



PUC Minas

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS

Programa de Pós-Graduação Em Engenharia Mecânica

Tiago Santana Rodrigues

ANÁLISE ESTRUTURAL EM PÓRTICO DE PROGRAMAÇÃO VISUAL

Belo Horizonte

2015

Tiago Santana Rodrigues

ANÁLISE ESTRUTURAL EM PÓRTICO DE PROGRAMAÇÃO VISUAL

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Claysson Bruno Santos
Vimieiro

Belo Horizonte

2015

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Biblioteca da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais

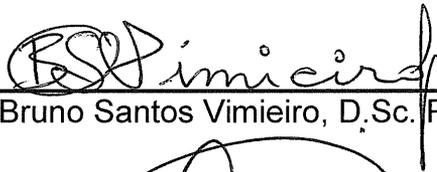
R696a Rodrigues, Tiago Santana
Análise estrutural em pórtico de programação visual / Tiago Santana
Rodrigues. Belo Horizonte, 2015.
133 f. : il.

Orientador: Claysson Bruno Santos Vimieiro
Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais.
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

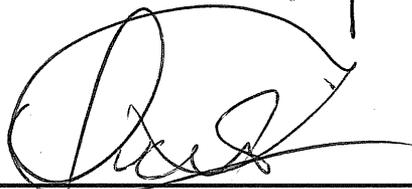
1. Análise estrutural (Engenharia). 2. Pórticos estruturais. 3. Método dos elementos finitos. 4. Normas técnicas (Engenharia). I. Vimieiro, Claysson Bruno Santos. II. Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. III. Título.

Tiago Santana Rodrigues
ANÁLISE ESTRUTURAL EM PÓRTICOS DE PROGRAMAÇÃO VISUAL

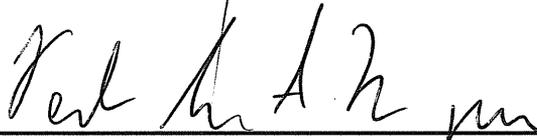
Dissertação de Mestrado submetida à banca examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica.



Prof. Claysson Bruno Santos Vimieiro, D.Sc. Presidente, (Orientador)



Prof. Lúcio Flávio Santos Patrício, D.Sc.- CEFET MG-Unidade Divinópolis



Prof. Pedro Américo Almeida Magalhães Júnior, D.Sc.- PUC Minas



Prof. Pedro Paiva Brito, D.Sc.- PUC Minas

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus pela oportunidade, aos meus pais que me apoiaram e incentivaram, a minha esposa pela compreensão e a minha filha por me fazer mais forte ao encarar o desafio.

RESUMO

O pórtico de programação visual é um dos elementos utilizados na comunicação visual de várias empresas e o foco principal no desenvolvimento deste produto é a segurança estrutural. Este trabalho se propõe a fazer um estudo sobre o assunto, utilizando uma ferramenta de análise estrutural para verificar o dimensionamento de um pórtico em função dos requisitos mínimos determinados de acordo com a norma NBR 8800. O programa utilizado tem como base o Método de Elementos Finitos (MEF), que é apresentado no decorrer do trabalho. Neste estudo é realizada uma análise estática com a principal ação, a carga de vento, sendo determinada conforme a norma NBR 6123. Nas análises realizadas, foi possível verificar o dimensionamento do produto e verificar possibilidades de melhorias. A cada análise realizada foi possível melhorar a compressão do problema, a precisão das hipóteses, a complexidade do modelo e a qualidade das decisões de projeto tomadas. Com a realização deste estudo, espera-se ampliar os conhecimentos sobre o assunto sendo possível contribuir para melhoria do projeto deste produto.

Palavras - chave: Pórtico, Análise Estrutural, Elementos Finitos, NBR 8800, NBR 6123.

ABSTRACT

The visual programming porch is one of the elements used in the visual communication of several companies and the main focus in the development of this product is the structural safety. This work is proposed to do a study on the subject, using a tool of structural analysis for checking the design of a porch in function of the minimum requisites determined in accordance with the NBR 8800 standard. The used program takes as a base the Finite Element Method (FEM), which is presented in the course of the work. In this study a static analysis is carried out with the principal action, the load of wind, being determined according to the NBR 6123 standard. In the fulfilled analyses, it was possible to check the sizing of the product and to check means of improvements. To each fulfilled analysis it was possible to improve the compression of the problem, the precision of the hypotheses, the complexity of the model and the quality of the decisions of project taken. With the realization of this study, It is expected to increase the knowledges on the subject being possible contribute to improving of the project of this product.

keywords: Porch, Structural Analysis, Finite Elements, NBR 8800, NBR 6123

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Eixos globais, cargas, reações, deslocamentos e rotações de um quadro plano	19
Figura 2 - Eixos locais e esforços internos de uma barra de quadro plano	20
Figura 3 - Eixos globais, cargas, reações e esforço interno normal de uma treliça plana	21
Figura 4 - Eixos globais, cargas, reações, deslocamentos e rotações de uma grelha	21
Figura 5 - Eixos locais e esforços internos de uma barra de grelha	22
Figura 6 - Eixos globais e cargas de um quadro espacial	24
Figura 7 - Estrutura com três barras articuladas	25
Figura 8 - Configuração deformada da estrutura com três barras articuladas	28
Figura 9 - Malha de Elementos Finitos	36
Figura 10 - Diferentes tipos de elementos finitos	37
Figura 11 - Barra i, j , referencial global g e referencial local l	40
Figura 12 - Deslocamentos generalizados	41
Figura 13 - Forças generalizadas	41
Figura 14 - Graus de liberdade da barra i, j no referencial local	42
Figura 15 - Assemblagem num exemplo unidimensional	45
Figura 16 - Vetores das forças nodais equivalentes a ações exteriores	47
Figura 17 - Elemento finito unidimensional de dois nós com comprimento L	52
Figura 18 - Gráfico das funções $N_1(x)$ e $N_2(x)$ -	54
Figura 19 - Consola curta: malha de elementos finitos e ação exterior	56
Figura 20 - Consola curta: malha deformada representada sobre a estrutura indeformada	57
Figura 21 - Consola curta: tensões principais e respectivas direções	58
Figura 22 - Consola curta: campo de deslocamentos verticais	59
Figura 23 - Consola curta: campo de tensões normais segundo um eixo vertical	60
Figura 24 - Definições básicas do vento	72
Figura 25 - Fator S_1 para taludes e morros	73
Figura 26 - Descrição da força devida ao vento numa superfície	76
Figura 27 - Pórtico de Programação Visual	86
Figura 28 - Fluxograma de processo da metodologia utilizada	87

Figura 29 - Dimensões principais do Pórtico em metros	90
Figura 30 - Fixação das chapas do revestimento nas barras horizontais	95
Figura 31 - Representação dos nós (bolinhas), forças (setinhas) e restrições (folhinhas).....	96
Figura 32 - Plotagem dos valores máximos de Tensão	97
Figura 33 - Plotagem dos valores máximos de tensão – Parte Superior Direita	97
Figura 34 - Plotagem dos valores máximos de Tensão – Parte Superior Esquerda .	98
Figura 35 - Plotagem dos valores máximos de Tensão – Parte Inferior	98
Figura 36 - Plotagem dos valores máximos de Deslocamento.....	99
Figura 37 - Plotagem dos valores máximos de Deslocamento – Parte Superior Direita	99
Figura 38 - Plotagem dos valores máximos de Deslocamento – Parte Superior Esquerda.....	100
Figura 39 - Plotagem dos valores máximos de Deslocamento – Parte Inferior	100
Figura 40 - Fixação das chapas do revestimento nas barras verticais.....	101
Figura 41 - Representação dos nós (bolinhas), forças (setinhas) e restrições (folhinhas) – Segundo Estudo	101
Figura 42 - Representação dos nós (bolinhas), forças (setinhas) e restrições (folhinhas) – Terceiro Estudo	102
Figura 43 - Representação dos nós (bolinhas), forças (setinhas) e restrições (folhinhas) – Quarto Estudo.....	103
Figura 44 - Representação dos nós (bolinhas), forças (setinhas) e restrições (folhinhas) – Quinto Estudo	104
Figura 45 – Plotagem dos valores de Tensão na estrutura – Solidworks 2014.....	107
Figura 46 – Pontos onde foram calculados valores de tensão - SAP 2000.....	107
Figura 47 - Plotagem dos valores de deslocamento na estrutura – Solidworks 2014	109
Figura 48 - Pontos com valores maiores de deslocamento - SAP 2000	110
Figura 49 - Plotagem dos valores mínimos do fator de segurança na estrutura – Solidworks 2014	112
Figura 50 - Resultados dos cinco estudos realizados	113
Figura 51 - Plotagem dos valores máximos de Tensão (Estudo 2)	120
Figura 52 - Plotagem dos valores máximos de Tensão – Parte Superior (Estudo 2)	120

Figura 53 - Plotagem dos valores máximos de Tensão – Parte Inferior (Estudo 2)	121
Figura 54 - Plotagem dos valores máximos de Deslocamento (Estudo 2)	121
Figura 55 - Plotagem dos valores máximos de Deslocamento – Parte Superior (Estudo 2)	122
Figura 56 - Plotagem dos valores máximos de Deslocamento – Parte Inferior (Estudo 2)	122
Figura 57 - Plotagem dos valores máximos de Tensão (Estudo 3)	123
Figura 58 - Plotagem dos valores máximos de Tensão – Parte Superior (Estudo 3)	123
Figura 59 - Plotagem dos valores máximos de Tensão – Parte Inferior (Estudo 3)	124
Figura 60 - Plotagem dos valores máximos de Deslocamento (Estudo 3)	124
Figura 61 - Plotagem dos valores máximos de Deslocamento – Parte Superior (Estudo 3)	125
Figura 62 - Plotagem dos valores máximos de Deslocamento – Parte Inferior (Estudo 3)	125
Figura 63 - Plotagem dos valores máximos de Tensão (Estudo 4)	126
Figura 64 - Plotagem dos valores máximos de Tensão – Parte Superior (Estudo 4)	126
Figura 65 - Plotagem dos valores máximos de Tensão – Parte Inferior (Estudo 4)	127
Figura 66 - Plotagem dos valores máximos de Deslocamento (Estudo 4)	127
Figura 67 - Plotagem dos valores máximos de Deslocamento – Parte Superior (Estudo 4)	128
Figura 68 - Plotagem dos valores máximos de Deslocamento – Parte Inferior (Estudo 4)	128
Figura 69 - Plotagem dos valores máximos de Tensão (Estudo 5)	129
Figura 70 - Plotagem dos valores máximos de Tensão – Parte Superior (Estudo 5)	129
Figura 71 - Plotagem dos valores máximos de Tensão – Parte Inferior (Estudo 5)	130
Figura 72 - Plotagem dos valores máximos de Deslocamento (Estudo 5)	130
Figura 73 - Plotagem dos valores máximos de Deslocamento – Parte Superior (Estudo 5)	131
Figura 74 - Plotagem dos valores máximos de Deslocamento – Parte Inferior (Estudo 5)	131
Figura 75 - Plotagem dos valores mínimos de Fator de Segurança (Estudo 5)	132

Figura 76 - Plotagem dos valores mínimos de Fator de Segurança - Parte Superior (Estudo 5).....	132
Figura 77 - Plotagem dos valores mínimos de Fator de Segurança - Parte Inferior (Estudo 5).....	133

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Comparação entre quadro plano e grelha	23
Tabela 2 - Comparação entre os métodos das forças e dos deslocamentos	34
Tabela 3 - Dimensões das sub-matrizes presentes na equação 56	50
Tabela 4 - Significado dos elementos das sub-matrizes de K indicadas na equação 56	50
Tabela 5 - Características das funções $N1(x)$ e $N2(x)$	54
Tabela 6 - Fatores utilizados para determinar um coeficiente de segurança para materiais dúcteis	70
Tabela 7 - Velocidades máximas e médias medidas na estação meteorológica da EMBRAPA Trigo, no período 1977-1994, tendo como referência a altura de 10m ...	72
Tabela 8 - Categorias de terreno para determinação do coeficiente $S2$	74
Tabela 9 - Classes de edificação para determinação de $S2$	74
Tabela 10 – Combinações de ações, resistências e deslocamentos máximos calculados conforme NBR 8800	93
Tabela 11 - Propriedades do Aço SAE 1020 utilizado.....	94
Tabela 12 - Valores de Referência para Tensão e Deslocamento Máximo	105
Tabela 13 - Valores de Tensão para os pontos levantados - SAP 2000	108
Tabela 14 - Tabela comparativa dos valores de tensão - Solidworks x SAP 2000..	108
Tabela 15 - Valores de Deslocamento para os pontos levantados - SAP 2000	111
Tabela 16 - Tabela comparativa dos valores deslocamento - Solidworks x SAP 2000	111

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	15
1.1 PROBLEMA	15
1.2 HIPÓTESES	15
1.3 OBJETIVOS	16
1.4 JUSTIFICATIVA	16
1.5 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	17
2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS	18
2.1 ANÁLISE ESTRUTURAL - CONCEITOS BÁSICOS	18
2.1.1 <i>Classificação de modelos de estruturas reticuladas</i>	18
2.1.2 <i>Condições básicas da análise estrutural</i>	24
2.1.2.1 Condições de equilíbrio	26
2.1.2.2 Condições de compatibilidade entre deslocamentos e deformações ..	27
2.1.2.3 Leis constitutivas dos materiais	29
2.1.3 <i>Métodos básicos da análise estrutural</i>	31
2.1.3.1 Método das Forças	31
2.1.3.2 Método dos Deslocamentos	33
2.1.4 <i>Comparação - Método das Forças x Método dos Deslocamentos</i>	34
2.2 MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS (MEF)	35
2.2.1 <i>Fundamentos do MEF</i>	35
2.2.2 <i>Tipos de elementos finitos</i>	37
2.2.3 <i>Tipos de análise</i>	37
2.2.3.1 Análise dinâmica ou estática	38
2.2.3.2 Análise não linear ou linear	38
2.2.4 <i>Tipos de estrutura</i>	38
2.2.5 <i>Referenciais (sistema global x Sistema local)</i>	39
2.2.6 <i>Graus de liberdade</i>	40
2.2.7 <i>Matriz de transformação</i>	42
2.2.8 <i>Matriz de rigidez e vector solicitação</i>	43
2.2.9 <i>Assemblagem da matriz de rigidez global e do vector solicitação</i>	45
2.2.10 <i>Introdução das condições de apoio</i>	49
2.2.11 <i>Fases da análise de um pórtico 3D</i>	51

2.2.12	<i>Funções interpoladoras ou função de forma</i>	52
2.2.13	<i>Exemplo de aplicação do MEF</i>	55
2.3	PROJETO DE ESTRUTURAS DE AÇO – CONFORME NORMA NBR 8800	61
2.3.1	<i>Estados Limites</i>	61
2.3.1.1	Condições usuais relativas aos estados-limites últimos (ELU).....	61
2.3.1.2	Condições usuais relativas aos estados-limites de serviço (ELS).....	62
2.3.2	<i>Ações</i>	62
2.3.2.1	Ações permanentes.....	62
2.3.2.2	Ações variáveis	62
2.3.2.3	Ações excepcionais	63
2.3.3	<i>Valores das ações</i>	63
2.3.3.1	Valores característicos	63
2.3.3.2	Valores característicos nominais	64
2.3.3.3	Valores representativos	64
2.3.4	<i>Valores de cálculo das Ações</i>	64
2.3.4.1	Coefficientes de ponderação das ações.....	64
2.3.5	<i>Combinações de ações</i>	65
2.3.5.1	Combinações últimas	65
2.3.5.2	Combinações de serviços.....	67
2.3.6	<i>Resistências</i>	68
2.3.6.1	Valores característicos nominais	68
2.3.6.2	Valores de cálculo das resistências.....	68
2.3.7	<i>Coefficientes de ponderação das resistências no estado-limite Últimos (ELU)</i>	69
2.3.8	<i>Coefficientes de ponderação das resistências nos estado-limite de serviço (ELS)</i>	69
2.3.9	<i>Deslocamentos</i>	69
2.4	COEFICIENTE DE SEGURANÇA.....	70
2.5	AÇÕES DO VENTO EM EDIFICAÇÕES	71
2.5.1	<i>Determinação da pressão dinâmica ou de obstrução</i>	73
2.5.2	<i>Determinação das forças estáticas devidas ao vento</i>	75
3	ESTADO DA ARTE	78
4	METODOLOGIA	86

4.1 DETERMINAÇÕES DAS AÇÕES ATUANTES NO PÓRTICO	88
4.1.1 <i>Peso Próprio do Pórtico</i>	88
4.1.2 <i>Força do vento</i>	88
4.2 DETERMINAÇÃO DAS COMBINAÇÕES DAS AÇÕES, RESISTÊNCIAS E DESLOCAMENTO MÁXIMO	90
4.2.1 <i>Cálculo das Combinações das Ações</i>	90
4.2.2 <i>Cálculo das Resistências</i>	92
4.2.3 <i>Cálculo do Deslocamento Máximo</i>	93
4.2.4 <i>Resumo dos valores calculados</i>	93
4.3 ANÁLISE ESTRUTURAL EM SOFTWARE DE CAE	94
4.3.1 <i>Criação do modelo em elementos finitos no software de CAE</i>	94
4.3.2 <i>Primeiro estudo realizado</i>	95
4.3.3 <i>Segundo estudo realizado</i>	101
4.3.4 <i>Terceiro estudo realizado</i>	102
4.3.5 <i>Quarto estudo realizado</i>	103
4.3.6 <i>Quinto estudo realizado</i>	103
5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DE RESULTADOS	105
6 CONCLUSÃO	114
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	116
ANEXOS	120
ANEXO 1 – SEGUNDO ESTUDO REALIZADO	120
ANEXO 2 – TERCEIRO ESTUDO REALIZADO	123
ANEXO 3 – QUARTO ESTUDO REALIZADO	126
ANEXO 4 – QUINTO ESTUDO REALIZADO	129

1 INTRODUÇÃO

Uma das principais formas para chamar a atenção das pessoas é através de imagens. Elas atuam de forma direta sobre a percepção de nosso cérebro para depois serem analisadas. Nos últimos anos, esta forma de comunicação tem sido cada vez mais explorada através das empresas de comunicação ou programação visual.

A programação visual é um conjunto de técnicas que nos permite ordenar a forma pela qual se faz a comunicação visual. Um elemento que é bastante utilizado na programação visual é o pórtico de entrada. Ele é um elemento de comunicação visual de médio e grande porte que causa grande impacto visual, podendo ser iluminado ou não. Geralmente é constituído de uma estrutura metálica de seção transversal quadrada internamente (tubos quadrados) revestido externamente por chapas de Alumínio composto (ACM).

Um grande desafio no projeto deste elemento é a segurança estrutural. Como o revestimento externo geralmente é especificado pelos clientes já em dimensões mínimas, a saída é trabalhar com a estrutura interna que é responsável por suportar os esforços externos.

1.1 Problema

O problema de pesquisa foi levantado durante a execução do projeto do elemento depois de realizado o dimensionamento da estrutura através do seguinte questionamento: A estrutura do pórtico de entrada é dimensionada de forma adequada ou satisfatória?

1.2 Hipóteses

Como o tempo de execução do projeto deste produto é muito curto e o processo de análise estrutural é um pouco complexo por se tratar de uma estrutura tridimensional, é comum empresas dimensioná-lo de forma empírica observando projetos similares. Desta forma, a estrutura do pórtico de entrada pode estar superdimensionada elevando os custos de produção e reduzindo a competitividade

do produto no mercado. Por outro lado, ela pode estar subdimensionada comprometendo a segurança das pessoas e a qualidade final do produto. Na melhor das hipóteses, ela pode estar dimensionada adequadamente. A verificação do dimensionamento deste produto utilizando um software de elementos finitos poderia contribuir muito para reduzir estas incertezas e melhorar o projeto deste produto.

