tenham vontade para vencer as dificuldades do dia a dia (NEGRI, 2010, p.24).

Nas palavras de Stephani (2005) a Educação Financeira tem um papel fundamental na formação de um aluno crítico e autônomo, tendo em vista seu caráter interdisciplinar:

A Educação Financeira vem ser um elo de ligação entre várias áreas do conhecimento, no sentido de fazer com que trabalhem juntas e formem na epistemologia do aluno conceitos capazes de instrumentalizá-lo para a construção de sua autonomia. Estamos falando em tomada de decisões. E é aí onde se quer chegar: por meio da troca de ideias e de experiências, instrumentalizar os alunos a construírem, aos poucos, sua autonomia (STEPHANI, 2005, p.12).

Nesse sentido, concordamos com a percepção apresentada por Negri (2010), quando afirma que a educação financeira não pode ser privilégio só dos adultos e deve ser estendida também aos adolescentes, que serão os cidadãos de um futuro bem próximo. Ainda, segundo a pesquisadora, é na adolescência que encontramos o cenário ideal para novos conhecimentos em relação à construção financeira e econômica de um adulto.

Campos (2012) nos alerta para importância da Educação Financeira na Educação Básica:

Discutir a Educação Financeira no sistema de ensino é vislumbrar a possibilidade de atingir diversos segmentos da população, tendo em vista a busca da universalização da Educação Básica. É importante ainda considerar que os estudantes podem levar questões para serem discutidas em seus lares, ampliando o alcance da proposta (CAMPOS, 2012, p.24).

Segundo Kistemman Jr. (2016),

O ensino de Matemática visa compreensão abrangente do mundo e das práticas sociais, qualificando a inserção no mundo do trabalho, que precisa ser sustentada pela capacidade de argumentação, segurança para lidar com problemas e desafios de origens diversas. Por isso, é fundamental que o ensino seja contextualizado e interdisciplinar, mas que, ao mesmo tempo, se busque o desenvolvimento da capacidade do estudante de abstrair, de perceber o que pode ser generalizado para outros contextos, promovendo o desenvolvimento de habilidades, no caso da Educação Financeira, que possibilitem ao estudante ler e interpretar criticamente o contexto e situações

econômicas e tomar a decisão que melhor se encaixar com suas condições, ou seja, promovendo o desenvolvimento do que denominamos de literacia financeira (KISTEMMAN, 2016, p.07).

Silva e Powell (2015), chamam nossa atenção para necessidade do ensino da Educação Financeira nas escolas e a importância da formação de professores para essa finalidade:

Sugerir uma proposta de Educação Financeira para a realidade brasileira e a importância de formar professores para atender a esta demanda nas escolas visto que, em muitos casos, não são professores os profissionais que têm cuidado da formação dos estudantes nos países que introduziram a Educação Financeira no ambiente escolar. Além disso, o currículo existente não foi construído apenas para atender aos interesses da escola, mas para atender também a outros interesses, como os das instituições financeiras interessadas em formar futuros consumidores para seus produtos financeiros (SILVA e POWELL, 2015, p.2).

Para Cunha (2014), um dos principais fatores que levam o aluno a se interessar pelo mundo financeiro se dá quando percebe a situação do seu país, que está em desenvolvimento, perante o cenário mundial, globalizado, com relações de trabalho modificadas e a extrema preocupação com os planos previdenciários. Esses elementos têm impacto na nossa vida a longo prazo e, por isso, levando-nos a uma reflexão, hoje, acerca das formas de poupar e de investir, mas isso tudo vai de encontro à atual cultura brasileira do consumismo imediatista, ocasionada pelo capitalismo pós-guerra e assimilada pelos países em desenvolvimento.

No ano de 2010 foi instituída no Brasil a Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF), uma iniciativa do Governo Federal, com a finalidade de contribuir para o fortalecimento da cidadania ao fornecer e apoiar ações que ajudem a população a tomar decisões financeiras mais autônomas e conscientes. No livro do professor disponibilizado pelo programa, são apresentadas as seguintes justificativas e orientações aos professores:

A entrada da Educação Financeira nas escolas se justifica por diversas razões amplamente estudadas pelos países que já acumulam experiência na área. Entre essas razões se destacam os benefícios de se conhecer o universo financeiro e de se tomar decisões financeiras adequadas, que fortaleçam o comando autônomo da própria vida e, por extensão, do âmbito familiar e comunitário. A Educação Financeira nas escolas se apresenta como uma estratégia fundamental para ajudar as pessoas a enfrentar seus desafios cotidianos e a realizar seus sonhos individuais e coletivos. Discentes e docentes financeiramente educados são mais autônomos em relação a suas finanças e menos suscetíveis a dívidas descontroladas, fraudes e

situações comprometedoras que prejudiquem não só a própria qualidade de vida como a de outras pessoas. A Educação Financeira tem um papel fundamental ao desenvolver competências que permitem consumir, poupar e investir de forma responsável e consciente, propiciando uma base mais segura para o desenvolvimento do país. Tal desenvolvimento retorna para as pessoas sob a forma de serviços mais eficientes e eficazes por parte do Estado, numa relação saudável das partes com o todo (BRASIL, 2010, p. 1).

Por fim, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) do Ensino Fundamental, em sua unidade temática Números, recomenda a Educação Financeira como tema interdisciplinar, além de apontar para possibilidade de sua associação com a Matemática Financeira:

O estudo de conceitos básicos de economia e finanças, visando à educação financeira dos alunos. Assim, podem ser discutidos assuntos como taxas de juros, inflação, aplicações financeiras (rentabilidade e liquidez de um investimento) e impostos. Essa unidade temática favorece um estudo interdisciplinar envolvendo as dimensões culturais, sociais, políticas e psicológicas, além da econômica, sobre as questões do consumo, trabalho e dinheiro. É possível, por exemplo, desenvolver um projeto com a História, visando ao estudo do dinheiro e sua função na sociedade, da relação entre dinheiro e tempo, dos impostos em sociedades diversas, do consumo em diferentes momentos históricos, incluindo estratégias atuais de marketing. Essas questões, além de promover o desenvolvimento de competências pessoais e sociais dos alunos, podem se constituir em excelentes contextos para as aplicações dos conceitos da Matemática Financeira e também proporcionar contextos para ampliar e aprofundar esses conceitos (BRASIL, 2018, p. 269).

Além disso, a BNCC do Ensino Fundamental indica a construção das seguintes habilidades associadas à Educação Financeira:

- Associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% respectivamente à décima parte, quarta parte, metade, três quartos e um inteiro, para calcular porcentagens, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros (BRASIL, 2018).
- Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da “regra de três”, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros (BRASIL, 2018).

Silva (2021), em sua pesquisa de mestrado, relaciona a Matemática Financeira e a Educação Financeira, aponta para possibilidade da associação de ambas no Ensino Médio

Diante disso, cabe aos professores desenvolverem um trabalho visando um ensino mais eficaz de Matemática Financeira. Sendo assim, essa abordagem deve, de fato, preparar os alunos para tomarem decisões e resolverem situações práticas e reais que se apresentam em seu cotidiano. Portanto, introduzir os estudos da Educação Financeira integrado à Matemática Financeira, desde o início do processo de escolarização das crianças, contribui com a formação de indivíduos capazes de buscar novas informações e se adaptarem a novos cenários, agregando bases para que, na vida adulta, possam ter uma boa relação com o dinheiro e na construção de uma maturidade financeira (SILVA, 2021, P.33).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), em sua versão para o Ensino Médio, não aborda o tema Educação Financeira, mas aqui destacamos a possibilidade desse tema ser desenvolvido de forma concomitante com a Matemática Financeira. Silva (2021) aponta algumas possibilidades para a relação dessa associação:

No que se refere às Competências Específicas, observamos que, no documento, não há menções à Educação Financeira explicitamente. No entanto, encontramos em algumas das habilidades relacionadas às competências específicas menções da Educação Financeira e Matemática Financeira, conforme mencionadas a seguir. Na competência específica n. 1, observamos que a seguinte habilidade pode favorecer o trabalho com a Matemática Financeira e/ou Educação Financeira: p.30 (EM13MAT101). Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais (BRASIL, 2018). (EM13MAT104). Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica, tais como índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros, investigando os processos de cálculo desses números (BRASIL, 2018). Relativamente à competência n. 3, encontramos uma habilidade que remete a situações que podem envolver conteúdos de Matemática Financeira e/ou Educação Financeira: (EM13MAT303). Resolver e elaborar problemas envolvendo porcentagens em diversos contextos e sobre juros compostos, destacando o crescimento exponencial (BRASIL, 2018). Na competência específica 5, observamos que a seguinte habilidade pode favorecer o trabalho com a Educação Financeira: (EM13MAT503). Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos da Matemática Financeira ou da Cinemática, entre outros (BRASIL, 2018).

Ainda, segundo Silva (2021), “[...] é importante o ensino da Matemática Financeira na Educação Básica, pois busca proporcionar aos alunos uma visão geral das situações econômicas que encontrarão no dia a dia, para auxiliá-los nas escolhas de procedimentos e estratégias mais adequadas a resolver problemas cotidianos”.

Por fim, Silva (2021), destaca a importância dos objetos de conhecimentos destacados na BNCC e como associá-los a situações cotidianas:

De modo geral, a Educação Financeira surge voltada às questões pessoais, como orçamento doméstico e investimentos, ou sociais, como condições de moradia e sustentabilidade, associada às tecnologias digitais. Em relação aos conteúdos matemáticos relacionados às habilidades destacadas, podemos ver: variação de quantidades, porcentagem, juros compostos, funções quadráticas, exponenciais e logarítmicas, além de Matemática Financeira. Portanto, é importante para toda a sociedade a formação de um cidadão consciente e capaz de administrar a sua vida financeira e, muitas vezes, a da sua família (SILVA, 2021, p.15).

Assim, destacamos a importância do estudo da Matemática Financeira de forma crítica e contextualizada, o que possibilitará aos alunos uma reflexão ampla sobre a aplicabilidade dos seus conceitos e fórmulas no seu dia a dia, voltados, especialmente, para sua tomada de decisões.

Sendo assim, essa abordagem deve, de fato, preparar os alunos para tomar decisões e resolver situações práticas e reais que se apresentam em seu cotidiano. Buscando despertar no aluno, além do conhecimento dos cálculos financeiros, uma visão crítica e questionadora, que faça dele um cidadão capaz de analisar corretamente as situações financeiras que irão se apresentar ao longo da vida., conforme defende Oliveira (2013).

O educador democrático não pode negar-se o dever de, na sua prática docente, reforçar a capacidade crítica do educando, sua curiosidade, sua insubmissão [...]. É exatamente neste sentido que ensinar não se esgota no “tratamento” do objeto ou do conteúdo, superficialmente feito, mas se alonga à produção das condições em que aprender criticamente é possível (FREIRE, 1996, p. 26).

3. A EDUCAÇÃO FINANCEIRA E O ENSINO MÉDIO NO BRASIL

3.1. Contextualização do Ensino Médio no Brasil

O Ensino Médio foi instituído no Brasil pelos jesuítas ainda no período colonial, estando sob a responsabilidade deles do século XVI até o século XVIII, até 1759, data em que os jesuítas foram expulsos do Brasil. Só em 1931 foi instituído o Decreto nº

3 19.890 complementado pelo Decreto/Lei nº4. 244 de abril de 1942, a partir do qual foi criada a Lei Orgânica do Ensino Secundário, que vigorou até 1971.

Com a promulgação da lei nº 5.692/71 é que o ensino secundário passa a ser estruturado com 3 anos de duração, incluídos cursos chamados técnicos, ou seja, dariam condições aos alunos do então chamado ensino secundário, de se certificar em uma profissão técnica. Em 1988, com a redemocratização do Brasil, foram introduzidas novas diretrizes que ampliaram as vagas nas escolas profissionalizantes e não-profissionalizantes, mas sem que, paralelamente, recursos fossem destinados às gestões escolares e nem houve preocupação e investimentos na formação de professores para atuarem, de modo mais efeito, nessas escolas.

O Ensino Médio, desde sua origem, sempre foi espaço disputado pelo mercado neoliberal, em busca de mão de obra e por aqueles que desejavam seguir outras profissões e almejavam chegar ao ensino superior. De alguma forma, o Ensino Médio no Brasil sempre careceu de uma identidade. Problemas estruturais de todas as ordens no Brasil, sem políticas públicas mais direcionadas e amparadas acaba por ser um espaço em que a democratização e os direitos cidadãos são desrespeitados e a formação para o desenvolvimento humano, preconizada desde a LDB de 1966, é ainda algo a ser conquistado.

Dados do INEP (2017) apontam que em relação ao acesso ao EM, pouco mais da metade dos jovens de 15 a 17 anos estão matriculados nesse nível de ensino; dos 3,4 milhões de alunos matriculados no 1º ano, aproximadamente dois em cada três chegam ao 3º ano e apenas um consegue concluir o ensino médio no tempo certo.

Além disso, entre as etapas da educação básica, o ensino médio é a que tem as maiores taxas de abandono, reprovação e distorção idade-série (atraso escolar de dois anos ou mais). De acordo com o Anuário Brasileiro da Educação Básica 2020, apenas 65,1% dos brasileiros concluíram o Ensino Médio na idade esperada, até os 19 anos – percentual que chega a 51,2% entre os mais pobres. E 12% dos brasileiros com idades entre 15 e 17 anos estão fora das salas de aula. Quase a metade (47%) dos adultos de 25 a 64 anos não concluíram o ensino médio. É o que diz os relatórios inéditos da Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico, (OCDE/2021).

Essa realidade fez com que o MEC repensasse o papel do Ensino Médio no país e apresentou uma proposta conhecida como Novo Ensino Médio.

A reforma do ensino médio, definida na Lei nº 13.415, de fevereiro de 2017, oferece a oportunidade de enfrentar questões educacionais que são especialmente desafiadoras sob a ótica do desenvolvimento humano. A formação do jovem enfrenta o desafio de lidar com seres em fase muito especial da sua existência, com todas as incertezas e as transformações próprias de desse período de vida e todas as novas possibilidades que vão se abrindo. Mas abre, ainda, a possibilidade de organização de diferentes arranjos curriculares que permitem ao ensino médio não apenas atender a relevância para o contexto local, mas aos interesses e necessidades dos jovens estudantes.

A flexibilidade curricular, os diversos itinerários formativos, a ampliação progressiva da carga-horária e a exigência de atividades integradoras constituem elementos de um novo cenário para a oferta do ensino médio.

As principais mudanças do Novo Ensino Médio são o aumento da carga horária dos estudantes, a adoção de uma base comum curricular e a escolha dos itinerários formativos por parte do aluno. O Novo ensino médio entrou em vigor já em 2022 para os alunos do primeiro ano e até 2024 estará em todas as turmas do país.

Na atual situação que o mundo se encontra, no entanto, é importante que não esqueçamos os desafios para reformulação do Novo Ensino Médio e, pelo contrário, que possamos aproveitar a crise para entendermos e começarmos a planejá-lo com certa calma. Afinal, ainda existem muitas dúvidas sobre essa importante modificação, seja em seu planejamento, ou em sua implementação e é neste cenário que esta pesquisa se insere, na expectativa de que a Educação Financeira e a Matemática financeira possam ser fortes aliados na formação dos jovens em seus itinerários de vida.

3.2. Educação Financeira no Ensino Médio e a BNCC

A educação financeira é apresentada como um tema contemporâneo transversal e integrador na BNCC. O Parecer CNE/CEB nº 11/2010 e a Resolução CNE/CEB nº 7/2010 orientam de que modo práticas de educação financeira podem ser desenvolvidas. No ensino médio, a educação financeira está relacionada à competência específica 3:

3.2.1. Competência Específica 3

Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística – , para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente (BNCC, 2022, p.527).

Disso macro competência, seguem-se as habilidades a ela relacionadas.

(EM13MAT303). Resolver e elaborar problemas envolvendo porcentagens em diversos contextos e sobre juros compostos, destacando o crescimento exponencial.

(EM13MAT304). Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais é necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira e o do crescimento de seres vivos microscópicos, entre outros.

(EM13MAT305). Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais é necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros (BNCC, 2022, p.528).

Para além das habilidades específicas, a BNCC, ao considerar a Educação Financeira um tema transversal, favorece abrangência dessa abordagem em diferentes conteúdos e objetos de conhecimento, como, por exemplo, encontra-se mencionada que na área de Ciências Humanas e Sociais Aplicadas, como parte das categorias “Política e Trabalho”. Também, no Ensino Fundamental, a BNCC propõe a Educação Financeira como tema transversal, que deve ser trabalhado nos currículos das escolas brasileiras. Devemos ressaltar que essa proposta aparece de forma explícita apenas na Base de Matemática, na unidade temática Números. O documento sugere, por exemplo, que a Educação Financeira seja contemplada de forma interdisciplinar com História:

Outro aspecto a ser considerado nessa unidade temática é o estudo de conceitos básicos de economia e finanças, visando à educação financeira dos alunos. Assim, podem ser discutidos assuntos como taxas de juros, inflação, aplicações financeiras (rentabilidade e liquidez de um investimento) e impostos. Essa unidade temática favorece um estudo interdisciplinar envolvendo as dimensões culturais, sociais, políticas e psicológicas, além da econômica, sobre as questões do consumo, trabalho e dinheiro. É possível, por exemplo, desenvolver um projeto com a História, visando ao estudo do dinheiro e sua função na sociedade, da relação entre dinheiro e tempo, dos impostos em sociedades diversas, do consumo em diferentes momentos históricos, incluindo estratégias atuais de marketing. Essas questões, além de promover o desenvolvimento de competências pessoais e sociais dos

alunos, podem se constituir em excelentes contextos para as aplicações dos conceitos da Matemática Financeira e também proporcionar contextos para ampliar e aprofundar esses conceitos (BNCC, História, p. 269).

Giodano, Assis e Coutinho (2019) destacam que a Educação Financeira pode ser tratada de forma interdisciplinar, além do componente curricular História.

“A BNCC trata da Educação Financeira e do consumo nas disciplinas de Língua Portuguesa, Arte, Língua Inglesa, Matemática, Geografia e História. Em Língua Portuguesa, uma das habilidades elencadas prevê que os estudantes aprendam a ler e compreender, com autonomia, boletos, faturas e carnês. Já em Ciências Naturais, a BNCC destaca, dentre outras, habilidades relacionadas ao cálculo do consumo de energia elétrica de eletrodomésticos e a avaliação do impacto do uso no orçamento mensal da família. Tais habilidades têm o potencial de impactar positivamente a saúde financeira do cidadão. A promoção da Educação Financeira pode gerar empoderamento, já que o cidadão consciente e esclarecido quanto ao dinheiro e seu uso tem mais oportunidades e conhecimentos para, possivelmente, administrar seus recursos de forma consciente e sustentável. Tais mudanças não dependem apenas da utilização de planilhas e calculadoras, mas também do desenvolvimento de novos hábitos, comportamentos e valores” (GIODANO, ASSIS e COUTINHO, 2019, p. 5).

Já a BNCC do Ensino Médio, fazendo uso das habilidades e competências desenvolvidas no Ensino Fundamental, em especial nos anos finais, explora a Educação Financeira no contexto da Matemática Financeira. Aqui devemos fazer uma distinção entre ambas. A Matemática Financeira pretende trabalhar conhecimentos matemáticos em situações aplicadas, em especial nas situações que envolvem dinheiro. Enquanto a Educação Financeira se relaciona com os hábitos e comportamentos do indivíduo em relação ao seu dinheiro, como por exemplo o planejamento financeiro familiar e controle de suas finanças. Nesse aspecto, o indivíduo deve estar preparado para ler e compreender, com autonomia, boletos, faturas e carnês, por exemplo, e para isso é necessário entendimento das competências e habilidades apresentadas na BNCC do Ensino Médio e estudadas neste trabalho.

Assim, haverá produção de conhecimento e construção de significados, pois o conteúdo está sendo proposto de forma contextualizada e próxima da realizada dos alunos, desta forma o envolvimento e engajamento com a proposta de trabalho ocorrerá de forma espontânea, pois o aluno percebe que o conhecimento Matemático se faz necessário para que ele possa tratar de forma reflexiva e crítica com situações do seu cotidiano. Segundo Cunha (2014), “aprendizado relevante não é aquele que se dá por fórmulas decoradas e exercícios sem sentido prático e sim por situações

que simulem a realidade de compra, financiamento, estudo do valor do dinheiro com a variação do tempo, dentre outros” (CUNHA, 2014, p. 19).

Pietras (2014) declara que:

A Matemática Financeira aplicada aos diversos ramos da atividade humana e em situações simples pelas quais a maioria dos brasileiros passa, como declarações de imposto de renda, tomada de decisão perante a aquisição de um imóvel ou opção pelo aluguel de um imóvel temporário, bem como entender sobre juros compostos e sua evolução, entre outros desafios que se apresentam ao cidadão comum (PIETRAS, 2014, p.25).

Como documento que orienta o que é indispensável que as escolas ensinam e quais habilidades devem ser desenvolvidas, a BNCC, sem dúvida, reconhece a importância de que se estabeleça nas escolas de Ensino Médio uma nova cultura em relação à formação dos alunos em relação à educação financeira. Carrara (2017) compreende que se trata de desenvolver uma consciência financeira, de modo que os sujeitos possam refletir sobre as vantagens e as desvantagens de uma determinada compra. Além disso, aumenta a participação na vida cidadã: não se trata apenas de não consumir, mas de ter ciência do que envolve uma compra, um imposto a pagar, um parcelamento, dentre outras necessidades do cotidiano.

4. METODOLOGIA DE PESQUISA

4.1. Pesquisa de intervenção

A metodologia adotada na presente pesquisa está pautada nos pressupostos da pesquisa qualitativa, para coletar, descrever e analisar os dados, produzidos na modalidade da Pesquisa Intervenção, mediante a coleta de dados para análise interpretativa dos resultados obtidos.

As pesquisas de intervenção são práticas inovadoras que professores elaboram ou reformulam a fim de melhorar a aprendizagem de seus alunos. Podem ser consideradas ações que visam solucionar uma situação-problema observada pelo professor nas suas aulas. Mesmo partindo de um problema prático mais específico dos alunos de uma escola ou de uma turma, é imprescindível que a intervenção esteja embasada em um referencial teórico consistente, no caso da

presente pesquisa, os referenciais que abordam as concepções de Educação Financeira e de Matemática Financeira. Conforme afirma Damiani,

[...] denominam-se intervenções as interferências (mudanças, inovações), propositadamente realizadas, por professores/pesquisadores, em suas práticas pedagógicas. Tais interferências são planejadas e implementadas com base em um determinado referencial teórico e objetivam promover avanços, melhorias, nessas práticas, além de pôr à prova tal referencial, contribuindo para o avanço do conhecimento sobre os processos de ensino/aprendizagem neles envolvidos (DAMIANI, 2012, p. 3).

Neste tipo de pesquisa, ressalta-se o papel do professor pesquisador que tem o compromisso de refletir sobre a sua própria prática, na busca de reforçar o que está tendo resultado e de sanar os pontos negativos (BARTONI-RICARDO, 2008).

As pesquisas do tipo intervenção pedagógica são aplicadas, ou seja, têm como finalidade contribuir para a solução de problemas práticos. Elas se opõem às pesquisas básicas, que objetivam ampliar conhecimentos, sem preocupação com seus possíveis benefícios práticos. (GIL, 2010). No entanto, há de zelar pelo olhar sobre as realidades sociais e cotidianas e de demonstrar compromisso ético na formação dos educandos.

4.2. Procedimento metodológico: resolução de problemas

A metodologia de ensino por situações problema, há anos, vem sendo pensada na produção didática sobre ensino de matemática. O objetivo básico é levar o aluno a se tornar ativo na construção de sua própria aprendizagem e ao proporcionar que o discente assuma um papel de pesquisador nas investigações propostas pelo problema. Com efeito, busca delegar aos alunos a responsabilidade sobre sua aprendizagem, torná-los protagonistas de seu processo de conhecimento, sendo o professor um mediador nas práticas de resolução de problemas.

Para Macedo (2002) uma situação problema está diretamente relacionada ao cotidiano, de forma dinâmica e aberta em um universo fantástico e problemático que é a vida, tendo como foco principal a contextualização, apresentando um recorte da vida real.

Uma situação-problema bem elaborada permite ao aluno desenvolver-se cognitivamente, visto que a prática de resolver problemas gera um conflito cognitivo a

ser resolvido e, dessa forma, precisa realizar várias operações mentais fundamentais, tais como analisar, comparar, calcular, interpretar, hipotetizar, dentre muitas outras.

O Parâmetro Curricular Nacional - PCN (BRASIL, 1997) preconiza a Resolução de Problemas como um dos caminhos para se fazer matemática em sala de aula e define problema matemático como sendo “uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto é possível construí-la” (BRASIL, PCN, 1997, p. 32-33).

Para Pozo e Echeverría, (1998) a situação- problema é planejada em questões abertas, apresentando situações sugestivas que exijam dos alunos uma atitude ativa ou um esforço para buscar suas próprias respostas, seu próprio conhecimento. Conta-se que a problematização desperte no aluno a utilização dos conhecimentos disponíveis de modo a encontrar respostas a situações variáveis e diferentes.

Para a elaboração das situações problema este pesquisador recorreu ao cotejo de vários gêneros textuais que hoje circulam na sociedade e que fazem parte da vida contemporânea e do cotidiano de um cidadão: contas variadas, IPTU, Imposto de Renda, planilhas de controle financeiro, boletos, dentre outros. Desse modo a proposta aqui apresentada busca contemplar acontecimentos reais e experiências necessárias à formação dos alunos, compreendendo que os sujeitos são capazes de aprender e se desenvolver com suas experiências, no seu fazer e existir cotidiano. Permite, do mesmo modo, que a escola capaz de interagir com o contexto em que atua e ajustar-se às mudanças e demandas que ocorrem nela própria e em sua comunidade.

4.3. Os sujeitos da pesquisa

Conforme já explicitado na introdução, o minicurso previsto seria desenvolvido com alunos de uma escola particular de Contagem, ao longo do 2º semestre de 2021. Planejamos apresentar as atividades a um grupo de 30 alunos da 3ª série do Ensino Médio de uma escola particular de Contagem (MG). A escolha do grupo seria feita de acordo com a disponibilidade e interesse dos alunos pelo tema e não por critérios relacionados à nota e desempenho acadêmico. Nosso objetivo era estabelecer uma amostragem que fosse fiel ao que o professor encontrará em uma sala de aula real.

Para isso, seriam realizadas vídeo conferências para proposição e orientação das atividades, sendo que cada uma das atividades seria desenvolvida no espaço de 7 dias, dando tempo aos alunos para apresentar suas hipóteses, compartilhar os resultados encontrados e socializar as dúvidas

Diante do cenário de isolamento social imposto pela pandemia de COVID-19, em todo Brasil, com escolas fechadas e aulas apenas pela modalidade virtual- o que seria um dos entraves para que a intervenção acontecesse, o planejamento foi refeito. Desta forma, minha orientadora, profa. Dra. Eliane S. Gazire, organizou a aplicação das atividades no formato de minicurso para um grupo de estudante da iniciação científica, graduandos em Matemática, tendo ficado acordado que apenas as atividades 1 e 2 planejadas seriam aplicadas e, as demais, ficam como sugestão de atividades e/ou poderão ser aplicadas futuramente, para a elaboração de um artigo científico.