1.3 Objetivos

O objetivo geral da pesquisa é fazer uma análise estrutural em um pórtico de programação visual para verificar seu dimensionamento.

Os objetivos específicos são:

- Criar um modelo em elementos finitos da estrutura de um pórtico previamente definido para análise estrutural;
- Avaliar o comportamento da estrutura diante dos esforços submetidos;
- Propor uma solução para o dimensionamento da estrutura caso ela não esteja dimensionada adequadamente;
- Fazer uma análise final comparando o resultado da simulação do software utilizado com o resultado de outro *software* para confirmação dos resultados.

1.4 Justificativa

O pórtico de entrada é um produto de médio e grande porte cuja falha pode acarretar danos às pessoas e prejuízos a todos os interessados. Geralmente, por ser um produto que apresenta um número muito baixo de falhas, sua parte estrutural é dimensionada de forma empírica com base no conhecimento técnico e *know-how* de seus fabricantes. Desta forma, uma análise estrutural deste elemento poderia contribuir para a garantia da segurança e qualidade deste produto e servir de base para novos desenvolvimentos. O estudo também possibilitará a aquisição de conhecimentos fundamentais para a análise e dimensionamento de pórticos de programação visual.

1.5 Organização do Trabalho

O trabalho está organizado da seguinte forma:

Capítulo 1 – Introdução. Neste capítulo é feita uma breve introdução ao problema apresentando às hipóteses geradas, justificativa do tema, bem como os objetivos do trabalho.

Capítulo 2 – Fundamentos Teóricos. Neste capítulo é apresentado o conhecimento científico básico necessário para resolução do problema.

Análise Estrutural – Este item traz alguns conceitos básicos sobre análise estrutural, condições que são analisadas e métodos mais utilizados.

Método de Elementos Finitos (MEF) – Este item fala do método matemático que é utilizado no processo de análise estrutural do *software* de engenharia que é utilizado.

Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios – NBR 8800. Este item traz os requisitos mínimos ou recomendações de projeto que devem ser atendidas com relação à segurança estrutural.

Ações do vento em edificações. O vento é responsável pela principal carga atuante nos pórticos. Este item traz a forma de determiná-la.

Capítulo 3 – Estado da Arte. Neste capítulo são apresentadas as principais contribuições científicas nos últimos anos sobre o assunto que foi levantado no decorrer do trabalho.

Capítulo 4 – Metodologia. Este capítulo se trata da análise estrutural no pórtico de programação visual. Ele traz a determinação das ações, das combinações de ações, das resistências e dos deslocamentos a serem considerados, bem como a análise estrutural feita utilizando um *software* de CAE.

Capítulo 5 – Análise e Discussão de Resultados. Este capítulo traz a análise e discussão dos resultados obtidos nas simulações feitas durante a análise estrutural.

Capítulo 6 – Conclusão. Este capítulo traz as principais conclusões sobre o trabalho bem como as oportunidades de melhoria identificadas para uma sequência posterior.

2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Este capítulo tem como objetivo levantar o conhecimento científico sobre assunto de forma a facilitar ou possibilitar a solução do problema.

2.1 Análise Estrutural - Conceitos Básicos

Este item tem como objetivo descrever alguns conceitos básicos que são necessários à compreensão da análise estrutural para estruturas compostas por barras. A revisão prévia do conhecimento referente a definição de tensões, deformações e esforços internos (esforços normais, cortantes, momentos fletores e momentos torçores) são de fundamental importância para o entendimento deste assunto.

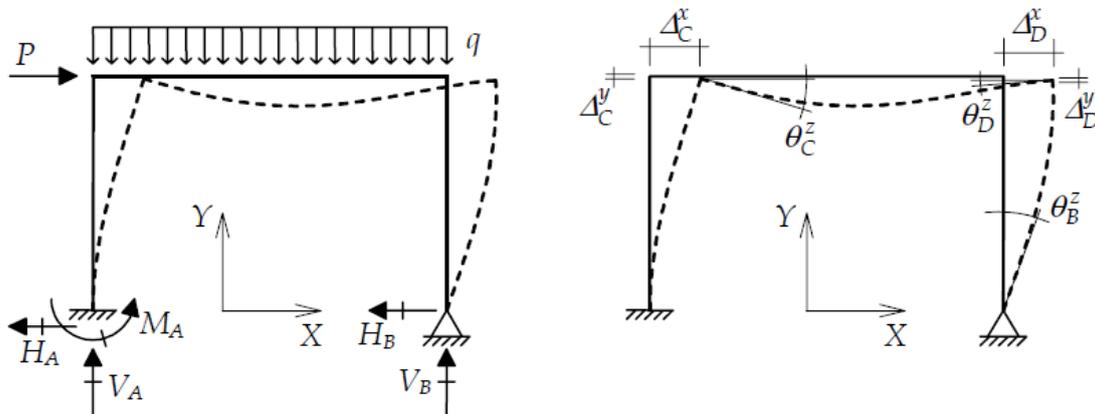
2.1.1 *Clasificação de modelos de estruturas reticuladas*

De acordo com Martha (2010), as estruturas reticuladas são estruturas formadas por barras e geralmente são classificadas de acordo com seu arranjo espacial e suas cargas. Para isso é comum definir sistemas de eixos globais da estrutura e de eixos locais das barras. Os tipos de esforços internos e as direções dos seus deslocamentos e rotações são caracterizados para cada tipo de estrutura.

Na figura 1 abaixo é exibido um exemplo de um quadro ou pórtico plano que pode corresponder a uma parte da estrutura ou representar uma simplificação da estrutura tridimensional. Neste caso, a estrutura e as cargas estão contidas no mesmo plano. Podemos considerar o plano formado pelos eixos X e Y como mostra a figura 1, que tem forças com componentes na direção X e Y e momentos no eixo Z (que sai do plano).

O quadro plano da figura 1 tem uma carga externa composta por uma força horizontal P (na direção de X) e uma carga uniformemente distribuída vertical q (na direção de Y). Também estão indicadas na figura as reações de apoio, que são compostas de forças horizontais e verticais, e por um momento em torno do eixo Z .

Figura 1 - Eixos globais, cargas, reações, deslocamentos e rotações de um quadro plano



Fonte: MARTHA, 2010

A Figura 1 também indica a configuração deformada da estrutura com as componentes de deslocamentos e rotações dos nós. Segundo Martha (2010), a simplificação adotada para modelos estruturais de quadros planos é que não existem deslocamentos na direção transversal ao plano (direção Z) e rotações em torno de eixos do plano da estrutura. Desta forma, um quadro plano apresenta somente as seguintes componentes de deslocamentos e rotação:

Δ^x → Deslocamento na direção do eixo global X;

Δ^y → Deslocamento na direção do eixo global Y;

θ^z → Rotação em torno do eixo global Z.

As ligações entre barras de um pórtico plano geralmente são rígidas (soldadas), mas pode haver articulação ou outro tipo de liberação. Com isso, temos deslocamentos e rotações compatíveis nos nós de ligação das barras. Estas ligações caracterizam o comportamento de pórticos e provocam a deformação por flexão de suas barras.

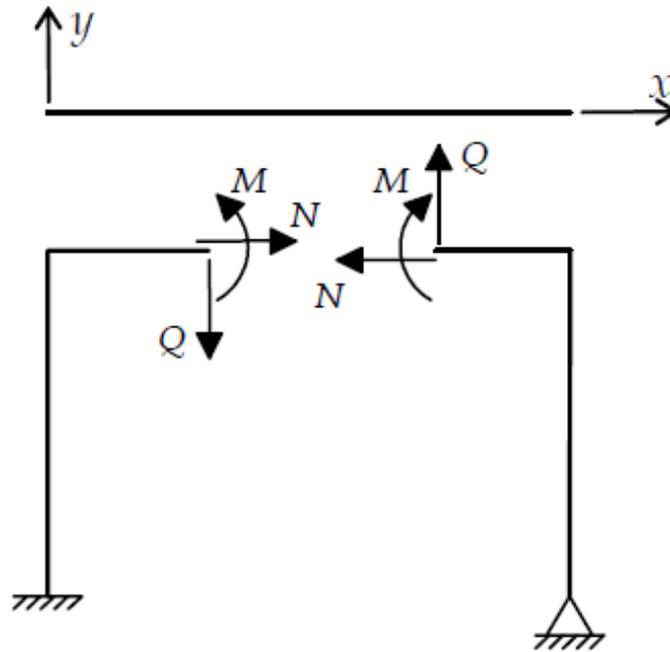
Da mesma forma que os esforços externos, os esforços internos de um pórtico plano também estão contidos no mesmo plano da estrutura existindo apenas três esforços internos em uma barra de um pórtico plano, definidos nas direções dos eixos locais da barra, tal como indicado na Figura 2:

N → Esforço normal (esforço interno axial) na direção do eixo local x;

$Q = Q^y$ → Esforço cortante (esforço interno transversal) na direção do eixo local y;

$M = M^z$ → Momento fletor (esforço interno de flexão) em torno do eixo local z.

Figura 2 - Eixos locais e esforços internos de uma barra de quadro plano

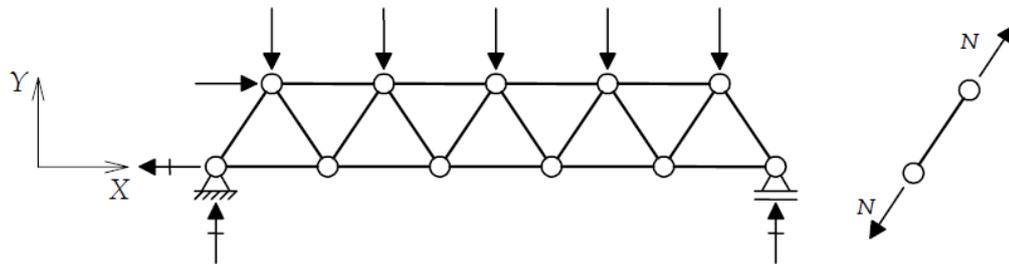


Fonte: MARTHA, 2010

Martha (2010) explica que esforços internos em uma estrutura caracterizam as ligações internas de tensões, isto é, esforços internos são integrais de tensões ao longo de uma seção transversal de uma barra. Esforços internos resultam de forças e momentos que atuam entre duas porções de uma estrutura reticulada originada através de um corte em uma seção transversal. Os respectivos esforços internos em cada lado da seção cortada são iguais e contrários, devidos que equivalem uma ação e a reação correspondente.

Uma treliça é uma estrutura reticulada em que suas barras podem girar em torno de suas ligações. A Figura 3 mostra uma treliça plana com suas cargas e reações. Como na hipótese adotada para análise de uma treliça as ligações entre barras são articuladas, as cargas passam a atuar nos nós da estrutura. Com isso têm-se apenas cargas axiais de tração e compressão.

Figura 3 - Eixos globais, cargas, reações e esforço interno normal de uma treliça plana

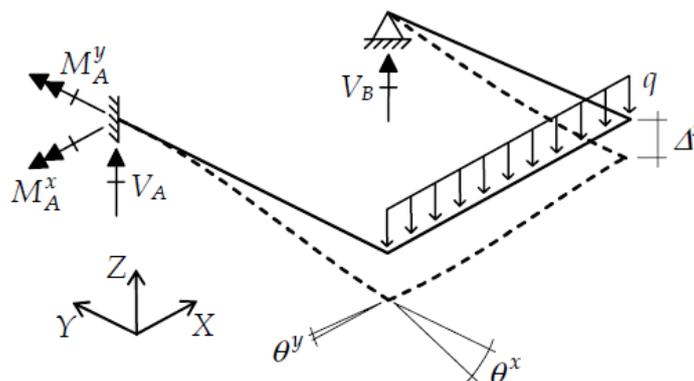


Fonte: MARTHA, 2010

A hipótese de articulações nas ligações geralmente é apenas uma simplificação para a análise do comportamento de uma treliça, visto que, muitas vezes, as ligações não são articuladas. Esta simplificação é aplicável, principalmente, quando as barras concorrem entre si em um único ponto em cada ligação. Desta forma, vamos ter apenas esforços internos axiais (esforços cortantes e momentos fletores são pequenos em comparação com os esforços normais).

De acordo com Martha (2010), outro tipo de estrutura reticulada é a *grelha*. Grelhas são estruturas planas com cargas na direção perpendicular ao seu plano, incluindo momentos em torno de eixos desse plano. A Figura 4 mostra uma grelha com uma carga uniformemente distribuída transversal ao seu plano. Vamos considerar que o plano da grelha é formado pelos eixos X e Y . Os apoios de uma grelha apresentam apenas uma componente de força, que é na direção vertical Z , e duas componentes de momento.

Figura 4 - Eixos globais, cargas, reações, deslocamentos e rotações de uma grelha



Fonte: MARTHA, 2010

Como as cargas atuam na direção perpendicular ao plano da estrutura, podemos considerar que uma grelha não apresenta deslocamentos dentro do seu plano. A Figura 4 indica a configuração deformada da grelha (de forma exagerada), que apresenta as seguintes componentes de deslocamento e rotações:

$\Delta^z \rightarrow$ Deslocamento na direção do eixo global Z;

$\theta^x \rightarrow$ Rotação em torno do eixo global X;

$\theta^y \rightarrow$ Rotação em torno do eixo global Y.

De acordo com Marta (2010), geralmente as ligações entre as barras de uma grelha são rígidas, porém podem ocorrer articulações. Cada ligação articulada de uma barra pode liberar uma ou duas componentes de rotação.

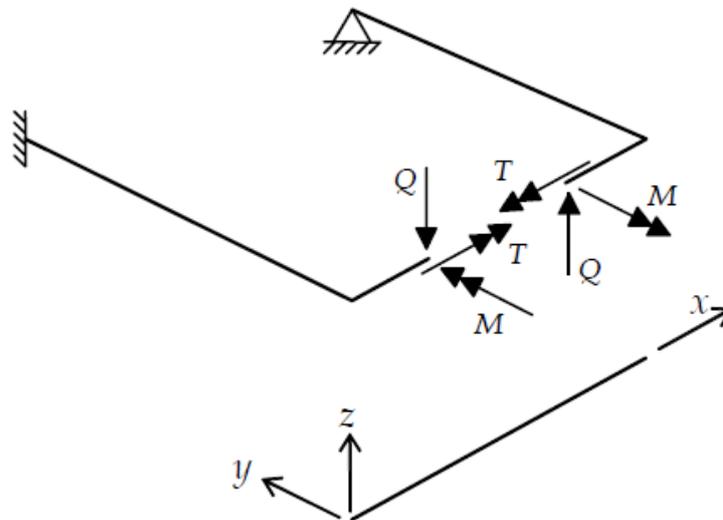
A figura 5 mostra os esforços internos de uma barra. Os eixos locais foram adotados de acordo com a convenção. São três os esforços internos:

$Q = Q^z \rightarrow$ Esforço cortante (esforço interno transversal) na direção do eixo local z;

$M = M^y \rightarrow$ Momento fletor (esforço interno de flexão) em torno do eixo local y;

$T = T^x \rightarrow$ Momento torçor (esforço interno de torção) em torno do eixo local x.

Figura 5 - Eixos locais e esforços internos de uma barra de grelha



Fonte: MARTHA, 2010

A Tabela 1 abaixo é uma comparação entre os deslocamentos, rotações e tipos de esforços que atuam em quadros planos e grelhas e mostra também as diferenças entre os esforços internos destas estruturas. Pode-se observar que quando uma componente é nula para uma estrutura ela não é nula para a outra

estrutura e as grelhas não possuem esforços normais, mas por outro lado, os quadros planos não sofrem esforço torcional. Tanto os quadros planos quanto as grelhas estão sujeitos a esforços cortantes e momentos fletores, mas, porém em direções diferentes em relação aos eixos locais.

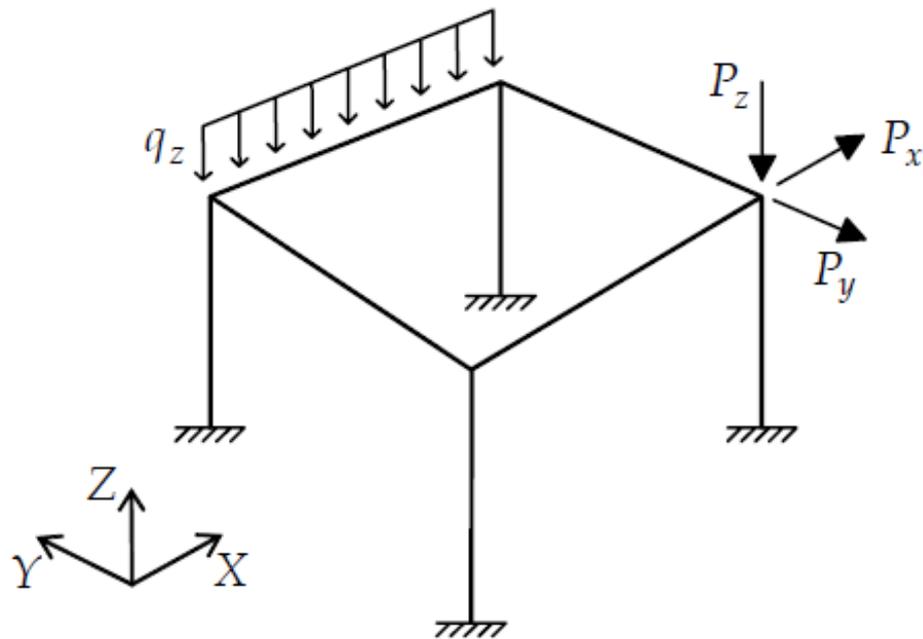
Tabela 1 - Comparação entre quadro plano e grelha

Evento	Quadro Plano	Grelha
Deslocamento em X	Δ^x	$\Delta^x = 0$
Deslocamento em Y	Δ^y	$\Delta^y = 0$
Deslocamento em Z	$\Delta^z = 0$	Δ^z
Rotação em torno de X	$\theta^x = 0$	θ^x
Rotação em torno de Y	$\theta^y = 0$	θ^y
Rotação em torno de Z	θ^z	$\theta^z = 0$
Esforço normal	$N = N_x$ (x local)	$N = 0$
Esforço cortante	$Q = Q_y$ (y local)	$Q = Q_z$ (z local)
Momento fletor	$M = M_z$ (z local)	$M = M_y$ (y local)
Momento torçor	$T = 0$	$T = T_x$ (x Local)

Fonte: Luiz Fernando Martha - 2010

Segundo Marta (2010) os quadros ou pórticos espaciais são o caso mais geral de estruturas reticuladas. Em cada ponto do quadro espacial existem três componentes de deslocamento (Δ^x , Δ^y e Δ^z) e três componentes de rotação (θ^x , θ^y e θ^z). Em uma barra de pórtico espacial são encontrados seis esforços internos: esforço normal $N = N_x$ (x local), esforço cortante Q_y (y local), esforço cortante Q_z (z local), momento fletor M_y (y local), momento fletor M_z (z local), e momento torçor $T = T_x$ (x local). A figura 6 abaixo apresenta os eixos globais e cargas de um quadro ou pórtico espacial.