Assim, as atividades foram aplicadas nos dias 16 e 17 de dezembro de 2021 para um grupo de 6 estudantes de licenciatura do curso de Matemática da PUC-MG, destacando que as atividades foram planejadas para estudantes da 3ª série do Ensino Médio, conforme descrição abaixo:

- 1 estudante do 1º período;
- 1 estudando do 2º período;
- 1 estudante do 7º período;
- 3 estudantes do 8º período

O minicurso foi realizado em dois dias, com a utilização do Google Forms (para apresentação e coleta das respostas das questões propostas) e do Microsoft Excel (para construção da planilha de controle familiar sugerida na atividade 1) e do Microsoft Whiteboard (para resolução e análise dos cálculos propostos, feitas com o auxílio de uma mesa digitalizadora), sendo a atividade 1 aplicada no dia 16 de dezembro de 2021 e finalizada no dia 17 de dezembro de 2021 e a atividade 2 aplicada no dia 17 de dezembro de 2021. Cada uma das atividades foi desenvolvida em 3 horas aulas, tendo em vista que estavam sendo aplicadas para estudantes da licenciatura em Matemática, assim, além de analisar as resoluções das atividades propostas, apresentei aos participantes possibilidades e ideias para aplicação delas para

estudantes da 1ª série do Ensino Médio, público para o qual as atividades foram originalmente pensadas.

Antes de iniciar a atividade 1, fiz minha apresentação aos participantes, bem como socializei com eles a proposta de trabalho da minha dissertação, o que demandou 1 hora aula. Por esse motivo, a atividade 1 foi iniciada no dia 16/12/21 e finalizada no dia 17/12/21.

Foram planejadas, para esta investigação, quatro atividades:

- ATIVIDADE 1 – Administração do próprio dinheiro
- ATIVIDADE 2 – Valor do dinheiro no tempo
- ATIVIDADE 3 – Parcelamento de compras e financiamentos
- ATIVIDADE 4 – Tomada de decisão (poupar e investir)

4.4. Estrutura das atividades

As atividades propostas neste trabalho têm como objetivo explorar as competências e habilidades propostas na BNCC. Nelas priorizamos atividades voltadas para práticas cotidianas que envolvem dinheiro, como boletos bancários, contas da casa (água, luz, telefone etc.), planilha de controle orçamentário e destacamos conceitos a respeito de inflação, descontos e acréscimos, sobre o que é poupar e apresentar alguns tipos de investimentos. Para isso, foram planejadas 4 situações problemas que aplicam habilidades sobre Matemática Financeira e incentivam a tomada de decisão, baseada em argumentos matemáticos.

4.4.1. Atividade 1

Quadro 1 – Descrição da Atividade 1

ATIVIDADE 1: Administração do próprio dinheiro
Material Utilizado: Microsoft Excel, Google Forms e Google Meet.
Objetivos: Essa atividade tem como objetivo apresentar a importância de se ter controle sobre o orçamento familiar, em especial, saber os rendimentos familiares mensais e os gastos, sejam fixos ou eventuais. Assim como apresentar a importância de ser fazer uma leitura detalhada e crítica sobre boletos, carnes e contas mensais (por exemplo, conta de água e de luz).
Habilidade(s): (EM13MAT203) Planejar e executar ações envolvendo a criação e a utilização de aplicativos, jogos (digitais ou não), planilhas para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros compostos, dentre outros, para aplicar conceitos matemáticos e tomar decisões.

4.4.2. Atividade 2

Quadro 2 - Descrição da Atividade 2

ATIVIDADE 2: Valor do dinheiro no tempo
Material Utilizado: Microsoft Whiteboard, Google Forms e Google Meet
Objetivos: Essa atividade tem como objetivo apresentar e explorar o conceito de inflação, para que o aluno possa compreender o valor do dinheiro no tempo.
Habilidade(s): (EM13MAT104) Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica, tais como índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros, investigando os processos de cálculo desses números.

4.4.3. Atividade 3

Quadro 3 - Descrição da Atividade 3

ATIVIDADE 3: Parcelamento de compras e financiamentos
Material Utilizado: Microsoft Whiteboard, Google Forms e Google Meet
Objetivos: Essa atividade tem como objetivo proporcionar aos estudantes entendimento sobre as taxas de juros existentes no parcelamento de compras, em especial os juros nas compras feitas com cartão de créditos e pagas após o vencimento.
Habilidade(s): (EM13MAT303). Resolver e elaborar problemas envolvendo porcentagens em diversos contextos e sobre juros compostos, destacando o crescimento exponencial. (EM13MAT304) Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais é necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira e o do crescimento de seres vivos microscópicos, entre outros.

4.4.4. Atividade 4

Quadro 4 - Descrição da Atividade 4

ATIVIDADE 4: Tomada de decisão (poupar e investir)
Material Utilizado: Microsoft Whiteboard, Google Forms e Google Meet
Objetivos: Essa atividade tem como objetivo apresentar uma discussão reflexiva que apresente ao aluno a necessidade de poupar, especialmente para realização de metas (a curto, médio e longo prazo) e, posteriormente tomar uma decisão consciente sobre como investir seu dinheiro. Para isso são apresentadas 4 situações problemas que aplicam habilidades sobre Matemática Financeira e incentivam a tomada de decisão, baseada em argumentos matemáticos.

Habilidade (s): (EM13MAT303). Resolver e elaborar problemas envolvendo porcentagens em diversos contextos e sobre juros compostos, destacando o crescimento exponencial.

(EM13MAT304). Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais é necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira e o do crescimento de seres vivos microscópicos, entre outros.

4.1) (ENEM/2000) João deseja comprar um carro cujo preço à vista, com todos os descontos possíveis, é de R\$ 21. 000,00, e esse valor não será reajustado nos próximos meses. Ele tem R\$ 20. 000,00, que podem ser aplicados a uma taxa de juros compostos de 2% ao mês, e escolhe deixar todo seu dinheiro aplicado até que o montante atinja o valor do carro. Para ter o carro, João Carlos deverá esperar:

- A) 2 meses, e terá a quantia exata.
- B) 3 meses, e terá a quantia exata.
- C) 3 meses, e ainda sobrarão, aproximadamente R\$ 225,00.
- D) 4 meses, e terá a quantia exata.
- E) 4 meses, e ainda sobrarão, aproximadamente, R\$ 430,00.

4.5. APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES

Inicialmente, antes da aplicação da atividade 1, foi aplicado um questionário sobre os conhecimentos prévios do grupo sobre questões como: Matemática Financeira, Educação Financeira, dentre outras.

Nenhum dos participantes possuía experiência em lecionar a disciplina na educação básica. Foi questionado ao grupo a respeito do que conhecem sobre Matemática Financeira. As respostas apresentadas apontam para alguns conceitos comuns: dinheiro e cálculos financeiros.

Questionados sobre o que conhecem sobre Matemática Financeira responderam:

Quadro 5 - Resposta dos participantes sobre o Tema Educação Financeira.

O que você conhece sobre o tema Educação Financeira?

- É um tema que busca direcionar o indivíduo de como organizar seus gastos e ser capaz de tomar decisões e criar estratégias para um uso consciente do dinheiro.
- Como tomar decisões de forma consciente e equilibrada em relação a vida financeira.
- Educação Financeira é uma ferramenta que é utilizada para a pessoa aprender a como lidar com dinheiro, em que implica em ter conhecimentos em matemática financeira.
- Acredito que a Educação Financeira está associada ao conhecimento prático, o que é usado no cotidiano. A Matemática Financeira fornece informações e ferramentas e a Educação Financeira ensina o que fazer com isso.
- Educação Financeira entendo ser algo além da Matemática Financeira, nesse tópico o objetivo é mais abstrato, ou seja, fugir um pouco dos cálculos e analisar uma situação e perceber como agir nela. Aqui não descartamos a matemática financeira, pelo contrário, ela é importante, mas tem-se o cuidado de não ficar preso aos resultados obtidos, mas sim onde queremos chegar e a melhor maneira para fazer isso.
- Investimentos, uso do cartão de crédito, renda passiva, renda familiar (receita e despesas?)

As respostas apresentadas apontam para alguns conceitos relativos a dinheiro e cálculos financeiros. O participante 5 apresenta uma reflexão objetiva, no entanto, bastante assertiva, sobre os conceitos associados à Matemática Financeira, enquanto o participante 6 sintetiza de forma técnica esses conceitos, inclusive listando alguns deles (juros simples, juros compostos etc.). No geral, todos se aproximam e dialogam com o tema, num esforço bastante interativo.

Na sequência, foi questionado o que conhecem sobre Educação Financeira. As respostas apresentam alguns termos e ideias comuns, tais como: conhecimento e Matemática Financeira. Conforme apresentadas no quadro abaixo:

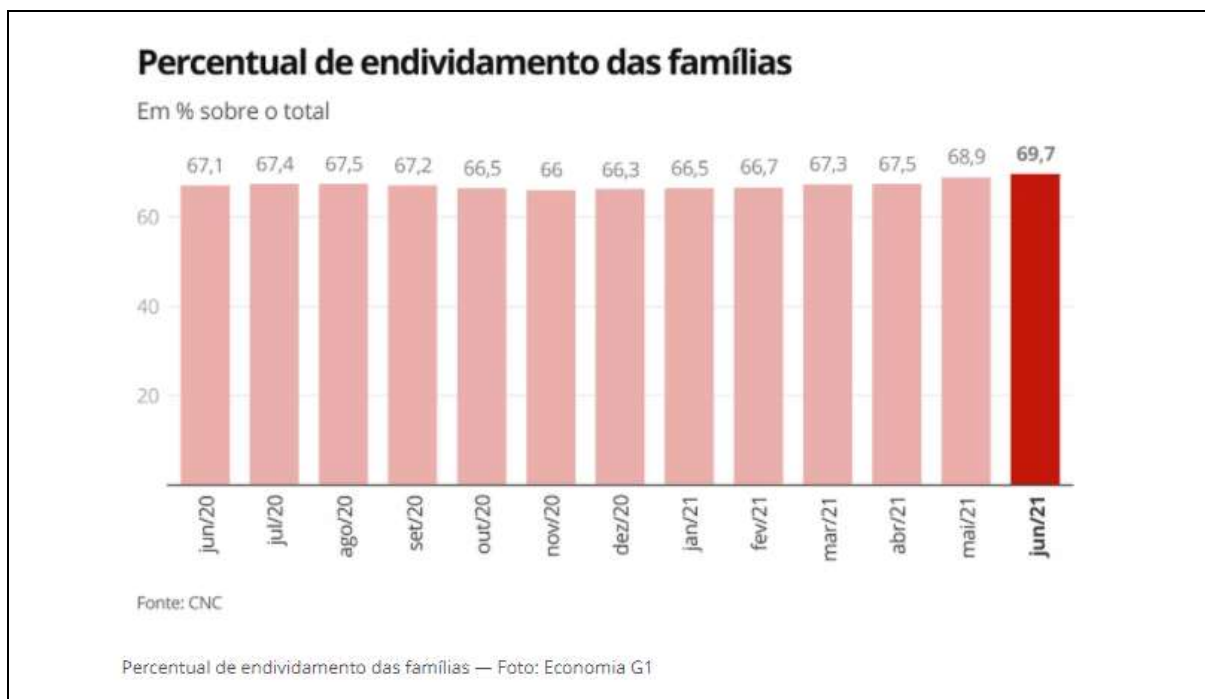
Quadro 6 - Resposta dos participantes sobre o Tema Educação Financeira.

O que você conhece sobre o tema Educação Financeira?

- É um tema que busca direcionar o indivíduo de como organizar seus gastos e ser capaz de tomar decisões e criar estratégias para um uso consciente do dinheiro.
- Como tomar decisões de forma consciente e equilibrada em relação a vida financeira.
- Educação Financeira é uma ferramenta que é utilizada para a pessoa aprender a como lidar com dinheiro, em que implica em ter conhecimentos em matemática financeira.
- Acredito que a Educação Financeira está associada ao conhecimento prático, o que é usado no cotidiano. A Matemática Financeira fornece informações e ferramentas e a Educação Financeira ensina o que fazer com isso.
- Educação Financeira entendo ser algo além da Matemática Financeira, nesse tópico o objetivo é mais abstrato, ou seja, fugir um pouco dos cálculos e analisar uma situação e perceber como agir nela. Aqui não descartamos a matemática financeira, pelo contrário, ela é importante, mas tem-se o cuidado de não ficar preso aos resultados obtidos, mas sim onde queremos chegar e a melhor maneira para fazer isso.
- Investimentos, uso do cartão de crédito, renda passiva, renda familiar (receita e despesas?

Em todas as respostas é possível perceber um entendimento comum de que a Educação Financeira é mais reflexiva e se vale dos conceitos da Matemática Financeira, colocando-os em prática em situações reais do nosso cotidiano. É possível perceber, nas respostas apresentadas, a ideia de tomada de decisão baseada em conhecimentos teóricos, ou seja, fundamentada e orientada por conceitos Matemáticos, tendo em vista que, tomar decisões de caráter financeiro com o uso da emoção pode conduzir a uma grande armadilha e acabar nos conduzindo ao endividamento, além de outros fatores, como inflação e momento econômico vivenciado pelo país, além dos reflexos da pandemia de COVID-19 que afeta o mundo todo. Esses fatores podem ser verificados na reportagem do site Globo, publicada no dia 01/07/2021 às 11h00, com título “Percentual de famílias com dívidas chega a 70% e Brasil atinge o maior nível em 11 anos, aponta CNC”. Apresentamos a seguir um gráfico extraído da referida reportagem, que ilustra os argumentos apresentados.

Quadro 7 - Percentual de Endividamento das Famílias.



Na sequência, questionamos se os participantes haviam participado de algum trabalho sobre Matemática Financeira enquanto cursavam a educação básica. O resultado chama atenção para importância da proposta da BNCC de apresentar a Matemática Financeira como tema transversal, tendo em vista que apenas 1 dos participantes teve a oportunidade de realizar um trabalho com o tema Matemática Financeira na educação básica. O quadro a seguir testemunha nossa conclusão:

Quadro 8 - Resposta sobre a experiência de cada participante.

Não fiz nenhum trabalho.

Não me recordo de ter tido uma experiência relacionada a Matemática Financeira durante a educação básica.

Tive que explicar a origem do dinheiro trazendo imagens das moedas de antigamente

O conteúdo de Matemática Financeira que eu tive na educação básica foi muito elementar. Em um ano, que eu não me lembro qual foi, a professora falou rapidamente sobre juros simples e compostos e deu alguns exercícios.

Não realizei nenhum trabalho sobre Matemática Financeira na educação básica.

Não se aplica

Percebe-se que a Matemática Financeira, muitas vezes, se resume à aplicação de exercícios, em sua maioria fantasioso, sobre juros simples e juros compostos. No entanto, a Matemática Financeira está presente na vida de todos nós e deveria ter grande destaque nos currículos da educação básica. Felizmente esse cenário está mudando atualmente na formação de professores, o que pode ser verificado na próxima pergunta feita no minicurso.

Questionados sobre a experiência com essa disciplina do curso de licenciatura, as respostas demonstram como os estudantes percebem a importância desse conteúdo em sua trajetória acadêmica, o que certamente vai impactar na sua atuação em sala de aula como professores. O quadro a seguir apresenta a descrição feita pelos participantes:

Quadro 9 - Mais respostas sobre a Experiência dos participantes

Cursei a disciplina de Matemática Financeira durante a minha graduação e foi uma experiência muito enriquecedora, tendo em vista que adquiri novas habilidades relacionadas a cálculos financeiros.
Tive que criar uma pequena loja na escola e tive que vender um produto que seja feito pela turma para vender para os outros. No meu caso, foi vender iluminações caseiras
Foi um momento bem conturbado da graduação, ainda na transição do presencial para o regime remoto emergencial devido à Pandemia. O conteúdo era abordado de uma forma bastante tecnicista, eu diria, sempre com aulas tradicionais, provas e questionários objetivos. Acredito, entretanto, que foi o que deu pra fazer.
Durante as aulas de Matemática Financeira, o estudo foi voltado para de fato a "Matemática Financeira", ou seja, foram feitos estudos das fórmulas, deduções e como utilizar essas fórmulas. Foram feitas aplicações com a realidade da vida pessoal, de uma empresa, um departamento, etc. O curso nos deu uma base da matemática financeira e, conseqüentemente, nos leva a refletir sobre a educação financeira.
Não se aplica

Apenas 1 dos participantes não fez alguma disciplina sobre Matemática Financeira por estar no 1º período do curso de licenciatura, ou seja, essa disciplina será cursada ao longo da graduação em Matemática.

Aqui destacamos a resposta apresentada pelo participante 5 e a conexão feita com o tema Educação Financeira: "Durante as aulas de Matemática Financeira, o estudo foi voltado para de fato a "Matemática Financeira", ou seja, foram feitos estudos das fórmulas, deduções e como utilizar essas fórmulas. Foram feitas aplicações com a realidade da vida pessoal, de uma empresa, um departamento etc.

O curso nos deu uma base da matemática financeira e, conseqüentemente, nos leva a refletir sobre a educação financeira. ”

E, para finalizar a introdução do minicurso, os participantes foram questionados se sabiam que a BNCC incluiu a Matemática Financeira como um de seus temas transversais. Todos afirmaram que já tiveram contato com a BNCC e contato com essa proposta.

Após essa conversa, iniciamos a aplicação das atividades 1 e 2.

5. ANÁLISES DO RESULTADO DA APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES

5.1. ATIVIDADE 1 – Administração do próprio dinheiro

Essa atividade tem como objetivo apresentar a importância de se ter controle sobre o orçamento familiar, em especial, saber os rendimentos familiares mensais e os gastos, sejam fixos ou eventuais. Assim como apresentar a importância de ser fazer uma leitura detalhada e crítica sobre boletos, carnês e contas mensais (por exemplo, conta de água e de luz).

Desta forma, apresentamos a seguinte proposta de atividades:

- Planilha de controle orçamentário familiar
- Análise de boletos, faturas e carnês
- Análise das contas de água e luz

5.1.1. Planilha de controle orçamentário familiar

A melhor forma de controlar suas finanças é monitorá-las de perto. Para isso, você tem duas opções: montar uma planilha de gastos ou optar por uma ferramenta de controle financeiro, existem ferramentas online e aplicativos para smartphones e tablets.

Para quem ainda não está habituado a fazer esse tipo de controle, uma boa ideia é começar pelo controle de gastos mensal.

- Crie uma planilha no Excel, com 12 abas, cada aba referente aos meses do ano.
- Liste todas suas receitas e despesas;
- Compare suas receitas e seus gastos;
- Analise suas finanças;
- Crie metas de gastos;
- Acompanhe seu desempenho.

Após iniciar o controle de suas despesas e rendimentos você dará o primeiro passo para ter controle de sua vida financeira. A partir daí será possível perceber se ao final de cada mês seu saldo está positivo ou negativo. Caso esteja negativo é necessário cortar gastos e para isso é importante compreender algumas fontes de despesas mensal que possuem valores variáveis, como por exemplo, a conta de água e de luz.

Foi proposto aos participantes o preenchimento de uma planilha de controle orçamentário. Como são estudantes da licenciatura em Matemática, entreguei um modelo de planilha e conversamos sobre as ideias que nortearam sua construção, listando os rendimentos e as despesas de cada mês, sejam elas fixas ou eventuais, fazendo um controle quanto a data de vencimento, situação do boleto em relação ao pagamento e utilização de algumas funções do Microsoft Excel, como, SOMA e SOMASE.

Quadro 10 - Planilha de Controle Orçamentário Familiar

PLANILHA DE GASTOS MENSAL				
RECEITAS	VALORES (EM REAIS)			TOTAL DE RECEITAS
SALÁRIO				R\$ -
RENDIMENTO BANCÁRIO				
OUTRAS				TOTAL DE GASTOS
				R\$ -
DESPESAS	VALORES (EM REAIS)	VENCIMENTO	PAGO	TOTAL PAGO
ÁGUA				R\$ -
LUZ				
TELEFONE				FALTA PAGAR
GÁS				R\$ -
IPITU				
IPVA				SALDO DO MÊS
SUPERMERCADO				R\$ 0,00
SAÚDE				
OUTRAS				

Função SOMA ser para somar os valores de determinadas colunas, no caso da nossa tabela.

Quadro 11 – O Uso da Função 'SOMA' na Planilha de Controle

The screenshot shows a spreadsheet titled "PLANILHA DE GASTOS MENSAL". The formula bar at the top displays the formula `=SOMA(Tabela13[VALORES (EM REAIS)])`. The spreadsheet is organized into several sections:

- RECEITAS (Revenues):** A table with columns "RECEITAS" and "VALORES (EM REAIS)". It includes rows for "SALÁRIO", "RENDIMENTO BANCÁRIO", and "OUTRAS".
- DESPESAS (Expenses):** A table with columns "DESPESAS", "VALORES (EM REAIS)", "VENCIMENTO", and "PAGO". It includes rows for "ÁGUA", "LUZ", "TELEFONE", "GÁS", "IPTU", "IPVA", "SUPERMERCADO", "SAÚDE", and "OUTRAS".
- Summary Totals:** On the right side, there are summary boxes:
 - TOTAL DE RECEITAS:** R\$ -
 - TOTAL DE GASTOS:** R\$ -
 - TOTAL PAGO:** R\$ -
 - FALTA PAGAR:** R\$ -
 - SALDO DO MÊS:** R\$ 0,00

The bottom of the spreadsheet shows tabs for "JANEIRO", "FEVEREIRO", and "MARÇO".

Já a função SOMASE, deve somar valores para as células indicadas como valores já pagos.

Quadro 12 – O uso da Função 'SOMASE' na Planilha de Controle

The screenshot shows the same spreadsheet as in Quadro 11, but with the formula bar displaying the formula `=SOMASE(Tabela13[PAGO];"X";Tabela13[VALORES (EM REAIS)])`. This formula is used to sum the values in the "VALORES (EM REAIS)" column where the "PAGO" column is marked with "X". The spreadsheet layout, including the "RECEITAS", "DESPESAS", and summary totals sections, remains the same.

Ao aplicar essa atividade durante o minicurso, os participantes, de maneira geral, afirmaram não fazer nenhum tipo de controle orçamentário, apesar de

manifestaram preocupação com as finanças e seus gastos mensais. Argumentei sobre a necessidade de um registro sistemático sobre os proventos e as despesas mensais, como fator primordial para que haja um controle efetivo sobre sua vida financeira.

Foi destacado, durante a atividade, que a planilha é introdutória e tem por objetivo iniciar a construção da cultura de registrar as finanças de forma sistemática e organizada e que esta poderia ser construída de forma mais elaborada ou até mesmo poderia ser utilizado um aplicativo de smartphone para este fim.

Para o caso de a atividade ser aplicada em turmas do Ensino Médio, sugerimos que a planilha seja construída com os estudantes, para que eles possam utilizar a ferramenta de construção de planilhas e compreender algumas de suas funções, inclusive, questionando aos estudantes quais seriam as informações indispensáveis na construção da planilha, como por exemplo, valor do salário, gastos com água, luz, dentre outros.

A partir do momento em que construirmos um controle rígido de nossas finanças automaticamente vamos nos organizar e ter o controle consciente sobre o total de receitas e o total de gastos, assim, ao balancear esses dois fatores, o estudante poderá fazer planos futuros, como por exemplo, trocar o smartphone, o notebook ou, até mesmo, poupar para metas futuras, como por exemplo comprar um carro, fazer uma viagem ou investir seu dinheiro em alguma aplicação. Isso, aliado à base teórica adquirida nos anos escolares, ajudará o estudante a compreender sobre parcelamento de compras e seus impactos em um orçamento desorganizado, eventuais pagamentos de juros com o cartão de crédito e, conseqüentemente, na tomada de decisão sobre suas ações futuras que envolvam sua vida financeira. Ressaltamos que tais discussões podem ser levantadas nas atividades 3 e 4 dessa dissertação.

Durante o preenchimento da planilha, solicitamos aos participantes que nela colocassem os valores da sua realidade e, para aqueles que ainda não possuem rendimentos, que fizessem uma projeção com o salário que imaginam ganhar nos primeiros anos, atuando como professores. Ou, ao contrário, elaborarem planilhas para dedução de qual valor precisaria para suprir as necessidades básicas da família. Chamei a atenção para importância da coluna VENCIMENTO, tendo em vista que cada conta tem sua própria data de vencimento e que, em sua maioria, são datas diversas, assim, com os diversos compromissos que temos no cotidiano, podemos

facilmente esquecer de pagar alguma delas e acabar pagando fora do prazo, o que vai gerar multa e, conseqüentemente, um gasto extra. Alguns dos participantes afirmaram que já realizaram algum tipo de pagamento fora do prazo, não por não terem os recursos para realização do pagamento, mas por “simples” esquecimento.

Apresentamos a seguir a planilha construída pela participante 2, referente ao mês de janeiro de 2021:

Quadro 13 - Planilha de Gastos Mensal elaborada por um participante

PLANILHA DE GASTOS MENSAL				
RECEITAS	VALORES (EM REAIS)			
SALÁRIO	3500.00			TOTAL DE RECEITAS
RENDIMENTO BANCÁRIO	100.00			R\$ 3.620.00
OUTRAS	20.00			
				TOTAL DE GASTOS
				R\$ 3.310.00
DESPESAS	VALORES (EM REAIS)	VENCIMENTO	PAGO	
ÁGUA	160.00	6-Jan		TOTAL PAGO
LUZ	300.00	10-Jan		R\$ 2.310.00
TELEFONE	100.00	10-Jan	X	
GÁS	110.00		X	FALTA PAGAR
IPTU	300.00	6-Jan	X	R\$ 1.000.00
IPVA	540.00	10-Jan		
SUPERMERCADO	1200.00		X	SALDO DO MÊS
SAÚDE	150.00	12-Jan	X	R\$ 1.310.00
OUTRAS	250.00		X	
ALUGUEL/CONDOMÍNIO				
REMÉDIOS	200.00		X	

Ao longo da construção da planilha, o participante 6 questionou como é cobrado o IPTU no caso de prédios. Explicamos que cada apartamento recebe sua guia do IPTU, inclusive com a taxa de coleta de resíduos e de iluminação pública sendo pagos, também, de forma individualizada. Esse questionamento inspirou a elaboração de uma atividade sobre o IPTU e que será incluída nas atividades propostas nessa dissertação.

O questionamento supracitado demonstra que as atividades provocam reflexões e engajamento dos participantes, mesmo que nenhum deles seja responsável (ainda) pelo pagamento do IPTU ou qualquer outra despesa da casa onde moram.

Sendo assim, apresentamos o seguinte plano de aula, para que o IPTU seja trabalhado:

Quadro 14 - Plano de Aula

Matemática Financeira e o cotidiano: resolvendo problemas

O que o aluno poderá aprender com esta aula

Resolver situações-problema relativos à matemática financeira utilizando ou não de calculadora.

Duração das atividades

3 a 4 aulas (50 minutos cada)

Conhecimentos prévios trabalhados pelo professor com o aluno

Conhecimentos de matemática básica.

Estratégias e recursos da aula:

1º. Momento

Para começar a aula, o professor deve propor uma reflexão sobre os Tributos no Brasil.

Quais são?

A quem se destina?

Para que servem?

Instigando que os alunos se manifestem apresentando o que entendem por tributos.

Após breve discussão, encaminhar que, conforme a Constituição Brasileira (1988), em seu artigo 145, os Tributos no Brasil, existem sob três formas:

Impostos - pagamento efetuado pelo cidadão para manter o funcionamento e prestação de serviços do Estado, mas que independe de qualquer atividade estatal específica em relação ao cidadão contribuinte;

Taxas - relacionada diretamente a um serviço prestado ou posto à disposição do contribuinte, ou mesmo ao exercício do poder de polícia;

Contribuição de melhoria - pode vir a ser cobrada para fazer face ao custo de obras públicas, como a construção de uma praça próxima à residência do contribuinte.



Conforme podemos ver na charge, todo início de ano é um susto, quando chega o carnê do IPTU. Mas, afinal, o que é IPTU?

Para esclarecer melhor esse termo, propor aos alunos uma pesquisa orientada, abordando os seguintes elementos a partir do tema:

- O que é?
- Para que serve?
- Como se constitui?
- Seu papel social.

Para orientar a pesquisa, o professor pode construir uma WebQuest. A WebQuest é uma metodologia de pesquisa online, organizada por meio de um roteiro que segue com os seguintes passos: introdução, tarefa, recursos, processo, avaliação, conclusão. O professor dá indicativos de sítios, pré-selecionados, para que a aula seja aproveitada ao máximo e os alunos não se distraiam diante de tantas informações da internet, e organizem a tarefa e a concluam com sucesso. Para desenvolver sua WebQuest, o professor pode seguir as orientações do "Tutorial para criar e editar WebQuest ", disponível em: http://rosangelamentapde.pbworks.com/f/tutorial_wq_escolabr1.pdf e, utilizar o sítio <http://www.webquestbrasil.org> para criar e postar.

Sugestões de links para desenvolvimento da WebQuest:

http://pt.wikipedia.org/wiki/Imposto_sobre_a_propriedade_predial_e_territorial_urbana

http://pt.wikipedia.org/wiki/Categoria:Tributos_do_Brasil

<http://www.mundodosfilosofos.com.br/lea17.htm>

<http://www.estatutodacidade.com.br>

Obs. Indicar também para pesquisa, links específicos do IPTU do município que os alunos residem.

Posteriormente à realização da pesquisa, os resultados devem ser socializados pelos grupos aos demais colegas, ressaltando que o IPTU, imposto sobre a propriedade predial e territorial urbana é um dos impostos mais conhecidos que anualmente todo cidadão deve pagar. Apresentar ainda, curiosidades e especificidades do IPTU da cidade. Na apresentação o professor deve discutir com os alunos que este tributo é a forma com a qual a cidade paga as suas dívidas e financia as melhorias nos setores públicos.

Mas como o cálculo desse imposto é feito?

Para entender o cálculo para o pagamento do IPTU precisa-se entender sobre o VALOR VENAL (valor de venda) do imóvel ou terreno.

O cálculo do valor venal do imóvel é o mesmo que o valor do terreno mais o valor venal da construção. Para se encontrar o valor venal do terreno basta multiplicar a sua área total pelo valor unitário de metro quadrado. O valor venal da construção é feito de acordo com o tipo de edificação em determinado terreno, e para se chegar a esse valor são observados alguns critérios como: padrão da construção (que pode ser de luxo, fino, médio, econômico e rústico) e a conservação do imóvel (bom, regular, mal). O cálculo do IPTU é feito de acordo com o valor venal X (vezes) a alíquota (%).

(Fonte: <http://www.fc.unesp.br/upload/pedagogia/TCC%20Roger%20-%20Final.pdf>, acesso em 03 de outubro de 2010).

Obs. Para essa explicação seria interessante solicitar que os alunos trouxessem para essa aula carnês de IPTU para análise e que utilizassem as taxas referentes à cidade nos cálculos. Outra possibilidade é convidar alguém da Prefeitura da cidade que trabalhe no

setor de finanças para fazer uma explicação geral aos alunos sobre os valores e funcionamento dessas taxas. Além desse convidado, também o professor de sociologia pode discutir com os alunos questões pertinentes ao papel do ser humano enquanto cidadão social.

2º. Momento

1 - Vamos considerar que as alíquotas do IPTU da cidade para a base de cálculo são:

2% para terrenos (sem construção lançada)

0,8% para casas (terreno com construção)

Calcule:

Uma pessoa possui um imóvel cujo valor venal foi avaliado em R\$ 15.000,00 pela prefeitura no ano de 2007. Calcule o valor do IPTU para esse ano.

Resolução:

$$\frac{15000 \cdot 0,8}{100} = 12000$$

O valor a ser pago será de R\$ 120,00.

2 - Determinada pessoa herdou um terreno com o valor venal de R\$ 3.000,00. Tomando por base a alíquota utilizada para o cálculo de IPTU territorial que é de 2%, calcule o valor do IPTU que a pessoa terá que pagar.

Resolução:

$$\frac{3000 \cdot 2}{100} = 60$$

O valor a ser pago será de R\$ 60,00

3 - Nem sempre temos o dinheiro certo para efetuar os pagamentos. Vamos supor que o valor da parcela 02 do IPTU da casa de um indivíduo é de R\$20.00, e sabendo que após o vencimento da parcela, a esse valor será acrescido 1% de juros e 2% de multa, calcule o valor total a ser pago.

Resolução:

Valor da parcela: R\$ 20,00

Multa: 2%

Juros: 1%

$$\frac{20 \cdot 2}{100} = 0,04$$

$$\frac{20 \cdot 1}{100} = 0,02$$

Assim, ao valor da parcela será acrescido R\$ 0,06.

3º. Momento

Explicando

Muitas pessoas têm hábito de pagar suas contas em atraso. Sobre o valor das parcelas incidem índices e taxas de juro. Índices e taxas envolvem comparações de grandezas. Assim, é fundamental que se defina a base de comparação.

Vamos supor que Q_1 e Q_2 sejam duas grandezas quaisquer medidas na mesma unidade. Tomando Q_1 como base de comparação, temos as seguintes definições:

Variação absoluta: $VA = Q_2 - Q_1$

Variação relativa: $VR = (Q_2 - Q_1) / Q_1 = VA / Q_1$

Índice de variação: $IV = Q_2 / Q_1$

A variação relativa é também chamada taxa de variação e costuma-se apresentá-la em forma percentual. Note a seguinte relação entre a variação relativa e o índice de variação:

$$VR = IV - 1$$

4º. Momento

Assistir com os alunos o vídeo Matemática em toda Parte: Matemática nas Finanças (2009), disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=be1QE1707lQ>, acesso em 05 de março de 2022, que apresenta um episódio do programa matemática em toda parte, da TV Escola, explorando a matemática nas finanças do dia a dia. Demonstra cálculos de juros

simples e composto, conceito de inflação e deflação. Demonstra como a taxa de juros utilizada no comércio pode influenciar no valor final de um produto. Debate a importância de utilizar a calculadora, planilhas e outras novas tecnologias nestes tipos de operações. Conta uma breve história das operações e verifica modos de calcular a porcentagem através de cálculos mentais.

PREFEITURA
BELO HORIZONTE

GUIA RECOLHIMENTO IMPOSTO PREDIAL E TERRITORIAL URBANO INTERNET

IPTU
2013
Imprimir

APOS O VENCIMENTO, ESTA GUIA PODERA SER PAGAA TE 25/11/2013. OS ACRESCIMOS CONSTARÃO NA PRÓXIMA GUIA.

JORNAL DA REPUBLICA MANUTENCAO	Lançamento	Número da Guia	Data Vencimento
JORNAL DA REPUBLICA	R\$ 216.253,35	00000521201-4	15/11/2013

1 Dados Cadastrais

Tipo de Imóvel:	GALPAO
Tipo de Lançamento:	NAO RESIDENCIAL
Área do Terreno:	371,00
Área de construída:	161,00
Fração Ideal:	1,000000
Zona Homogênea/Zona Uso:	BA216 / ZAP
Classificação/Padrão acabamento:	GP1 / P1

2 Cálculo do Imposto

VALOR VENAL DO IMÓVEL:	216.253,35
-------------------------------	-------------------

Alíquotas aplicadas ao imóvel:

de 0,00 até 33.835,00	2,30%	405,78
de 33.835,01 até 112.719,00	2,30%	1.029,75
de 112.719,01 até 216.253,35	2,40%	1.449,48

3 Opções de Pagamento

1ª parcela:	319,83
2ª parcela:	314,74
3ª parcela:	311,98
4ª parcela:	309,22
5ª parcela:	306,46
6ª parcela:	303,69
7ª parcela:	300,93
8ª parcela:	298,17
9ª parcela:	295,41
10ª parcela:	281,61
11ª parcela:	276,09

Pagamento Mínimo:	3.042,04
Quitação Integral:	3.318,13

4 Informação sobre pagamento em parcelas

O contribuinte poderá pagar uma ou mais parcelas entre o valor mínimo e a quitação integral.

Código débito automático 125622002

Emitido: 15/11/2013 CTM: 12 07622 00340 Lograd: 130514 Detro: 07600204

AUTENTICAÇÃO MECÂNICA

PAGÁVEL SOMENTE NOS BANCOS CREDENCIADOS, NÃO RECEBER APÓS 26/11/2013

Índice Catastral	Lançamento	Número da Guia	Data Vencimento
00000521201-4	R\$ 216.253,35	00000521201-4	15/11/2013

B717000000-6 00000521201-4 31125 11/11/2013 15/11/2013

VALOR COBRADO

[IcboOnline.sistub.pbh.gov.br/IcboOnline/pages/listaimoveis.xhtml](#)

5.1.2. Analisando um boleto

(ENEM/2008 - Adaptado) A figura abaixo representa o boleto de cobrança da mensalidade de uma escola, referente ao mês de junho de 2008.

Figura 1 - Exemplo de um Boleto

Banco S.A.	
Pagável em qualquer agência bancária até a data de vencimento	vencimento 30/06/2008
Cedente Escola de Ensino Médio	Agência/cód. cedente
Data documento 02/06/2008	Nosso número
Uso do banco	(=) Valor documento R\$ 500,00
Instruções Observação: no caso de pagamento em atraso, cobrar multa de R\$ 10,00 mais 40 centavos por dia de atraso.	(-) Descontos
	(-) Outras deduções
	(+) Mora/Multa
	(+) Outros acréscimos
	(=) Valor Cobrado

- 1). Qual a data de vencimento desse boleto?
- 2). Qual o valor a ser pago até a data do vencimento?
- 3). Existe multa para o caso de pagamento em atraso? Como ela é composta?
- 4). Qual o valor a ser pago para o caso de pagamento com 1 dia de atraso? Para 2 dias de atraso? Para 10 dias de atraso?
- 5). Se $M(x)$ é o valor, em reais, da mensalidade a ser paga, em que x é o número de dias em atraso, então:
 - A) $M(x) = 500 + 0,4x$
 - B) $M(x) = 500 + 10x$
 - C) $M(x) = 510 + 0,4x$
 - D) $M(x) = 510 + 40x$
 - E) $M(x) = 500 + 10,4x$

A atividade acima apresenta uma questão do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) do ano de 2008, adaptada para realização desta dissertação. Aqui, pretendemos explorar, de forma interdisciplinar, uma habilidade sugerida pela BNCC e desenvolvida no Ensino Fundamental Anos Iniciais:

(EF04LP09). Ler e compreender, com autonomia, boletos, faturas e carnês, dentre outros gêneros do campo da vida cotidiana, de acordo com as convenções do gênero (campos, itens elencados, medidas de consumo, código de barras) e considerando a situação comunicativa e a finalidade do texto.

Segundo a taxonomia de Bloom, ler e compreender são verbos dos estágios iniciais do processo cognitivo, assim, exigem que o estudante estabeleça relação entre informações e elementos apresentados na questão, baseando-se nos processos de identificação e/ou reprodução e nos conhecimentos construídos ao longo do período de Escolarização. Contudo, a autonomia sugerida pela habilidade pode ser explorada de forma mais ampla ao aplicá-la para estudantes do Ensino Médio, tendo em vista a maturidade adquirida ao longo da caminhada, além do conhecimento teórico desenvolvido. Assim, será possível avançar para os estágios finais da taxonomia de Bloom, como, por exemplo, análise (calcular) e avaliação (ordenar ou taxar), comparação, aplicação, criação, dentre outros.

A questão apresentava o boleto para o pagamento da mensalidade escolar e perguntava, originalmente, qual a expressão matemática expressa como calcular o pagamento da mensalidade em atraso.

Banco S.A.	
Pagável em qualquer agência bancária até a data de vencimento	vencimento 30/06/2008
Cedente Escola de Ensino Médio	Agência/cod. cedente
Data documento 02/06/2008	Nosso número
Uso do banco	(=) Valor documento R\$ 500,00
Instruções	(-) Descontos
Observação: no caso de pagamento em atraso, cobrar multa de R\$ 10,00 mais 40 centavos por dia de atraso.	(-) Outras deduções
	(+) Mora/Multa
	(+) Outros acréscimos
	(=) Valor Cobrado

Ao trabalhar com essa questão, inserimos novos questionamentos, inclusive com o intuito de nortear o raciocínio do estudante para obtenção da expressão solicitada.

1) Qual a data de vencimento desse boleto?

Todos responderam de forma assertiva. Essa informação é de fundamental importância para que o pagamento não seja feito fora do prazo.

2) Qual o valor a ser pago até a data do vencimento?

Todos responderam de forma assertiva. Essa informação também é fundamental, pois é necessário que o consumidor tenha a quantia de R\$ 500,00 para realizar o pagamento.

3) Existe multa para o caso de pagamento em atraso? Como ela é composta?

Aqui a atenção deveria estar voltada para o campo INSTRUÇÕES, contido no boleto. Todos apontam que existe uma multa de R\$ 10,00, para o caso de atraso, acrescida de juros de R\$ 0,40 por dia de atraso.

4) Qual o valor a ser pago para o caso de pagamento com 1 dia de atraso? Para 2 dias de atraso? Para 10 dias de atraso?

Quadro 15 - Respostas sobre a questão do Boleto

R\$ 510,40. R\$520,80. R\$604,00.
1 dia= R\$ 510,40 ; 2 dias= R\$ 510,80 ; 10 dias = R\$ 514,00
1 dia = R\$ 510,40 ; 2 dias = R\$ 510,80 ; 10 dias = R\$ 514,00
510,40 ; 510,80 ; 514,00
1 dia = R\$ 510,40 2 dias = R\$ 510,80 10 dias = R\$ 514,00
Para um dia de atraso o valor a ser pago é de R\$510,40. Dois dias de atraso: R\$510,80. Dez dias de atraso: R\$ 514,00.

Aqui podemos observar que o participante 1, ao aplicar o que foi questionado no item C, aplicou de forma equivocada o valor da multa de R\$ 10,00, tendo em vista que ela não se aplica para cada dia de atraso, sendo gerada automaticamente,

quando houver atraso. Ressaltamos que o valor associado a cada dia de atraso é R\$ 0,40.

- 5) Se $M(x)$ é o valor, em reais, da mensalidade a ser paga, em que x é o número de dias em atraso, então:

Este item é a pergunta originalmente feita pela questão do ENEM. Aqui percebemos que, mesmo fazendo uma análise previa e detalhada da questão, um dos participantes respondeu, de forma equivocada que a expressão é $M(x) = 500 + 10,4x$. Uma hipótese pode ser atribuída à desatenção e outra, ao pouco conhecimento do assunto tratado, o que impediu a elaboração de uma resposta correta.

Após analisar a questão com os participantes do minicurso ressaltamos, em uma conversa conjunta, que a multa é aplicada uma única vez e que o valor da multa é aplicado de acordo com os dias (x) de atraso, logo concluímos que a resposta correta seria $M(x) = 510 + 0,4x$.

Ao trabalhar essa questão com estudantes do Ensino Médio pode-se explorar conceitos (algébricos e gráficos) sobre a Função do 1º grau, sendo um excelente momento para revisar esse conteúdo.

5.1.3. Analisando a conta de água

Figura 2 - Exemplo de uma Conta de Água

NOTA FISCAL / FATURA DE SERVIÇOS SPMT.DTSL 101.310003000 31/05/2010 000258

COPASA
Companhia de Saneamento de Minas Gerais
Rua Mar de Espanha, 525 - Santa Antônio - Belo Horizonte - MG / CEP: 30.330-900
CNPJ: 17.281.106/0001-03 - Insc. Estadual: 062.000139.00-14

FULANO DE TAL
RUA DAS AVENIDAS
CENTRO 99 CEP: 99.999-999
BELO HORIZONTE MG

REFERÊNCIA DA FATURA
MÊS: 06/2010 Nº 009.09.9999999-0 EMISSÃO: 07/06/2010

Para contato com a Copasa Informe esse número

MATRICULA
9 999 999 999 9

HIDRÔMETRO	LEITURA	CONSUMO FATURADO	PROXIMA LEITURA	QUANTIDADE DE UNIDADES ATENDIDAS
Y06L 999999	Atual: 366 Anterior: 360	m³: 6 Litros: 6.000	05/07/2010	Serviço: Residencial: Comercial: Industrial: Pública: Água: 1 Esgoto: 1

Dia de Consumo: 30

HISTÓRICO DE CONSUMO		TARIFA	
Volume Faturado Litros	Medida Média Litros	Faixa de Consumo em 1.000 litros	Valor R\$
Jun/2010: 6.000	30	Minimo: 6,00	6,00
May/2010: 6.000	30		
Apr/2010: 6.000	30		
Mar/2010: 6.000	30		
Fev/2010: 6.000	30		
Jan/2010: 6.000	30		
Dec/2009: 6.000	30		
Nov/2009: 6.000	30		
Out/2009: 6.000	30		
Sep/2009: 6.000	30		
Ago/2009: 6.000	30		
Jul/2009: 6.000	30		
Soma		6,00	6,00
Desconto Tarifário			0,91
Total			0,91

DESCRÇÃO DOS SERVIÇOS / LANÇAMENTOS

Serviço	Valor R\$
ÁGUA: CAPTAÇÃO, TRATAMENTO, CONTROLE DE QUALIDADE, MANUTENÇÃO, DISTRIBUIÇÃO E DISPONIBILIDADE	17,41
ESGOTO: COLETA, TRATAMENTO, CONTROLE DO EFLUENTE, MANUTENÇÃO E DISPOSIÇÃO FINAL	10,45

SEU CONSUMO/CUSTO DIÁRIO
200 litros de água:
Água R\$ 0,50 Esgoto R\$ 0,34

ATENDIMENTO TELEFÔNICO
115 - 24 Horas

VENCIMENTO
30/06/2010

TOTAL A PAGAR
*****R\$ 27,86

AGÊNCIA MAIS PRÓXIMA

DÉBITO AUTOMÁTICO
BANCO XX - AG. 999-9
FATURA VENCIDA EM 31/05/2010 LIQUIDADA

INFORMAÇÕES REFERENTES À FATURA

INFORMAÇÕES GERAIS
A COPASA ISENTANDO DEMAIS COMPROVAÇÕES PARA O PERÍODO, DECLARA QUITADOS OS DÉBITOS DO ANO DE 2009

INFORMAÇÕES SOBRE A QUALIDADE DA ÁGUA (Port. Nº 518 - Min. da Saúde - Doc. Nº 5440)

Parâmetro	Cloro	Coliformes Totais	Cor	Escherichia Coli	Fluoreto	Turbidez
Mínimo	0,15	0,15	143	0	72	143
Análises Fora Padrões	2	27	175	27	100	175
Dentro Padrões	704	681	175	27	69	175

Observações: Em caso de ordem de pagamento, mencionar o número dessa fatura.

COPASA MATRICULA 9 999 999 999 9 NÚMERO DA FATURA 009.09.9999999-0 MÊS / REF 06/2010 VENCIMENTO 30/06/2010 TOTAL A PAGAR *****R\$ 27,86

A água de Minas 8263000000-5 47200019100-0 21000000471-5 13100200502-5



<http://www.copasa2via.com/images/modelo-fatura-copasa.jpg>

- 1) Qual o consumo faturado neste mês? Em m³ e em litros.
- 2) Qual o consumo médio diário, em litros, dessa família?
- 3) Qual a data de vencimento dessa conta?
- 4) Qual o valor total a ser pago neste mês? Como esse valor é calculado?
- 5) Cite 3 formas de reduzir o consumo de água em sua casa.

A atividade acima tem como objetivo apresentar aspectos importantes desta conta, inevitavelmente presente em nosso cotidiano. Assim como na atividade anterior, vamos chamar atenção para a data de vencimento e o valor, mas, além disso, procurar entender como esse valor é calculado, além de explorar o período da leitura e a data da próxima leitura.

Inicialmente foi questionado o consumo indicado na conta utilizada na atividade, em m³ e em litros. Neste item 2 os participantes do minicurso indicaram apenas em m³. Com esse questionamento é possível revisar o conteúdo conversão de unidades e trabalhar aspectos associados à noção de volume.

No item a seguir, foi questionado o consumo médio dessa família, em litros. Para responder a essa pergunta era necessário analisar os campos LEITURA e CONSUMO FATORADO, assim seria possível calcular que foram consumidos 6000 L de água em 30 dias, ou seja, 200 L de água por dia. Percebemos que um dos participantes do minicurso cometeu um equívoco com as unidades de medida, tendo indicado que o consumo foi de 200 m³ ou 200 000 L.

Na sequência, foi solicitada a data de vencimento da conta de água. Assim como mencionado na planilha de controle orçamentário, essa informação é de fundamental importância, para que o pagamento não seja feito fora do prazo. Posteriormente, questionamos aos participantes qual o valor total a ser pago naquele mês e como esse valor é calculado.

Quadro 16 - Respostas da Análise da Conta de Água

R\$27,86. R\$17,41+ R\$10,45
27,86; Este valor é calculado a partir do consumo.
27,86. Esse valor é calculado de acordo com o consumo em litros.
R\$ 27,86. O valor é calculado a partir da quantidade de água que foi usada, obedecendo um critério de faixas. E tem ainda a taxa de esgoto.
R\$ 27,86
Valor total a ser pago é de R\$27,86. O valor é calculado com base no gasto diário de água mais o valor cobrado pelo tratamento do esgoto.

Para responder aos questionamentos feitos era necessário analisar os seguintes campos da conta de água: DESCRIÇÃO DOS SERVIÇOS / LANÇAMENTOS e VALOR A PAGAR.

Pelas respostas apresentadas, percebemos que todos responderam com exatidão o valor a ser pago, contudo nem todos indicaram como esse valor foi calculado. Ao conversamos sobre esse item da atividade, destacamos onde estavam localizados esses valores, pois inicialmente nem todos os participantes os tinham localizado na conta de água.

5.1.4. Analisando a conta de luz

Figura 3 - Exemplo de uma Conta de Luz

CEMIG **Distribuição S.A.** www.cemig.com.br/atendimento **Cemig Torpedo 29810** **Fale com a Cemig 116**

Cemig Distribuição S.A. CNPJ 06.981.180/0001-16 / Insc. Estadual 062.322136.0087
Av. Barbacena, 1.200 - 17º andar - Ala A1 - CEP 30190-131 - Belo Horizonte - MG

Tarifa Social de Energia Elétrica - TSEE foi criada pela Lei nº 10.438, de 26 de abril de 2002

SEU NOME
SEU ENDEREÇO
SEU BAIRRO
00000-000 SUA CIDADE, UF
CPF 000.000.000-00

Referente a
DEZ/2016
Código de Débito Automático:
000000000000

Nº DO CLIENTE
0000000000

NOTA FISCAL - CONTA DE ENERGIA ELÉTRICA - SÉRIE U N 000000000 - PTA Nº16.000114527.70

Classe	Subclasse	Datas de Leitura			Datas da Nota Fiscal		Nº DA INSTALAÇÃO
		ANTERIOR	ATUAL	PRÓXIMA	EMISSÃO	APRESENTAÇÃO	
Residencial Bifásico	Residencial	01/11	01/12	02/01	01/12	07/12	0000000000

Tipo de Medição	Medição	Leitura Anterior	Leitura Atual	Constante de Multiplicação	Consumo kWh
Energia kWh	AAA000000000	25.501	25.623	1	122

Informações Técnicas

Informações Gerais

Tarifa vigente conforme Res Aneel nº 2.076, de 24/05/2016. Nota fiscal de 11/2016 quitada em 22/11/2016. Considerar nota fiscal quitada após débito em sua c/c. O pagamento desta conta não quita débitos anteriores. Para estes, estão sujeitas penalidades legais vigentes (multas) e/ou atualização financeira (juros) baseadas no vencimento das mesmas. Leitura realizada conforme calendário de faturamento.

NOV/2016 Band. Amarela - DEZ/2016 Band. Verde

Indicadores de Qualidade de Fornecimento

SFI Ado 1a 100
Mês: 10/2016

	Apurado Mensal	Mensal	Trimestral	Anual
DIC	0,00	4,59	9,19	18,38
PIG	0,00	3,05	6,10	12,20
DMIC	0,00	2,52	-	-
DICRI	0,00	12,22	-	-

Tensão Nominal: 127/220 V Min. - 117/202 V Máx. - 133/231 V
Valor Encargo Uso Sist. Distribuição: R\$44,63

Informações de Faturamento

Parcelas	Valor R\$	%	Parcelas	Valor R\$	%
Energia	32,06	31,77	Enc. Setorais	12,16	12,04
Distribuição	19,46	19,25	Tributos	34,44	34,10
Transmissão	2,87	2,84	Total	101,01	100,00

Valores Faturados

Descrição	Quantidade	Preço	Valor (R\$)
Energia Elétrica kWh	122	0,82822887	101,01
Encargos / Cobrança			
Contrib. Custeio Ilum. Pública			12,73
Tarifas aplicadas (sem impostos)			
Energia Elétrica kWh		0,54573000	
Adicional Bandeiras - Já incluído no Valor a Pagar			
Bandeira Amarela			2,87

VENCIMENTO
22/12/2016

VALOR A PAGAR
R\$ 113,74

Reservado ao Fisco
D163.0794.92C7.7A01.B31F.7A3F.227E.FE99

Base de cálculo(R\$)	ICMS Aliquota(%)	Valor(R\$)	PASEP (R\$)	COFINS (R\$)
101,01	30	30,30	0,73	3,41

Histórico do Consumo

Mês/Ano	Consumo kWh	Média kWh/Dia	Dias de Faturamento
DEZ/16	122	4,06	30
NOV/16	107	3,68	29
OUT/16	161	5,19	31
SET/16	142	4,58	31
AGO/16	175	5,46	32
JUL/16	154	5,31	29
JUN/16	126	4,06	31
MAI/16	132	4,26	31
ABR/16	148	4,70	31
MAR/16	126	4,34	29
FEV/16	167	5,96	28
JAN/16	148	4,48	33
DEZ/15	127	4,37	29

Ouvvidoria CEMIG: 0800 728 3838 - Agência Nacional de Energia Elétrica - ANEEL - Telefone: 167 - Ligação Gratuita de telefones fixos e móveis.

CEMIG **Distribuição S.A.**

Unidade de Leitura
01802125

Conta Contrato
000000000000

Vencimento
22/12/2016

Total a Pagar
R\$ 113,74

DÉBITO AUTOMÁTICO

00000000000-0 00000000000-0 00000000000-0 00000000000-0

Dezembro/2016

<https://portalnegociosja.com.br/wp-content/uploads/2018/11/Cemig.jpg>

- 1) Qual o consumo faturado, em kWh, neste mês?
- 2) Qual o consumo médio diário, em kWh, dessa família?
- 3) Qual a data de vencimento dessa conta?
- 4) Qual o valor total a ser pago neste mês? Como esse valor é calculado?
- 5) Você conhece a bandeira tarifária da conta de luz? Sabe como ela funciona?

OBSERVAÇÕES SOBRE BANDEIRA TARIFÁRIA

O que é?

Em 2015, a Aneel (Agência Nacional de Energia Elétrica), criou o sistema de bandeiras para cobrar tarifas adicionais às contas. A ideia é repor gastos extras com a utilização das termelétricas em determinado período.

Como funciona?

Bandeira tarifária é classificada pelas cores vermelha, verde e amarela. Elas são definidas a cada mês. E indicam se haverá ou não acréscimo no valor da conta de luz, devido ao uso das termelétricas.

Quando chove pouco, o nível dos reservatórios das hidrelétricas diminui, sendo assim, a produção de energia também cai. Para compensar a produção, são acionadas as termelétricas que têm o custo mais alto. E é para compensar esse custo que pagamos a tarifa.

Todos os Estados possuem o sistema de bandeiras, menos a Roraima, que não faz parte do SIN (Sistema Interligado Nacional).