Figura 6 - Eixos globais e cargas de um quadro espacial



Fonte: MARTHA, 2010

2.1.2 Condições básicas da análise estrutural

Um dos objetivos básicos da análise estrutural consiste na determinação dos esforços internos na estrutura, das reações de apoios, dos deslocamentos e rotações, das tensões e deformações. As formas de cálculo são operações matemáticas geradas a partir de hipóteses adotadas na construção do modelo de engenharia (matemático) ou estrutural. O modelo de engenharia pode consistir em croquis com a configuração geométrica, restrições, cargas, materiais utilizados, mais equações que descrevam o comportamento do sistema para uma análise posterior. Norton (2004).

De acordo com Martha (2010) uma vez criado o modelo de análise para uma estrutura, os métodos de cálculo podem ser expressos por um grupo de equações matemáticas que garantem a satisfação às hipóteses adotadas, ou seja, uma vez observadas todas as condições do modelo de engenharia, a análise estrutural passa a ser um processo matemático de cálculo que somente sofre alterações se as condições iniciais forem revisadas ou novamente formuladas.

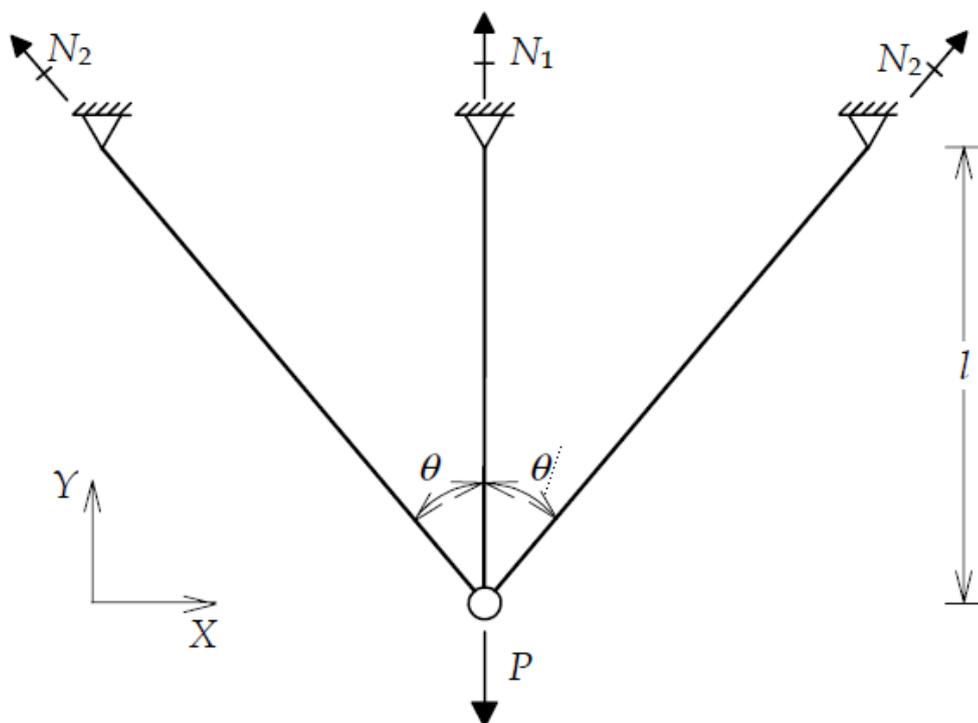
As condições básicas que o modelo de engenharia deve apresentar para representar adequadamente o comportamento da estrutura real são as seguintes:

- Condições de equilíbrio;
- Condições de compatibilidade entre deslocamentos e deformações;
- Condições sobre o comportamento dos materiais que compõem a estrutura (leis constitutivas dos materiais).

Segundo Martha (2010), a imposição destas condições é à base dos métodos da análise estrutural, isto é, as formas como essas condições são impostas definem as metodologias dos chamados Métodos Básicos da Análise de Estruturas.

De acordo com TIMOSHENKO & GERE, o modelo estrutural que será apresentado a seguir exemplifica as condições básicas citadas acima que devem ser atendidas na análise estrutural através de um exemplo simples de três barras articuladas, mostrado na Figura 7. No modelo tem-se uma força externa P aplicada no nó inferior da estrutura que conecta as três barras. As barras são constituídas de um material com módulo de elasticidade E e possui seções transversais com área A .

Figura 7 - Estrutura com três barras articuladas



Fonte: MARTHA, 2010

2.1.2.1 Condições de equilíbrio

Segundo Martha (2010), *condições de equilíbrio* são condições que garantem o equilíbrio estático de qualquer porção isolada da estrutura ou da estrutura como um todo no contexto deste trabalho. No exemplo da Figura 7, o equilíbrio tem que ser garantido de maneira global, ou seja, para a toda estrutura, todas as barras e nós isoladamente.

Como pode ser verificado através deste exemplo, onde temos apenas esforços internos normais, as reações de apoio na parte superior da estrutura apontam para o nó da parte inferior. Essas reações são os próprios esforços normais atuando sobre as barras como pode ser visto na figura 7 acima. Devido o fato de a estrutura ser simétrica, os esforços normais nas barras inclinadas devem ser iguais (isto pode ser verificado quando fazemos somatório de forças na direção $x=0$). Com isso, o equilíbrio do nó da parte de baixo da estrutura na direção vertical Y garante o equilíbrio global da estrutura:

$$\sum F_y = 0 \rightarrow N_1 + 2 \cdot N_2 \cdot \cos\theta = P \quad (1)$$

Sendo que:

N_1 → Esforço normal na barra vertical;

N_2 → Esforço normal nas barras inclinadas.

A condição de equilíbrio na direção vertical do nó inferior obtida através da equação (1) acima é conferida quando consideramos a configuração inicial (indeformada) da estrutura. Esta hipótese, denominada de *hipótese de pequenos deslocamentos*, somente pode ser adotada quando estamos diante de uma situação onde os deslocamentos sofridos pela estrutura são muito pequenos em comparação com as dimensões da estrutura. (WHITE e outros, 1976 e WEST, 1989).

A análise estrutural realizada com essa hipótese é conhecida como *análise de primeira ordem*. Nem sempre é possível usar esta hipótese, principalmente quando se requer uma maior confiabilidade nos resultados. Atualmente, em muitas análises estruturais, é requerida uma *análise de segunda ordem*, ou seja, considerando os deslocamentos não desprezíveis na verificação das condições de equilíbrio, pelo menos de forma aproximada.

Existem três tipos de estruturas, elas são classificadas como estruturas hipoestáticas, isostáticas e hiperestáticas. As estruturas hipoestáticas são aquelas cujo número de equações de equilíbrio é maior que o número de reações a serem determinadas, no caso das isostáticas esse número é igual e hiperestáticas menor. No exemplo da Figura 7, não é possível determinar as reações, pois existem duas incógnitas de forças normais N_1 e N_2 e apenas uma equação de equilíbrio (considerando que a equação de equilíbrio na direção horizontal já foi utilizada). Para solucionar estruturas hiperestáticas é necessário utilizar outras condições além das equações de equilíbrio, que serão mostradas a seguir.

2.1.2.2 Condições de compatibilidade entre deslocamentos e deformações

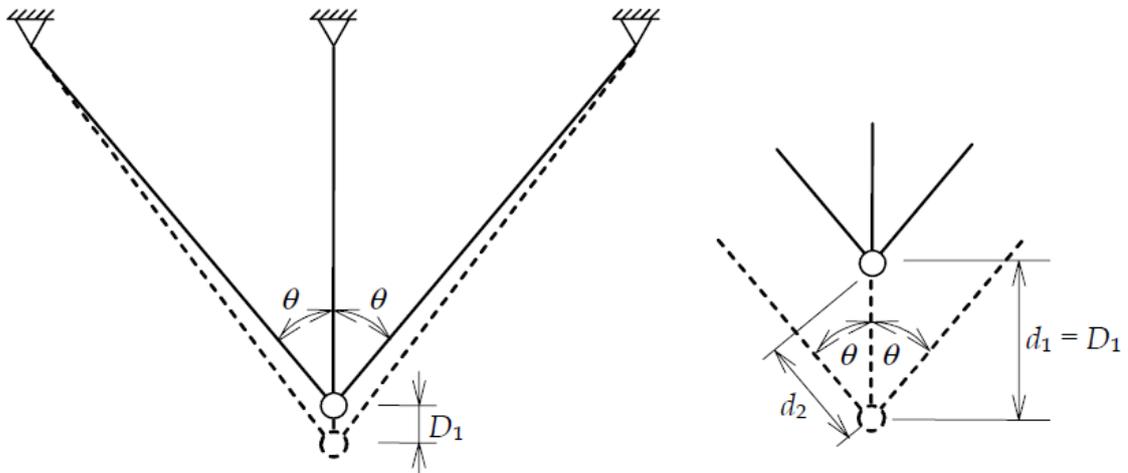
De acordo com Martha (2010) condições de compatibilidade entre deslocamentos e deformações são condições geométricas que devem ser atingidas para garantir que uma estrutura, ao se deformar, permaneça contínua e compatível com seus vínculos externos. Essas condições não estão relacionadas com as propriedades de resistência do material da estrutura, elas são hipóteses geométricas criadas na elaboração do modelo estrutural.

As condições de compatibilidade podem ser divididas em dois grupos:

- *Condições de compatibilidade externa*: Esta condição trata dos vínculos externos da estrutura garantindo compatibilidade entre deslocamentos e deformações nas ligações com outras estruturas.
- *Condições de compatibilidade interna*: Esta condição garante que a estrutura mantenha, ao se deformar, contínua em suas barras e nas ligações inclusive no caso de rotação caso haja articulação entre as barras.

É possível observar na figura 7 que as condições de compatibilidade externa são mantidas quando é considerada apenas uma configuração deformada para a estrutura. Ela tem deslocamentos nulos nos nós superiores, podendo ser verificado na figura 8, onde é representada de forma exagerada pelas linhas tracejadas a configuração deformada da estrutura. Pode-se observar também na figura 8 que as três barras permanecem ligadas pelo nó inferior. Considerando a hipótese de pequenos deslocamentos, pode-se considerar que o ângulo formado entre as barras após a deformação não se altera, isto acontece devido às condições de compatibilidade interna.

Figura 8 - Configuração deformada da estrutura com três barras articuladas



Fonte: MARTHA, 2010

Segundo Martha (2010) são estabelecidas duas relações de compatibilidade entre os alongamentos das barras e o deslocamento vertical do nó inferior:

$$d_1 = D_1 \quad (2)$$

$$d_2 = D_1 \cdot \cos \theta \quad (3)$$

Sendo:

D_1 → Deslocamento vertical do nó inferior;

d_1 → Alongamento da barra vertical;

d_2 → Alongamento das barras inclinadas.

As duas relações de compatibilidade dão origem a equação (4) utilizada para compatibilidade entre os alongamentos das barras:

$$d_2 = d_1 \cdot \cos \theta \quad (4)$$

Com esta nova equação surge mais duas incógnitas d_1 e d_2 que ficarão relacionadas com as incógnitas N_1 e N_2 devido ao comportamento do material que compõe a estrutura, sem que isso introduza novas incógnitas conforme será discutido a seguir.

2.1.2.3 Leis constitutivas dos materiais

De acordo com Féodosiev (1977) as leis constitutivas definem o comportamento dos materiais, sendo representadas por equações matemáticas que relacionam tensões e deformações fazendo parte do modelo matemático.

Segundo Timoshenko & Goodier (1980) a Teoria da Elasticidade estabelece que as relações das leis constitutivas sejam equações lineares com parâmetros constantes. Nesse caso, as tensões são proporcionais às deformações estando o material trabalhando no regime elástico-linear.

Nem sempre é possível adotar um comportamento tão simples, principalmente em casos que as tensões nas estruturas ultrapassam o limite de escoamento, como por exemplo, nos estados limites últimos, estando o material trabalhando no regime plástico. Nesse caso deve se adotar outra abordagem que seja apropriada, por exemplo, realizar uma análise não-linear considerando a não-linearidade do material.

Martha (2010) explica que apesar disso, para os dimensionamentos de algumas estruturas não são considerados materiais em estado limite último e sim com comportamento elástico linear. Isto acontece devido os fatores apresentados abaixo:

- A maioria das estruturas civis trabalham no regime elástico linear, sendo razoável utilizar esta aproximação.
- O dimensionamento local geralmente é feito no estado limite último de resistência utilizando coeficientes de majoração das cargas e minoração da resistência. Desta forma, espera-se que as tensões no material não ultrapassem o limite de escoamento possibilitando assim uma análise global linear. Porém, o ideal seria fazer uma análise global com o material em regime não linear que é mais complexo e demorado que uma análise linear.
- Geralmente, uma análise não linear é executada computacionalmente de forma incremental, sendo que em cada passo é feita uma análise linear. Como no caso da estrutura que será analisada neste trabalho não requer uma precisão tão elevada, uma análise linear se justifica.
- O foco principal deste trabalho requer a utilização somente dos métodos básicos da análise estrutural.

Avaliando a figura 7 é possível verificar que as barras estão submetidas a esforços normais de tração e as tensões σ_x e deformações ε_x atuam sobre as seções transversais das barras na direção do eixo local x ou direção axial das barras.

Segundo Beer & Johnston (1996) e Féodosiev (1977) a lei constitutiva que relaciona tensões e deformações normais é a conhecida Lei de Hooke e é apresentada a seguir:

$$\sigma_x = E \cdot \varepsilon_x \quad (5)$$

Sendo:

$E \rightarrow$ Módulo de elasticidade (propriedade do material);

$\sigma_x \rightarrow$ Tensões normais na direção axial da barra;

$\varepsilon_x \rightarrow$ Deformações normais na direção axial da barra.

Como já é conhecido, a tensão normal de tração pode ser obtida através da razão entre o esforço normal sobre a peça e a sua área de seção transversal ($\sigma=F/A$). Por outro lado a tensão também pode ser calculada pelo produto do módulo de elasticidade pela deformação normal (equação 5). Igualando as duas relações, para o caso da figura 7 tem-se:

$$\frac{N_1}{A} = E \cdot \frac{d_1}{l} \quad (6)$$

E para as barras inclinadas tem-se:

$$\frac{N_2}{A} = E \cdot \frac{d_2}{l/\cos\theta} \quad (7)$$

Com as equações (6) e (7) determinadas é possível solucionar a estrutura hiperestática do exemplo da figura 7, já que agora existem quatro equações e quatro incógnitas N_1 , N_2 , d_1 e d_2 , possibilitando uma solução única do problema. Porém, em alguns casos, é necessário considerar também o efeito do cisalhamento. Em materiais trabalhando em regime elástico-linear a equação que relaciona tensões e deformações torcionais de acordo com as leis constitutivas é mostrada a seguir:

$$\tau = G.\gamma \quad (8)$$

Sendo:

G → Módulo de cisalhamento (propriedade do material);

τ → Tensão de cisalhamento;

γ → Distorção de cisalhamento.

2.1.3 Métodos básicos da análise estrutural

De acordo com White e outros (1976) para solução de uma estrutura hiperestática como a mostrada na figura 7, para determinar cargas, tensões e deformações é necessário aplicar as três condições básicas da análise estrutural: as condições de equilíbrio, as condições de compatibilidade entre deslocamentos e rotações e as condições referentes ao comportamento do material (leis constitutivas dos materiais).

No caso do exemplo que foi discutido até aqui, existem muitos valores de N_1 e N_2 que atendem as condições de equilíbrio, muitos valores de d_1 e d_2 que atendem as condições de compatibilidade, porém, existe uma única solução que atenda simultaneamente as condições de equilíbrio, de compatibilidade e leis constitutivas dos materiais que é o objetivo dos métodos básicos de análise estrutural.

Quando são resolvidas estruturas hiperestáticas maiores do que a exemplificada acima, é necessário utilizar métodos apropriados à complexidade do problema para não comprometer sua solução. Os dois métodos mais utilizados são o método das forças e o método dos deslocamentos que serão apresentados a seguir.

2.1.3.1 Método das Forças

Martha (2010) explica que o método das forças busca determinar uma solução em forças que atende as condições de equilíbrio e simultaneamente as condições de compatibilidade. As incógnitas neste método são as forças e os momentos caracterizados pelas reações de apoio e esforços internos que são substituídas em equações de compatibilidade para a solução do problema.

Existe uma ordem a ser seguida na utilização deste método: Primeiro são aplicadas as condições de equilíbrio, em seguida, são verificadas as condições referente ao comportamento do material e finalmente são aplicadas as condições de compatibilidade. O exemplo da Figura 7 vai ser usado para ilustrar essa ordem.

Para resolução do problema será adotado o esforço normal N_1 na barra central da estrutura da Figura 7 como incógnita principal. Ao aplicar a equação de equilíbrio (1) pode-se escrever N_2 em função de N_1 da seguinte forma:

$$N_2 = \frac{P - N_1}{2 \cdot \cos\theta} \quad (9)$$

Utilizando as equações (6) e (7) as incógnitas d_1 e d_2 serão expressas em função de N_1 e N_2 , respectivamente.

Substituindo a equação (9) na equação (4), tem-se a equação de compatibilidade escrita em relação à incógnita N_1 .

$$\left(\frac{1}{E \cdot A} + \frac{1}{2 \cdot E \cdot A \cdot (\cos\theta)^3} \right) \cdot N_1 = \frac{P \cdot l}{2 \cdot E \cdot A \cdot (\cos\theta)^3} \quad (10)$$

Ao solucionar esta equação é possível obter o valor de N_1 e substituindo o resultado na Equação (9) tem-se N_2 :

$$N_1 = \frac{P}{1 + 2 \cdot (\cos\theta)^3} \quad (11)$$

$$N_2 = \frac{P \cdot (\cos\theta)^2}{1 + 2 \cdot (\cos\theta)^3} \quad (12)$$

Como pode ser observado nas equações 11 e 12, os valores de N_1 e N_2 não dependem da área da seção transversal das barras e do módulo de elasticidade, pois são iguais para todas as barras e foram cortados ao resolver a Equação (10).

O método das forças é assim denominado devido à solução do problema ser dada em termos dos hiperestáticos (forças ou momentos). O Método das Forças

também é chamado de Método da Compatibilidade, já que as equações finais são as equações de compatibilidade escritas em termos hiperestáticos. WEST (1989).

2.1.3.2 Método dos Deslocamentos

O Método dos deslocamentos é assim chamado, pois utiliza os deslocamentos e rotações como incógnitas principais e as demais incógnitas são escritas em função delas e resolvidas utilizando equações de equilíbrio.

De acordo com Martha (2010) este método busca determinar uma solução em deslocamentos que satisfaz as condições de compatibilidade e simultaneamente as condições de equilíbrio. O Método dos deslocamentos trabalha de maneira inversa ao método das forças na solução de estruturas, por isso são chamados de métodos *duais*.

A ordem de introdução das condições básicas da análise estrutural é a seguinte: primeiramente são aplicadas as condições de compatibilidade, depois são verificadas as leis constitutivas e por último as condições de equilíbrio. O exemplo da Figura 7 também vai ser utilizado para mostrar isso.

Para resolução deste problema a incógnita d_1 da barra vertical foi escolhida como incógnita principal de forma arbitrária. O alongamento d_1 corresponde ao deslocamento vertical D_1 do nó inferior da estrutura. Utilizando a equação de compatibilidade e depois aplicando nas equações (6) e (7) da Lei Constitutiva podemos escrever a equação de equilíbrio (1) em função da incógnita principal:

$$\left(\frac{E \cdot A}{l} + \frac{2 \cdot E \cdot A \cdot (\cos\theta)^3}{l} \right) \cdot d_1 = P \quad (13)$$

Com a resolução desta equação conseguimos o valor de d_1 e substituindo esse resultado na equação (4) obtemos d_2 .

$$d_1 = \frac{P}{1 + 2 \cdot (\cos\theta)^3} \cdot \frac{l}{E \cdot A} \quad (14)$$

$$d_2 = \frac{P \cdot (\cos\theta)}{1 + 2 \cdot (\cos\theta)^3} \cdot \frac{l}{E \cdot A} \quad (15)$$

Utilizando as Equações (6) e (7) podemos encontrar os valores de N_1 e N_2 mostrados anteriormente.