Bandeiras da conta de luz

Cada cor indica um valor adicional na sua conta de energia.

Para o mês de julho de 2021, os valores são:

Verde: sem custo;

Amarela: R\$ 1,874 a cada 100 quilowatts-hora; e

Vermelha: Patamar 1 – R\$ 3,971 a cada 100 quilowatts-hora. E patamar 2 – R\$ 9,492 a cada 100 quilowatt/hora.

Quer saber mais? Assista o vídeo: https://youtu.be/w1rS7_tGSvM

6) Explique uma forma de reduzir o consumo de energia elétrica em sua casa.

Assim como na atividade anterior, vamos chamar atenção para a data de vencimento, para o valor, mas além disso vamos procurar entender como esse valor

é calculado, além de explorar o período da leitura, data da próxima leitura e as bandeiras tarifárias praticadas no país.

Para finalizar a orientação, foi questionado como reduzir o consumo de luz nas casas. Esse questionamento poderia fomentar um trabalho interdisciplinar entre Matemática e Ciências da Natureza, destacando todos os aspectos relacionados ao ciclo da água e às prestadoras de serviço de captação, tratamento e distribuição (CEMIG, no caso de Minas Gerais). Fato que foi comentado com os participantes do minicurso.

Quadro 17- Respostas às questões sobre a Conta de Luz

Tomar banho frio, trocar as lâmpadas incandescentes pelas fluorescentes e tomar banho menos demorado
Reduzir o tempo no banho, desligar o chuveiro enquanto ensaboa e evitar ficar com a torneira muito tempo aberta quando for lavar vasilha.
Banhos mais rápidos; fechar o chuveiro ao ensaboar; manter a torneira fechada.
Reutilizar a água da máquina de lavar, Criar um sistema de coleta de águas pluviais e evitar prolongar o tempo do banho.
Não deixar a torneira aberta durante a escovação dos dentes. Não deixar o chuveiro ligado ao se ensaboar. Não deixar a torneira ligada ao ensaboar pratos e vasilhas.
Tomar banho com um menor tempo, utilizar água que lava as roupas para lavar a calçada e evitar desperdício ao lavar vasilhas.

Nas respostas, percebemos que a preocupação quanto à duração dos banhos é uma preocupação geral, o que aponta uma visão de cidadania e de valores. Destacamos também torneira aberta para lavar a lousa ou escovar os dentes e, por fim, a reutilização da água da máquina de lavar roupas.

Percebemos que o participante 1 indicou aspectos associados à redução do consumo de energia elétrica, fato que provavelmente ocorreu, por observar, antecipadamente, a próxima atividade proposta.

Em seguida, convidamos os participantes a uma análise referente à conta de luz, na atividade 1.4. Assim como na atividade anterior, sugerimos um trabalho interdisciplinar entre Matemática e Física, explorando, por exemplo, a potência dos aparelhos elétricos que utilizamos no cotidiano (geladeira, forno elétrico, forno de micro-ondas, chuveiro elétrico etc.). Propondo, através de cálculos matemáticos e

conhecimentos de físicos, formas de reduzir o consumo de energia elétrica em residências.

Inicialmente foi questionado qual o consumo da conta utilizada na atividade. Todos localizaram de forma assertiva o valor solicitado. Posteriormente, foi solicitada a data de vencimento daquela conta.

Novamente todos responderam com precisão ao que foi solicitado. Mais uma vez, destacamos a necessidade de observar essa informação em todas as contas presentes em nosso cotidiano. No próximo item questionamos qual o consumo médio, em kWh, observado naquela conta de luz.

Essa informação poderia ser observada no campo HISTÓRICO DE CONSUMO ou utilizando os campos DATAS DE LEITURA e CONSUMO KWH, fazendo o cálculo 122 Kwh , dividido pelos 30 dias, resultando em, aproximadamente, 4,07 kWh.

Nas respostas socializadas, percebemos que um dos participantes apresentou um valor completamente fora do que foi solicitado pelo item (R\$ 164,92). Esse acontecimento demonstra que mesmo havendo uma análise prévia do item, o entendimento do que está sendo solicitado pode ser bastante diverso. Pesam, nesse momento, os conhecimentos prévios e incorporados e a lógica com a qual o participante operou para chegar a esse resultado.

Em seguida, questionamos aos participantes do minicurso qual o valor da conta e como esse valor foi calculado. Destacamos as repostas apresentadas pelos participantes 4 e 5, respectivamente:

Quadro 18 - Respostas sobre o valor final da Conta de luz

$122 \times 0,82822887 + 12,73 = 113,74$
Total de kWh gastos no mês x preço do kWh + taxa de iluminação pública = valor da conta de luz

Para responder adequadamente aos questionamentos, era necessário observar os campos VALORES FATURADOS e VALOR A PAGAR da conta de luz. O próximo item perguntou aos participantes se possuíam algum conhecimento sobre as bandeiras tarifárias utilizadas na conta de luz e sobre seu funcionamento.

Nesse minicurso, as bandeiras tarifárias foram apresentadas de forma superficial, tendo em vista que a atividade estava sendo aplicada para estudante de nível superior. Nesse contexto, nosso interesse foi apenas verificar se os participantes

sabiam da existência das bandeiras tarifárias na conta de luz. Observamos nos resultados que 1 dos participantes afirma não conhecer as bandeiras tarifárias e outro afirma ter ouvido falar, mas sem apresentar conhecimentos sobre seu funcionamento. Destacamos, aqui, as respostas apresentadas pelos participantes 3 e 4, respectivamente.

Quadro 19 - Respostas sobre Bandeiras tarifárias

Tenho uma noção a partir do que eu vejo em jornais. Sei que se trata de uma dinâmica que altera o valor da cobrança, e depende de alguns fatores como período de estiagem, por exemplo.

Sim. A cor da bandeira tarifária é diretamente proporcional a dificuldade que a companhia de energia tem para gerar energia, sendo a bandeira verde a de menor valor e a vermelha a de maior valor.

Ao aplicar essa atividade para estudantes do Ensino Médio, sugerimos uma pesquisa previa sobre o tema no site da Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL), autarquia em regime especial vinculada ao Ministério de Minas e Energia, criada para regular o setor elétrico brasileiro, por meio da Lei nº 9.427/1996 e do Decreto nº 2.335/1997.

Finalizando a atividade, solicitamos aos participantes que expliquem uma forma de reduzir o consumo de energia elétrica em sua casa. Metade dos participantes indicou preocupação quanto aos aparelhos na tomada e que não estão sendo utilizados, como podemos observar nas respostas dos participantes 1, 2 e 4, respectivamente.

Quadro 20 - Respostas de Como reduzir o valor da conta de luz

Tirar aparelhos da tomada quando não estiverem em uso.

Tirar os aparelhos da tomada quando não estão sendo utilizados.

Retirar os aparelhos eletrônicos da tomada após o uso.

5.1.5. Imposto de renda retido na fonte

Quadro 21 - Cálculo do Imposto de Renda

Uma família tem 2 filhos: o mais velho tem 22 anos e é universitário e a filha de 17 anos está cursando o Ensino Médio. Portanto, os 2 filhos são dependentes do chefe da família no Imposto de Renda.

Observe a tabela de desconto do Imposto de Renda na fonte, em 2021.

Faixa de rendimento	Alíquota	Parcela a deduzir
Até R\$ 1903,98	0%	-
De R\$ 1903,99 até R\$ 2826,65	7,5%	R\$ 142,80
De R\$ 2826,66 a R\$ 3751,05	15%	R\$ 354,80
De R\$ 3751,06 a R\$ 4664,68	22,5%	R\$ 636,13
Acima de R\$ 4664,68	27,5%	R\$ 869,36

Para calcular o imposto:

1º) Tome o salário bruto mensal e subtraia o valor das deduções permitidas;

- A) R\$ 189,59 por dependente;
- B) Dedução especial de R\$ 1903,98 para aposentados, pensionistas e transferidos para a reserva remunerada com 65 anos ou mais;
- C) Contribuição mensal à Previdência Social de 8%;
- D) Pensão alimentícia paga devido a acordo ou sentença judicial.
- E) Multiplique o rendimento mensal pela alíquota e deduza a parcela correspondente à faixa.

Fonte: Secretaria da Receita Federal

A) Nessas condições, como calcular o desconto mensal na fonte no salário de um chefe família que ganha R\$ 4500,00 por mês, tem apenas esses 2 dependentes, e não paga pensão alimentícia?

B) Analisando a tabela do imposto de renda acima, você pode observar a existência de parcelas a serem deduzidas em cada faixa. Justifique o valor dessas parcelas.

Já o tópico 5.1.5 da atividade, Imposto de renda retido na fonte, tem, como objetivo, refletir junto aos participantes que pagamos impostos em relação ao nosso salário mensal, de acordo com a faixa desse rendimento, o chamado imposto de

renda. Aqui apresentamos, através de uma situação hipotética, quanto seria descontado todos os meses do salário de um trabalhador com renda bruta de R\$ 4500,00, com dois 2 filhos: o mais velho tem 22 anos e é universitário e a filha de 17 anos está cursando o Ensino Médio. Portanto, os 2 filhos são dependentes do chefe da família no Imposto de Renda.

Faixa de rendimento	Alíquota	Parcela a deduzir
Até R\$ 1903,98	0%	-
De R\$ 1903,99 até R\$ 2826,65	7,5%	R\$ 142,80
De R\$ 2826,66 a R\$ 3751,05	15%	R\$ 354,80
De R\$ 3751,06 a R\$ 4664,68	22,5%	R\$ 636,13
Acima de R\$ 4664,68	27,5%	R\$ 869,36

Para calcular o imposto:

1º) Tome o salário bruto mensal e subtraia o valor das deduções permitidas;

- A) R\$ 189,59 por dependente;
- B) Dedução especial de R\$ 1903,98 para aposentados, pensionistas e transferidos para a reserva remunerada com 65 anos ou mais;
- C) Contribuição mensal à Previdência Social de 8%;
- D) Pensão alimentícia paga devido a acordo ou sentença judicial.
- E) Multiplique o rendimento mensal pela alíquota e deduza a parcela correspondente à faixa.

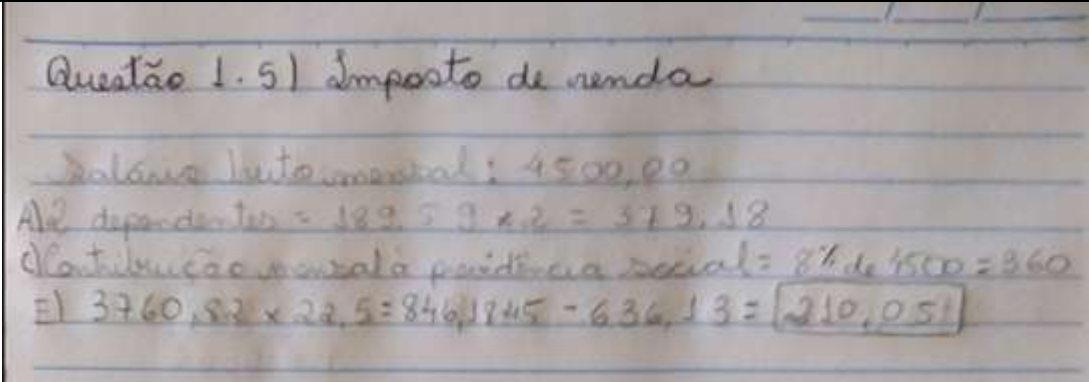
Fonte: Secretaria da Receita Federal

Para o cálculo do valor descontado, sugiram alguns questionamentos ao longo da aplicação:

- A contribuição da previdência social incide sobre qual valor?
Resposta: sobre o valor bruto do salário.
- A alíquota é aplicada sobre qual valor?
Resposta: sobre o valor bruto do salário.
- Em que valor deve ser aplicada a dedução da parcela correspondente a faixa?
Resposta: $[4500 - 2 \cdot (189,59) - 4500 \cdot 0,08]$. 0,225 4500 reais (salário bruto), 189,59 reais (por dependente), 8% de 4500 reais (contribuição à previdência social) e 22,5% ou 0,225 (alíquota).

Ao dialogar com os participantes sobre as dúvidas apresentadas, todos conseguiram chegar ao valor de R\$ 210,05 que é o valor descontando mensal desse trabalhador. Como destacamos nas respostas dos participantes 2, 3, 5 e 6.

Figura 4 - Resposta à questão sobre Imposto de Renda

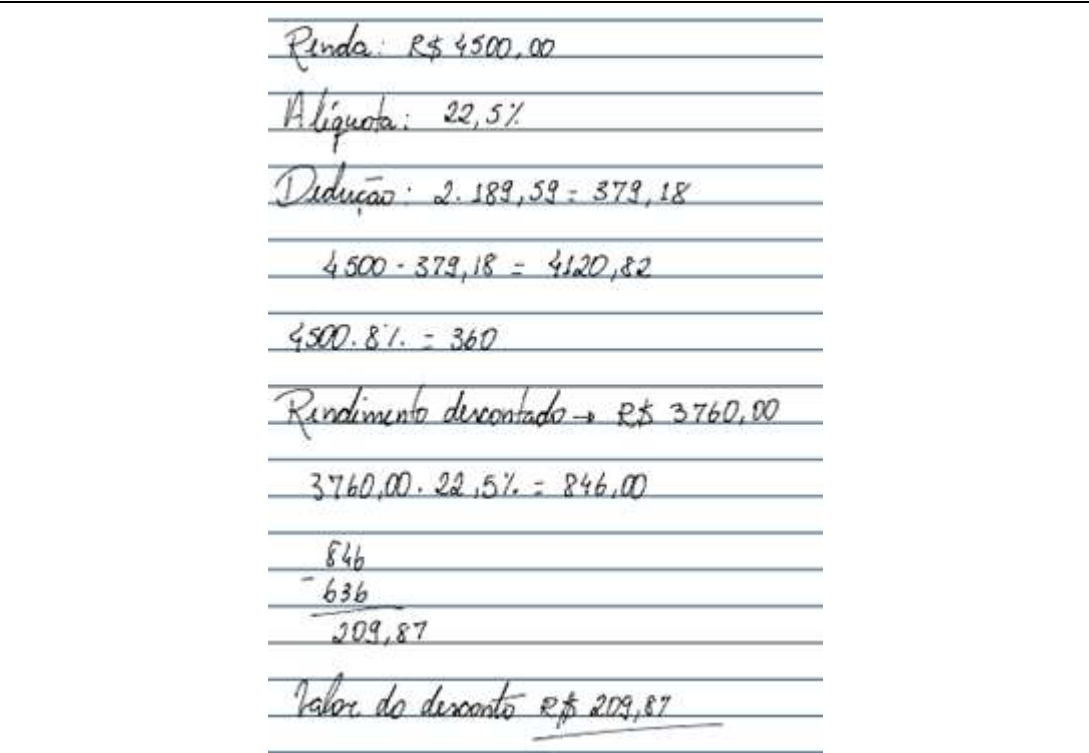


Handwritten calculations for income tax by participant 1:

$$\begin{aligned} \text{Questão 1.5) Imposto de renda} \\ \text{Salário bruto mensal: } 4500,00 \\ \text{Alíq. dependentes} = 189,59 \times 2 = 379,18 \\ \text{Contribuição mensal previdência social} = 8\% \text{ de } 4500 = 360 \\ \text{EI } 3760,82 \times 22,5 = 846,1845 - 636,13 = \boxed{210,05} \end{aligned}$$

Cálculos apresentados pelo participante 1

Figura 5 - Resposta à questão sobre Imposto de Renda



Handwritten calculations for income tax by participant 3:

$$\begin{aligned} \text{Renda: } R\$ 4500,00 \\ \text{Alíquota: } 22,5\% \\ \text{Dedução: } 2.189,59 = 379,18 \\ 4500 - 379,18 = 4120,82 \\ 4500 \cdot 8\% = 360 \\ \text{Rendimento descontado} \rightarrow R\$ 3760,00 \\ 3760,00 \cdot 22,5\% = 846,00 \\ \begin{array}{r} 846 \\ - 636 \\ \hline 209,87 \end{array} \\ \text{Valor do desconto } R\$ 209,87 \end{aligned}$$

Cálculos apresentados pelo participante 3

Observamos que o participante 3 fez alguns arredondamentos, por esse motivo chegou ao valor R\$ 209,87. Ressaltamos que esses arredondamentos são realizados

no cálculo do imposto retido na fonte. Fica claro que houve entendimento dos passos descritos na questão.

Figura 6 - Resposta à questão sobre Imposto de Renda

Handwritten calculations on a blue background:

$$\begin{aligned} &\text{Salário bruto} = 4500 \\ &\left. \begin{array}{l} \text{deduções} \\ \text{R\$ 189,59} \times 2 \\ 0,08 \times 4500 = 360 \end{array} \right\} \\ &\hline &2) \quad 3760,92 \times 0,225 = 846,18 \\ &\quad \quad \quad 636,13 \\ &\quad \quad \quad \hline &\quad \quad \quad 210,05 \end{aligned}$$

Cálculos apresentados pelo participante 5

Figura 7 - Resposta à questão sobre Imposto de Renda

Printed mathematical formulas:

$$\begin{aligned} &\left\{ \left[4500 - (2 \cdot 189,59) - \left(4500 \cdot \frac{8}{100} \right) \right] \cdot \frac{22,5}{100} \right\} - 636,13 \\ &\quad \left\{ (4500 - 379,18 - 360) \cdot \frac{22,5}{100} \right\} - 636,13 \\ &\quad \quad 846,18 - 636,13 \\ &\quad \quad \quad 210,05 \quad \text{(Valor a ser descontado)} \end{aligned}$$

Cálculos apresentados pelo participante 6

E, para fechar a atividade 1, foi explicado aos participantes de que modo os valores a deduzir, coluna apresentada na tabela do tópico 1.5, é construída.

Fizemos o seguinte combinado, iria apresentar um ou dois passos do processo e os participantes conduziram os passos seguintes, enquanto registrava, com auxílio de uma mesa digitalizadora, os referidos cálculos, para que os participantes pudessem visualizá-los enquanto estavam sendo construídos. O resultado é apresentado a seguir:

Figura 8 - Cálculos do Imposto de Renda

Faixa de rendimento	Alíquota	Parcela a deduzir
Até R\$ 1903,98	0%	-
De R\$ 1903,99 até R\$ 2826,65	7,5%	R\$ 142,80
De R\$ 2826,66 até R\$ 3751,05	15%	R\$ 354,80
De R\$ 3751,06 até R\$ 4664,68	22,5%	R\$ 636,13
Acima de R\$ 4664,68	27,5%	R\$ 869,36

B) Analisando a tabela do imposto de renda acima, você pode observar a existência de parcelas e valores deduzidos em cada faixa. Justifique o valor dessas parcelas.

ALÍQUOTA 7,5%

$$1903,99 \cdot 0,075 = 142,80 \text{ REAIS}$$

ALÍQUOTA 15%

$$\begin{aligned}
 &= 2826,65 \cdot (0,15 - 0,075) + 142,80 \\
 &= 212 + 142,80 \\
 &= 354,80 \text{ REAIS}
 \end{aligned}$$

ALÍQUOTA 22,5%

$$\begin{aligned}
 &= 3751,05 \cdot (0,225 - 0,15) + 354,80 \\
 &= 281,33 + 358,80 \\
 &= 636,13 \text{ REAIS}
 \end{aligned}$$

ALÍQUOTA 27,5%

$$\begin{aligned}
 &= 4664,68 \cdot (0,275 - 0,225) + 636,13 \\
 &= 233,23 + 636,13 \\
 &= 869,36 \text{ REAIS}
 \end{aligned}$$

Ao final da realização de todas as questões da atividade 1, solicitamos aos participantes que apresentassem críticas e sugestões. O resultado foi enriquecedor.

Destacamos aqui os comentários feitos pelos participantes 1, 2, 3 e 4, respectivamente:

Quadro 22 - Comentários dos participantes sobre a atividade

Acredito que a atividade realizada conseguiu cumprir com seu objetivo, uma vez que foram feitas discussões bem interessantes a respeito da matemática financeira e como ela se aplica em sala de aula. Algo bem interessante é fazer a interpretação da conta de energia e imposto de renda com os estudantes, para que eles possam ter conhecimento de como funciona e como os valores de consumo são calculados.

Uma proposta muito interessante de trabalhar a Matemática Financeira simultaneamente com a realidade do estudante. Sugestão: Curso Formação de Multiplicadores da Série "Eu e Meu Dinheiro" como forma de refletir e discutir os vídeos em grupo.

Acho que é uma proposta muito pertinente. As atividades envolvem situações reais, que estão presentes na vida de todas as pessoas, e ter uma aprendizagem na escola voltada para isso é algo muito bom, não só para o indivíduo como também para toda a sociedade. Gostei especialmente das atividades sobre as contas de água e luz. Em relação a críticas, eu citaria apenas a questão do tempo. Atividades remotas síncronas exigem muito e podem ser cansativas se o tempo for longo.

A atividade desenvolvida certamente será de grande valia para o aluno a qual é destinada. Uma vez que o contato com controle de gastos, investimentos, formas de empréstimo e de pagamento é inevitável, discussões em sala de aula que englobam tais temas vêm se tornando cada vez mais necessárias a fim de construirmos jovens mais conscientes de suas ações e responsabilidades.

Os participantes validaram as propostas apresentadas, ressaltando que foram apresentadas discussões pertinentes, em especial para estudantes do Ensino Médio, público-alvo dessa proposta de trabalho. Também foi destacado o fato de a atividade ser realizada de forma remota, o que exige cuidado com o tempo de aplicação para manter o engajamento e foco dos estudantes. A proposta tem como objetivo central ampliar as possibilidades apresentadas pelas habilidades propostas na BNCC do Ensino Médio, assim, conseguimos colocar em prática as competências propostas, através da demonstração de conhecimentos específicos, ou sejam, mobilizando as habilidades necessárias para aplicação das competências exigidas.

5.2. ATIVIDADE 2 – Valor do dinheiro no tempo

A atividade 2 é constituída de 4 questões, todas com o objetivo de desenvolver o conceito de inflação e sua relação com o valor do dinheiro ao longo do tempo. Tem

também o objetivo de diferenciar valor de custos, conceitos usados quase sempre equivocadamente.

O que é inflação?

Segundo a SERASA (Centralização de Serviços dos Bancos), inflação é um percentual (%) que indica a variação no Índice de Preços ao Consumidor. Ou seja, com base no preço dos produtos, a inflação diz se o dinheiro está valorizado ou desvalorizado. A inflação alta indica que o dinheiro tem menos valor do que antes. Então, você precisa de mais dinheiro para comprar o mesmo item.

Talvez, você já tenha associado o termo “inflação” com “produtos mais caros” e, basicamente, é isso que acontece. Com a desvalorização do dinheiro, os preços sobem porque o mesmo dinheiro de antes, agora, tem menos valor.

Observação: importante destacar que “valor” é diferente de “preço”. Quando dizemos “valor”, isso quer dizer como algo é percebido pela sociedade – se é importante/relevante ou não. O “preço” é a quantia cobrada pelo “valor” percebido – quanto maior o valor (importância), maior será o preço.

5.2.1. Questão 1

(VUNESP) Se a taxa de inflação de janeiro foi de 6% e a de fevereiro foi de 5% então a taxa de inflação no bimestre janeiro/fevereiro é de:

- A) 11%
- B) 11,1%
- C) 11,2%
- D) 11,3%
- E) 11,4%

5.2.2. Questão 2

Sendo de 2,2% a taxa de inflação de determinado mês e de 1,8% a taxa do mês seguinte, determinar:

- A) a inflação acumulada no bimestre.
- B) a redução no poder de compra verificada no bimestre. Utilize a fórmula $TDM = \frac{I}{1+I}$, sendo TDM a taxa de desvalorização da moeda e I a taxa de inflação do período.

5.2.3. Questão 3

Admita que em determinado período a inflação tenha atingido 10,6%. Determinar:

- A) A reposição salarial necessária para que um assalariado mantenha a capacidade de compra.
- B) A redução percentual do poder aquisitivo do assalariado, supondo que os seus vencimentos não sofreram reajuste no período.

5.2.4. Questão 4

(IBGE – Cesgranrio). Uma empresa de TIC oferece um serviço no valor total de R\$ 200.000,00 a ser pago pela contratante, em três parcelas, distribuídas da seguinte forma:

1ª parcela: R\$ 60.000,00, no ato da contratação

2ª parcela: R\$ 40.000,00, para 2 meses após a assinatura do contrato

3ª parcela: R\$ 100.000,00, para 3 meses após a assinatura do contrato

Considerando-se uma taxa mínima de atratividade de 1% a.m., o valor mais próximo do valor atual desse contrato, em reais, é de

- A) 196.200,00
- B) 196.270,00
- C) 197.600,00
- D) 197.630,00
- E) 198.610,00

Inicialmente foi questionado aos participantes qual o entendimento que possuíam sobre inflação. As opiniões estão descritas no quadro a seguir:

Quadro 23 - Respostas sobre o entendimento sobre Inflação

É um aumento geral dos preços de bens e serviços

É o aumento dos preços dos serviços e produtos.

Até onde eu sei, e eu sei muito pouco sobre isso, é um percentual de aumento que incide sobre produtos.

É um aumento generalizado e contínuo do preço de um serviço ou de um produto em um determinado período de tempo.

Inflação é um aumento conjunto no preço de produtos e/ou serviços.

Aumento contínuo do preço

Todas as respostas indicam o entendimento de que inflação está associada às seguintes palavras: aumento, preço, produtos e serviços.

Após os participantes responderem, conversamos sobre as respostas encontradas neste item, ao perceber que as ideias apresentadas pelo grupo convergiam na mesma direção, apresentei a definição de inflação, segundo o Banco Central.

“Inflação é o aumento dos preços de bens e serviços. Ela implica diminuição do poder de compra da moeda. A inflação é medida pelos índices de preços. O Brasil tem vários índices de preços. O Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA) é o índice utilizado no sistema de metas para a inflação”.

Em seguida, foi indagado sobre qual (is) a (s) diferença (s) entre valor e preço de um produto?

O quadro a seguir mostra as percepções dos participantes:

Quadro 24 - Percepção dos Participantes

Valor é o benefício para você associado a um produto, enquanto preço é o valor dado e regulado pelo mercado .
O valor varia de acordo com a percepção do consumidor em relação a um produto, enquanto o preço representa quanto vale em dinheiro aquele produto.
Acredito que o valor seria algo pessoal, algo que tem a ver com a estima que uma pessoa tem pelo produto. Já o preço está mais relacionado ao financeiro, ao lucro, ao valor monetário atribuído a um produto.
Preço é a quantidade de dinheiro que você paga por um produto e o valor não é expresso em números, mas tem a ver com sua experiência como usuário dele.
O preço de um produto é atribuído a ele, por quanto ele será vendido. Já o valor de um produto é além de seu preço, podemos pensar em um produto com um preço muito alto e questionar "esse produto vale esse preço todo? Ou seja, esse valor é justo?".
Preço é a quantia em dinheiro que é paga por um determinado produto ou serviço, já o valor é o que é atribuído ao seu produto e o que ele proporciona para o cliente

Novamente conversamos sobre as percepções que cada um dos participantes apresentou sobre o questionamento. Fica claro que todos apresentam um entendimento exato sobre o que é preço e o que é valor de um produto.

Finalizamos as conversas sobre este item apresentando as seguintes definições: preço e valor são fatores determinantes para a compra, seja ela pequena ou grande. Mesmo que não se perceba, estamos constantemente avaliando esses dois fatores e colocando na balança o que, de fato, vale a pena. Antes de mais nada,

é importante entender qual é a diferença entre preço e valor para, então, conseguir refletir de forma mais completa sobre se a quantia a se pagar é justa e vai ao encontro do que se precisa.

Qual é, então, a diferença entre preço e valor?