Segundo WEST (1989) o Método dos Deslocamentos é assim chamado devido que as incógnitas são deslocabilidades (deslocamentos ou rotações). Porém, como as equações finais são equações de equilíbrio tendo como variáveis principais as deslocabilidades, esse método também é chamado de Método do Equilíbrio.

2.1.4 Comparação - Método das Forças x Método dos Deslocamentos

Como forma de comparação entre o Método das Forças e o Método dos Deslocamentos será apresentado abaixo um quadro comparativo com o resumo das duas metodologias de análise de estruturas hiperestáticas.

Tabela 2 - Comparação entre os métodos das forças e dos deslocamentos

Método das Forças	Método dos Deslocamentos
Idéia básica: Determinar, dentro do conjunto de soluções em forças que satisfazem as Condições de equilíbrio, qual a solução que faz com que as condições de compatibilidade também sejam satisfeitas.	Idéia básica: Determinar, dentro do conjunto de soluções em deslocamentos que satisfazem as condições de compatibilidade, qual a solução que faz com que as condições de equilíbrio também sejam satisfeitas.
Incógnitas: Hiperestáticos - forças e momentos associados a vínculos excedentes à determinação estática da estrutura.	Incógnitas: Deslocabilidades - componentes de deslocamentos e rotações nodais que definem a configuração deformada da estrutura.
Número de incógnitas: É o número de incógnitas excedentes das equações de equilíbrio, denominado <i>grau de hiperestaticidade</i> .	Número de incógnitas: É o número de incógnitas excedentes das equações de compatibilidade, denominado <i>grau de hipergeometria</i> .
Equações finais: São equações de compatibilidade expressas em termos dos hiperestáticos.	Equações finais: São equações de equilíbrio expressas em termos das deslocabilidades.

Fonte: MARTHA, 2010

2.2 Método de Elementos Finitos (MEF)

De acordo com Azevedo (2003) o Método dos Elementos Finitos (MEF) tem como objetivo a determinação do estado de tensão e de deformação de um sólido de geometria arbitrária sujeito a ações exteriores. Para projetar uma estrutura é necessário que sejam feitas análises em suas características com o intuito de alcançar uma solução que atenda pré-requisitos funcionais e regulamentares e também em termos econômicos. O MEF pode ser baseado no método dos deslocamentos, em modelos de equilíbrio, ou em métodos híbridos e mistos, porém dentre estes métodos, o método dos deslocamentos é o mais simples e mais flexível sendo muitas vezes o mais utilizado.

2.2.1 Fundamentos do MEF

A formulação do Método de Elementos Finitos necessita de uma integral que possibilite substituir o integral sobre um domínio complexo (de volume V) por um somatório de integrais de subdomínios de geometria simples (de volume V_i). A integral a seguir ilustra esta formulação que corresponde ao integral de volume de uma função f

$$\int_V f \cdot dV = \sum_{i=1}^n \int_{V_i} f \cdot dV \quad (16)$$

Na equação (16) pressupõe-se que

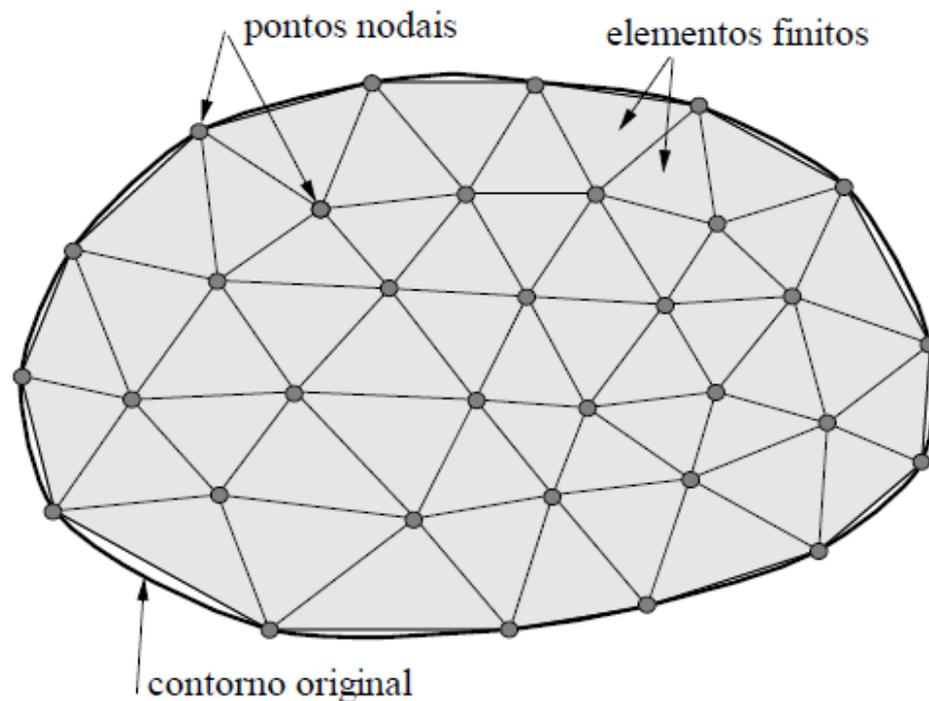
$$V = \sum_{i=1}^n V_i \quad (17)$$

Calculando as integrais mais simples de subdomínio V_i e depois somando os seus valores é possível encontrar o valor total referente ao domínio complexo de volume V . Esta operação também é conhecida como **assemblagem** que é similar o que é usado no caso das estruturas reticuladas. Cada subdomínio V_i é equivalente a

um elemento finito de geometria simples como uma reta, triângulo, quadrilátero, tetraedro ou paralelepípedo.

A figura 9 abaixo ilustra a idéia básica do método dos elementos finitos, ou seja, a divisão do problema de domínio complexo (meio contínuo) em sub-regiões de geometria mais simples (discretização).

Figura 9 - Malha de Elementos Finitos



Fonte: SOUZA, 2003

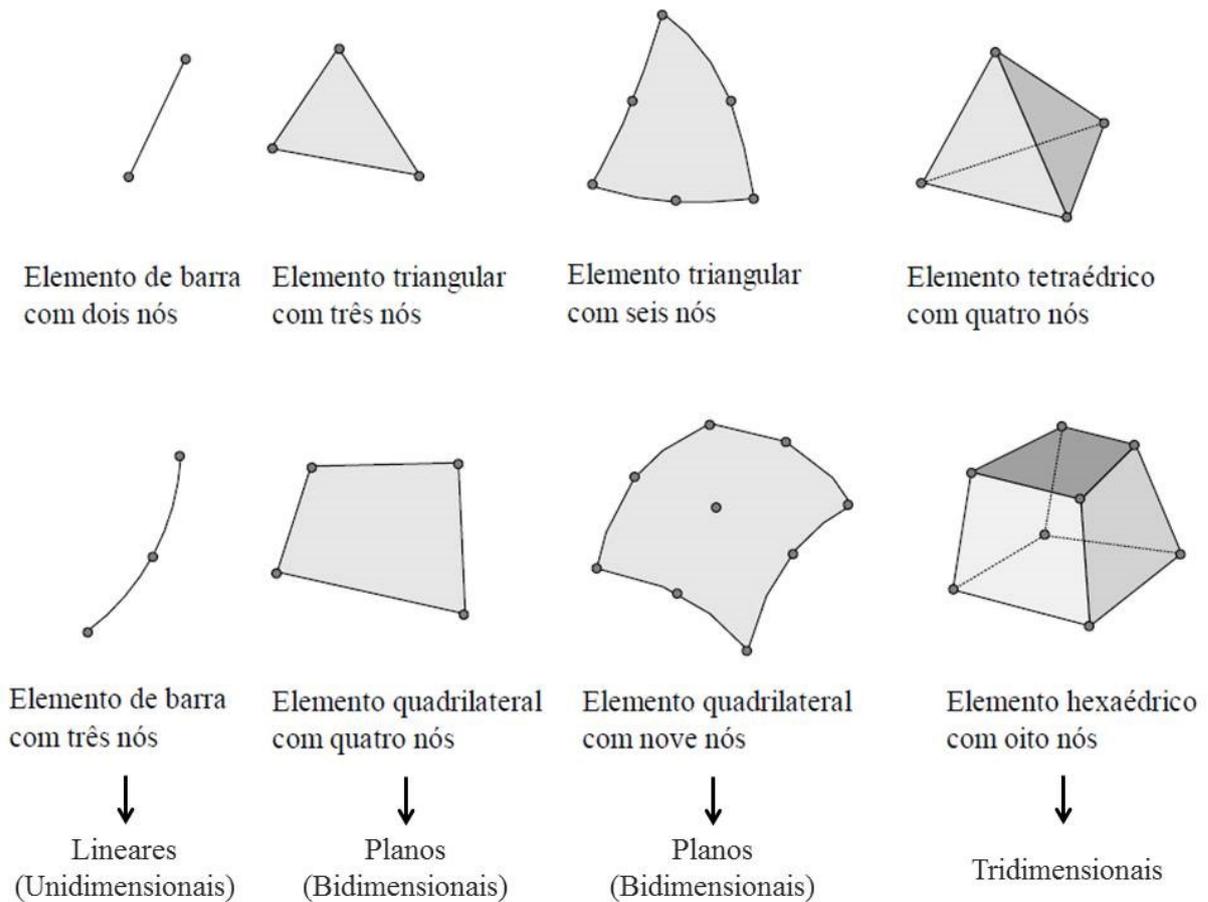
Souza (2003) explica que as sub-regiões apresentam dimensões finitas por isso são conhecidas como “elementos finitos”. Os elementos são conectados entre si através de pontos chamados de pontos nodais ou nós conforme foi mostrado na figura 9 acima. A esse conjunto de elementos e pontos nodais dá-se o nome de malha de elementos finitos.

A precisão do método dos elementos finitos depende da quantidade de elementos e nós, do tamanho e tipo dos elementos que compõem a malha. Quanto menor for o tamanho dos elementos, maior será a quantidade de elementos e de nós da malha e conseqüentemente, a solução obtida se aproximará da solução exata do problema.

2.2.2 Tipos de elementos finitos

De acordo com Souza (2003) existem vários tipos de elementos finitos que foram criados e podem ser utilizados em função do tipo e dimensão do problema. A figura 10 abaixo mostra alguns tipos de elementos finitos utilizados.

Figura 10 - Diferentes tipos de elementos finitos



Fonte: SOUZA, 2003

O tipo mais utilizado no caso das estruturas reticuladas tridimensionais (caso do pórtico de programação visual) é o elemento de barra 3D linear ou unidimensional com dois nós.

2.2.3 Tipos de análise

Azevedo (2003) explica que antes de utilizar o método de elementos finitos para resolução de um problema de engenharia é necessário avaliar alguns pontos

importantes como, por exemplo, como são as ações aplicadas, material constituinte e tipo de estrutura. Após esta análise é possível planejar como o MEF será utilizado e quais as considerações devem ser feitas para criação do modelo a ser analisado.

2.2.3.1 Análise dinâmica ou estática

As ações que geralmente estão sujeitas as estruturas são dinâmicas, como por exemplo, as forças devidas ao vento. Desta forma devem ser consideradas as forças de inércia devido à aceleração de seus componentes em movimento. Mas, em muitos casos, é comum considerar estes movimentos como sendo suficientemente lentos podendo ser desconsideradas as forças de inércia. Nesse caso a análise se designa estática. No caso dos pórticos que tem como principal ação a força do vento é possível determinar uma carga estática para fins de projeto conforme estabelece a norma apropriada e realizar uma análise estática.

2.2.3.2 Análise não linear ou linear

De acordo com Azevedo (2003) os deslocamentos provocados por ações externas em estruturas sólidas são pequenos se comparados com as dimensões da estrutura sendo analisada. Por esta razão considera-se que não há alteração na distribuição dos esforços e das tensões sendo que todo o estudo é feito baseado na estrutura inicial indeformada. Sendo assim a análise é considerada linear geométrica (caso do pórtico de programação visual). Outra consideração utilizada é que devido o material constituinte da estrutura, até o limite de proporcionalidade da curva tensão x deformação, a relação entre tensões e deformações é linear. Para casos onde não é possível aplicar esta simplificação é necessário utilizar algoritmos específicos de análise não linear material, ou seja, realizar uma análise não linear.

2.2.4 Tipos de estrutura

Existem três tipos de estruturas em função de sua geometria: as reticuladas, as laminares e as sólidas. As estruturas reticuladas são estruturas formadas por

barras cujas dimensões de seção transversal são muito pequenas em comparação com as suas dimensões de comprimento. No caso destas estruturas são importantes as considerações feitas no item anterior sobre as diferenças entre os pórticos, as treliças e as grelhas quanto às cargas que são submetidas e tipos das ligações.

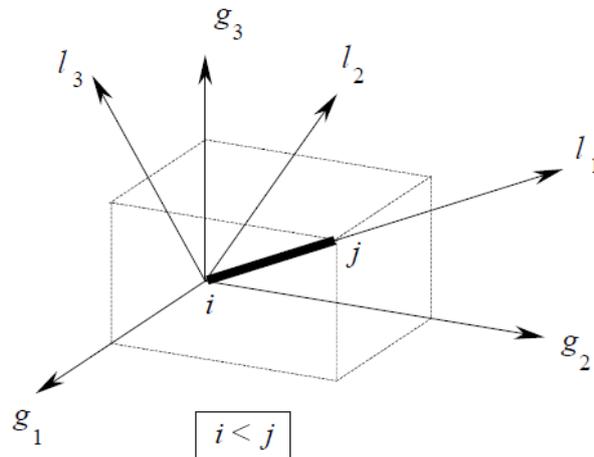
As estruturas laminares são aquelas que podem se desenvolver para ambos os lados de uma superfície média, sendo a espessura muito inferior das demais dimensões. Quando a superfície média é plana, as estruturas laminares podem ser classificadas como parede (quando sofrem cargas paralelas ao seu plano médio), laje (quando sofrem cargas perpendiculares e momentos) e casca (quando são sujeitas a outros tipos de ações). Quando a superfície média não é plana, tem-se uma casca tridimensional.

Já as estruturas sólidas possuem dimensões consideráveis em todas as direções. As estruturas sólidas representam um caso mais genérico sendo classificadas desta forma quando não se enquadram nem como reticuladas ou laminares. Há também o caso onde a estrutura é composta por um sólido de revolução e as ações são todas assimétricas em relação ao seu eixo.

2.2.5 Referenciais (sistema global x Sistema local)

Uma das coisas a serem definidas no método dos elementos finitos é a matriz de rigidez. Segundo Azevedo (2003), para a definição da matriz de rigidez de uma barra retilínea de seção constante é necessário trabalhar com dois sistemas de coordenadas diretas e ortonormadas, o sistema global (g_1, g_2, g_3) e o sistema local (l_1, l_2, l_3) como pode ser visto na figura 11 abaixo. O sistema global é aquele onde estão contidas as coordenadas de todos os nós que depois serão utilizadas para definir a posição das barras. O sistema local é constituído pelo eixo da barra (l_1) e pelos eixos l_2 e l_3 que são eixos principais centrais de inércia da seção transversal da barra.

Figura 11 - Barra i j, referencial global g e referencial local l



Fonte: AZEVEDO, 2003

A transformação de coordenadas entre os referenciais global e local é realizada através da expressão abaixo em que T é a matriz de transformação (3x3) definida como:

$$x_l = T \cdot x_g \quad (18)$$

Onde x_g são coordenadas do ponto no referencial g e x_l são coordenadas desse mesmo ponto no referencial l. Esta expressão também pode ser usada para transformação de coordenadas do referencial global para o local.

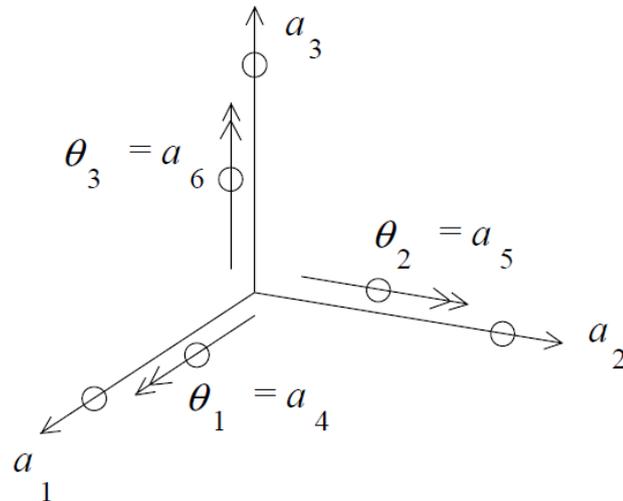
2.2.6 Graus de liberdade

Uma barra de uma estrutura reticulada tridimensional com dois nós está sujeita a deslocamentos e deformações podendo ser considerados seis graus de liberdade (três de deslocamento e três de rotação) por nó. A matriz abaixo representa esses deslocamentos e rotações.

$$a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \end{bmatrix} \quad (19)$$

De acordo com Azevedo (2003), denominam-se deslocamentos generalizados o agrupamento dos três deslocamentos com as três rotações em um único vetor com seis componentes conforme pode ser visto na figura 12 abaixo.

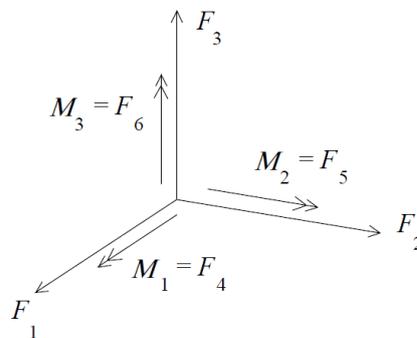
Figura 12 - Deslocamentos generalizados



Fonte: AZEVEDO, 2003

No caso de uma estrutura reticulada tridimensional são considerados seis deslocamentos generalizados por nó. Consequentemente, são consideradas seis forças generalizadas (três forças e três momentos) conforme pode ser visto na figura 13 abaixo.

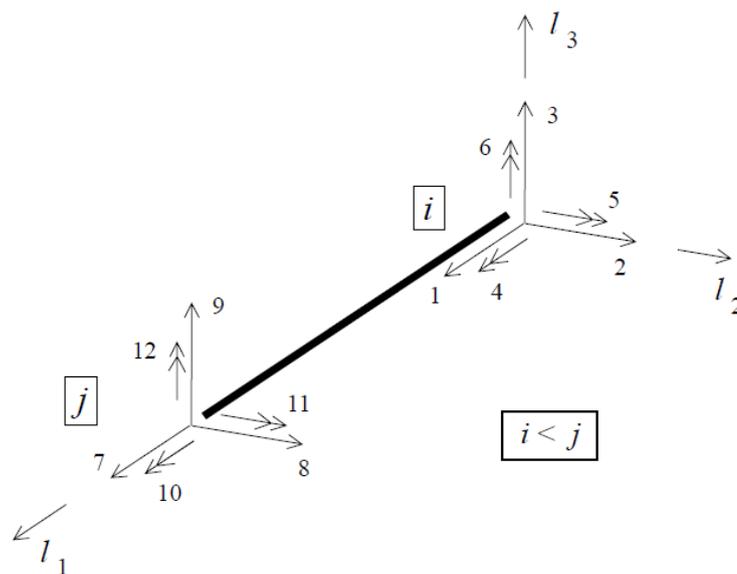
Figura 13 - Forças generalizadas



Fonte: AZEVEDO, 2003

A figura 14 abaixo mostra uma barra com dois nós (i e j), conseqüentemente, são seis graus de liberdade e seis deslocamentos generalizados por nó totalizando para barra doze graus de liberdade e doze deslocamentos generalizados.