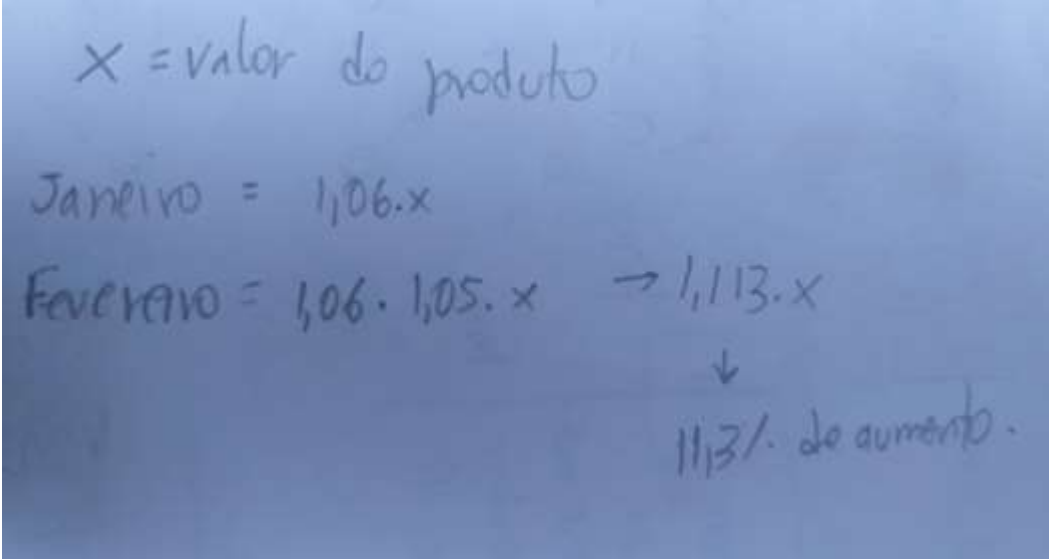
O preço é definido pelo mercado, enquanto o valor é determinado pelas vantagens que o produto ou serviço pode trazer para você, ou seja: preço é a quantidade de dinheiro que você paga por um produto e o valor não é expresso em números, mas tem a ver com sua experiência como usuário dele.

A seguir foi proposta uma questão para o cálculo da inflação acumulado em determinado período.

(VUNESP - adaptado). Se a taxa de inflação de janeiro foi de 6% e a de fevereiro foi de 5% então a taxa de inflação no bimestre janeiro/fevereiro é de:

Todos os participantes do minicurso percebem, com clareza, a ideia de aumentos sucessivos. Que um aumento de 6% em determinado preço, implica que aquele produto/serviço passou a custar 100% (valor original) mais os 6% (aumento), ou seja, 106% ou 1,06 do valor original. Na sequência, novamente, aplicaram de forma precisa o aumento de 5%, ou seja, o valor após o primeiro aumento será multiplicado por 105% ou 1,05. Como podemos perceber nos cálculos apresentados a seguir:

Figura 9 - Cálculo de Inflação feito pelo Participante 1



Handwritten calculations on a blue background:

$$x = \text{valor do produto}$$

$$\text{Janeiro} = 1,06 \cdot x$$

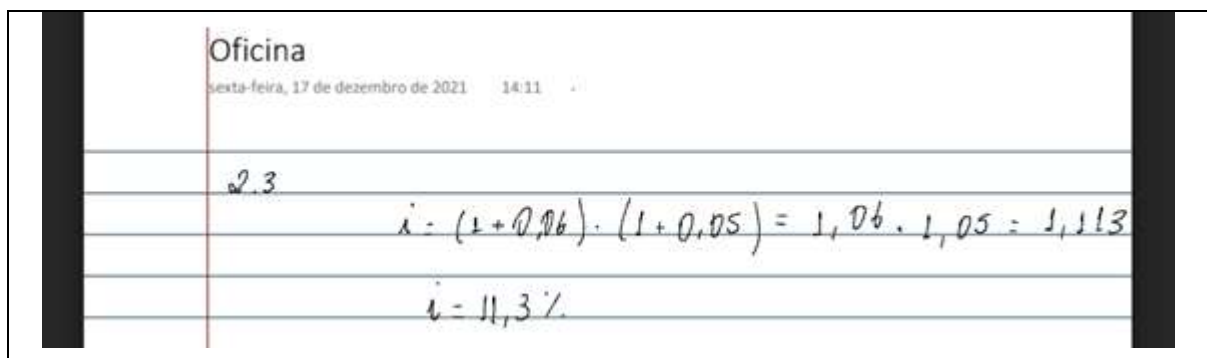
$$\text{Fevereiro} = 1,06 \cdot 1,05 \cdot x \rightarrow 1,113 \cdot x$$

↓

111,3% de aumento.

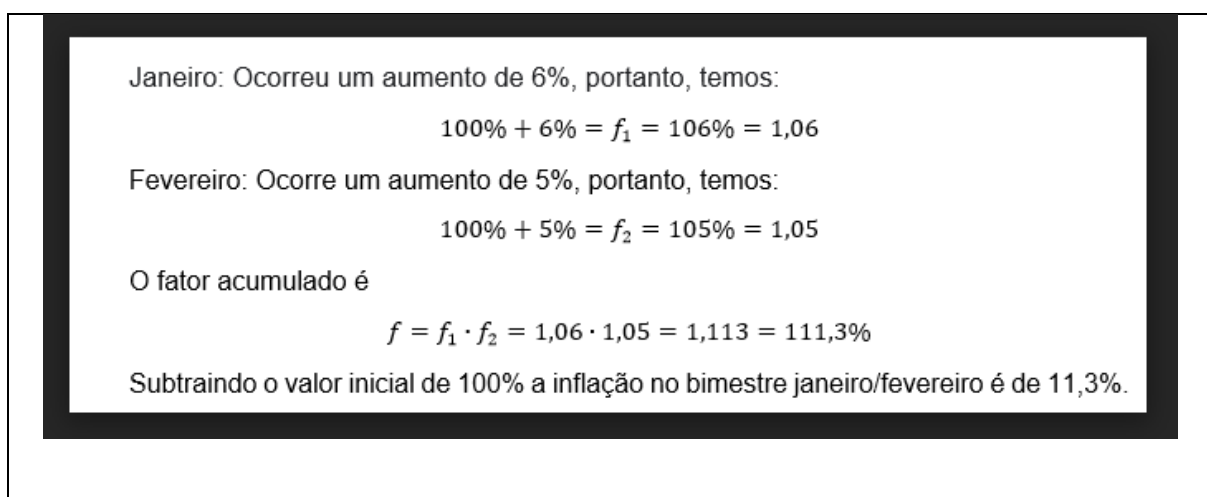
Cálculos apresentados pelo participante 1

Figura 10 - Cálculo de Inflação feito pelo Participante 3



Cálculos apresentados pelo participante 3

Figura 11 - Cálculo de Inflação feito pelo Participante 6



Cálculos apresentados pelo participante 6

Para finalizar a discussão desse item, conversamos sobre a possibilidade da utilização da fórmula de juros compostos $M = C \cdot (1 + i)^t$, para o caso de aumentos com valor fixo durante um determinado intervalo de tempo.

No caso de a atividade ser aplicada para estudantes do Ensino Médio, sugerimos que, inicialmente seja fixado um preço inicial para o produto ou serviço, por exemplo, R\$ 100,00. Assim o estudante poderá calcular o preço final, após os aumentos sucessivos. Em seguida, pode-se generalizar o raciocínio para um preço x , para que a percepção de que os valores 1,06 e 1,05 devem ser multiplicados, totalizando 1,13 ou 111,3%, ou seja, a inflação acumulada no período foi de 11,3%.

A próxima questão, novamente, apresenta a ideia de inflação acumulada em determinado período, contudo, pretende também explorar a ideia do impacto dessa inflação no poder de compra da população.

Sendo de 2,2% a taxa de inflação de determinado mês e de 1,8% a taxa do mês seguinte, determinar:

A) Inflação acumulada no bimestre.

A primeira pergunta foi respondida de forma rápida e objetiva, conforme as respostas transcritas abaixo:

Figura 12 - Cálculo de Inflação feito pelo Participante 3

The image shows a digital notepad interface with a header 'Oficina' and a timestamp 'sexta-feira, 17 de dezembro de 2021 14:11'. The calculation is written on lined paper:

$$2.4$$

$$A) i = (1,022) \cdot (1,018) = 1,0404 - 1 = 0,0404 = 4,04\%$$

Cálculos apresentados pelo participante 3

Figura 13 - Cálculo de Inflação feito pelo Participante 5

The image shows a digital notepad interface with the following handwritten text and calculations:

Primeiro mês: Ocorreu um aumento de 2,2%, portanto, temos:

$$100\% + 2,2\% = f_1 = 102,2\% = 1,022$$

Mês seguinte: Ocorre um aumento de 1,8%, portanto, temos:

$$100\% + 1,8\% = f_2 = 101,8\% = 1,018$$

O fator acumulado é

$$f = f_1 \cdot f_2 = 1,022 \cdot 1,018 = 1,040396 = 104,03\%$$

Subtraindo o valor inicial de 100% a inflação acumulada no bimestre informado é de 4,03%.

Cálculos apresentados pelo participante 5

Ao conversar com os participantes sobre a pergunta feita no item A, o entendimento de todos sobre o raciocínio que deveria ser construído demonstrou completo entendimento por parte de todos.

No caso de a atividade ser aplicada para estudantes do Ensino Médio, sugerimos que, inicialmente seja fixado um preço inicial para o produto ou serviço, por exemplo, R\$ 100,00. Assim o estudante poderá calcular o preço final, após os aumentos sucessivos. Em seguida, pode-se generalizar o raciocínio para um preço x,

para que a percepção de que os valores 1,022 e 1,018 devem ser multiplicados, totalizando 1,040396 ou 1,040396%, ou seja, a inflação acumulada no período foi de 4,0396%.

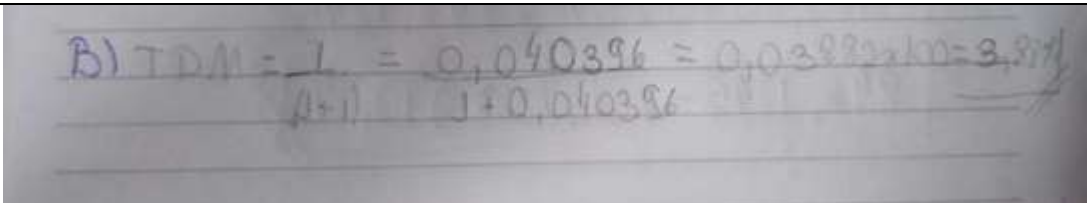
No próximo item foi questionado aos participantes o impacto dessa inflação no poder de compra da população.

B) A redução no poder de compra verificada no bimestre.

Utilize a fórmula $TDM = I / (1 + I)$, sendo TDM a taxa de desvalorização da moeda e I a taxa de inflação do período.

Optamos por apresentar a equação da taxa de desvalorização da moeda (TDM) e solicitar o cálculo com os valores apresentados na questão. Seguem-se os cálculos apresentados pelos participantes 2, 3 e 5 do minicurso:

Figura 14 - Cálculo da TDM feito pelo Participante 2

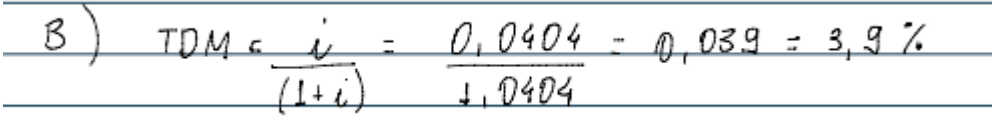


The image shows a handwritten calculation on lined paper. It starts with 'B) TDM = I / (1 + I)'. The value for I is given as 0,040396. The calculation proceeds as follows: $TDM = \frac{0,040396}{1 + 0,040396} = \frac{0,040396}{1,040396} = 0,03882100 = 3,88\%$.

Cálculos apresentados pelo participante 2

O participante 3 optou por arredondar o valor para 3,9%. Aqui podemos discutir com os estudantes do Ensino Médio que o arredondamento de 3,88% apresentará um resultado mais preciso.

Figura 15 - Cálculo da TDM feito pelo Participante 3



The image shows a handwritten calculation on lined paper. It starts with 'B) TDM = I / (1 + I)'. The value for I is given as 0,0404. The calculation proceeds as follows: $TDM = \frac{0,0404}{1 + 0,0404} = \frac{0,0404}{1,0404} = 0,039 = 3,9\%$.

Cálculos apresentados pelo participante 3

O participante 5 utilizou o valor acumulado de 1,040396 no período apresentado na questão. Não percebeu que o valor a ser substituído para I era de 4,0396%, como podemos observar a seguir:

Figura 16 - Cálculo da TDM feito pelo Participante 5

$$TDM = \frac{I}{1 + I}$$

$$TDM = \frac{1,040396}{2,040396} = 0,0599$$

Portanto a taxa de desvalorização da moeda é aproximadamente 50,99%.

Cálculos apresentados pelo participante 5

Assim, acabou obtendo um valor equivocadamente como resposta.

Para finalizar o item, questionamos aos participantes o significado do valor encontrado. Após um breve diálogo, formulamos a seguinte conclusão:

A inflação de 4,0396%, acumulada no bimestre, determina uma redução do poder de compra da moeda igual a 3,88%, isto é, com este percentual de evolução dos preços as pessoas adquirem 3,88% a menos de bens e serviços que costumavam consumir.

Acreditamos que nem todos os estudantes conseguirão alcançar o mesmo entendimento sobre o valor 3,88%, especialmente pelo fato a fórmula da taxa de desvalorização da moeda (TDM) ter sido dada no enunciado. Assim, desenvolvemos habilidades e competências? Ou apenas reproduzimos um cálculo de forma mecânica? Para responder a esse questionamento propomos outra questão, solicitando o cálculo da TDM. Ao final, vamos expor outro raciocínio, mais significativo, utilizando o conceito de regra de três simples, tendo em vista que os valores envolvidos na questão são proporcionais. Para focar exclusivamente neste objeto, optamos por apresentar a inflação acumulada, diferente do que fizemos nos itens anteriores.

2.5) Admita que em determinado período a inflação tenha atingido 10,6%. Determine a redução percentual do poder aquisitivo do assalariado, supondo que os seus vencimentos não sofreram reajuste no período. Utilize a fórmula $TDM = I / (1+I)$, sendo TDM a taxa de desvalorização da moeda e I a taxa de inflação do período.

Como podemos observar, os participantes do minicurso calcularam o valor da TDM corretamente. Destacamos os cálculos apresentados pelos participantes 1, 4 e 5.

Figura 17 - Cálculo correto da TDM Participante 1

$$i = 0,106 = 10,6\%$$

$$\frac{i}{1+i} = \frac{0,106}{1,106} = 0,096 = 9,6\%$$

Cálculos apresentados pelo participante 1

Figura 18 - Cálculo correto da TDM - Participante 4

$$2.5) TDM = \frac{i}{1+i} = \frac{0,106}{1,106} = 0,09584 = 9,58\%$$

Cálculos apresentados pelo participante 4

Diferentemente do que aconteceu no cálculo anterior, aqui o participante 5 substituiu os dados de maneira adequada.

Figura 19 - Cálculo correto da TDM - Participante 5

$$TDM = \frac{i}{1+i}, \text{ com } i = 0,106$$

$$TDM = \frac{0,106}{1,106} = 0,0958$$

Portanto a taxa de desvalorização da moeda é aproximadamente 9,58%.

Cálculos apresentados pelo participante 5

Novamente, questionamos aos participantes o significado do valor encontrado. Após um breve diálogo, formulamos a seguinte conclusão:

A inflação de 10,6% acumulada no bimestre determina uma redução do poder de compra da moeda igual a 9,58%, isto é, com este percentual de evolução dos preços as pessoas adquirem 9,58% a menos de bens e serviços que costumavam consumir.

Com o objetivo de proporcionar entendimento do resultado obtido na questão, em especial aos estudantes do Ensino Médio, público-alvo desse produto, apresentamos o seguinte raciocínio resolução da questão, com a utilização de uma mesa digitalizadora e compartilhamento de tela, para que todos os participantes do minicurso pudessem interagir durante a construção do raciocínio.

Figura 20 - Cálculo da TDM - Pelo Autor

The image shows a handwritten calculation on a grid background. It starts with a proportion: 1,106 is to 100% as 0,106 is to X. Below this, the formula for X is shown: $X = \frac{0,106 \cdot 100}{1,106}$. Finally, the result is boxed: $X = 9,58\%$.

$$\begin{array}{rcl} 1,106 & \text{---} & 100\% \\ 0,106 & \text{---} & X \\ \\ X & = & \frac{0,106 \cdot 100}{1,106} \\ \\ \boxed{X = 9,58\%} \end{array}$$

A inflação de 10,6% determina um aumento nos preços dos produtos e serviços, assim podemos afirmar que o novo valor ($100\% + 10,6\% = 110,6\%$) passa a ser o valor de referência para o produto, ou seja, o novo 100% (valor total). Agora, precisamos verificar quanto representa 10,6% ou 0,106 na comparação com o novo valor, ou seja, com 110,6% ou 1,106.

Finalizando a atividade 2, apresentamos questão que explora a ideia de valor do dinheiro no tempo. Aqui o estudante precisa aplicar a ideia de juros compostos, adaptando-a para o contexto de valor presente do dinheiro, ou seja, ao invés de multiplicar, devemos dividir por $(1 + i)^t$.

2.6) (IBGE – Cesgranrio). Uma empresa de TIC oferece um serviço no valor total de R\$ 200.000,00 a ser pago pela contratante, em três parcelas, distribuídas da seguinte forma: 1ª parcela: R\$ 60.000,00, no ato da contratação - 2ª parcela: R\$ 40.000,00, para 2 meses após a assinatura do contrato - 3ª parcela: R\$ 100.000,00, para 3 meses após a assinatura do contrato. Considerando-se uma taxa mínima de atratividade de 1% a.m., o valor mais próximo do valor atual desse contrato, em reais, é de

Todos os participantes demonstraram domínio desse conceito. A seguir apresentamos os cálculos desenvolvidos pelos participantes 2, 5 e 6:

Figura 21 - Cálculo da questão 2.6 - Participante 2

Handwritten calculation for Figure 21:

$$\begin{aligned}
 &1^\circ 60.000 \\
 &2^\circ 40.000 - 2 \text{ meses} \rightarrow \frac{40.000}{(1,01)^2} = 39.211,84 \\
 &3^\circ 100.000 \quad 3 \text{ meses} \rightarrow \frac{100.000}{(1,01)^3} = 97.059,01 \\
 &\text{Total} : 60.000 + 39.211,84 + 97.059,01 = 196.270,85
 \end{aligned}$$

Cálculos apresentados pelo participante 2

Figura 22 - Cálculo da questão 2.6 - Participante 5

Handwritten calculation for Figure 22:

$$\begin{aligned}
 &2.6 \\
 &60000 + \frac{40000}{(1+0,01)^2} + \frac{100000}{(1+0,01)^3} \\
 &= 196.270,8
 \end{aligned}$$

Cálculos apresentados pelo participante 5

Figura 23 - Cálculo da questão 2.6 – Participante 6

$$\begin{aligned}
 P &= 200.000,00 \\
 I &= 1\% \text{ a.m} \\
 1^\circ \text{ PARCELA: } &R\$ 60.000,00 \\
 2^\circ \text{ PARCELA: } &R\$ 40.000,00 \\
 3^\circ \text{ PARCELA: } &R\$ 100.000,00 \\
 VP &= 60.000,00 + 40.000 / (1+0,01)^2 + 100.000 / (1+0,01)^3 \\
 VP &= 60.000,00 + 39.211,84 + 97.059,01 \\
 VP &= R\$ 196.270,85
 \end{aligned}$$

Cálculos apresentados pelo participante 6

Para responder a essa questão, o conceito de juros composto precisa estar devidamente compreendido pelos estudantes, pois, sem esse conhecimento, a percepção de multiplicar ou dividir por $(1 + 1)^t$ causará dúvidas ao longo do desenvolvimento da atividade.

Para finalizar a oficina, fizemos uma conversa final, onde pude agradecer a todos pela disponibilidade e contribuições para realização desse trabalho. Novamente solicitamos aos participantes que apresentassem dúvidas e sugestões sobre o trabalho realizado no segundo dia de oficina. Destacamos a seguir os comentários apresentados pelos participantes 3 e 5:

Quadro 25 - Comentários dos participantes sobre a Atividade 2

As questões apresentadas são interessantes e, com a abordagem do professor, trazem reflexões muito relevantes. Como foi dito, por diversas vezes o conteúdo é trabalhado de uma forma mecanizada, em que o aluno memoriza fórmulas e resolve exercícios, mas sem entender de fato o sentido e a aplicabilidade daquilo nos problemas reais. As questões trazidas são tradicionais, mas pudemos analisá-las com um outro olhar, visando justamente discutir sobre um processo de ensino que deve focar na aprendizagem real e relevante para o estudante.

Acredito que a atividade cumpriu seu objetivo, uma vez que foram realizados os cálculos das atividades e feito discussões bem interessantes sobre o assunto.

Nosso objetivo com o desenvolvimento deste trabalho foi gerar discussões relevantes e construção de significados em relação aos objetos de conhecimentos associados a Matemática Financeira. Os comentários supracitados demonstram que as atividades propostas sugerem um norte para essa caminhada, apresentando estratégias para

construção das competências e habilidades indispensáveis ao desenvolvimento de uma Matemática Financeira em sala de aula, o que, assim esperamos, tenha contribuído para a formação dos futuros professores de Matemática.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A aplicação das atividades mostrou que a sequência metodológica proposta gerou uma discussão rica, do ponto de vista da Matemática e proporcionou engajamento dos participantes.

Desde o início, nosso objetivo proposto era uma análise crítica sobre a Matemática Financeira, fazendo um paralelo com a Educação Financeira, dialogando com as competências e habilidades da BNCC. Em especial, demonstrando que é possível ensinar Matemática Financeira com um olhar crítico e aplicada a situações voltadas para o cotidiano, propondo reflexões e gerando discussões que envolvem formação ética e participação cidadã.

Compreendemos que o ensino da Matemática, planejado por situações problema ou outra forma que instigue operações mentais, a serem resolvidas de forma reflexiva e colaborativa, gera não só engajamento dos envolvidos, contribuindo para mobilização de habilidades e, conseqüentemente, a construção de competências, mas, principalmente, a formação do pensamento crítico, tão necessário aos tempos contemporâneos, frente à sociedade da globalização, da contrainformação, do aumento das injustiças e de desrespeito aos valores humanos.

Ao longo das atividades, percebemos a importância de todas as pessoas construírem um controle rigoroso sobre sua vida financeira e que esse controle impacta diretamente no seu cotidiano, em especial, na realização de suas metas, seja apenas o de manter uma vida financeira equilibrada ou até mesmo traçar planos e metas (curto, médio e longo prazo) e como é possível se organizar para realizá-las. Além disso, a discussão apontou para importância de se fazer uma leitura crítica em um boleto de cobrança e exigiu dos participantes conhecimentos básicos sobre função do 1º grau. E que uma interpretação equivocada dos itens apresentados no boleto pode gerar conclusões equivocadas. Na análise das contas de água e conta de luz os participantes conseguiram se apropriar de como as tarifas cobradas dos consumidores são calculadas e adquirir conhecimentos básicos sobre a política de bandeiras tarifárias, relacionadas à conta de luz. Fechamos a discussão refletindo sobre formas de economizar nas referidas contas, os participantes demonstraram preocupação com a causa proposta e apresentaram possibilidades viáveis para realização das reduções propostas, como por exemplo, retirar da tomada aparelhos que não estejam sendo utilizados e não deixar a torneira aberta ao escovar os dentes

ou quando estiver lavando a lousa. Essas experiências trazem de volta a formação cidadão e o olhar crítico necessário à garantia da sustentabilidade.

Ao longo das discussões os participantes se envolveram de forma a questionar e trazer situações de seu próprio interesse, como por exemplo, o questionamento sobre o IPTU, que gerou uma nova proposta de atividade para nossa pesquisa. Acreditamos que tal envolvimento se deve ao fato de o protagonismo ter sido colocado aos participantes do minicurso, em especial, quando percebem que a proposta de trabalho é colaborativa e que as respostas não são dadas pelo professor, mas sim construídas por eles.

Alcançamos o objetivo de demonstrar aos participantes que as práticas escolares desenvolvidas em sala de aula, quando demonstram aos alunos a aplicabilidade da matemática em outros contextos, ou seja, fora do ambiente escolar, apresentam resultados expressivos. A partir desse princípio norteador, nosso minicurso conseguiu debater a Matemática Financeira proposta nas habilidades vinculadas a BNCC do Ensino Médio para além do contexto técnico, contribuindo, assim, para que os alunos pudessem fazer conexões dessa Matemática com a matemática do seu cotidiano, formando sujeitos para viver nesse mundo, com capacidades de questionamentos, de indagações, mas, igualmente, capazes de formular soluções para as questões e os desafios que a vida apresenta.

As questões propostas neste trabalho demandam conhecimentos sobre Matemática Financeira, e utilizam as habilidades relacionadas a BNCC do Ensino Médio. Contudo nosso foco foi, por exemplo, discutir sobre os impactos causados pela inflação na sociedade e sua influência direta nos preços de produtos e serviços. Ressaltamos que essa discussão, que se mostrou importante e necessária, especialmente nos dias atuais, onde nossa economia se encontra fragilizada, só foi possível, pois os participantes possuíam as habilidades e competências associadas aos objetos de conhecimentos necessários a esse diálogo, como por exemplo, fator de aumento ou redução, porcentagem, cálculos de juros. Aqui percebemos que é possível fazer um diálogo que aponta para problemas do cotidiano, estimulando a discussão com foco na Educação Financeira, possibilidade essa postura desde o início deste trabalho. É motivador para alunos e professores uma conversa que gera engajamento e envolvimento de todos, em especial, sobre assuntos relevantes da sociedade e de nossas vidas.

A conversa ao longo deste momento do minicurso reforça a importância da base teórica, apontada nas habilidades mencionadas anteriormente, o que coloca direcionamentos sobre de que modo formar estudantes do Ensino Médio, que não podem passar ao largo de debates como esses.

Conforme mencionado anteriormente, não foi possível aplicar as atividades 3 e 4. As referidas atividades dão continuidade ao fio condutor presente nas atividades anteriores, ter conhecimentos técnicos e aplicá-los em sua realidade.

A atividade 3 pretende explorar aspectos técnicos da Matemática Financeira, através de situações de compras que fazem parte do cotidiano das pessoas. Perceber as taxas de juros envolvidas e como calculá-las; além disso, provocar a problematização da Matemática Financeira para verificar o que é mais viável dentro de uma situação que envolva conhecimentos financeira, estimulando a construção de conhecimentos e significados relacionados à Educação Financeira.

A atividade 4 estimula a tomada de decisão fundamentada pela Matemática Financeira. Aqui novamente demonstramos a possibilidade de diálogo entre Matemática Financeira e Educação Financeira. Ressaltamos que é urgente que essas discussões sejam levantadas em sala de aula ao longo do Ensino Médio, tendo em vista que a BNCC não explora a Educação Financeira, neste nível de ensino e ao longo desse trabalho demonstramos que essa associação é possível e indispensável. Por fim, destacamos que, em todas as atividades propostas neste trabalho, buscamos dialogar com os princípios fundamentais presentes nas habilidades da BNCC de Matemática do Ensino Médio, voltadas à Matemática Financeira, aplicando conceitos matemáticos para tomar decisões e resolver problemas. Ao mesmo tempo, estabelecemos o foco na aprendizagem e na utilização da Matemática Financeira para vida, ou seja, construímos a Educação Financeira. Esse é o horizonte desejado: que políticas públicas favoreçam, por direito, cursos de formação para professores da área e de outras, vista a perspectiva interdisciplinar que os temas Matemática Financeira e Educação Financeira apontam. Por razões variadas, sabemos que muitos professores podem dominar esse conhecimento, mas não dominam a cultura da Educação Financeira, são, muitos deles, destituídos de bons salários e de uma relação mais crítica com a realidade da vida cotidiana. Essa formação deve chegar a todos e a todas professoras /professores do país. O alcance da democracia e da justiça se faz com sujeitos capazes de ensinar e de aprender criticamente sobre o valor/custo matemático e o valor/custo da vida.

6. REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Adriana Correa. **Trabalhando Matemática Financeira em uma sala de aula do ensino médio da escola pública**. Dissertação (Mestrado). Faculdade de Educação. Universidade Estadual de Campinas. Campinas: UNICAMP, 2004.

ANEEL define que bandeira tarifária de julho custará R\$ 9,492 a cada 100 kWh. **AC Minas**, Minas Gerais, 30 de jun. 2021. Disponível em: <<https://acminas.com.br/imprensa/aneel-define-que-bandeira-tarifaria-de-julho-custara-r-9492-a-cada-100-kwh/>>. Acesso em: 29 jul. 2021.

ARAUJO, Fernanda. Bandeiras da Conta de Luz e Como Funcionam. **Serasa – Educação Financeira**. Disponível em: <<https://www.serasa.com.br/ensina/suas-economias/bandeiras-da-counta-de-luz/>>. Acesso em: 29 jul. 2021.

ASSAF NETO, Alexandre. **Matemática Financeira e Suas Aplicações**. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

ASSAF NETO, Alexandre. **Matemática Financeira e suas aplicações**. 12. ed. São Paulo: Ed. Atlas, 2012. p.67.

BAZANELLA, Marcelo; BEZERRA, Renata Camacho. **A matemática financeira e suas contribuições: uma proposta de aprendizagem para alunos do ensino médio**. 2016.

BARTONI-RICARDO, Stella Maris. **O professor pesquisador: introdução à pesquisa qualitativa**. São Paulo: Parábola Editorial, 2008.

BIAGGI, Geraldo Vitório. **Uma nova forma de ensinar matemática para futuros administradores: uma experiência que vem dando certo**. Ciências da Educação. Lorena, v. 2, n. 2, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular (BNCC)**. Brasília, DF MEC/SEB, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/historico/BNCC_EnsinoMedio_embai_xa_site_110518.pdf>. Acesso em: 02 jul. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM 2000**. Brasília, DF, 2000. Disponível em: <https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2000/2000_amarela.pdf>. Acesso em: 26 jul. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM 2008**. Brasília, DF, 2008. Disponível em: <https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2008/2008_amarela.pdf>. Acesso em: 26 jul. 2021.

BHASKARA descobriu a fórmula de Bhaskara?. **UFRGS - Universidade Federal do Rio Grande do Sul**. Disponível em: <<http://www.mat.ufrgs.br/~portosil/bhaka.html>>. Acesso em: 15 fev. 2021.

CAMPOS, Marcelo Bergamini. **Educação financeira na matemática do ensino fundamental: uma análise da produção de significados**. Dissertação de Mestrado. Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2012.

Centro OCDE/CVM de Educação e Alfabetização Financeira para América Latina e o Caribe (2005). **Recomendação sobre os Princípios e as Boas Práticas de Educação e Conscientização Financeira**. Disponível em: <[https://www.oecd.org/daf/fin/financial-education/\[PT\]%20Recomenda%C3%A7%C3%A3o%20Princ%C3%ADpios%20de%20Educa%C3%A7%C3%A3o%20Financeira%202005%20.pdf](https://www.oecd.org/daf/fin/financial-education/[PT]%20Recomenda%C3%A7%C3%A3o%20Princ%C3%ADpios%20de%20Educa%C3%A7%C3%A3o%20Financeira%202005%20.pdf)>. Acesso em: 20 jul. 2022.

COMO fazer uma planilha de gastos?. Disponível em: <<https://blog.guiabolso.com.br/como-fazer-uma-planilha-de-gastos>>. Acesso em: 26 jul. 2021.

CUNHA, Clístenes Lopes. **EDUCAÇÃO FINANCEIRA: Uma perspectiva da disciplina Matemática no Ensino Médio pela Resolução de Problemas**. Dissertação de Mestrado. Programa de Mestrado Profissional da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2014.

DAMIANI, Magda Floriana. Sobre pesquisas do tipo intervenção. *In: Encontro Nacional de Didática e Práticas de Ensino*, 16, 2012, Campinas. Anais do XVI ENDIPE, UNICAMP. São Paulo: Junqueira e Marin, 2012, p. 2882-90.

CARRARA, Antônio Marco Campos. **Educação Financeira: praticando o consumo consciente no Ensino Fundamental**. (Dissertação) Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências – PPGE, Universidade do Grande Rio, Duque de Caxias, RJ, 2017.

CASTRO, Tamara. **Educação financeira na BNCC**. CENPEC. Disponível em: <<https://www.cenpec.org.br/tematicas/educacao-financeira-na-bncc>>. Acesso em: 24 out. 2021.

EXERCÍCIOS sobre inflação. Disponível em: <https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/3776613/mod_resource/content/2/EXERC%C3%8DCIOS%20INFLA%C3%87%C3%83O.pdf>. Acesso em: 27 jul. 2021.

EXERCÍCIOS resolvidos sobre séries de pagamentos. Disponível em: <<https://sabermatematica.com.br/exercicios-resolvidos-sobre-series-de-pagamentos.html>>. Acesso em: 28 jul. 2021.

EXERCÍCIOS sobre problemas envolvendo funções do 2º grau. Disponível em: <<https://exercicios.brasilecola.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-problemas-envolvendo-funcoes-2-o-grau.htm>>. Acesso em: 29 dez. 2020.

FREIRE, Paulo. **Educação como prática da liberdade**. 36. ed. Rio de Janeiro; São Paulo: Paz e Terra, 2014.

GARCIA, Antonio Marcos Carrillo. **Propostas para uso da matemática financeira em um curso de formação continuada**. UNIOESTE, Campus de Cascavel. Paraná, 2016.

GIL, Antonio Carlos. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. 5ª. Ed. São Paulo: Atlas, 2010, 184p.

GIORDANO, Cassio Cristiano; ASSIS, Marco Rodrigo da Silva; COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. **A Educação Financeira e a Base Nacional Comum Curricular**. Disponível em: <<https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/241442/pdf>>. Acesso em: 01 abril 2021.

GLOBO. **Percentual de famílias com dívidas chega a 70% e Brasil atinge o maior nível em 11 anos, aponta CNC**. Disponível em: <<https://g1.globo.com/economia/noticia/2021/07/01/percentual-de-familias-com-dividas-chega-a-70percent-e-brasil-atinge-o-maior-nivel-em-11-anos-aponta-cnc.ghtml>>. Acesso em: 15 jan. 22.

IFRAH, Georges. **História universal dos algarismos: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997. v. 1.

KISTEMANN JR, Marco Aurélio; LINS, Romulo Campos. **Enquanto isso na Sociedade de Consumo Líquido-Moderna: a produção de significados e a tomada de decisão de indivíduos consumidores**. Disponível em: <<https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/114246/S0103-636X2014000301303.pdf?sequence=1&isAllowed=y>>. Acesso em: 24 out. 2021.

KISTEMMAN JR, Marco Aurélio. **Uma discussão sobre a base nacional curricular comum (bncc) e o tema integrador “consumo e educação financeira” e o currículo de matemática**. Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades, 2016.

LIMA, Cristiane Bahia; SÁ, Ilydio Pereira de. **Matemática Financeira no Ensino Fundamental**. Revista TECCEN – Universidade Severino Sombra, v. 3, n. 1, abr. 2010.

LINS, Romulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 1997.

MATEMÁTICA Financeira. **Só Matemática**. Disponível em: <<https://www.somatematica.com.br/emedio/finan4.php>>. Acesso em: 28 dez. 2020.

MATEMÁTICA financeira para a escola básica: uma abordagem pratica e visual / coordenação Lilian Nasser. Rio de Janeiro: **IM/UFRJ**, 2010.

MATEMÁTICA e suas Tecnologias. Disponível em: <<https://www.tutorbrasil.com.br/forum/viewtopic.php?t=13521>>. Acesso em: 29 dez. 2020.

MATEMÁTICA Financeira e o cotidiano: resolvendo problemas. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?pagina=espaco%2Fvisualizar_aula&aula=24922&secao=espaco&request_locale=es> (adaptado). Acesso em: 05 mar. de 2022.

MOREIRA, Maria Ignez Costa. Pesquisa-intervenção: especificidades e aspectos da interação entre pesquisadores e sujeitos da pesquisa. *In*: CASTRO, Lucia. Rabello de; BESSET, Vera Lopes. (Orgs.) **Pesquisa-intervenção na infância e juventude**. NAU: Rio de Janeiro, 2008.

NASSER, Lilian. **Matemática Financeira para a escola básica: uma abordagem prática e visual / coordenação Lilian Nasser**. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2010.

NEGRI, Ana Lúcia Lemes. **Educação financeira para o ensino médio da rede pública : uma proposta inovadora**. Dissertação de Mestrado. Centro Universitário Salesiano de São Paulo – UNISAL, Americana, 2010.

O logaritmo na matemática financeira. Disponível em: <<https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/o-logaritmo-na-matematica-financeira.htm>>. Acesso em: 29 dez. 2020.

OLIVEIRA, Darení Portela. A matemática financeira e o cotidiano do aluno do ensino médio a matemática financeira e o cotidiano do aluno do ensino médio. *In*: **Desafios do professor paranaense na perspectiva do professor**. Paraná, 2013.

PERCENTUAL de endividamento das famílias. Disponível em: <[https://s2.glbimg.com/CCsWuISZXl8cUS8yL3RRHfcqFIQ=/0x0:1340x840/984x0/smart/filters:strip_icc\(\)/i.s3.glbimg.com/v1/AUTH_59edd422c0c84a879bd37670ae4f538a/internal_photos/bs/2021/A/B/7ycjqrRQaT17hfBfQe6A/percentual-de-endividamento-das-familias.png](https://s2.glbimg.com/CCsWuISZXl8cUS8yL3RRHfcqFIQ=/0x0:1340x840/984x0/smart/filters:strip_icc()/i.s3.glbimg.com/v1/AUTH_59edd422c0c84a879bd37670ae4f538a/internal_photos/bs/2021/A/B/7ycjqrRQaT17hfBfQe6A/percentual-de-endividamento-das-familias.png)>. Acesso em: 15 de jan. 2022.

PORCENTAGEM: transformação de taxas e aumentos e descontos. Disponível em: <<https://blog.professorferretto.com.br/porcentagem-transformacao-de-taxas-e-aumentos-e-descontos>>. Acesso em: 27 jul. 2021.

PITON-GONÇALVES, Jean. **A História da Matemática Comercial e Financeira**. Brasil, 2005.

Disponível em: <<http://www.somatematica.com.br/historia/matfinanceira.php>>. Acessado em:18/10/2013.

PUCCINI, Ernesto Coutinho. **Matemática financeira. Projeto universidade aberta.** 2007. Disponível em: < <https://docplayer.com.br/889801-Matematica-financeira-ernesto-coutinho-puccini.html> >. Acesso em: 23 jul. 2022.

QUAL é a diferença entre preço e valor. Disponível em: <<https://consorciofipal.com.br/noticias/qual-e-a-diferenca-entre-preco-e-valor>>. Acesso em: 15 dez. 2021.

SANTOS, Epaminondas Alves dos. **Matemática Financeira: Uma abordagem contextual – Programa de Desenvolvimento Educacional PDE - Maringá - 2008.** Disponível em acesso em 18 de abril de 2016.

SANTOS, Fabrycia Maria Teodoro. **EDUCAÇÃO FINANCEIRA: uma proposta de trabalho para os anos finais do Ensino Fundamental.** Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-graduação Strictu Sensu - Mestrado em Educação Matemática, PUC Minas. Minas Gerais, 2019.

SANTOS, G. L. da C. **Educação financeira: a matemática financeira sob nova perspectiva. 2005.** Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência) – Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2005.

SERASA. O que é inflação? Disponível em: <<https://www.serasa.com.br/ensina/dicas/o-que-e-inflacao>>. Acesso em: 28 jul. 2021.

SILVA, Jaqueline Michele Nunes. **Educação financeira e matemática financeira na bncc: percepções de professores que ensinam matemática na educação básica.** Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade do Estado de Mato Grosso (UNEMAT) Barra do Bugres – MT, 2021.

SILVA, A.; POWELL, A. **Educação Financeira na Escola: a perspectiva da Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico.** Boletim GEPEM, 2015.

STEPHANI, Marcos. **EDUCAÇÃO FINANCEIRA: uma perspectiva interdisciplinar na construção da autonomia do aluno.** Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2005.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica: a questão da democracia.** Tradução de Abigail Lins e Jussara de Loiola Araújo. 5. ed. Campinas: Papirus, 2010.

TAXONOMIA de Bloom — **O que é? Quais são seus objetivos?**. Disponível em: <<https://sae.digital/taxonomia-de-bloom/>>. Acesso em: 16 jan. 2022.

ZABALA, Antoni; ARNAU, Laia. **Como aprender e ensinar competências.** Porto Alegre: ArtMed, 2010.

APÊNDICE - PRODUTO
PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS
Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática.

**EDUCAÇÃO FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO:
CADERNO DE ATIVIDADES COM
MATEMÁTICA FINANCEIRA EM SITUAÇÕES
COTIDIANAS**

Guilherme Guimarães Laborão
Prof^ª. Dr^ª. Eliane Scheid Gazire (Orientadora)

Belo Horizonte
2022

APRESENTAÇÃO

O ensino e o uso de modelos matemáticos e financeiros em sala de aula devem ser adaptados às necessidades, aos interesses e às experiências de vida dos alunos. Fórmulas e modelos engessados, pouco atrativos para os alunos, devem dar lugar a modelos construídos a partir de suas experiências, em busca de soluções para seus problemas nas relações sociais. Soluções essas que apontem para uma educação que capacite o homem a discutir seus problemas com protagonismo e autonomia.

Segundo a Base Nacional Comum Curricular - BNCC, a Matemática deve funcionar de forma significativa, problematizando e aplicando conceitos e conhecimentos à nossa realidade.

O surgimento e a evolução da Matemática Financeira estão relacionados à origem do dinheiro e seu desenvolvimento. Pensar na Matemática Financeira atual significa levar em conta a experiência financeira e quantitativa ao longo dos tempos e ao longo da evolução da civilização, bem como as diferentes formas de dinheiro e instrumentos.

Segundo Assaf Neto (2002), a Matemática Financeira é fundamentalmente o estudo do valor do dinheiro e seus cálculos em um determinado período. Portanto, receber uma quantia hoje ou receber uma quantia no futuro não é realmente a mesma coisa.

De acordo com registros históricos, o conceito, cálculo e compreensão de juros é antigo. Esse conceito surgiu quando o ser humano tomou consciência da relação entre tempo e dinheiro e como ele reage na vida das pessoas. O dinheiro, na forma e no estilo que conhecemos, tem valor não por si mesmo, mas pelos bens, cálculos, contas e serviços que pode comprar.

Compreender suas implicações quantitativas tem efeitos importantes para o estudo da matemática em negócios e finanças, bem como o estudo da história da matemática, sendo de grande valor para os alunos e para o processo educacional.

A moeda é, assim, um título que confere ao seu titular a capacidade de se ver como credor da sociedade e de usufruir de todas as conquistas modernas da humanidade na sociedade através do poder de compra. Essa capacidade de aquisição pode ser quantificada, analisada e calculada em detalhes e tem impacto na sociedade. Desta forma, o dinheiro surge como resultado de necessidades, sendo que

sua evolução refletindo cada vez mais na necessidade do homem de adaptar seus instrumentos monetários ao seu ambiente econômico e social.

A educação matemática financeira deve levar em conta a evolução do dinheiro, das relações sociais a que ele está ligado e do poder aquisitivo dos cidadãos, de modo a utilizar modelos matemáticos que atendam às necessidades específicas dos alunos e das unidades escolares.

No Ensino Fundamental e Médio quanto na Educação Profissional, esse conhecimento histórico deve ser considerado em experiências matemáticas concretas na escola e na sala de aula, na busca de uma educação matemática abrangente e no desenvolvimento e aplicação de conhecimentos. Experiências práticas relacionadas a situações que envolvam o dinheiro e sua relação prática no cotidiano da comunidade escolar merecem fazer parte das estratégias de aprendizagem matemática, substituindo exercícios diretos e testes que, por muitas vezes, apenas servem para verificar a memorização de fórmulas. Assim é possível ir para uma relação mais lúdica, prazerosa e construtiva com os alunos no ensino de Matemática, do ponto de vista da construção plena de um senso de cidadania.

O objetivo deste material é promover a educação financeira, apresentando aos nossos alunos temas que possibilitem análises e reflexões voltadas para problemas que envolvam o dinheiro e sua aplicação em nossas vidas e na sociedade, fazendo uso de conhecimentos ligados à Matemática Financeira, sendo aplicados em problemas reais. Isso possibilita que os alunos possam fazer conexão entre a teoria aprendida em sala de aula e situações que são aplicadas em nosso cotidiano.

Para estimular a participação e autonomia dos alunos, utilizamos situações-problema que possibilitam uma troca entre professor e alunos, de modo que a construção do conhecimento seja colaborativa e que as ideias e conclusões sejam construídas de maneira conjunta.

Esperamos que a caminhada seja edificante e que a aplicação dos conceitos Matemáticos ligados à Matemática Financeira seja significativa para o professor e para os alunos.

ATIVIDADE 1 – Administração do próprio dinheiro

ATIVIDADE 1: Administração do próprio dinheiro
Material Utilizado: Microsoft Excel, Google Forms e Google Meet
Objetivos: Essa atividade tem como objetivo apresentar a importância de se ter controle sobre o orçamento familiar, em especial, saber os rendimentos familiares mensais e os gastos, sejam fixos ou eventuais. Assim como apresentar a importância de ser fazer uma leitura detalhada e crítica sobre boletos, carnes e contas mensais (por exemplo, conta de água e de luz).

1.1) Planilha de controle orçamentário familiar

A melhor forma de controlar suas finanças é monitorá-las de perto. Para isso, você tem duas opções: montar uma planilha de gastos ou optar por uma ferramenta de controle financeiro, existem ferramentas online e aplicativos para smartphones e tablets.

Para quem ainda não está habituado a fazer esse tipo de controle, uma boa ideia é começar pelo controle de gastos mensal.

- Crie uma planilha no Excel, com 12 abas, cada aba referente aos meses do ano.
- Liste todas suas receitas e despesas;
- Compare suas receitas e seus gastos;
- Analise suas finanças;
- Crie metas de gastos;
- Acompanhe seu desempenho.

Após iniciar o controle de suas despesas e rendimentos você dará o primeiro passo para ter controle de sua vida financeira. A partir daí será possível perceber se ao final de cada mês seu saldo está positivo ou negativo. Caso esteja negativo é necessário cortar gastos e para isso é importante compreender algumas fontes de despesas mensal que possuem valores variáveis, como por exemplo, a conta de água e de luz.

Sugestão de planilha de controle orçamentário:

PLANILHA DE GASTOS MENSAL				
RECEITAS		VALORES (EM REAIS)		
SALÁRIO				
RENDIMENTO BANCÁRIO				
OUTRAS				
			TOTAL DE RECEITAS	
			R\$ -	
			TOTAL DE GASTOS	
			R\$ -	
DESPESAS		VALORES (EM REAIS)	VENCIMENTO	PAGO
ÁGUA				
LUZ				
TELEFONE				
GÁS				
IPU				
IPVA				
SUPERMERCADO				
SAÚDE				
OUTRAS				
			TOTAL PAGO	
			R\$ -	
			FALTA PAGAR	
			R\$ -	
			SALDO DO MÊS	
			R\$ 0,00	

Disponível em: <https://1drv.ms/x/s!AkDgccQiFjkiha5YQZPqZqthefB6BQ?e=K6jwpS>

1.2) Analisando um boleto

(ENEM/2008 - Adaptado) A figura abaixo representa o boleto de cobrança da mensalidade de uma escola, referente ao mês de junho de 2008.

Banco S.A.	
Pagável em qualquer agência bancária até a data de vencimento	vencimento 30/06/2008
Cedente Escola de Ensino Médio	Agência/cod. cedente
Data documento 02/06/2008	Nosso número
Uso do banco	(=) Valor documento R\$ 500,00
Instruções Observação: no caso de pagamento em atraso, cobrar multa de R\$ 10,00 mais 40 centavos por dia de atraso.	(-) Descontos
	(-) Outras deduções
	(+) Mora/Multa
	(+) Outros acréscimos
	(=) Valor Cobrado

1) Qual a data de vencimento desse boleto?

2) Qual o valor a ser pago até a data do vencimento?

3) Existe multa para o caso de pagamento em atraso? Como ela é composta?

4) Qual o valor a ser pago para o caso de pagamento com 1 dia de atraso? Para 2 dias de atraso? Para 10 dias de atraso?

5) Qual o valor a ser pago até a data do vencimento? Se $M(x)$ é o valor, em reais, da mensalidade a ser paga, em que x é o número de dias em atraso, então:

- A) $M(x) = 500 + 0,4x$
- B) $M(x) = 500 + 10x$
- C) $M(x) = 510 + 0,4x$
- D) $M(x) = 510 + 40x$
- E) $M(x) = 500 + 10,4x$

1.3) Analisando a conta de água

COPASA NOTA FISCAL / FATURA DE SERVIÇOS
 Companhia de Saneamento de Minas Gerais
 Rua Mar da Espanha, 525 - Santo Antônio - Belo Horizonte - MG / CEP: 30.330-900
 A água de Minas CNPJ: 17.281.106/0001-03 - Insc. Estadual: 062.000139.00-14

SPMT-DTSL 101.310003000 34.000.0000 000258

CLIENTE: FULANO DE TAL
 RUA DAS AVENIDAS
 CENTRO 99 CEP: 99.999-999
 BELO HORIZONTE MG

REFERÊNCIA DA FATURA Para contato com a Copasa Informe esse número

MÊS: 06/2010 Nº 009.09.99999999-0 EMISSÃO: 07/06/2010

MATRÍCULA 9 999 999 999 9

HIDRÔMETRO	LEITURA	CONSUMO FATURADO	PRÓXIMA LEITURA	QUANTIDADE DE UNIDADES ATENDIDAS
Y06L 999999	Atual: 360 Anterior: 360	m³: 6 Litros: 6.000	05/07/2010	Serviço: Residencial: 1 Água: 1 Esgoto: 1