Figura 14 – Graus de liberdade da barra i j no referencial local



Fonte: AZEVEDO, 2003

Em correspondência aos doze graus de liberdade mostrados na figura 14 acima se têm também doze forças generalizadas.

2.2.7 Matriz de transformação

Segundo Azevedo (2003) a matriz de transformação referida na equação 18 é uma matriz (3x3) cujos componentes são:

$$T = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix} \quad (20)$$

A matriz transformação dos doze deslocamentos mostrados na figura 14 acima pode ser obtida através da relação abaixo, desde que a matriz de transformação T passe a ser uma matriz (12x12).

$$a_l = T \cdot a_g \quad (21)$$

Sendo que a_l é uma matriz (12x1), T (12x12) e a_g (12x1). A montagem na forma matricial fica assim:

$$\begin{bmatrix} a_1^l \\ a_2^l \\ a_3^l \\ a_4^l \\ a_5^l \\ a_6^l \\ a_7^l \\ a_8^l \\ a_9^l \\ a_{10}^l \\ a_{11}^l \\ a_{12}^l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T_{11} & T_{12} & T_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T_{21} & T_{22} & T_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T_{31} & T_{32} & T_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & T_{11} & T_{12} & T_{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & T_{21} & T_{22} & T_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & T_{31} & T_{32} & T_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1^g \\ a_2^g \\ a_3^g \\ a_4^g \\ a_5^g \\ a_6^g \\ a_7^g \\ a_8^g \\ a_9^g \\ a_{10}^g \\ a_{11}^g \\ a_{12}^g \end{bmatrix} \quad (22)$$

2.2.8 Matriz de rigidez e vector solicitação

O exemplo da barra retilínea de seção constante mencionada anteriormente será utilizado para exemplificar este tópico. De acordo com Azevedo (2003), a matriz de rigidez no referencial local (K_l), bem como o vetor de forças nodais devido a diversos tipos de carregamentos externos (F_l) podem ser obtidos através da equação abaixo:

$$K_l \cdot a_l = F_l \quad (23)$$

Sendo a_l o vector dos deslocamentos generalizados da barra no referencial local, K_l uma matriz (12x12), a_l e F_l (12x1). As equações 21 e 22 são válidas tanto para o cálculo dos deslocamentos generalizados quanto para as forças generalizadas, tendo-se também:

$$F_l = T \cdot F_g \quad (24)$$

A matriz de transformação é ortogonal, logo temos:

$$T^T = T^{-1} \quad (25)$$

Multiplicando-se ambos os lados da equação 24 por T^{-1} tem-se:

$$F_g = T^T \cdot F_l \quad (26)$$

Substituindo a equação 23 na equação 26, ficamos com:

$$F_g = T^T \cdot K_l \cdot a_l \quad (27)$$

A matriz T^T é do tipo (12x12). Substituindo a equação 21 na 27, temos:

$$F_g = T^T \cdot K_l \cdot T \cdot a_g \quad (28)$$

A relação para rigidez da barra no referencial global é:

$$K_g \cdot a_g = F_g \quad (29)$$

Igualando o segundo membro da equação 28 com o primeiro da 29 podemos obter a relação para matriz de rigidez da barra de um pórtico 3D no referencial global:

$$K_g = T^T \cdot K_l \cdot T \quad (30)$$

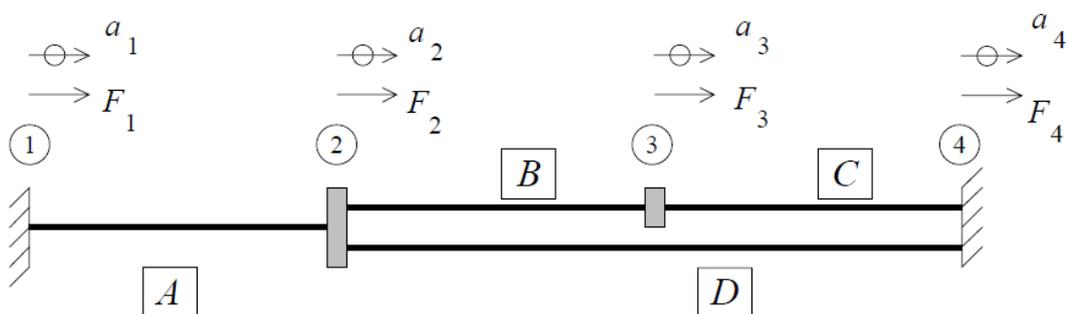
O vetor solicitação (F_g) pode ser encontrado através da equação 26. Depois de serem calculados os deslocamentos a_g , é possível calcular as ações nas extremidades das barras no referencial local substituindo a equação 21 na 23, ficando desta forma:

$$F_l = K_l \cdot T \cdot a_g \quad (31)$$

2.2.9 Assemblagem da matriz de rigidez global e do vector solicitação

Segundo Azevedo (2003), uma vez calculadas todas as matrizes de rigidez das barras no referencial global é necessário calcular a matriz de rigidez global da estrutura. Esse processo é conhecido como Assemblagem da Matriz de Rigidez Global. Um procedimento semelhante tem que ser executado com os vetores solicitação das diversas barras. A assemblagem das matrizes de rigidez das diversas barras será apresentada através do exemplo da figura 15 abaixo:

Figura 15 - Assemblagem num exemplo unidimensional



Fonte: AZEVEDO, 2003

A estrutura mostrada acima é unidimensional, com quatro nós (1-4) e quatro barras (A-D). Cada barra possui suas propriedades específicas como módulo de

elasticidade (E), área de seção transversal (A) e o comprimento (L). Cada nó possui apenas um grau de liberdade. Consequentemente com os quatro graus de liberdade existem quatro deslocamentos nodais ($a_1 - a_4$) e quatro forças nodais ($F_1 - F_4$). Cada barra possui dois graus de liberdade, um em cada extremidade.

Cada barra possui sua matriz de rigidez (2x2) no referencial global que pode ser apresentada de forma simplificada como pode ser visto nas expressões abaixo:

$$\text{Barra A: } K^A = \begin{bmatrix} K_{11}^A & K_{12}^A \\ K_{21}^A & K_{22}^A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$\text{Barra B: } K^B = \begin{bmatrix} K_{11}^B & K_{12}^B \\ K_{21}^B & K_{22}^B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$\text{Barra C: } K^C = \begin{bmatrix} K_{11}^C & K_{12}^C \\ K_{21}^C & K_{22}^C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$\text{Barra D: } K^D = \begin{bmatrix} K_{11}^D & K_{12}^D \\ K_{21}^D & K_{22}^D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \quad (35)$$

Para atender a numeração global dos graus de liberdade (1 a 4), as matrizes de rigidez das barras passam a ser:

$$\text{Barra A(1 - 2): } K^A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & 0 \\ A_{21} & A_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$\text{Barra B(2 - 3): } K^B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & B_{11} & B_{12} & 0 \\ 0 & B_{21} & B_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$\text{Barra C(3 - 4): } K^C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{11} & C_{12} \\ 0 & 0 & C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \quad (38)$$

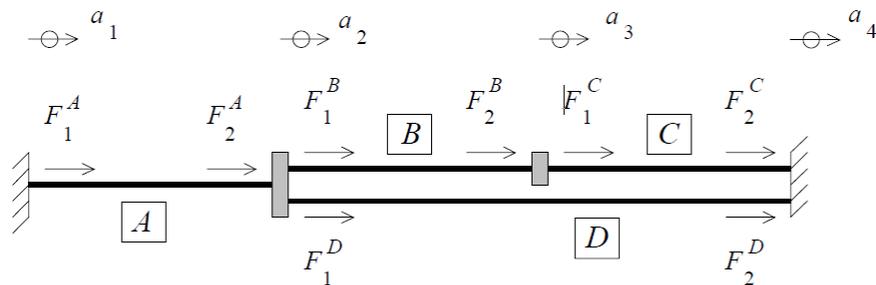
$$\text{Barra } D(2 - 4): K^D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & D_{11} & 0 & D_{12} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & D_{21} & 0 & D_{22} \end{bmatrix} \quad (39)$$

O vetor dos deslocamentos de todos os pontos da estrutura é:

$$a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} \quad (40)$$

A figura 16 abaixo mostra os vetores de força com a numeração global dos graus de liberdade para facilitar o entendimento das expressões na sequência do texto.

Figura 16 - Vetores das forças nodais equivalentes a ações exteriores



Fonte: AZEVEDO, 2003

As equações a seguir são referentes aos vetores de forças nodais equivalentes as ações nas diversas barras atendendo a numeração global dos graus de liberdade.

$$\text{Barra } A(1 - 2): F^A = \begin{bmatrix} F_1^A \\ F_2^A \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (41)$$

$$\text{Barra } B(2 - 3): F^B = \begin{bmatrix} 0 \\ F_1^B \\ F_2^B \\ 0 \end{bmatrix} \quad (42)$$

$$\text{Barra } C(3-4): F^C = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_1^C \\ F_2^C \end{bmatrix} \quad (43)$$

$$\text{Barra } D(2-4): F^D = \begin{bmatrix} 0 \\ F_1^D \\ 0 \\ F_2^D \end{bmatrix} \quad (44)$$

As equações acima (de 36 a 44) podem ser relacionadas conforme é mostrado abaixo.

$$K^A \cdot a = F^A \quad (45)$$

$$K^B \cdot a = F^B \quad (46)$$

$$K^C \cdot a = F^C \quad (47)$$

$$K^D \cdot a = F^D \quad (48)$$

A soma dos primeiros membros das equações de 45-48 é igual à soma dos segundos membros destas equações.

$$K^A \cdot a + K^B \cdot a + K^C \cdot a + K^D \cdot a = F^A + F^B + F^C + F^D \quad (49)$$

$$(K^A + K^B + K^C + K^D) a = F^A + F^B + F^C + F^D \quad (50)$$

A relação que envolve todos os graus de rigidez da estrutura é:

$$K \cdot a = F \quad (51)$$

Desta forma podemos dizer que:

$$K = K^A + K^B + K^C + K^D \quad (52)$$

$$e \quad F = F^A + F^B + F^C + F^D \quad (53)$$

Adicionando as matrizes (36)-(39) de acordo com (52) chega-se a:

$$K = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & 0 \\ A_{21} & A_{22} + B_{11} + D_{11} & B_{12} & D_{12} \\ 0 & B_{21} & B_{22} + C_{11} & C_{12} \\ 0 & D_{21} & C_{21} & C_{22} + D_{22} \end{bmatrix} \quad (54)$$

Adicionando os vectores solicitação (41)-(44) de acordo com (53) chega-se a:

$$F = \begin{bmatrix} F_1^A \\ F_2^A + F_1^B + F_1^D \\ F_2^B + F_1^C \\ F_2^C + F_2^D \end{bmatrix} \quad (55)$$

2.2.10 Introdução das condições de apoio

Azevedo (2003) explica que o sistema de equações apresentado na equação 51 ainda não pode ser resolvido devido que é necessário introduzir as condições de apoio. Ele relaciona forças e deslocamentos que estão sob o referencial global e engloba todos os graus de liberdade da estrutura. Considerando as condições de apoio, os graus de liberdade da estrutura são divididos em dois grupos.

- L - graus de liberdade não prescritos (livres);
- P - graus de liberdade prescritos.

Desta forma o sistema de equações da equação 51 pode ser escrito da seguinte forma:

$$K \cdot a = F \rightarrow \begin{bmatrix} K_{LL} & K_{LP} \\ K_{PL} & K_{PP} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_l \\ a_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_l \\ F_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ R_p \end{bmatrix} \quad (56)$$

Na equação acima, a_l é o vetor que contém os deslocamentos em função dos graus de liberdade não prescritos e a_p contém os prescritos. Da mesma forma é

subdividido o vetor das forças nodais equivalentes à ação exterior (F). O vetor R_p contém as reações de apoio que fazem com que os deslocamentos em apoios assumam os valores prescritos.

O número de graus de liberdade não prescritos é designado pela letra (n) e os prescritos por (P). Na tabela 3 abaixo são especificadas as dimensões das sub-matrizes que aparecem na equação 56.

Tabela 3 - Dimensões das sub-matrizes presentes na equação 56

$K_{LL} \rightarrow (n \times n)$
$K_{LP} \rightarrow (n \times P)$
$K_{PL} \rightarrow (p \times n)$
$K_{PP} \rightarrow (p \times p)$
$a_L, F_L \rightarrow (n \times 1)$
$a_P, F_P, R_P \rightarrow (p \times 1)$

Fonte: AZEVEDO, 2003

Devido esta divisão em sub-matrizes é necessário fazer uma reorganização das linhas e colunas da matriz K da equação 51, assim como as componentes dos vetores a e F .

Na Tabela 4 é apresentado o significado dos elementos das quatro sub-matrizes de K indicadas na equação 56.

Tabela 4 - Significado dos elementos das sub-matrizes de K indicadas na equação 56

	Deslocamento unitário imposto segundo um grau de liberdade:	Forças de fixação num grau de liberdade:
K_{LL}	Livre	Livre
K_{LP}	Livre	Prescrito
K_{PL}	Prescrito	Livre
K_{PP}	Prescrito	Prescrito

Fonte: AZEVEDO, 2003

No novo sistema de equações indicado na equação 56, as incógnitas são a_L e R_P . Os elementos de K , a_P , F_L e F_P têm valores conhecidos. O sistema de equações apresentado na equação 56 pode ser escrito do seguinte modo:

$$K_{LL} \cdot a_L + K_{LP} \cdot a_P = F_L \quad (57)$$

$$K_{PL} \cdot a_L + K_{PP} \cdot a_P = F_P + R_P \quad (58)$$

A equação (57) pode ser rescrita do seguinte modo:

$$K_{LL} \cdot a_L = F_L - K_{LP} \cdot a_P \quad (59)$$

Segundo Azevedo (2003), na equação acima K_{LL} é uma matriz quadrada, que em geral é não singular, a_L é o vector das incógnitas e os valores dos vectores e matrizes que estão no segundo membro são conhecidos. Desta forma temos um sistema de equações lineares que depois de resolvido se tem os valores dos deslocamentos a_L . A equação (58) pode ser rescrita do seguinte modo:

$$R_P = K_{PL} \cdot a_L + K_{PP} \cdot a_P - F_P \quad (60)$$

Uma vez que os deslocamentos a_L já são conhecidos, esta expressão fornece os valores das reacções nos graus de liberdade prescritos (R_P).

2.2.11 Fases da análise de um pórtico 3D

De acordo com Azevedo (2003), para realizar uma análise de uma estrutura do tipo pórtico 3D pelo Método dos Deslocamentos podem ser seguidos os seguintes passos:

- Para cada barra:

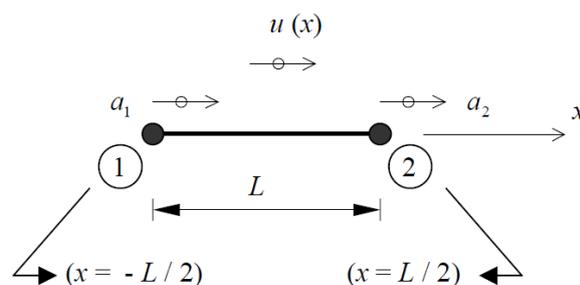
- Calcular a matriz de transformação T (20) e em seguida calcular (22);
- Calcular a matriz de rigidez da barra, no referencial local (K_L);
- Calcular a matriz de rigidez da barra, no referencial global (K_g) com (30);
- Assemblar (K_g) em (K);

- Calcular o vector das forças nodais equivalentes à ação exterior na barra, no referencial local (F_L);
 - Calcular (F_g) com (26);
 - Assemblar (F_g) em (F);
- Introduzir as condições de apoio;
- Resolver o sistema de equações lineares (59), determinando assim os deslocamentos;
- Calcular as reações nos apoios com (60);
- Para cada barra:
- Passar os deslocamentos relativos à barra corrente do vector a para o vector a_g ;
 - Calcular (F_L) com (31);
- Fim.

2.2.12 Funções interpoladoras ou função de forma

De acordo com Azevedo (2003) uma aproximação fundamental do método dos elementos finitos é que o vetor deslocamento num ponto qualquer no interior do elemento finito pode ser obtido através dos deslocamentos dos seus pontos nodais com a ajuda de um método de interpolação. A figura 17 abaixo mostra uma barra (elemento finito unidimensional) com dois nós e comprimento L que será utilizada para exemplificar essas funções.

Figura 17 - Elemento finito unidimensional de dois nós com comprimento L



Fonte: AZEVEDO, 2003

Como a barra encontra-se na direção do eixo x , logo, os deslocamentos obrigatoriamente ocorrem paralelamente a esse eixo, verificando-se o seguinte:

$$\begin{cases} u(-L/2) = a_1 \\ u(+L/2) = a_2 \end{cases} \quad (61)$$

Sendo, portanto a_1 e a_2 os deslocamentos dos nós. Considere agora que a lei de variação do deslocamento dos nós 1 e 2 é linear. Logo a função que representa o campo dos deslocamentos $u(x)$ é:

$$u(x) = \frac{(a_1 + a_2)}{2} + \frac{(a_2 - a_1)}{L} \cdot x \quad (62)$$

Colocando a_1 e a_2 em evidência em (62), chega-se à seguinte expressão:

$$u(x) = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{L}x\right) a_1 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{L}x\right) a_2 \quad (63)$$

Em (63) tem-se uma soma de produtos de funções lineares de x pelos deslocamentos nodais a_1 e a_2 . Esta equação pode ser escrita na forma matricial ficando da seguinte forma:

$$u(x) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} - \frac{1}{L}x & \frac{1}{2} + \frac{1}{L}x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad (64)$$

Sendo

$$\begin{cases} N_1(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{L}x \\ N_2(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{L}x \end{cases} \quad (65)$$

e

$$u = N \cdot a \quad (66)$$

Com

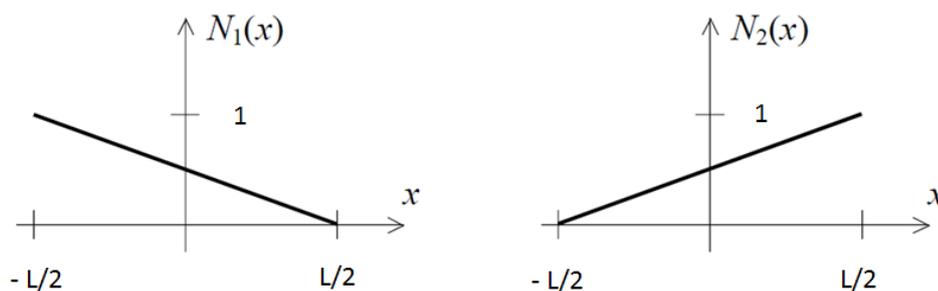
$$N = [N_1(x) \quad N_2(x)] = [N_1 \quad N_2] \quad (67)$$

e

$$a = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \quad (68)$$

A figura 18 abaixo mostra o gráfico das funções lineares $N_1(x)$ e $N_2(x)$.

Figura 18 - Gráfico das funções $N_1(x)$ e $N_2(x)$ -



Fonte: AZEVEDO, 2003

Azevedo (2003) explica que a principal característica dos gráficos das funções $N_1(x)$ e $N_2(x)$ é mostrada na tabela 5 abaixo. Quando a função $N_1(x)$ assume o valor unitário no nó 1 ela vale 0 nos demais nós e quando a função $N_2(x)$ assume o valor unitário no nó 2, nos demais nós ela vale 0.

Tabela 5 - Características das funções $N_1(x)$ e $N_2(x)$

x	-L/2	L/2
$N_1(x)$	1	0
$N_2(x)$	0	1

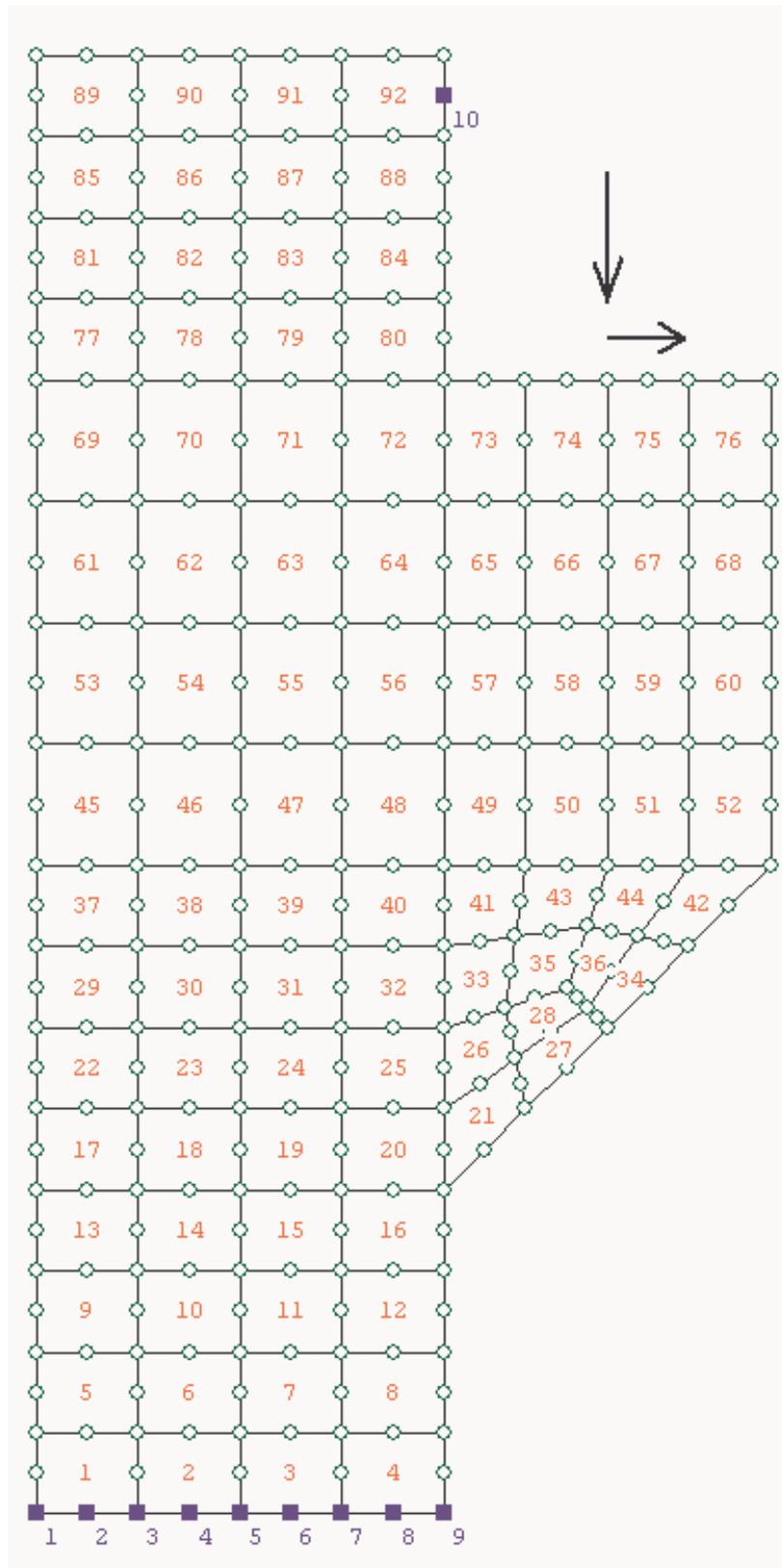
Fonte: AZEVEDO, 2003

É usual utilizar um sistema em eixos globais para elementos finitos lineares porque, uma vez que as funções de interpolação só são em função de uma incógnita (o comprimento do elemento), torna-se possível ter funções de interpolação exatas, ou seja, que conseguem reproduzir a deformada real do elemento.

2.2.13 Exemplo de aplicação do MEF

A figura 19 mostrada a seguir representa um exemplo de aplicação do MEF, uma análise de uma estrutura do tipo consola curta de pequena espessura sujeita a ações externas. Pode-se considerar que se trata de um meio contínuo, sujeito a um estado plano de tensão devido que se trata de uma placa fina com as cargas atuando no mesmo plano da estrutura. A malha utilizada é constituída por 92 elementos finitos quadriláteros, sendo cada um destes elementos definido por oito nós e 10 nós que estão ligados ao meio externo (9 nós na base e um na parte superior no lado direito).

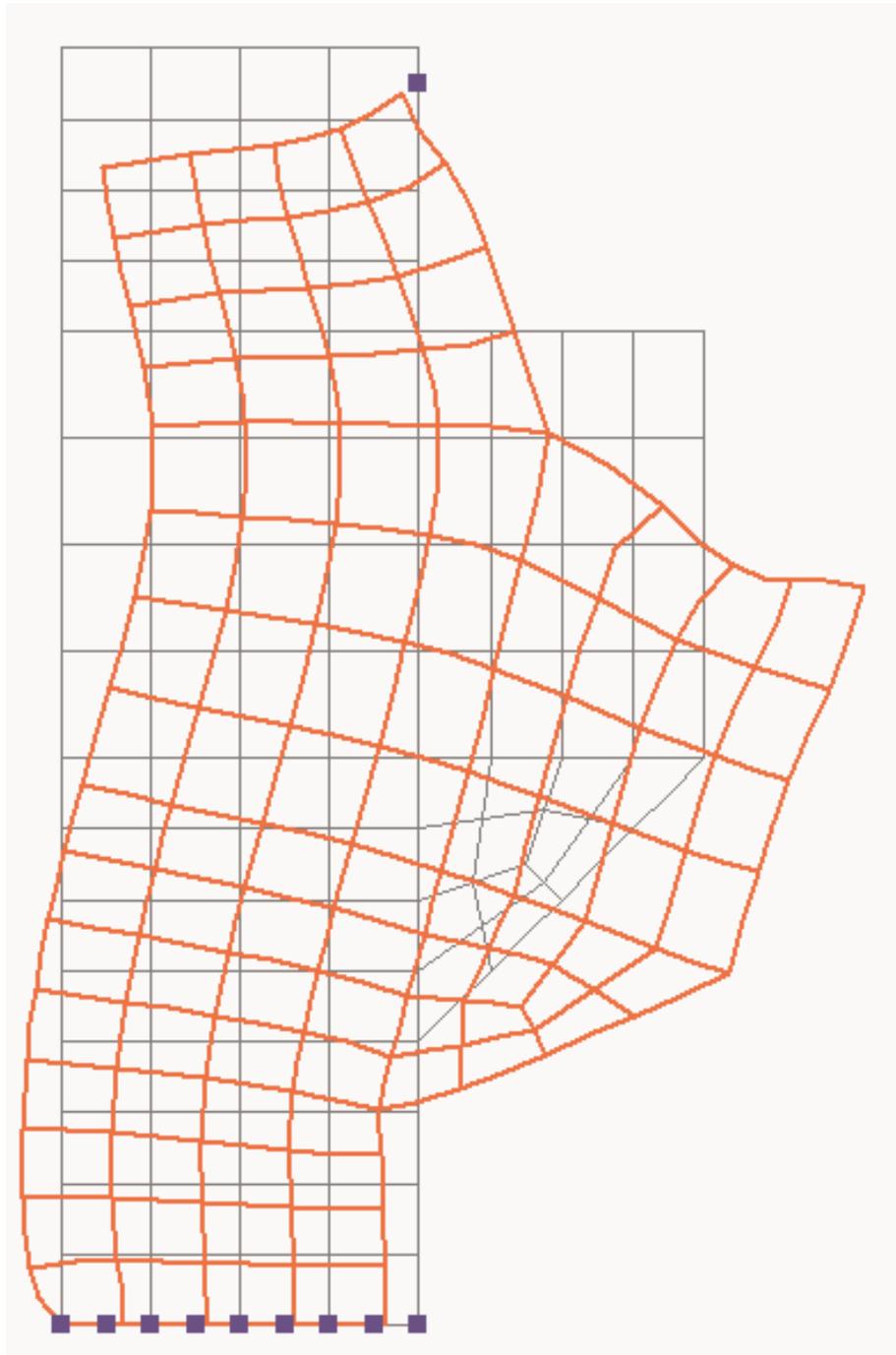
Figura 19 - Consola curta: malha de elementos finitos e ação exterior



Fonte: AZEVEDO, 2003

Após a análise da estrutura pelo MEF é definido o valor dos deslocamentos e das tensões existentes. Na figura 20 a seguir é apresentada a estrutura deformada pelas forças aplicadas, para visualização os deslocamentos foram ampliados e a estrutura inicial conservada indeformada.

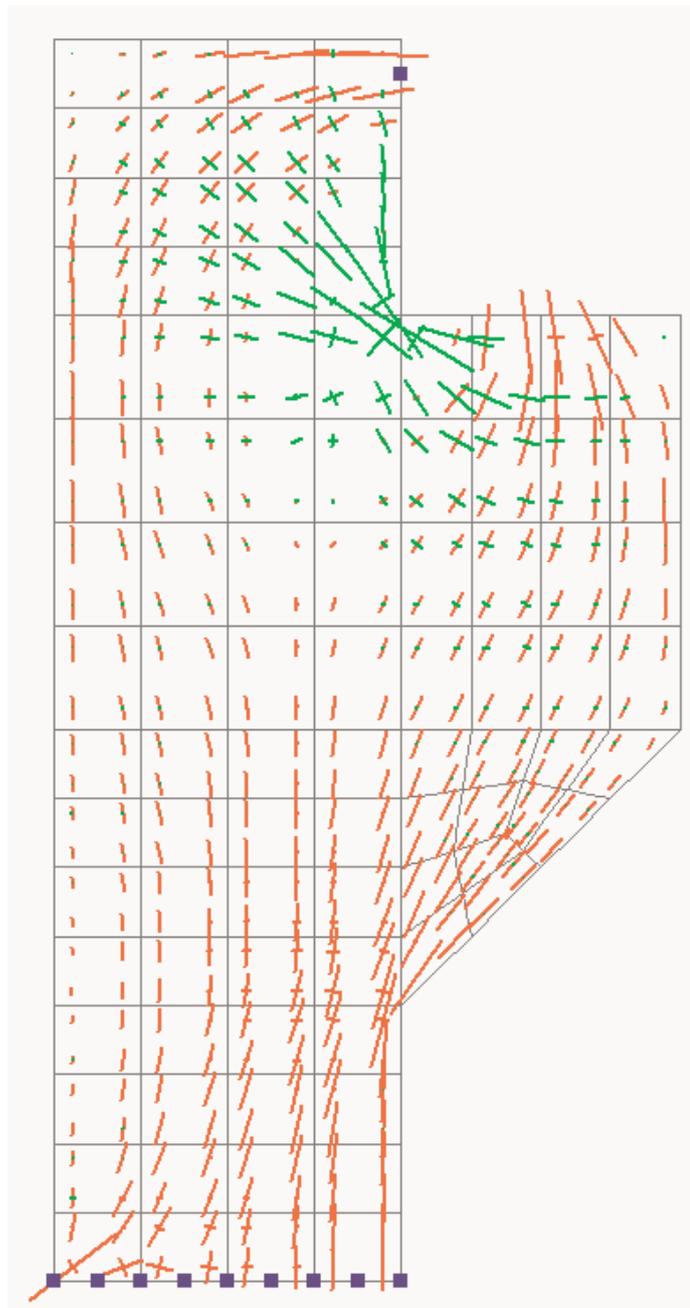
Figura 20 - Consola curta: malha deformada representada sobre a estrutura indeformada



Fonte: AZEVEDO, 2003

Na figura 21 podem ser verificados os pontos onde as tensões principais apresentam valores maiores bem como a trajetória das tensões no interior da estrutura. Na representação cada segmento de reta está direcionado segundo uma direção principal de tensão e a sua grandeza é proporcional ao valor da correspondente tensão normal. Para diferenciar e facilitar a visualização, a cor verde indica que se trata de uma tração e à cor vermelha está associada uma compressão.

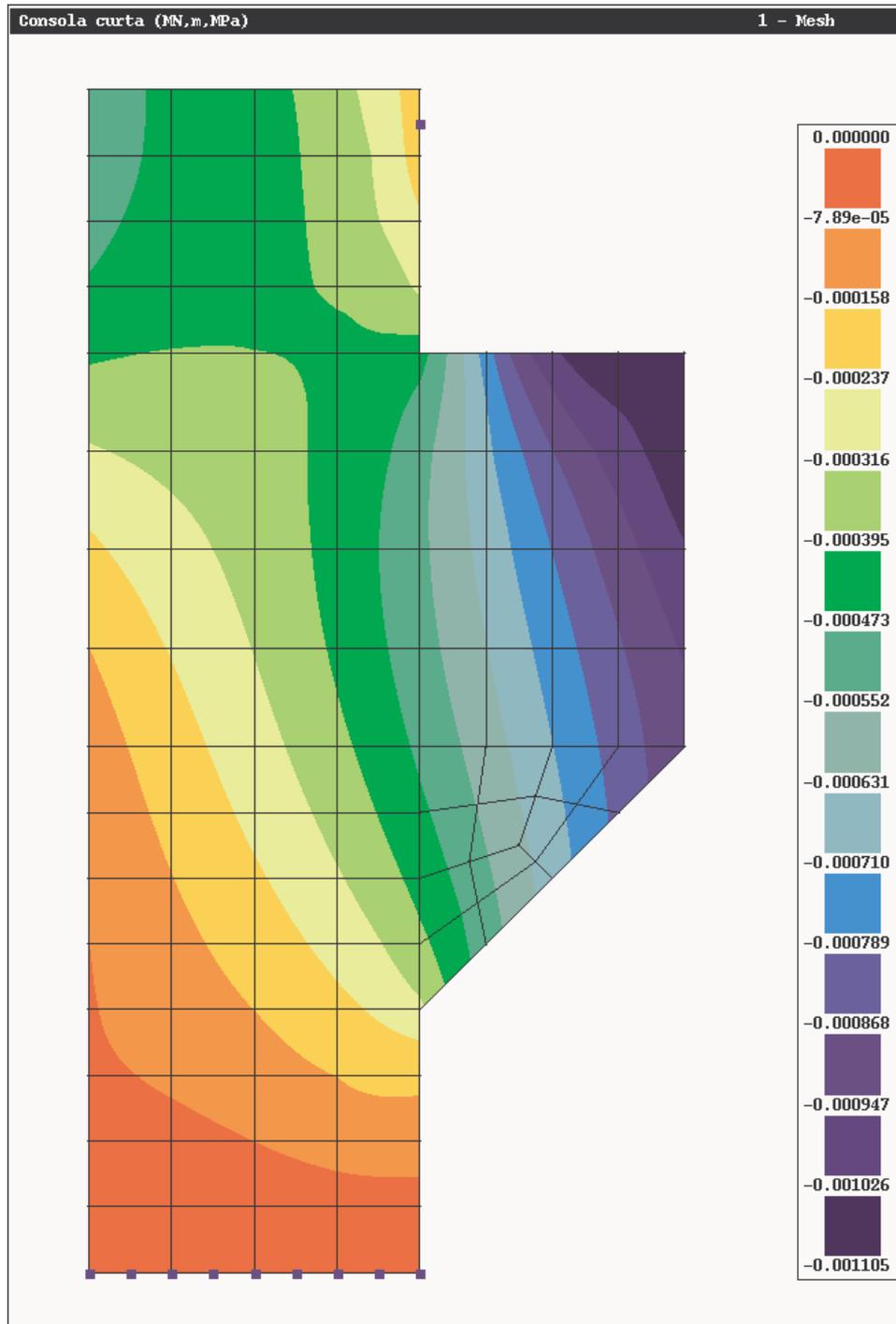
Figura 21 - Consola curta: tensões principais e respectivas direções



Fonte: AZEVEDO, 2003

Na Figura 22, são utilizadas codificação por cores para representação do valor da componente vertical do vetor deslocamento. Para saber o valor do deslocamento vertical em qualquer ponto da estrutura basta consultar a escala lateral da figura.

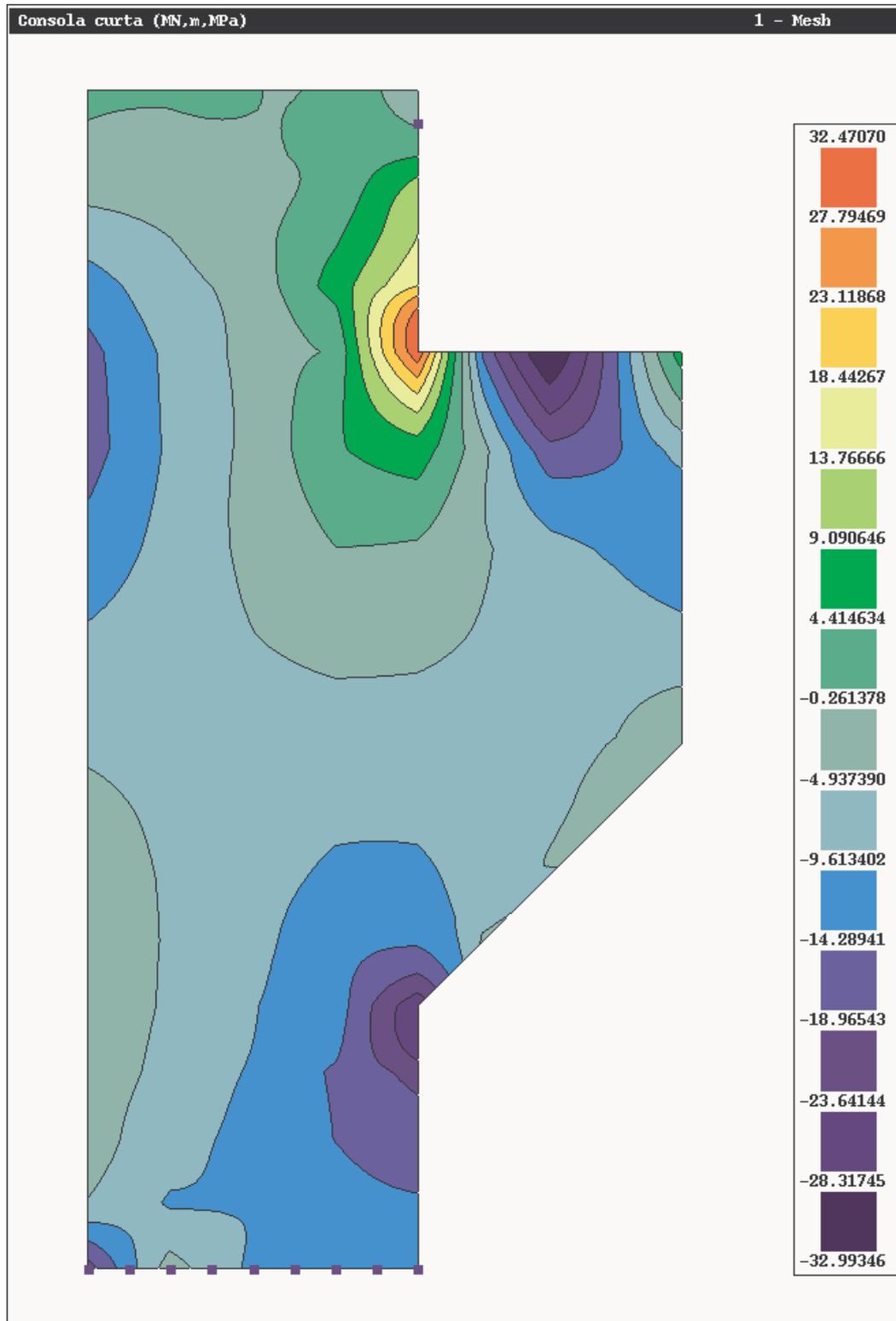
Figura 22 - Consola curta: campo de deslocamentos verticais



Fonte: AZEVEDO, 2003

Na Figura 23, é também utilizada a codificação por cores para a representação das tensões normais σ_y , sendo y o eixo vertical.