DADOS 2010: 05/05/2010 Dias de Consumo: 30

HISTÓRICO DE CONSUMO		TARIFA	
Volume Faturado Litros	Medida Média Litros	Faixa de Consumo Litros	Valor R\$
Jun/2010: 6.000	30	0 - 1.000	0,00
Jul/2010: 6.000	30	1.000 - 2.000	18,32
Aug/2010: 6.000	30	2.000 - 3.000	0,00
Sep/2010: 6.000	30	3.000 - 4.000	10,99
Out/2010: 6.000	30	4.000 - 5.000	29,31
Nov/2010: 6.000	30	5.000 - 6.000	0,00
Dez/2010: 6.000	30	6.000 - 7.000	0,00
Jan/2011: 6.000	30	7.000 - 8.000	0,00
Fev/2011: 6.000	30	8.000 - 9.000	0,00
Mar/2011: 6.000	30	9.000 - 10.000	0,00
Abr/2011: 6.000	30	10.000 - 11.000	0,00
Mai/2011: 6.000	30	11.000 - 12.000	0,00
Jun/2011: 6.000	30	12.000 - 13.000	0,00
Jul/2011: 6.000	30	13.000 - 14.000	0,00
Agos/2011: 6.000	30	14.000 - 15.000	0,00
Sep/2011: 6.000	30	15.000 - 16.000	0,00
Out/2011: 6.000	30	16.000 - 17.000	0,00
Nov/2011: 6.000	30	17.000 - 18.000	0,00
Dez/2011: 6.000	30	18.000 - 19.000	0,00
Jan/2012: 6.000	30	19.000 - 20.000	0,00
Fev/2012: 6.000	30	20.000 - 21.000	0,00
Mar/2012: 6.000	30	21.000 - 22.000	0,00
Abr/2012: 6.000	30	22.000 - 23.000	0,00
Mai/2012: 6.000	30	23.000 - 24.000	0,00
Jun/2012: 6.000	30	24.000 - 25.000	0,00
Jul/2012: 6.000	30	25.000 - 26.000	0,00
Agos/2012: 6.000	30	26.000 - 27.000	0,00
Sep/2012: 6.000	30	27.000 - 28.000	0,00
Out/2012: 6.000	30	28.000 - 29.000	0,00
Nov/2012: 6.000	30	29.000 - 30.000	0,00
Dez/2012: 6.000	30	30.000 - 31.000	0,00
Jan/2013: 6.000	30	31.000 - 32.000	0,00
Fev/2013: 6.000	30	32.000 - 33.000	0,00
Mar/2013: 6.000	30	33.000 - 34.000	0,00
Abr/2013: 6.000	30	34.000 - 35.000	0,00
Mai/2013: 6.000	30	35.000 - 36.000	0,00
Jun/2013: 6.000	30	36.000 - 37.000	0,00
Jul/2013: 6.000	30	37.000 - 38.000	0,00
Agos/2013: 6.000	30	38.000 - 39.000	0,00
Sep/2013: 6.000	30	39.000 - 40.000	0,00
Out/2013: 6.000	30	40.000 - 41.000	0,00
Nov/2013: 6.000	30	41.000 - 42.000	0,00
Dez/2013: 6.000	30	42.000 - 43.000	0,00
Jan/2014: 6.000	30	43.000 - 44.000	0,00
Fev/2014: 6.000	30	44.000 - 45.000	0,00
Mar/2014: 6.000	30	45.000 - 46.000	0,00
Abr/2014: 6.000	30	46.000 - 47.000	0,00
Mai/2014: 6.000	30	47.000 - 48.000	0,00
Jun/2014: 6.000	30	48.000 - 49.000	0,00
Jul/2014: 6.000	30	49.000 - 50.000	0,00
Agos/2014: 6.000	30	50.000 - 51.000	0,00
Sep/2014: 6.000	30	51.000 - 52.000	0,00
Out/2014: 6.000	30	52.000 - 53.000	0,00
Nov/2014: 6.000	30	53.000 - 54.000	0,00
Dez/2014: 6.000	30	54.000 - 55.000	0,00
Jan/2015: 6.000	30	55.000 - 56.000	0,00
Fev/2015: 6.000	30	56.000 - 57.000	0,00
Mar/2015: 6.000	30	57.000 - 58.000	0,00
Abr/2015: 6.000	30	58.000 - 59.000	0,00
Mai/2015: 6.000	30	59.000 - 60.000	0,00
Jun/2015: 6.000	30	60.000 - 61.000	0,00
Jul/2015: 6.000	30	61.000 - 62.000	0,00
Agos/2015: 6.000	30	62.000 - 63.000	0,00
Sep/2015: 6.000	30	63.000 - 64.000	0,00
Out/2015: 6.000	30	64.000 - 65.000	0,00
Nov/2015: 6.000	30	65.000 - 66.000	0,00
Dez/2015: 6.000	30	66.000 - 67.000	0,00
Jan/2016: 6.000	30	67.000 - 68.000	0,00
Fev/2016: 6.000	30	68.000 - 69.000	0,00
Mar/2016: 6.000	30	69.000 - 70.000	0,00
Abr/2016: 6.000	30	70.000 - 71.000	0,00
Mai/2016: 6.000	30	71.000 - 72.000	0,00
Jun/2016: 6.000	30	72.000 - 73.000	0,00
Jul/2016: 6.000	30	73.000 - 74.000	0,00
Agos/2016: 6.000	30	74.000 - 75.000	0,00
Sep/2016: 6.000	30	75.000 - 76.000	0,00
Out/2016: 6.000	30	76.000 - 77.000	0,00
Nov/2016: 6.000	30	77.000 - 78.000	0,00
Dez/2016: 6.000	30	78.000 - 79.000	0,00
Jan/2017: 6.000	30	79.000 - 80.000	0,00
Fev/2017: 6.000	30	80.000 - 81.000	0,00
Mar/2017: 6.000	30	81.000 - 82.000	0,00
Abr/2017: 6.000	30	82.000 - 83.000	0,00
Mai/2017: 6.000	30	83.000 - 84.000	0,00
Jun/2017: 6.000	30	84.000 - 85.000	0,00
Jul/2017: 6.000	30	85.000 - 86.000	0,00
Agos/2017: 6.000	30	86.000 - 87.000	0,00
Sep/2017: 6.000	30	87.000 - 88.000	0,00
Out/2017: 6.000	30	88.000 - 89.000	0,00
Nov/2017: 6.000	30	89.000 - 90.000	0,00
Dez/2017: 6.000	30	90.000 - 91.000	0,00
Jan/2018: 6.000	30	91.000 - 92.000	0,00
Fev/2018: 6.000	30	92.000 - 93.000	0,00
Mar/2018: 6.000	30	93.000 - 94.000	0,00
Abr/2018: 6.000	30	94.000 - 95.000	0,00
Mai/2018: 6.000	30	95.000 - 96.000	0,00
Jun/2018: 6.000	30	96.000 - 97.000	0,00
Jul/2018: 6.000	30	97.000 - 98.000	0,00
Agos/2018: 6.000	30	98.000 - 99.000	0,00
Sep/2018: 6.000	30	99.000 - 100.000	0,00
Out/2018: 6.000	30	100.000 - 101.000	0,00
Nov/2018: 6.000	30	101.000 - 102.000	0,00
Dez/2018: 6.000	30	102.000 - 103.000	0,00
Jan/2019: 6.000	30	103.000 - 104.000	0,00
Fev/2019: 6.000	30	104.000 - 105.000	0,00
Mar/2019: 6.000	30	105.000 - 106.000	0,00
Abr/2019: 6.000	30	106.000 - 107.000	0,00
Mai/2019: 6.000	30	107.000 - 108.000	0,00
Jun/2019: 6.000	30	108.000 - 109.000	0,00
Jul/2019: 6.000	30	109.000 - 110.000	0,00
Agos/2019: 6.000	30	110.000 - 111.000	0,00
Sep/2019: 6.000	30	111.000 - 112.000	0,00
Out/2019: 6.000	30	112.000 - 113.000	0,00
Nov/2019: 6.000	30	113.000 - 114.000	0,00
Dez/2019: 6.000	30	114.000 - 115.000	0,00
Jan/2020: 6.000	30	115.000 - 116.000	0,00
Fev/2020: 6.000	30	116.000 - 117.000	0,00
Mar/2020: 6.000	30	117.000 - 118.000	0,00
Abr/2020: 6.000	30	118.000 - 119.000	0,00
Mai/2020: 6.000	30	119.000 - 120.000	0,00
Jun/2020: 6.000	30	120.000 - 121.000	0,00
Jul/2020: 6.000	30	121.000 - 122.000	0,00
Agos/2020: 6.000	30	122.000 - 123.000	0,00
Sep/2020: 6.000	30	123.000 - 124.000	0,00
Out/2020: 6.000	30	124.000 - 125.000	0,00
Nov/2020: 6.000	30	125.000 - 126.000	0,00
Dez/2020: 6.000	30	126.000 - 127.000	0,00
Jan/2021: 6.000	30	127.000 - 128.000	0,00
Fev/2021: 6.000	30	128.000 - 129.000	0,00
Mar/2021: 6.000	30	129.000 - 130.000	0,00
Abr/2021: 6.000	30	130.000 - 131.000	0,00
Mai/2021: 6.000	30	131.000 - 132.000	0,00
Jun/2021: 6.000	30	132.000 - 133.000	0,00
Jul/2021: 6.000	30	133.000 - 134.000	0,00
Agos/2021: 6.000	30	134.000 - 135.000	0,00
Sep/2021: 6.000	30	135.000 - 136.000	0,00
Out/2021: 6.000	30	136.000 - 137.000	0,00
Nov/2021: 6.000	30	137.000 - 138.000	0,00
Dez/2021: 6.000	30	138.000 - 139.000	0,00
Jan/2022: 6.000	30	139.000 - 140.000	0,00
Fev/2022: 6.000	30	140.000 - 141.000	0,00
Mar/2022: 6.000	30	141.000 - 142.000	0,00
Abr/2022: 6.000	30	142.000 - 143.000	0,00
Mai/2022: 6.000	30	143.000 - 144.000	0,00
Jun/2022: 6.000	30	144.000 - 145.000	0,00
Jul/2022: 6.000	30	145.000 - 146.000	0,00
Agos/2022: 6.000	30	146.000 - 147.000	0,00
Sep/2022: 6.000	30	147.000 - 148.000	0,00
Out/2022: 6.000	30	148.000 - 149.000	0,00
Nov/2022: 6.000	30	149.000 - 150.000	0,00
Dez/2022: 6.000	30	150.000 - 151.000	0,00
Jan/2023: 6.000	30	151.000 - 152.000	0,00
Fev/2023: 6.000	30	152.000 - 153.000	0,00
Mar/2023: 6.000	30	153.000 - 154.000	0,00
Abr/2023: 6.000	30	154.000 - 155.000	0,00
Mai/2023: 6.000	30	155.000 - 156.000	0,00
Jun/2023: 6.000	30	156.000 - 157.000	0,00
Jul/2023: 6.000	30	157.000 - 158.000	0,00
Agos/2023: 6.000	30	158.000 - 159.000	0,00
Sep/2023: 6.000	30	159.000 - 160.000	0,00
Out/2023: 6.000	30	160.000 - 161.000	0,00
Nov/2023: 6.000	30	161.000 - 162.000	0,00
Dez/2023: 6.000	30	162.000 - 163.000	0,00
Jan/2024: 6.000	30	163.000 - 164.000	0,00
Fev/2024: 6.000	30	164.000 - 165.000	0,00
Mar/2024: 6.000	30	165.000 - 166.000	0,00
Abr/2024: 6.000	30	166.000 - 167.000	0,00
Mai/2024: 6.000	30	167.000 - 168.000	0,00
Jun/2024: 6.000	30	168.000 - 169.000	0,00
Jul/2024: 6.000	30	169.000 - 170.000	0,00
Agos/2024: 6.000	30	170.000 - 171.000	0,00
Sep/2024: 6.000	30	171.000 - 172.000	0,00
Out/2024: 6.000	30	172.000 - 173.000	0,00
Nov/2024: 6.000	30	173.000 - 174.000	0,00
Dez/2024: 6.000	30	174.000 - 175.000	0,00
Jan/2025: 6.000	30	175.000 - 176.000	0,00
Fev/2025: 6.000	30	176.000 - 177.000	0,00
Mar/2025: 6.000	30	177.000 - 178.000	0,00
Abr/2025: 6.000	30	178.000 -	

2) Qual o consumo médio diário, em litros, dessa família?

3) Qual a data de vencimento dessa conta?

4) Qual o valor total a ser pago neste mês? Como esse valor é calculado?

5) Cite 3 formas de reduzir o consumo de água em sua casa.

1.4) Analisando a conta de luz

CEMIG www.cemig.com.br/atendimento
Distribuição S.A. Cemig Torpedo 29810
 Fale com a Cemig 116

Cemig Distribuição S.A. CNPJ 06.981.180/0001-16 / Insc. Estadual 062.322136.0087
 Av. Barbacena, 1.200 - 17º andar - Ala A1 - CEP 30190-131 - Belo Horizonte - MG
 Tarifa Social de Energia Elétrica - TSEE foi criada pela Lei nº 10.438, de 26 de abril de 2002

SEU NOME
 SEU ENDEREÇO
 SEU BAIRRO
 00000-000 SUA CIDADE, UF
 CPF 000.000.000-00

Referente a
DEZ/2016
 Código de Débito Automático:
000000000000

Nº DO CLIENTE
00000000000

NOTA FISCAL - CONTA DE ENERGIA ELÉTRICA - SÉRIE U N 000000000 - PTA Nº16.000114527.70

Classe	Subclasse	Datas de Leitura			Datas da Nota Fiscal		Nº DA INSTALAÇÃO
Residencial	Residencial	ANTERIOR	ATUAL	PRÓXIMA	MISSÃO	APRESENTAÇÃO	00000000000
Bifásico	Residencial	01/11	01/12	02/01	01/12	07/12	

Informações Técnicas

Tipo de Medição	Medição	Leitura Anterior	Leitura Atual	Constante de Multiplicação	Consumo kWh
Energia kWh	AAA000000000	25,501	25,623	1	122

Informações Gerais

Tarifa vigente conforme Res Aneel nº 2.076, de 24/05/2016.
 Nota fiscal de 11/2016 quitada em 22/11/2016.
 Considerar nota fiscal quitada após débito em sua c/c.
 O pagamento desta conta não quita débitos anteriores.
 Para estes, estão sujeitas penalidades legais vigentes (multas) e/ou atualização financeira (juros) baseadas no vencimento das mesmas.
 Leitura realizada conforme calendário de faturamento

NOV/2016 Band. Amarela - DEZ/2016 Band. Verde

Indicadores de Qualidade de Fornecimento

BH Adesão 100
 Mês: 10/2016

Apurado Mensal	Mensal	Trimestral	Anual
0,00	4,59	9,19	18,38
0,00	3,05	6,10	12,20
0,00	2,52	-	-
0,00	12,22	-	-

Terminais: Normais 127/220 V MVA - 11/17/202 V MVA - 133/231 V
 Valor Energia Use Sist. Distribuição: R\$44,83

Informações de Faturamento

Parcelas	Valor R\$	%	Parcelas	Valor R\$	%
Energia	32,06	31,77	Enc. Setoriais	12,16	12,04
Distribuição	19,45	19,25	Tributos	34,44	34,10
Transmissão	2,87	2,84	Total	101,01	100,00

Valores Faturados

Descrição	Quantidade	Preço	Valor (R\$)
Energia Elétrica kWh	122	0,82822887	101,01

Encargos / Cobrança

Descrição	Valor (R\$)
Contrib. Custeio Ilum. Pública	12,73

Tarifas aplicadas (sem impostos)

Descrição	Valor (R\$)
Energia Elétrica kWh	0,54572000

Adicional Bandeiras - Já incluído no Valor a Pagar

Descrição	Valor (R\$)
Bandeira Amarela	2,57

VENCIMENTO
22/12/2016

VALOR A PAGAR
R\$ 113,74

Reservado ao Fisco
D163.0794.92C7.7A01.B31F.7A3F.227E.FE99

Base de cálculo(R\$)	ICMS Aliquota(%)	Valor(R\$)	PASEP (R\$)	COFINS (R\$)
101,01	30	30,30	0,73	3,41

Histórico do Consumo

Mês/Ano	Consumo kWh	Média kWh/Dia	Dias de Faturamento
DEZ/16	122	4,06	30
NOV/16	107	3,68	29
OUT/16	161	5,19	31
SET/16	142	4,58	31
AGO/16	175	5,48	32
JUL/16	154	5,31	29
JUN/16	126	4,06	31
MAI/16	132	4,25	31
ABR/16	146	4,70	31
MAR/16	126	4,34	29
FEV/16	167	5,96	28
JAN/16	148	4,48	33
DEZ/15	127	4,37	29

Ouvidoria CEMIG: 0800 728 3838 - Agência Nacional de Energia Elétrica - ANEEL - Telefone: 167 - Ligação Gratuita de telefones fixos e móveis.

CEMIG **Distribuição S.A.**

Unidade de Leitura
 01802125

Conta Contrato
 000000000000

Vencimento
 22/12/2016

Total a Pagar
R\$ 113,74

00000000000-0 00000000000-0 00000000000-0 00000000000-0
DÉBITO AUTOMÁTICO

Dezembro/2016

<https://portalnegociosja.com.br/wp-content/uploads/2018/11/Cemig.jpg>

OBSERVAÇÕES SOBRE BANDEIRA TARIFÁRIA

O que é?

Em 2015, a Aneel (Agência Nacional de Energia Elétrica), criou o sistema de bandeiras para cobrar tarifas adicionais às contas. A ideia é repor gastos extras com a utilização das termelétricas em determinado período.

Como funciona?

Bandeira tarifária é classificada pelas cores vermelha, verde e amarela. Elas são definidas a cada mês. E indicam se haverá ou não acréscimo no valor da conta de luz, devido ao uso das termelétricas.

Quando chove pouco, o nível dos reservatórios das hidrelétricas diminui, sendo assim, a produção de energia também cai. Para compensar a produção, são acionadas as termelétricas que têm o custo mais alto. E é para compensar esse custo que pagamos a tarifa.

Todos os Estados possuem o sistema de bandeiras, menos a Roraima, que não faz parte do SIN (Sistema Interligado Nacional).

Bandeiras da conta de luz

Cada cor indica um valor adicional na sua conta de energia.

Para o mês de julho de 2021, os valores são:

Verde: sem custo;

Amarela: R\$ 1,874 a cada 100 quilowatts-hora; e

Vermelha: Patamar 1 – R\$ 3,971 a cada 100 quilowatts-hora. E patamar 2 – R\$ 9,492 a cada 100 quilowatt/hora.

Quer saber mais? Assista o vídeo: https://youtu.be/w1rS7_tGSvM

1) Qual o consumo faturado, em kWh, neste mês?

2) Qual o consumo médio diário, em kWh, dessa família?

3) Qual a data de vencimento dessa conta?

4) Qual o valor total a ser pago neste mês? Como esse valor é calculado?

5) Você conhece a bandeira tarifária da conta de luz? Sabe como ela funciona?

6) Explique uma forma de reduzir o consumo de energia elétrica em sua casa.

1.5) Imposto de renda retido na fonte

Uma família tem 2 filhos: o mais velho tem 22 anos e é universitário e a filha de 17 anos está cursando o Ensino Médio. Portanto, os 2 filhos são dependentes do chefe da família no Imposto de Renda.

Observe a tabela de desconto do Imposto de Renda na fonte, em 2021.

Faixa de rendimento	Alíquota	Parcela a deduzir
Até R\$ 1903,98	0%	-
De R\$ 1903,99 até R\$ 2826,65	7,5%	R\$ 142,80
De R\$ 2826,66 a R\$ 3751,05	15%	R\$ 354,80
De R\$ 3751,06 a R\$ 4664,68	22,5%	R\$ 636,13
Acima de R\$ 4664,68	27,5%	R\$ 869,36

Para calcular o imposto:

1º) Tome o salário bruto mensal e subtraia o valor das deduções permitidas;

- A) R\$ 189,59 por dependente;
- B) Dedução especial de R\$ 1903,98 para aposentados, pensionistas e transferidos para a reserva remunerada com 65 anos ou mais;
- C) Contribuição mensal à Previdência Social de 8%;
- D) Pensão alimentícia paga devido a acordo ou sentença judicial.
- E) Multiplique o rendimento mensal pela alíquota e deduza a parcela correspondente à faixa.

Fonte: Secretaria da Receita Federal

A) Nessas condições, como calcular o desconto mensal na fonte no salário de uma chefe família que ganha R\$ 4 500,00 por mês, tem apenas esses 2 dependentes, e não paga pensão alimentícia?

B) Analisando a tabela do imposto de renda acima, você pode observar a existência de parcelas a serem deduzidas em cada faixa. Justifique o valor dessas parcelas.

ATIVIDADE 2 – Valor do dinheiro no tempo

ATIVIDADE 2: Valor do dinheiro no tempo
Material Utilizado: Microsoft Whiteboard, Google Forms e Google Meet
Objetivos: Essa atividade tem como objetivo apresentar e explorar o conceito de inflação, para que o aluno possa compreender o valor do dinheiro no tempo.

A atividade 2 é constituída de 4 questões, todas com o objetivo de trabalhar o conceito de inflação e sua relação com o valor do dinheiro ao longo do tempo. Tem também o objetivo de diferenciar valor e custo.

O que é inflação?

Segundo a SERASA (Centralização de Serviços dos Bancos), inflação é um percentual (%) que indica a variação no Índice de Preços ao Consumidor. Ou seja, com base no preço dos produtos, a inflação diz se o dinheiro está valorizado ou desvalorizado. A inflação alta indica que o dinheiro tem menos valor do que antes. Então, você precisa de mais dinheiro para comprar o mesmo item.

Talvez, você já tenha associado o termo “inflação” com “produtos mais caros” e, basicamente, é isso que acontece. Com a desvalorização do dinheiro, os preços sobem porque o mesmo dinheiro de antes, agora, tem menos valor.

Observação: importante destacar que “valor” é diferente de “preço”. Quando dizemos “valor”, isso quer dizer como algo é percebido pela sociedade – se é importante/relevante ou não. O “preço” é a quantia cobrada pelo “valor” percebido – quanto maior o valor (importância), maior será o preço.

2.1) (VUNESP) Se a taxa de inflação de janeiro foi de 6% e a de fevereiro foi de 5% então a taxa de inflação no bimestre janeiro/fevereiro é de:

- A) 11%
- B) 11,1%
- C) 11,2%
- D) 11,3%
- E) 11,4%

2.2) Sendo de 2,2% a taxa de inflação de determinado mês e de 1,8% a taxa do mês seguinte, determinar:

- A) a inflação acumulada no bimestre.

- B) A redução no poder de compra verificada no bimestre. Utilize a fórmula $TDM = \frac{I}{1+I}$, sendo TDM a taxa de desvalorização da moeda e I a taxa de inflação do período.

2.3) Admita que em determinado período a inflação tenha atingido 10,6%.
Determinar:

A) A reposição salarial necessária para que um assalariado mantenha a capacidade de compra.

B) a redução percentual do poder aquisitivo do assalariado, supondo que os seus vencimentos não sofreram reajuste no período.

2.4) (IBGE – Cesgranrio). Uma empresa de TIC oferece um serviço no valor total de R\$ 200 000,00 a ser pago pela contratante, em três parcelas, distribuídas da seguinte forma:

1ª parcela: R\$ 60 000,00, no ato da contratação

2ª parcela: R\$ 40 000,00, para 2 meses após a assinatura do contrato

3ª parcela: R\$ 100 000,00, para 3 meses após a assinatura do contrato

Considerando-se uma taxa mínima de atratividade de 1% a.m., o valor mais próximo do valor atual desse contrato, em reais, é de

A) 196 200,00

B) 196 270,00

C) 197 600,00

D) 197 630,00

E) 198 610,00

ATIVIDADE 3 – Parcelamento de compras e financiamentos

ATIVIDADE 3: Parcelamento de compras e financiamentos
Material Utilizado: Microsoft Whiteboard, Google Forms e Google Meet
Objetivos: Essa atividade tem como objetivo proporcionar aos estudantes entendimento sobre as taxas de juros existentes no parcelamento de compras, em especial os juros nas compras feitas com cartão de créditos e pagas após o vencimento.

3.1) Marcelo usou R\$ 500,00 do cheque especial, mesmo possuindo R\$ 2 000,00 aplicados na poupança. Ao tomar essa atitude, Marcelo não percebeu que o banco estava lhe emprestando o dinheiro que já era dele e, ainda por cima estava cobrando juros por isso! Ele preferiu pagar juros de 10% ao mês no cheque especial para não perder o juro de 1% ao mês da caderneta de poupança.

Em um mês quanto Marcelo teria economizado se houvesse retirado o dinheiro da caderneta de poupança para cobrir o especial?

3.2). Uma loja oferece duas opções de pagamento:

À vista, com 30% de desconto;

Em duas prestações mensais iguais, sem desconto, a primeira sendo paga de entrada.

Qual a taxa mensal de juros embutidos nas vendas a prazo?

3.3) A diretora de uma escola juntou dinheiro para comprar um computador. Comparando os preços de mercado, encontrou a seguinte oferta numa loja:

COMPUTADOR

R\$ 1 800,00 à vista

ou em

3 vezes iguais sem juros (entrada mais 2 prestações).

A diretora pediu um desconto para o pagamento à vista, mas o vendedor respondeu que o preço a prazo sem juros era igual ao preço à vista e, portanto, não era possível dar desconto.

Considerando que o dinheiro pode render 4% ao mês, qual seria o preço justo para o pagamento à vista?

3.4) Na hora de comprar um eletrodoméstico a prazo, Lucas só se preocupou em saber se a prestação cabia ou não no seu bolso. O que ele não imaginava é que a loja, mesmo na venda a prazo, recebe à vista da financeira.

Ao vender a prazo para Lucas, a loja receberá da financeira R\$ 500,00 à vista e a financeira se encarregará de cobrar as 2 prestações de x reais, com juros de 10% ao mês, vencendo a primeira prestação no ato da compra. Responda:

A) Qual o valor de x ?

B) Se a loja tem por hábito lograr o cliente anunciando “compre à vista ou em 2 vezes sem juros”, com quais valores deve anunciar o eletrodoméstico comprado por Lucas?

ATIVIDADE 4 – Tomada de decisão (poupar e investir)

ATIVIDADE 4: Tomada de decisão (poupar e investir)
Material Utilizado: Microsoft Whiteboard, Google Forms e Google Meet
Objetivos: Essa atividade tem como objetivo apresentar uma discussão reflexiva que apresente ao aluno a necessidade de poupar, especialmente para realização de metas (a curto, médio e longo prazo) e, posteriormente tomar uma decisão consciente sobre como investir seu dinheiro. Para isso são apresentadas 4 situações problemas que aplicam habilidades sobre Matemática Financeira e incentivam a tomada de decisão, baseada em argumentos matemáticos.

4.1) (ENEM/2000) João deseja comprar um carro cujo preço à vista, com todos os descontos possíveis, é de R\$ 21.000,00, e esse valor não será reajustado nos próximos meses. Ele tem R\$ 20.000,00, que podem ser aplicados a uma taxa de juros compostos de 2% ao mês, e escolhe deixar todo seu dinheiro aplicado até que o montante atinja o valor do carro. Para ter o carro, João Carlos deverá esperar:

- A) 2 meses, e terá a quantia exata.
- B) 3 meses, e terá a quantia exata.
- C) 3 meses, e ainda sobrarão, aproximadamente R\$ 225,00.
- D) 4 meses, e terá a quantia exata.
- E) 4 meses, e ainda sobrarão, aproximadamente, R\$ 430,00.

4.2) Aluguel Antecipado

Pretendo alugar um apartamento por um ano. O preço do aluguel mensal é R\$ 700,00. Como tenho uma reserva no banco, pretendo fazer uma proposta ao proprietário para pagar o aluguel de um ano de uma só vez, no dia da assinatura do contrato.

- A) Se o dinheiro aplicado rende 1% ao mês, qual o valor máximo que devo propor pelo pagamento anual do aluguel, para que eu leve vantagem na proposta?

B) Nas mesmas condições acima, qual seria o valor da proposta se pretendesse pagar antecipado o aluguel desse apartamento por dois anos?

4.3) Aposentadoria

Um profissional, atualmente com 35 anos, pretende se aposentar aos 65 anos e deseja uma complementação de aposentadoria de uma quantia mensal que corresponda ao que hoje seriam R\$ 2 000,00, durante 25 anos. (Adaptado de Samuel Hazzan, Revista do professor de Matemática Nº 33, 1997)

A) Supondo que a taxa de juros (compostos) sobre o capital aplicado seja de 0,5% ao mês, qual o valor do depósito mensal que deverá efetuar, a partir de agora, para atingir seu objetivo?

B) Qual a quantia M que, aplicada à taxa de 0,5% ao mês, pode gerar uma retirada mensal de R\$ 2 000,00 durante 300 meses (25 anos)?

C) Qual o depósito mensal C que, aplicado à taxa de 0,5% ao mês, somará no final de 360 meses (30 anos) essa tal quantia M ?

4.4) Viagem de férias

Uma família de 4 pessoas deseja fazer uma viagem nas férias de janeiro. O pacote de uma semana sai por R\$ 450,00 por pessoa, que podem ser pagos em 6 vezes sem juros (entrada + 5 prestações iguais).

Se é possível investir o dinheiro à taxa de 0,5% ao mês, qual desconto que a agência deveria oferecer no pagamento à vista, para que este fosse equivalente ao valor financiado?

ANEXO I

Ao longo da construção da planilha de controle orçamentário, o participante 6 questionou como é cobrado o IPTU no caso de prédios. Expliquei que cada apartamento recebe sua guia do IPTU, inclusive com a taxa de coleta de resíduos e de iluminação pública sendo pagos também de forma individualizada. Esse questionamento inspirou a elaboração de uma atividade sobre o IPTU e que será incluída nas atividades propostas nessa dissertação.

O questionamento supracitado demonstra que as atividades provocam reflexões e engajamento dos participantes, mesmo que nenhum deles sejam responsáveis (ainda) pelo pagamento do IPTU ou qualquer outra despesa da casa onde moram.

Sendo assim, apresentamos o seguinte plano de aula para que o IPTU seja trabalhado:

Matemática Financeira e o cotidiano: resolvendo problemas

O que o aluno poderá aprender com esta aula

Resolver situações-problema relativos à matemática financeira utilizando ou não de calculadora.

Duração das atividades

3 a 4 aulas (50 minutos cada)

Conhecimentos prévios trabalhados pelo professor com o aluno

Conhecimentos de matemática básica.

Estratégias e recursos da aula:

1º. Momento

Para começar a aula, o professor deve propor uma reflexão sobre os Tributos no Brasil.

Quais são?

A quem se destina?

Para que servem?

Instigando que os alunos se manifestem apresentando o que entendem por tributos.

Após breve discussão, encaminhar que conforme a Constituição Brasileira (1988), em seu artigo 145, os Tributos no Brasil, existem sob três formas:

Impostos - pagamento efetuado pelo cidadão para manter o funcionamento e prestação de serviços do Estado, mas que independe de qualquer atividade estatal específica em relação ao cidadão contribuinte;

Taxas - relacionada diretamente a um serviço prestado ou posto a disposição ao contribuinte, ou mesmo ao exercício do poder de polícia;

Contribuição de melhoria - pode vir a ser cobrada para fazer face ao custo de obras públicas, como a construção de uma praça próxima à residência do contribuinte.



Conforme podemos ver na charge, todo início de ano é um susto, quando chega o carnê do IPTU.

Mas afinal, o que é IPTU?

Para esclarecer melhor esse termo, propor aos alunos uma pesquisa orientada, abordando os seguintes elementos a partir do tema:

- O que é?
- Para que serve?
- Como se constitui?
- Seu papel social.

Para orientar a pesquisa, o professor pode construir uma WebQuest. A WebQuest é uma metodologia de pesquisa online, organizada por meio de um roteiro que segue com os seguintes passos: introdução, tarefa, recursos, processo, avaliação, conclusão. O professor dá indicativos de sítios, pré-selecionados, para que a aula seja aproveitada ao máximo, e os alunos não se distraiam diante de tantas informações da internet, e organizem a tarefa e a concluam com sucesso. Para desenvolver sua WebQuest, o professor pode seguir as orientações do "Tutorial para criar e editar WebQuest", disponível em: http://rosangelamentapde.pbworks.com/f/tutorial_wq_escolabr1.pdf e, utilizar o sítio <http://www.webquestbrasil.org> para criar e postar.