Figura 23 - Consola curta: campo de tensões normais segundo um eixo vertical



Fonte: AZEVEDO, 2003

2.3 Projeto de estruturas de aço – Conforme norma NBR 8800

Este item traz as condições mínimas que devem ser atendidas no projeto de estruturas de aço conforme a norma NBR 8800. A seguir estão os tópicos e ou informações importantes para a análise estrutural dos pórticos de programação visual.

2.3.1 Estados Limites

Os Estados Limites Últimos (ELU) estão relacionados com a segurança da estrutura às combinações mais desfavoráveis de ações previstas em toda sua vida útil. Já os Estados Limites de Serviço (ELS) são os relacionados com o desempenho da estrutura sob condições normais de utilização.

Para que uma estrutura seja considerada segura, não deve ser ultrapassado nenhum estado-limite aplicável após ter sido submetida a todas as combinações possíveis em seu dimensionamento. Caso a estrutura ultrapasse um dos limites ela é considerada insegura e desta forma não atende os objetivos do projeto.

2.3.1.1 Condições usuais relativas aos estados-limites últimos (ELU)

Segundo a NBR 8800, para verificação das condições de segurança referente aos estados-limites últimos deve ser utilizada a expressão apresentada a seguir:

$$R_d \geq S_d \quad (69)$$

Onde:

S_d Representa os valores de cálculo dos esforços atuantes (em alguns casos específicos, das tensões atuantes);

R_d Representa os valores de cálculo dos correspondentes esforços resistentes (em alguns casos específicos, das tensões resistentes);

2.3.1.2 Condições usuais relativas aos estados-limites de serviço (ELS)

A verificação das condições de segurança referentes aos estados-limites de serviço é realizada por desigualdades como as apresentadas a seguir:

$$S_{ser} \leq S_{lim} \quad (70)$$

Onde:

S_{ser} Representa os valores dos efeitos estruturais de interesse, obtidos com base nas combinações de serviço das ações;

S_{lim} Representa os valores-limites adotados para esses efeitos;

2.3.2 Ações

As ações que são consideradas no dimensionamento das estruturas são classificadas em permanentes, variáveis e excepcionais. São analisadas as situações que possam provocar efeitos consideráveis na estrutura levando-se em conta os estados limites últimos e de serviço.

2.3.2.1 Ações permanentes

De acordo com a NBR 8800 as ações permanentes são aquelas que seus valores permanecem constantes por toda a vida útil da estrutura ou então aquelas que possuem crescimento ao longo do tempo, porém com valor limite constante. São consideradas ações permanentes o peso próprio da estrutura, os pesos próprios de elementos construtivos fixos e das instalações permanentes.

2.3.2.2 Ações variáveis

Ações variáveis ou sobrecargas são aquelas que possuem variação significativa durante toda a vida útil da construção e valores consideráveis para a segurança da estrutura. São exemplos de ações variáveis as sobrecargas em pisos

e coberturas, de equipamentos e divisórias móveis, de pressões hidrostáticas e hidrodinâmicas pela ação do vento e pela variação da temperatura da estrutura.

As ações variáveis devido uso e ocupação estão disponíveis no Anexo B, da NBR 6120 e, no caso de passarelas de pedestres, na NBR 7188. A ação variável causada pelo vento deve ser determinada de acordo com a NBR 6123.

2.3.2.3 Ações excepcionais

As ações excepcionais são aquelas que ocorrem em um curto período de tempo ou possuem uma probabilidade muito baixa de acontecerem, mas que devido ao seu valor devem ser consideradas no dimensionamento de algumas estruturas. No caso dos pórticos de programação visual, objeto deste estudo, não será considerado ações excepcionais.

2.3.3 Valores das ações

Os valores das ações são divididos em valores característicos, valores característicos nominais e valores representativos. Nos itens a seguir estes valores serão apresentados.

2.3.3.1 Valores característicos

Os valores característicos, F_k , das ações são classificados de acordo com a sua variação e intensidade. Neste caso, devem ser levadas em consideração as ações permanentes e variáveis.

Os valores característicos, F_{Gk} , das ações permanentes são definidos pela NBR 8800 ou em normas específicas como a NBR 6120, sendo o valor igual ao valor médio das respectivas distribuições de probabilidade.

Os valores das ações variáveis, F_{Qk} , são definidos pela norma NBR 8800 ou em normas específicas como as NBR's 6120 e 6123. Os valores são definidos levando em consideração a probabilidade preestabelecida durante um período de 50 anos de serem ultrapassados no sentido desfavorável.

2.3.3.2 Valores característicos nominais

Os valores característicos nominais não possuem variação definida por probabilidade, são valores escolhidos de modo a garantir o nível de exigência da Norma.

2.3.3.3 Valores representativos

Os valores Representativos, F_r , podem ser são constituídos por valores característicos ou nominais, valores arbitrados para ações excepcionais ou então valores reduzidos em função da combinação de ações.

2.3.4 Valores de cálculo das Ações

Segundo a NBR 8800 os valores de cálculo das ações são obtidos multiplicando-se os valores representativos, F_r , pelos seus respectivos coeficientes de ponderação γ_f .

2.3.4.1 Coeficientes de ponderação das ações

O coeficiente de ponderação é obtido através da aplicação da expressão definida a seguir:

$$\gamma_f = \gamma_{f1} + \gamma_{f2} + \gamma_{f3} \quad (71)$$

Onde:

γ_{f1} , é a parcela do coeficiente de ponderação das ações γ_f , que considera a variabilidade das ações;

γ_{f2} , é a parcela do coeficiente de ponderação das ações γ_f , que considera a simultaneidade de atuação das ações;

γ_{f3} , é a parcela do coeficiente de ponderação das ações γ_f , que considera os possíveis erros da avaliação dos efeitos das ações, de valor igual ou superior a 1,10.

Os valores dos coeficientes de ponderação definidos para análise dos estados limites últimos estão na Tabela 1 da norma NBR 8800 para o produto $\gamma_{f1} \cdot \gamma_{f3}$ (representado por: γ_g ou γ_q) e na Tabela 2 para γ_{f2} (ψ_0).

Os coeficientes de ponderação das ações para os estados-limites de serviço γ_f , é em geral igual 1,0, mas para combinações de ações de serviço são utilizados os fatores de redução ψ_1 e ψ_2 encontrados na tabela 2 da norma NBR 8800.

2.3.5 Combinações de ações

De acordo com a NBR 8800, um carregamento é determinado pela combinação de ações que tem grande chance de acontecer simultaneamente por um período pré-estabelecido. As combinações devem considerar as ações que possuem efeitos mais desfavoráveis para a estrutura; a verificação dos estados-limites últimos deve ser realizada em função de combinações últimas e a verificação dos estados-limites de serviço deve ser realizada em função de combinações de serviço.

2.3.5.1 Combinações últimas

As combinações últimas são subdivididas em quatro grupos: normal, especial, de construção e excepcional. No caso deste estudo, as combinações últimas de construção e excepcionais não se aplicam.

As Combinações últimas normais são aquelas originadas pela utilização prevista da estrutura. Todas as combinações possíveis devem ser analisadas para verificação da segurança em todos os estados-limites últimos aplicáveis. Toda combinação deve ser composta por todas as ações permanentes, a ação variável principal e todas as secundárias com os valores reduzidos para a combinação. Para determinar a combinação última normal é utilizada a seguinte expressão:

$$F_d = \sum_{i=1}^m (\gamma_{gi} \cdot F_{Gi,k}) + \gamma_{q1} \cdot F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n (\gamma_{qj} \cdot \psi_{0j} \cdot F_{Qj,k}) \quad (72)$$

Onde:

$F_{Gi,k}$ Representa os valores característicos das ações permanentes;

$F_{Q1,k}$ É o valor característico da ação variável considerada principal para a combinação;

$F_{Qj,k}$ Representa os valores característicos das ações variáveis que podem atuar concomitantemente com a ação variável principal.

Segundo a NBR8800 as combinações últimas especiais são aquelas que se originam de ações variáveis de natureza especial, onde os valores e os efeitos superam as ações normais. Os carregamentos especiais possuem pequena duração em relação à vida útil da estrutura.

Para cada carregamento especial são utilizadas uma única combinação última especial. Nesta combinação são consideradas as ações permanentes, a ação variável especial e as demais ações variáveis com seus valores corrigidos de combinação. Para a combinação última especial é utilizada a seguinte expressão:

$$F_d = \sum_{i=1}^m (\gamma_{gi} \cdot F_{Gi,k}) + \gamma_{q1} \cdot F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n (\gamma_{qj} \cdot \psi_{0j,ef} \cdot F_{Qj,k}) \quad (73)$$

Onde:

$F_{Q1,k}$ É o valor característico da ação variável especial;

$\psi_{0j,ef}$ Representa os fatores de combinação e os efeitos de cada uma das ações que podem atuar concomitantemente com a ação variável especial F_{Q1} .

Os fatores $\psi_{0j,ef}$ são iguais aos fatores ψ_{0j} adotados nas combinações normais, porém quando o período de atuação da ação variável especial F_{Q1} for muito pequeno, em casos como $\psi_{0j,ef}$ são utilizados os fatores de redução ψ_{2j} .

2.3.5.2 Combinações de serviços

As combinações de serviço são subdivididas em três grupos: quase permanentes, frequentes e raras. Estas combinações bem como suas definições serão apresentadas a seguir.

De acordo com a NBR8800 as combinações quase permanentes atuam sobre a estrutura por um longo período de tempo, na ordem de metade do tempo da vida útil da estrutura. As combinações quase permanentes de serviço são utilizadas para analisar os efeitos de longa duração e para ações relacionadas com deslocamentos excessivos que possam provocar danos a outros componentes da construção.

Como pode ser observado na expressão apresentada a seguir, todas as ações variáveis são consideradas com seus valores quase permanentes $\psi_2 \cdot F_{Q,k}$.

$$F_{ser} = \sum_{i=1}^m (F_{Gi,k}) + \sum_{j=1}^n (\psi_{2j} \cdot F_{Qj,k}) \quad (74)$$

As combinações frequentes de serviços são aquelas que atuam muitas vezes durante o período da vida útil da estrutura, em torno de da ordem da 100.000 vezes em 50 anos, ou que possuam duração total igual a 5% deste período. As combinações frequentes de serviços não causam danos permanentes à estrutura ou a outros componentes da construção, bem como ao conforto dos usuários e funcionamento de equipamentos.

Nas combinações frequentes a ação variável principal F_{Q1} é utilizada com seu valor permanente $\psi_1 \cdot F_{Q1,k}$ e as demais ações variáveis com seu valor quase permanente $\psi_2 \cdot F_{Q,k}$, conforme pode ser observado na expressão abaixo:

$$F_{ser} = \sum_{i=1}^m (F_{Gi,k}) + \psi_1 \cdot F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n (\psi_{2j} \cdot F_{Qj,k}) \quad (75)$$

São classificadas como combinações raras aquelas que atuam por no máximo algumas horas na estrutura. Essas combinações são aplicadas a esforços que causam danos irreversíveis e permanentes a estrutura ou a alguns de seus componentes tais como a formação de fissura e danos aos fechamentos.

Segundo a NBR8800 nas combinações raras, a ação variável principal F_{Q1} é considerada com seu valor característico $F_{Q1,k}$ e as demais ações variáveis são tomadas com seus valores frequentes $\psi_1 \cdot F_{Q1,k}$.

$$F_{ser} = \sum_{i=1}^m (F_{Gi,k}) + F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n (\psi_{1j} \cdot F_{Qj,k}) \quad (76)$$

2.3.6 Resistências

Neste item será discutido com são definidos os valores das resistências dos materiais para efeito de cálculo bem como seus respectivos coeficientes de ponderação nos estados-limites últimos e de serviço.

2.3.6.1 Valores característicos nominais

Pode ser considerado como um valor característico de resistência, apenas para o caso de materiais que tem 5% de probabilidade desse valor não ser atingido. O valor característico de resistência pode ser substituído pelo valor nominal quando este valor for fornecido por normas específicas.

2.3.6.2 Valores de cálculo das resistências

De acordo com a NBR8800 a resistência do calculo f_d de um material é definido como:

$$f_d = \frac{f_k}{\gamma_m} \quad (77)$$

Sendo:

f_k - resistência característica ou nominal e

γ_m - o coeficiente de ponderação de resistência dado por:

$$\gamma_m = \gamma_{m1} \cdot \gamma_{m2} \cdot \gamma_{m3} \quad (78)$$

Onde:

γ_{m1} É a parcela do coeficiente de ponderação que considera a variabilidade da resistência dos materiais envolvidos;

γ_{m2} É a parcela do coeficiente de ponderação que considera a diferença entre a resistência do material do corpo de prova e da estrutura;

γ_{m3} É a parcela do coeficiente de ponderação que considera os desvios gerados na construção e as aproximações feitas em projeto do ponto de vista da resistência.

Podem ser utilizadas também tensões resistentes de cálculos para determinação das solicitações resistentes de cálculo quando não forem necessários ensaios de corpo de prova para determinação das resistências. As tensões resistentes de cálculos são determinadas a partir das teorias de resistência dos elementos estruturais considerados.

2.3.7 Coeficientes de ponderação das resistências no estado-limite Últimos (ELU)

Os coeficientes de ponderação γ_m do aço estrutural (γ_a), do concreto (γ_c) e do aço das armaduras (γ_s), estão disponíveis na tabela 3 da norma NBR 8800. Para o aço estrutural, são definidos dois coeficientes, γ_{a1} (estados-limites últimos de escoamento, flambagem e instabilidade) e γ_{a2} (ruptura).

2.3.8 Coeficientes de ponderação das resistências nos estado-limite de serviço (ELS)

De acordo com a NBR 8800 não são aplicados minoração para os limites estabelecidos para os estados-limites de serviço, sendo adotado $\gamma_m = 1,00$. Neste caso utiliza o valor nominal da resistência do material.

2.3.9 Deslocamentos

Para os deslocamentos de barras da estrutura e de conjuntos de elementos estruturais, devem ser seguidas as prescrições do Anexo C da norma. O

deslocamento horizontal da coluna relativo à base devido a uma força transversal do vento deve estar entre 1/400 a 1/200 da altura da edificação.

2.4 Coeficiente de Segurança

De acordo com Norton (2004) a escolha de um coeficiente de segurança para o projeto de máquinas pode ser definida com base na qualidade e disponibilidade de dados adequados sobre algumas informações do projeto. Essas informações podem ser divididas em três categorias que levam em consideração as propriedades dos materiais, as condições ambientais esperadas em comparação com as condições de teste dos materiais, bem como na precisão dos modelos de solicitação e de tensão desenvolvidos para análise. A tabela 6 abaixo mostra um conjunto de fatores que podem ser escolhidos em cada uma das três categorias em função do julgamento do projetista ao analisar as condições do projeto.

Tabela 6 - Fatores utilizados para determinar um coeficiente de segurança para materiais dúcteis

Categoria	Informações	Qualidade das Informações	Fator
F1	Dados das propriedades dos materiais obtidos a partir de testes	O material realmente utilizado foi testado	1,3
		Dados representativos de testes dos materiais estão disponíveis	2
		Dados razoavelmente representativos de testes dos materiais estão disponíveis	3
		Dados insuficientemente representativos de testes dos materiais estão disponíveis	5+
F2	Condições ambientais nos quais será utilizado	São idênticas as condições dos testes de materiais	1,3
		Essencialmente igual ao ambiente de um laboratório comum	2
		Ambiente Moderadamente Desafiador	3
		Ambiente Extremamente Desafiador	5+
F3	Modelos analíticos para forças e tensões	Os modelos foram testados em experimentos	1,3
		Os modelos representam precisamente o sistema	2
		Os modelos representam aproximadamente o sistema	3
		Os modelos são aproximações grosseiras	5+

Fonte: Norton, 2004

O coeficiente global de segurança é tomado como o maior dos três fatores escolhidos em cada categoria.

$$N_{\text{dúctil}} \cong \text{MAX}(F1, F2, F3) \quad (79)$$

O coeficiente de segurança deve ser maior do que um (1), caso contrário, a carga atuante será igual à carga que causa falha no material e então a falha ocorrerá. Quanto maior do que um (1) deve ser N , depende do nível de incerteza do projetista ao analisar cada uma das categorias. Esse método é apenas orientativo, cabendo ao projetista a decisão final do fator de segurança adequado a cada situação de projeto. Geralmente, no caso de carga estática, utiliza-se $2 \leq N \leq 3$ aplicado a tensão de escoamento para matérias dúcteis.

2.5 Ações do vento em edificações

Segundo Chamberlain (2013) as ações do vento possuem grande influência em estruturas esbeltas sendo umas das ações mais relevantes durante a elaboração do projeto, ao contrário de estruturas baixas e pesadas com paredes mais grossas. Para o cálculo das forças causadas pelas ações do vento é utilizada a norma NBR 6123 / 1988 “Forças devidas ao vento em edificações”.

Apenas alguns casos podem ser identificados na NBR 6123, então quando o caso em questão não consta na norma, mas pelas suas características provoque perturbações importantes no escoamento devido a obstáculos na sua vizinhança, devem ser adotados métodos de ensaio como o túnel de vento para simular as características do vento natural.

O vento pode ser provocado devido à diferença de temperatura entre as massas de ar na atmosfera. Antes de iniciar qualquer cálculo é necessário entender os aspectos que regem as forças do vento. O termo barlavento é utilizado para a região onde se origina o vento em direção à edificação e sotavento a região oposta. Quando existe a ação de vento sobre uma superfície são geradas duas situações possíveis, uma de sobrepressão com sinal positivo ou uma sucção com sinal negativo, a direção do vento é sempre perpendicular à superfície. (vide Fig. 24).

Figura 24 - Definições básicas do vento

Fonte: *Chamberlain, 2013*

De acordo com Chamberlain (2013) a velocidade básica dos ventos utilizada para cálculos já são determinadas por estudos realizados em campo aberto e local plano a 10 metros de altura em torres de medição de ventos e seus valores são disponibilizados na norma NBR 6123. O valor da velocidade do vento é definido por uma rajada de três segundos que ultrapassa em média este valor uma vez em 50 anos e é definido por V_0 .

As velocidades encontradas nos testes foram analisadas estatisticamente e comparadas com as velocidades máximas encontradas em 49 cidades brasileiras anualmente. As velocidades inferiores a 30m/s foram desprezadas e considera-se que o vento pode ocorrer em qualquer direção e no sentido horizontal. A tabela 7 mostrada abaixo apresenta um estudo realizado na cidade de Passo Fundo na Estação Agro - Meteorológica da EMBRAPA Trigo onde foram registradas as velocidades máximas e médias na região.