Sugestões de links para desenvolvimento da WebQuest:

http://pt.wikipedia.org/wiki/Imposto_sobre_a_propriedade_predial_e_territorial_urbana

http://pt.wikipedia.org/wiki/Categoria:Tributos_do_Brasil

<http://www.mundodosfilosofos.com.br/lea17.htm>

<http://www.estatutodacidade.com.br>

Obs. Indicar também para pesquisa, links específicos do IPTU do município que os alunos residem.

Posteriormente a realização da pesquisa, os resultados devem ser socializados pelos grupos aos demais colegas, ressaltando que o IPTU, imposto sobre a propriedade predial e territorial urbana é um dos impostos mais conhecidos que anualmente todo cidadão deve pagar. Apresentar ainda, curiosidades e especificidades do IPTU da cidade. Na apresentação o professor deve discutir com os alunos que este tributo é a forma com a qual a cidade paga as suas dívidas, e financia as melhorias nos setores públicos.

Mas como o cálculo desse imposto é feito?

Para entender o cálculo para o pagamento do IPTU precisa-se entender sobre o VALOR VENAL (valor de venda) do imóvel ou terreno.

O cálculo do valor venal do imóvel é o mesmo que o valor do terreno mais o valor venal da construção. Para se encontrar o valor venal do terreno basta multiplicar a sua área total pelo valor unitário de metro quadrado. O valor venal da construção é feito de acordo com o tipo de edificação em determinado terreno, e para se chegar a esse valor são observados alguns critérios como: padrão da construção (que pode ser de luxo, fino, médio, econômico e rústico) e a conservação do imóvel (bom, regular, mal). O cálculo do IPTU é feito de acordo com o valor venal X (vezes) a alíquota (%).

(Fonte: <http://www.fc.unesp.br/upload/pedagogia/TCC%20Roger%20-%20Final.pdf>, acesso em 03 de outubro de 2010).

Obs. Para essa explicação seria interessante solicitar que os alunos trouxessem para essa aula carnês de IPTU para análise e que utilizassem as taxas referentes à cidade nos cálculos. Outra possibilidade é convidar alguém da Prefeitura da cidade que trabalhe no setor de finanças para fazer uma explicação geral aos alunos sobre os valores e funcionamento dessas taxas. Além desse convidado,

também o professor de sociologia pode discutir com os alunos questões pertinentes ao papel do ser humano enquanto cidadão social.

2º. Momento

1 - Vamos considerar que as alíquotas do IPTU da cidade para a base de cálculo são:

2% para terrenos (sem construção lançada)

0,8% para casas (terreno com construção)

Calcule:

Uma pessoa possui um imóvel cujo valor venal foi avaliado em R\$ 15.000,00 pela prefeitura no ano de 2007. Calcule o valor do IPTU para esse ano.

Resolução:

$$\frac{15000 \cdot 0,8}{100} = 12000$$

O valor a ser pago será de R\$ 120,00.

2 - Determinada pessoa herdou um terreno com o valor venal de R\$ 3.000,00. Tomando por base a alíquota utilizada para o cálculo de IPTU territorial que é de 2%, calcule o valor do IPTU que a pessoa terá que pagar.

Resolução:

$$\frac{3000 \cdot 2}{100} = 60$$

O valor a ser pago será de R\$ 60,00

3 - Nem sempre temos o dinheiro certo para efetuar os pagamentos. Vamos supor que o valor da parcela 02 do IPTU da casa de um indivíduo é de R\$20.00, e sabendo que após o vencimento da parcela, a esse valor será acrescido 1% de juros e 2% de multa, calcule o valor total a ser pago.

Resolução:

Valor da parcela: R\$ 20,00

Multa: 2%

Juros: 1%

$$\frac{20 \cdot 2}{100} = 0,04$$

$$\frac{20 \cdot 1}{100} = 0,02$$

Assim, ao valor da parcela será acrescido R\$ 0,06.

3º. Momento

Explicando

Muitas pessoas têm hábito de pagar suas contas em atraso. Sobre o valor das parcelas incidem índices e taxas de juro. Índices e taxas envolvem comparações de grandezas. Assim, é fundamental que se defina a base de comparação.

Vamos supor que Q_1 e Q_2 sejam duas grandezas quaisquer medidas na mesma unidade. Tomando Q_1 como base de comparação, temos as seguintes definições:

Variação absoluta: $VA = Q_2 - Q_1$

Variação relativa: $VR = (Q_2 - Q_1) / Q_1 = VA / Q_1$

Índice de variação: $IV = Q_2 / Q_1$

A variação relativa é também chamada taxa de variação e costuma-se apresentá-la em forma percentual. Note a seguinte relação entre a variação relativa e o índice de variação:

$$VR = IV - 1$$

4º. Momento

Assistir com os alunos o vídeo Matemática em toda Parte: Matemática nas Finanças (2009), disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=be1QEI707lQ>, acesso em 05 de março de 2022, que apresenta um episódio do programa matemática em toda parte, da TV Escola, explorando a matemática nas finanças do dia a dia. Demonstra cálculos de juros simples e composto, conceito de inflação e deflação. Demonstra como a taxa de juros utilizada no comércio pode influenciar no valor final de um produto. Debate a importância de utilizar a calculadora, planilhas e outras novas tecnologias nestes tipos de operações. Conta uma breve história das operações e verifica modos de calcular a porcentagem através de cálculos mentais.

19/11/13

Emissão de Guia para IPTU



PREFEITURA
BELO HORIZONTE

GUIA RECOLHIMENTO
IMPOSTO PREDIAL E TERRITORIAL URBANO
INTERNET

IPTU
2013
Imprimir

APÓS O VENCIMENTO, ESTA GUIA PODERÁ SER PAGA ATÉ 25/11/2013. OS ACRÉSCIMOS CONSTARÃO NA PRÓXIMA GUIA.

[illegible]

Indice Cadastral

5.2022-531 199.9

Lancamento

2007-03-28 09:07:26

Número da Guia

1999, 2000, 2001, 2002, 2003, 2004, 2005, 2006, 2007, 2008, 2009, 2010, 2011, 2012, 2013, 2014, 2015, 2016, 2017, 2018, 2019, 2020, 2021, 2022, 2023, 2024, 2025, 2026, 2027, 2028, 2029, 2030, 2031, 2032, 2033, 2034, 2035, 2036, 2037, 2038, 2039, 2040, 2041, 2042, 2043, 2044, 2045, 2046, 2047, 2048, 2049, 2050, 2051, 2052, 2053, 2054, 2055, 2056, 2057, 2058, 2059, 2060, 2061, 2062, 2063, 2064, 2065, 2066, 2067, 2068, 2069, 2070, 2071, 2072, 2073, 2074, 2075, 2076, 2077, 2078, 2079, 2080, 2081, 2082, 2083, 2084, 2085, 2086, 2087, 2088, 2089, 2090, 2091, 2092, 2093, 2094, 2095, 2096, 2097, 2098, 2099, 2100, 2101, 2102, 2103, 2104, 2105, 2106, 2107, 2108, 2109, 2110, 2111, 2112, 2113, 2114, 2115, 2116, 2117, 2118, 2119, 2120, 2121, 2122, 2123, 2124, 2125, 2126, 2127, 2128, 2129, 2130, 2131, 2132, 2133, 2134, 2135, 2136, 2137, 2138, 2139, 2140, 2141, 2142, 2143, 2144, 2145, 2146, 2147, 2148, 2149, 2150, 2151, 2152, 2153, 2154, 2155, 2156, 2157, 2158, 2159, 2160, 2161, 2162, 2163, 2164, 2165, 2166, 2167, 2168, 2169, 2170, 2171, 2172, 2173, 2174, 2175, 2176, 2177, 2178, 2179, 2180, 2181, 2182, 2183, 2184, 2185, 2186, 2187, 2188, 2189, 2190, 2191, 2192, 2193, 2194, 2195, 2196, 2197, 2198, 2199, 2200, 2201, 2202, 2203, 2204, 2205, 2206, 2207, 2208, 2209, 2210, 2211, 2212, 2213, 2214, 2215, 2216, 2217, 2218, 2219, 2220, 2221, 2222, 2223, 2224, 2225, 2226, 2227, 2228, 2229, 2230, 2231, 2232, 2233, 2234, 2235, 2236, 2237, 2238, 2239, 2240, 2241, 2242, 2243, 2244, 2245, 2246, 2247, 2248, 2249, 2250, 2251, 2252, 2253, 2254, 2255, 2256, 2257, 2258, 2259, 2260, 2261, 2262, 2263, 2264, 2265, 2266, 2267, 2268, 2269, 2270, 2271, 2272, 2273, 2274, 2275, 2276, 2277, 2278, 2279, 2280, 2281, 2282, 2283, 2284, 2285, 2286, 2287, 2288, 2289, 2290, 2291, 2292, 2293, 2294, 2295, 2296, 2297, 2298, 2299, 2300, 2301, 2302, 2303, 2304, 2305, 2306, 2307, 2308, 2309, 2310, 2311, 2312, 2313, 2314, 2315, 2316, 2317, 2318, 2319, 2320, 2321, 2322, 2323, 2324, 2325, 2326, 2327, 2328, 2329, 2330, 2331, 2332, 2333, 2334, 2335, 2336, 2337, 2338, 2339, 2340, 2341, 2342, 2343, 2344, 2345, 2346, 2347, 2348, 2349, 2350, 2351, 2352, 2353, 2354, 2355, 2356, 2357, 2358, 2359, 2360, 2361, 2362, 2363, 2364, 2365, 2366, 2367, 2368, 2369, 2370, 2371, 2372, 2373, 2374, 2375, 2376, 2377, 2378, 2379, 2380, 2381, 2382, 2383, 2384, 2385, 2386, 2387, 2388, 2389, 2390, 2391, 2392, 2393, 2394, 2395, 2396, 2397, 2398, 2399, 2400, 2401, 2402, 2403, 2404, 2405, 2406, 2407, 2408, 2409, 2410, 2411, 2412, 2413, 2414, 2415, 2416, 2417, 2418, 2419, 2420, 2421, 2422, 2423, 2424, 2425, 2426, 2427, 2428, 2429, 2430, 2431, 2432, 2433, 2434, 2435, 2436, 2437, 2438, 2439, 2440, 2441, 2442, 2443, 2444, 2445, 2446, 2447, 2448, 2449, 2450, 2451, 2452, 2453, 2454, 2455, 2456, 2457, 2458, 2459, 2460, 2461, 2462, 2463, 2464, 2465, 2466, 2467, 2468, 2469, 2470, 2471, 2472, 2473, 2474, 2475, 2476, 2477, 2478, 2479, 2480, 2481, 2482, 2483, 2484, 2485, 2486, 2487, 2488, 2489, 2490, 2491, 2492, 2493, 2494, 2495, 2496, 2497, 2498, 2499, 2500, 2501, 2502, 2503, 2504, 2505, 2506, 2507, 2508, 2509, 2510, 2511, 2512, 2513, 2514, 2515, 2516, 2517, 2518, 2519, 2520, 2521, 2522, 2523, 2524, 2525, 2526, 2527, 2528, 2529, 2530, 2531, 2532, 2533, 2534, 2535, 2536, 2537, 2538, 2539, 2540, 2541, 2542, 2543, 2544, 2545, 2546, 2547, 2548, 2549, 2550, 2551, 2552, 2553, 2554, 2555, 2556, 2557, 2558, 2559, 2560, 2561, 2562, 2563, 2564, 2565, 2566, 2567, 2568, 2569, 2570, 2571, 2572, 2573, 2574, 2575, 2576, 2577, 2578, 2579, 2580, 2581, 2582, 2583, 2584, 2585, 2586, 2587, 2588, 2589, 2590, 2591, 2592, 2593, 2594, 2595, 2596, 2597, 2598, 2599, 2600, 2601, 2602, 2603, 2604, 2605, 2606, 2607, 2608, 2609, 2610, 2611, 2612, 2613, 2614, 2615, 2616, 2617, 2618, 2619, 2620, 2621, 2622, 2623, 2624, 2625, 2626, 2627, 2628, 2629, 2630, 2631, 2632, 2633, 2634, 2635, 2636, 2637, 2638, 2639, 2640, 2641, 2642, 2643, 2644, 2645, 2646, 2647, 2648, 2649, 2650, 2651, 2652, 2653, 2654, 2655, 2656, 2657, 2658, 2659, 2660, 2661, 2662, 2663, 2664, 2665, 2666, 2667, 2668, 2669, 2670, 2671, 2672, 2673, 2674, 2675, 2676, 2677, 2678, 2679, 2680, 26

Data Vencimento

15/11/2013

1 Dados Cadastrais

Tipo de Imóvel:	GALPAO
Tipo de Lançamento:	NAO RESIDENCIAL
Área do Terreno:	371,00
Área de construída:	161,00
Fração Ideal:	1,000000
Zona Homogênea/Zona Uso:	BA2116 / ZAP
Classificação/Padrão acabamento:	GP1 / P1

2 Cálculo do Imposto

VALOR VENAL DO IMÓVEL: 216.253,35

Alíquotas aplicadas ao imóvel:

de 0,00 até 33.813,00	1,20%	405,78
de 33.813,01 até 112.719,00	1,30%	1.023,75
de 112.719,01 até 216.253,20	1,40%	1.442,40

3 Opções de Pagamento

1ª parcela:	319,83
2ª parcela:	314,74
3ª parcela:	311,98
4ª parcela:	309,22
5ª parcela:	306,46
6ª parcela:	303,69
7ª parcela:	300,93
8ª parcela:	298,17
9ª parcela:	295,41
10ª parcela:	281,61
11ª parcela:	276,09

Pagamento Mínimo: 3.042,04

Quitação Integral:	3.318,13
--------------------	----------

4 Informação sobre pagamento em parcelas

O contribuinte poderá pagar uma ou mais parcelas entre o **valor mínimo e a quitação integral**.

Imposto calculado	2.881,01
(-) Desc. programas especiais	0,00
(=) Valor do imposto calculado	2.881,01
Taxa de coleta de resíduos	156,00
Taxa de fiscalização aparelhos transp	0,00
Contribuição de iluminação pública	0,00
Expediente	2,30
Total	3.039,31

Código débito automático **125622002**, www.banqueparibas.com.br

Enviado: 19/11/2013 CTM: 12 07900-00040 Logged: 130614 Retiro: 079000004

AUTENTICAÇÃO MECÂNICA



PREFEITURA
BELO HORIZONTE

PAGÁVEL SOMENTE NOS BANCOS CREDENCIADOS. NÃO RECEBER APÓS 26/11/2013

Indice Censuário

1999, 2000, 2001, 2002, 2003, 2004, 2005, 2006, 2007, 2008, 2009, 2010, 2011, 2012, 2013, 2014, 2015, 2016, 2017, 2018, 2019, 2020, 2021, 2022, 2023, 2024, 2025, 2026, 2027, 2028, 2029, 2030, 2031, 2032, 2033, 2034, 2035, 2036, 2037, 2038, 2039, 2040, 2041, 2042, 2043, 2044, 2045, 2046, 2047, 2048, 2049, 2050, 2051, 2052, 2053, 2054, 2055, 2056, 2057, 2058, 2059, 2060, 2061, 2062, 2063, 2064, 2065, 2066, 2067, 2068, 2069, 2070, 2071, 2072, 2073, 2074, 2075, 2076, 2077, 2078, 2079, 2080, 2081, 2082, 2083, 2084, 2085, 2086, 2087, 2088, 2089, 2090, 2091, 2092, 2093, 2094, 2095, 2096, 2097, 2098, 2099, 2100, 2101, 2102, 2103, 2104, 2105, 2106, 2107, 2108, 2109, 2110, 2111, 2112, 2113, 2114, 2115, 2116, 2117, 2118, 2119, 2120, 2121, 2122, 2123, 2124, 2125, 2126, 2127, 2128, 2129, 2130, 2131, 2132, 2133, 2134, 2135, 2136, 2137, 2138, 2139, 2140, 2141, 2142, 2143, 2144, 2145, 2146, 2147, 2148, 2149, 2150, 2151, 2152, 2153, 2154, 2155, 2156, 2157, 2158, 2159, 2160, 2161, 2162, 2163, 2164, 2165, 2166, 2167, 2168, 2169, 2170, 2171, 2172, 2173, 2174, 2175, 2176, 2177, 2178, 2179, 2180, 2181, 2182, 2183, 2184, 2185, 2186, 2187, 2188, 2189, 2190, 2191, 2192, 2193, 2194, 2195, 2196, 2197, 2198, 2199, 2200, 2201, 2202, 2203, 2204, 2205, 2206, 2207, 2208, 2209, 2210, 2211, 2212, 2213, 2214, 2215, 2216, 2217, 2218, 2219, 2220, 2221, 2222, 2223, 2224, 2225, 2226, 2227, 2228, 2229, 2230, 2231, 2232, 2233, 2234, 2235, 2236, 2237, 2238, 2239, 2240, 2241, 2242, 2243, 2244, 2245, 2246, 2247, 2248, 2249, 2250, 2251, 2252, 2253, 2254, 2255, 2256, 2257, 2258, 2259, 2260, 2261, 2262, 2263, 2264, 2265, 2266, 2267, 2268, 2269, 2270, 2271, 2272, 2273, 2274, 2275, 2276, 2277, 2278, 2279, 2280, 2281, 2282, 2283, 2284, 2285, 2286, 2287, 2288, 2289, 2290, 2291, 2292, 2293, 2294, 2295, 2296, 2297, 2298, 2299, 2300, 2301, 2302, 2303, 2304, 2305, 2306, 2307, 2308, 2309, 2310, 2311, 2312, 2313, 2314, 2315, 2316, 2317, 2318, 2319, 2320, 2321, 2322, 2323, 2324, 2325, 2326, 2327, 2328, 2329, 2330, 2331, 2332, 2333, 2334, 2335, 2336, 2337, 2338, 2339, 2340, 2341, 2342, 2343, 2344, 2345, 2346, 2347, 2348, 2349, 2350, 2351, 2352, 2353, 2354, 2355, 2356, 2357, 2358, 2359, 2360, 2361, 2362, 2363, 2364, 2365, 2366, 2367, 2368, 2369, 2370, 2371, 2372, 2373, 2374, 2375, 2376, 2377, 2378, 2379, 2380, 2381, 2382, 2383, 2384, 2385, 2386, 2387, 2388, 2389, 2390, 2391, 2392, 2393, 2394, 2395, 2396, 2397, 2398, 2399, 2400, 2401, 2402, 2403, 2404, 2405, 2406, 2407, 2408, 2409, 2410, 2411, 2412, 2413, 2414, 2415, 2416, 2417, 2418, 2419, 2420, 2421, 2422, 2423, 2424, 2425, 2426, 2427, 2428, 2429, 2430, 2431, 2432, 2433, 2434, 2435, 2436, 2437, 2438, 2439, 2440, 2441, 2442, 2443, 2444, 2445, 2446, 2447, 2448, 2449, 2450, 2451, 2452, 2453, 2454, 2455, 2456, 2457, 2458, 2459, 2460, 2461, 2462, 2463, 2464, 2465, 2466, 2467, 2468, 2469, 2470, 2471, 2472, 2473, 2474, 2475, 2476, 2477, 2478, 2479, 2480, 2481, 2482, 2483, 2484, 2485, 2486, 2487, 2488, 2489, 2490, 2491, 2492, 2493, 2494, 2495, 2496, 2497, 2498, 2499, 2500, 2501, 2502, 2503, 2504, 2505, 2506, 2507, 2508, 2509, 2510, 2511, 2512, 2513, 2514, 2515, 2516, 2517, 2518, 2519, 2520, 2521, 2522, 2523, 2524, 2525, 2526, 2527, 2528, 2529, 2530, 2531, 2532, 2533, 2534, 2535, 2536, 2537, 2538, 2539, 2540, 2541, 2542, 2543, 2544, 2545, 2546, 2547, 2548, 2549, 2550, 2551, 2552, 2553, 2554, 2555, 2556, 2557, 2558, 2559, 2560, 2561, 2562, 2563, 2564, 2565, 2566, 2567, 2568, 2569, 2570, 2571, 2572, 2573, 2574, 2575, 2576, 2577, 2578, 2579, 2580, 2581, 2582, 2583, 2584, 2585, 2586, 2587, 2588, 2589, 2590, 2591, 2592, 2593, 2594, 2595, 2596, 2597, 2598, 2599, 2600, 2601, 2602, 2603, 2604, 2605, 2606, 2607, 2608, 2609, 2610, 2611, 2612, 2613, 2614, 2615, 2616, 2617, 2618, 2619, 2620, 2621, 2622, 2623, 2624, 2625, 2626, 2627, 2628, 2629, 2630, 2631, 2632, 2633, 2634, 2635, 2636, 2637, 2638, 2639, 2640, 2641, 2642, 2643, 2644, 2645, 2646, 2647, 2648, 2649, 2650, 2651, 2652, 2653, 2654, 2655, 2656, 2657, 2658, 2659, 2660, 2661, 2662, 2663, 2664, 2665, 2666, 2667, 2668, 2669, 2670, 2671, 2672, 2673, 2674, 2675, 2676, 2677, 2678, 2679, 2680, 26

L'argomento

1998, 1999, 2000, 2001, 2002, 2003, 2004, 2005, 2006, 2007, 2008, 2009, 2010, 2011, 2012, 2013, 2014, 2015, 2016, 2017, 2018, 2019, 2020, 2021, 2022, 2023, 2024, 2025, 2026, 2027, 2028, 2029, 2030, 2031, 2032, 2033, 2034, 2035, 2036, 2037, 2038, 2039, 2040, 2041, 2042, 2043, 2044, 2045, 2046, 2047, 2048, 2049, 2050, 2051, 2052, 2053, 2054, 2055, 2056, 2057, 2058, 2059, 2060, 2061, 2062, 2063, 2064, 2065, 2066, 2067, 2068, 2069, 2070, 2071, 2072, 2073, 2074, 2075, 2076, 2077, 2078, 2079, 2080, 2081, 2082, 2083, 2084, 2085, 2086, 2087, 2088, 2089, 2090, 2091, 2092, 2093, 2094, 2095, 2096, 2097, 2098, 2099, 2100, 2101, 2102, 2103, 2104, 2105, 2106, 2107, 2108, 2109, 2110, 2111, 2112, 2113, 2114, 2115, 2116, 2117, 2118, 2119, 2120, 2121, 2122, 2123, 2124, 2125, 2126, 2127, 2128, 2129, 2130, 2131, 2132, 2133, 2134, 2135, 2136, 2137, 2138, 2139, 2140, 2141, 2142, 2143, 2144, 2145, 2146, 2147, 2148, 2149, 2150, 2151, 2152, 2153, 2154, 2155, 2156, 2157, 2158, 2159, 2160, 2161, 2162, 2163, 2164, 2165, 2166, 2167, 2168, 2169, 2170, 2171, 2172, 2173, 2174, 2175, 2176, 2177, 2178, 2179, 2180, 2181, 2182, 2183, 2184, 2185, 2186, 2187, 2188, 2189, 2190, 2191, 2192, 2193, 2194, 2195, 2196, 2197, 2198, 2199, 2200, 2201, 2202, 2203, 2204, 2205, 2206, 2207, 2208, 2209, 2210, 2211, 2212, 2213, 2214, 2215, 2216, 2217, 2218, 2219, 2220, 2221, 2222, 2223, 2224, 2225, 2226, 2227, 2228, 2229, 2230, 2231, 2232, 2233, 2234, 2235, 2236, 2237, 2238, 2239, 2240, 2241, 2242, 2243, 2244, 2245, 2246, 2247, 2248, 2249, 2250, 2251, 2252, 2253, 2254, 2255, 2256, 2257, 2258, 2259, 2260, 2261, 2262, 2263, 2264, 2265, 2266, 2267, 2268, 2269, 2270, 2271, 2272, 2273, 2274, 2275, 2276, 2277, 2278, 2279, 2280, 2281, 2282, 2283, 2284, 2285, 2286, 2287, 2288, 2289, 2290, 2291, 2292, 2293, 2294, 2295, 2296, 2297, 2298, 2299, 2300, 2301, 2302, 2303, 2304, 2305, 2306, 2307, 2308, 2309, 2310, 2311, 2312, 2313, 2314, 2315, 2316, 2317, 2318, 2319, 2320, 2321, 2322, 2323, 2324, 2325, 2326, 2327, 2328, 2329, 2330, 2331, 2332, 2333, 2334, 2335, 2336, 2337, 2338, 2339, 2340, 2341, 2342, 2343, 2344, 2345, 2346, 2347, 2348, 2349, 2350, 2351, 2352, 2353, 2354, 2355, 2356, 2357, 2358, 2359, 2360, 2361, 2362, 2363, 2364, 2365, 2366, 2367, 2368, 2369, 2370, 2371, 2372, 2373, 2374, 2375, 2376, 2377, 2378, 2379, 2380, 2381, 2382, 2383, 2384, 2385, 2386, 2387, 2388, 2389, 2390, 2391, 2392, 2393, 2394, 2395, 2396, 2397, 2398, 2399, 2400, 2401, 2402, 2403, 2404, 2405, 2406, 2407, 2408, 2409, 2410, 2411, 2412, 2413, 2414, 2415, 2416, 2417, 2418, 2419, 2420, 2421, 2422, 2423, 2424, 2425, 2426, 2427, 2428, 2429, 2430, 2431, 2432, 2433, 2434, 2435, 2436, 2437, 2438, 2439, 2440, 2441, 2442, 2443, 2444, 2445, 2446, 2447, 2448, 2449, 2450, 2451, 2452, 2453, 2454, 2455, 2456, 2457, 2458, 2459, 2460, 2461, 2462, 2463, 2464, 2465, 2466, 2467, 2468, 2469, 2470, 2471, 2472, 2473, 2474, 2475, 2476, 2477, 2478, 2479, 2480, 2481, 2482, 2483, 2484, 2485, 2486, 2487, 2488, 2489, 2490, 2491, 2492, 2493, 2494, 2495, 2496, 2497, 2498, 2499, 2500, 2501, 2502, 2503, 2504, 2505, 2506, 2507, 2508, 2509, 2510, 2511, 2512, 2513, 2514, 2515, 2516, 2517, 2518, 2519, 2520, 2521, 2522, 2523, 2524, 2525, 2526, 2527, 2528, 2529, 2530, 2531, 2532, 2533, 2534, 2535, 2536, 2537, 2538, 2539, 2540, 2541, 2542, 2543, 2544, 2545, 2546, 2547, 2548, 2549, 2550, 2551, 2552, 2553, 2554, 2555, 2556, 2557, 2558, 2559, 2560, 2561, 2562, 2563, 2564, 2565, 2566, 2567, 2568, 2569, 2570, 2571, 2572, 2573, 2574, 2575, 2576, 2577, 2578, 2579, 2580, 2581, 2582, 2583, 2584, 2585, 2586, 2587, 2588, 2589, 2590, 2591, 2592, 2593, 2594, 2595, 2596, 2597, 2598, 2599, 2600, 2601, 2602, 2603, 2604, 2605, 2606, 2607, 2608, 2609, 2610, 2611, 2612, 2613, 2614, 2615, 2616, 2617, 2618, 2619, 2620, 2621, 2622, 2623, 2624, 2625, 2626, 2627, 2628, 2629, 2630, 2631, 2632, 2633, 2634, 2635, 2636, 2637, 2638, 2639, 2640, 2641, 2642, 2643, 2644, 2645, 2646, 2647, 2648, 2649, 2650, 2651, 2652, 2653, 2654, 2655, 2656, 2657, 2658, 2659, 2660, 2661, 2662, 2663, 2664, 2665, 2666, 2667, 2668, 2669, 2670, 2671, 2672, 2673, 2674, 2675, 2676, 2677, 2678, 2679, 26

Número da Guia

Dr. N. S. Srinivasan

Data Vencimento

15/11/2013

81710000000-8 00000521201-4 31125 "100" 1.46 2307 00000

VALOR CORRADO