Tabela 7 - Velocidades máximas e médias medidas na estação meteorológica da EMBRAPA Trigo, no período 1977-1994, tendo como referência a altura de 10m

Velocidade média (m/s) e direção considerada												
	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
Velocidade	4,1	3,9	3,8	4,0	3,9	4,2	4,7	4,4	4,7	4,5	4,3	4,2
Direção	NE	NE	NE	NE								
Velocidade Máxima (m/s) e direção da velocidade												
	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
Velocidade	28,8	27,2	26,5	31,0	34,1	28,7	40,0	24,8	41,3	38,8	39,0	27,2
Direção	N	NW	NW	N	S	N	NW	W	N	S	SW	W

N=Norte, NE=Nordeste, NW=Nordeste, S+Sul, W=Oeste e SW=Sudoeste

Fonte: *CUNHA, 1997*

2.5.1 Determinação da pressão dinâmica ou de obstrução

Segundo Chamberlain (2013) a velocidade utilizada em projeto é denominada como a Velocidade Característica V_k , levando em consideração os fatores topográficos (S_1), influência da rugosidade (obstáculos no entorno da edificação) e dimensões da edificação (S_2) e o fator de uso da edificação (S_3) que considera a vida útil e o tipo de uso. A expressão abaixo é utilizada para expressar a velocidade característica.

$$V_k = V_0 \cdot S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 \quad (80)$$

Onde:

V_0 é a Velocidade básica;

S_1 é um Fator topográfico;

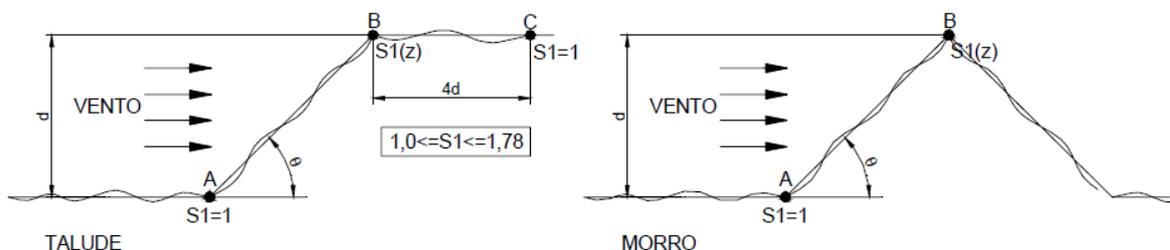
S_2 é um Fator de rugosidade;

S_3 é um Fator estatístico.

O valor do fator S_1 leva em consideração fatores topográficos ou dificuldade de transposição do vento a diferentes obstáculos e pode tomar os seguintes valores:

- Terreno plano ou quase plano: $S_1 = 1,0$
- Taludes e morros (veja-se NBR 6123/1988)
- Vales protegidos: $S_1 = 0,9$

Figura 25 - Fator S_1 para taludes e morros



Fonte: Chamberlain, 2013

O valor de S_2 é subdividido em categorias, considerando a rugosidade do terreno e as dimensões da edificação. A tabela 8 abaixo mostra as categorias definidas pela norma NBR 6123:

Tabela 8 - Categorias de terreno para determinação do coeficiente S_2

Categoria	Descrição do Ambiente
I	Mar calmo, lagos, rios, pântanos.
II	Campos de aviação, fazendas.
III	Casas de campo, fazendas com muros, subúrbios com altura média dos obstáculos de 3,0m.
IV	Cidades pequenas, subúrbios densamente construídos, áreas industriais desenvolvidas, subúrbios com muros com altura média dos obstáculos de 10,0m.
V	Florestas com árvores altas, centros de grandes cidades, com altura média igual ou superior a 25,0m.

Fonte: *Chamberlain, 2013*

A classificação através das dimensões é mostrada na Tabela 9 abaixo:

Tabela 9 - Classes de edificação para determinação de S_2

Classe	Descrição
A	Maior dimensão da superfície frontal menor ou igual a 20m
B	Maior dimensão da superfície frontal entre 20m e 50 metros
C	Maior dimensão da superfície frontal maior que 50 metros

Fonte: *Chamberlain, 2013*

O cálculo de S_2 é expresso por:

$$S_2 = b.F_r(z/10)^p \quad (81)$$

Onde:

z é a altura total da edificação (no caso, a cumeeira);

b , F_r e p são obtidos da Tabela 1 da norma NBR 6123.

Segundo Chamberlain (2013) o fator estatístico S_3 é estabelecido de acordo com a utilização da edificação e determinando a vida útil de 50 anos. A norma NBR 6123 estabelece os valores mínimos a serem adotados (conforme tabela 3 desta norma).

A expressão utilizada para determinação da pressão dinâmica ou de obstrução do vento, em condições normais de pressão ($1\text{atm} = 101320\text{MPa}$) é a seguinte:

$$q = 0,613 \cdot V_k^2 \quad (82)$$

Onde:

q é a pressão dinâmica;

V_k é a velocidade característica.

2.5.2 Determinação das forças estáticas devidas ao vento

A força devido ao vento é definida de acordo com a diferença de pressão no lado oposto ao lado da edificação estudada, (coeficientes aerodinâmicos). Segundo a NBR 6123 as forças podem ser calculadas a partir de três coeficientes, de pressão, de forma ou de força. Os coeficientes de pressão possuem valores estabelecidos na NBR 6123 obtidos a partir de estudos realizados em túneis de vento. A força do vento a partir destes coeficientes pode ser obtida pela expressão:

$$F = (C_{pe} - C_{pi}) \cdot q \cdot A \quad (83)$$

Onde:

C_{pe} e C_{pi} são coeficientes de pressão de acordo com as dimensões geométricas da edificação;

q é a pressão dinâmica;

A é a área frontal ou perpendicular à atuação do vento.

Valores positivos dos coeficientes de pressão externo ou interno correspondem a sobrepressões e valores negativos correspondem a suções.

A NBR 6123 apresenta valores dos coeficientes de pressão, externos e internos, para diversos tipos de edificação. Zonas com altas suções aparecem junto às arestas de paredes e de telhados. Coeficientes de pressão são apresentados nesta norma para edifícios de planta retangular e telhados a duas águas.

A força global do vento que age sobre uma superfície ou parte dela (F_g) é obtida pela soma vetorial das forças que aí atuam. A expressão abaixo é utilizada para determinação da componente da força global na direção do vento (F_a):

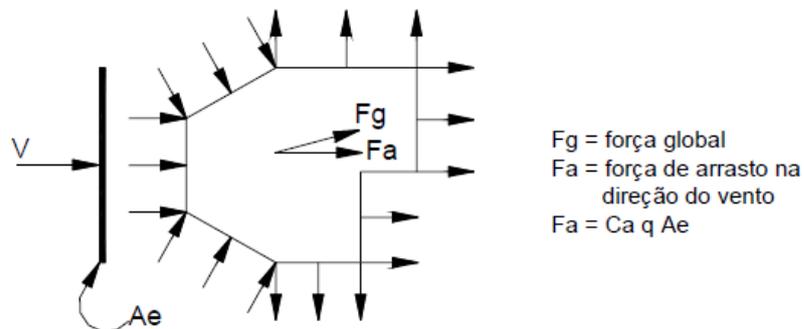
$$F_a = C_a \cdot q \cdot A_e \quad (84)$$

Onde:

C_a é o coeficiente de arrasto;

A_e é a área frontal efetiva (Área de projeção ortogonal).

Figura 26 - Descrição da força devida ao vento numa superfície



Fonte: *Chamberlain, 2013*

A NBR6123 define os coeficientes de arrasto para utilização no estudo da força global na estrutura e a sua variação pode ser $0,7 \leq C_a \leq 2,2$, dependendo da forma da edificação.

Para determinação de qualquer componente de uma força global pode-se utilizar a expressão abaixo:

$$F = C_f \cdot q \cdot A \quad (85)$$

Onde:

C_f é o coeficiente de Força, especificado em cada caso: $C_x, C_y, etc.$;

A é a área de referência, especificado em cada caso.

Nos casos de muros e placas retangulares os valores de C_f podem ser encontrados na tabela 16 da norma NBR 6123.

3 ESTADO DA ARTE

Este capítulo tem como objetivo apresentar de forma resumida as principais contribuições científicas relacionadas ao assunto que foram levantadas no decorrer deste trabalho nos últimos anos.

Marotti de Sciarra (1996) pesquisou sobre a taxa discreta de problemas elasto-plásticos estruturais. Em seu artigo, que considerou também a questão do endurecimento, foi utilizada teoria geral dos modelos estruturais com restrições convexas e a formulação variacional mais geral foi então derivada. A discretização do espaço foi obtida pelo método dos elementos finitos e foi definida uma função de rendimento global. Esquemas computacionais foram apresentados para solução do problema.

Salajegheh (1997) publicou um artigo que falava sobre otimização estrutural utilizando métodos de resposta aproximada e critérios de otimização. O projeto ótimo é obtido através da aproximação de todas as respostas estruturais, tais como forças, deslocamentos e frequências. As restrições quanto aos valores limites de tensão, deslocamento e vibrações são obtidos também de forma aproximada. Uma abordagem usando um critério de otimização é utilizada para resolver o problema de criação. O processo de iteração é necessário até a convergência dos resultados. O foco principal do trabalho foi reduzir o número de análises estáticas e dinâmicas bem como o custo computacional.

Chen (2000) realizou um estudo relacionado às melhoras drásticas no conhecimento sobre análise do comportamento, forças e projeto de construções de estruturas de aço nos últimos 40 anos. Em seu artigo destacou vários exemplos em que estes conhecimentos foram implementados e melhores práticas de projetos de estruturas foram delineadas.

Branco e outros (2002) escreveram sobre a automação do projeto de pórticos metálicos planos constituídos de barras tubulares. O artigo fala da criação de um programa de computador (Auto Metal) utilizado para análise e dimensionamento de estruturas submetidas a esforços axiais e de flexão conforme NBR 8800. As etapas do processo de análise incluem a geometria da estrutura, carregamentos, cálculo dos esforços e dimensionamento.

Menin e Silva (2003) investigaram a resposta pós-crítica de pórticos planos discretizados com elementos de viga de Euler-Bernoulli utilizando uma formulação co-rotacional. Como atualmente as estruturas tendem a ser cada vez mais esbeltas, se torna imprescindível uma análise criteriosa da estabilidade estrutural tanto na fase pré-crítica quanto na fase de perda de estabilidade (pós-crítica). De acordo com este estudo, a capacidade resistente está intimamente ligada com a condição de instabilidade de equilíbrio da estrutura. A formulação co-rotacional divide a análise em duas partes, sendo uma com a estrutura mantida fixa durante toda a análise e a outra com a configuração co-rotacionada a partir do estado inicial, sendo as tensões e deformações determinadas neste estado.

Rovere e Schneider (2003) publicaram um artigo que falava da criação de um *software* educacional para análise estática em estruturas reticuladas. O programa ANEST é estruturado em módulos, utiliza linguagem FORTRAN90 e tem como base o método dos deslocamentos. O foco principal do programa são estudantes de cursos de graduação.

Menin e Silva (2004) dando continuidade em seus estudos, utilizaram a formulação co-rotacional em uma análise não-linear geométrica de pórticos espaciais. O processo de análise é o mesmo citado em seu estudo anterior, porém aplicado em estruturas diferentes. Nos dois casos a obtenção da trajetória primária de equilíbrio é obtida a partir do método do comprimento do arco cilíndrico, combinado com o método Newton Raphson.

Rodrigues e outros (2004) desenvolveram um processador gráfico (VISUALANL) orientado para um programa de análise dinâmica não linear de estruturas reticuladas planas (PORANL). Apesar do desenvolvimento e criação de vários programas de análise estrutural nos últimos anos, a interface gráfica destes programas continuam pouco desenvolvida. Com este processador é possível gerar casos de carga, restrições, visualizar resultados, deslocamentos e deformações em análises estáticas e dinâmicas.

Taley Faz, Brennan e Dover (2004), estudaram a questão de plataformas Jack-up de uso provisório passar a serem usadas por longos períodos de tempo sendo necessário o projeto considerando a possibilidade de falha por fadiga dos materiais. Componentes da plataforma foram submetidos a ensaios destrutivos de força estática, estrutura tubular pré-trincada junta do tipo Y e T de um aço de alta resistência usado na fabricação destas plataformas. Os resultados indicaram que a

utilização de juntas tubulares fabricadas de aços com maior resistência não são suficientes para minimizar as trincas.

Savio, Martha e Velasco (2005) escreveram um artigo que falava de um sistema não-linear para análise de pórticos planos semi-rígidos. Em seu estudo, foi descrito um sistema para análise estrutural FTOOL/SRC onde é possível a modelagem de ligações semi-rígidas por meio de uma análise paramétrica. A formulação tem como base um referencial lagrangiano total com a utilização da abordagem cor-rotacional. Ao longo deste trabalho é demonstrado o desempenho deste programa utilizando vários exemplos em análises lineares e não lineares em pórticos de aço comparando os resultados com de outros autores.

Alvarenga e Silveira (2006) publicaram um artigo com o seguinte tema: A configuração geométrica inicial na análise avançada de portais planos de aço, que falava sobre a influência da configuração geométrica inicial na carga-limite de portais planos de aço. O artigo cita a utilização do método da zona plástica para a determinação da carga limite levando em consideração a curvatura inicial e fora de prumo necessárias para caracterizar a análise estrutural como avançada.

Souza, Branco e Requena (2006) apresentaram um pacote de programas de computador que tem a finalidade de automatizar as etapas principais de um projeto de estruturas metálicas através das linguagens Delphi5 e AutoLISP. O foco do estudo eram coberturas com treliças planas constituídas por barras de perfis tubulares. O processo consiste na geração da geometria em um sistema CAD, exportar os dados para um programa integrado (CAE) que aperfeiçoa o processo de análise estrutural e dimensionamento e finalmente retorna os resultados para o CAD em forma de desenhos detalhados das ligações da estrutura. Todo processo de acordo com a NBR 8800.

César e Barros (2007) fizeram um estudo preliminar sobre o desempenho sísmico de pórticos metálicos contraventados a partir de análises estáticas não-lineares (pushover). Foram utilizados três pórticos metálicos com 3, 6 e 10 pisos e modelados através do programa de elementos finitos MIDAS/Civil. Nas análises realizadas foram utilizados métodos lineares e de pushover. O foco principal do estudo foi à avaliação comparativa dos desempenhos estruturais e também da conveniência da utilização do método de pushover na análise sísmica de estruturas.

Greco e Vicente (2009) apresentaram um artigo referente a soluções analíticas para treliças geometricamente não lineares. A metodologia utilizada era

baseada na cinemática estrutural, nas leis constitutivas elásticas e no equilíbrio de forças nodais. Neste estudo foi utilizada uma treliça do tipo Von Mises com duas barras feitas de materiais diferentes para testar a eficiência do modelo proposto.

Mota e outros (2009) investigaram a influência da modelação das ligações estruturais viga-pilar no comportamento sísmico de pórticos metálicos sem contraventamentos a partir de análises dinâmicas não-lineares. Eles dividiram o estudo em duas partes, sendo o primeiro a avaliação da influência do comportamento histerético global da ligação comparado ao comportamento elasto-plástico e o segundo a influência da distorção da alma do pilar ao corte no desempenho estrutural. Ao final do estudo foi verificado que o modelo histerético das ligações influencia o real desempenho estrutural.

Del Coz Díaz e outros (2010) fizeram uma análise não linear de flambagem de um telhado metálico carregado sob seu próprio peso usando análise por elementos finitos. As análises foram realizadas em telhados de diferentes comprimentos e mesma seção transversal. Inicialmente uma análise linear foi realizada e depois uma análise não linear considerando a imperfeição da estrutura. Foi verificado que as imperfeições estruturais podem ter um maior efeito na predição de capacidade de carga do telhado.

Greco e outros (2010) investigaram no domínio do tempo, com o auxílio do método dos elementos finitos, a resposta dinâmica não linear geométrica de uma viga treliçada, com especial enfoque na perda da estabilidade por bifurcação do equilíbrio e no comportamento caótico. A formulação utilizada foi a posicional baseada no método dos elementos finitos classificada como lagrangeana total. Neste caso, o cálculo das deformações resulta diretamente do conceito de posição proposto usando um sistema de coordenadas fixo no espaço.

Jun Dong e Richard Sause (2010) analisaram pelo método de elementos finitos vigas de aço curvado com flanges tubulares que podem ter formato retangular ou redondo. Segundo eles, estas vigas de aço moldado tem maior rigidez torcional que as convencionais e menos potencial para distorção da seção transversal que vigas caixão sendo uma interessante alternativa para vigas de aço curvadas horizontalmente. Um estudo paramétrico foi realizado usando modelos de elementos finitos verificando a rigidez, diafragma dos tubos, imperfeições geométricas e tensões residuais entre outros. Foi verificado neste estudo que as vigas curvadas convencionais apresentaram uma melhor resistência primária ao dobramento, mas

desenvolveram maiores deformações ou tensões normais e maiores deslocamentos verticais e rotações da seção transversal que o aço curvado com flange tubular.

Santos e outros (2010) estudaram uma estratégia para análise estática de pórticos planos e espaciais utilizando-se o método dos elementos de contorno. Neste método, as equações integrais para os efeitos das cargas são escritas em um sistema local de coordenadas para cada barra e depois é utilizada uma estratégia para transformar essas integrais para um sistema global contabilizando cada contribuição em um sistema algébrico final. Esta estratégia foi implementada através da criação de um programa utilizando a linguagem C++ e os resultados obtidos comparados com os de outros autores. Eles também discutiram a viabilidade do programa com o MEC em Comparação com o MEF.

Ayhan, Genel e Eksi (2011), simularam o comportamento não-linear de dobramento e sensibilidade geométrica de vigas tubulares com suportes fixos. Foi utilizado o método de elementos finitos, regime elasto-plástico, grandes deformações e condições de contato incluídas. Foi verificado que as características de deformação e capacidade de carga de uma viga dependem fortemente de seu diâmetro.

Carpinteri e Corrado (2011) escreveram um artigo que falava sobre limites superiores e inferiores para o projeto estrutural de membros de RC com resposta dúctil. Em seu trabalho alguns fenômenos complexos na caracterização de vigas como hiper-resistência, snap-back e snap-through são interpretados com uma abordagem unificada com base em critérios não lineares de fratura. Um modelo numérico é utilizado e uma trinca fictícia é introduzida para avaliar o comportamento do modelo e verificar a quantidade mínima de reforço necessária para evitar a propagação de trincas e a capacidade de rotação. De posse dos resultados numéricos obtidos, são criadas novas fórmulas e esquemas práticos de projeto tal como limites superiores e inferiores de quantidade de reforço, propriedades do material e suas dimensões mínimas de forma a evitar falhas quebradiças.

Elsawaf, Wang e Mandal (2011), realizaram uma modelagem numérica de sub-montagens estruturais de aço restringidas e colunas conectadas usando canais no fogo. Eles usaram um *software* geral de elementos finitos (ABAQUS) para modelar numericamente o comportamento da estrutura preenchida por concreto no

fogo. As comparações mostraram que o modelo em elemento finito em 3-D é capaz de simular com sucesso os testes de fogo.

Fabeane, Marcon e Praiva (2011), fizeram um estudo avaliando projetos de estruturas de aço usando análise estrutural em duas e três dimensões. Como o tempo de execução de projetos estruturais é geralmente curto é comum os engenheiros usarem simplificações para facilitar os cálculos e ganhar tempo. Neste estudo é realizada uma análise bidimensional e outra tridimensional e os resultados são comparados. Com os resultados do estudo, é possível verificar a viabilidade da utilização das simplificações tomando alguns cuidados e fazendo as considerações adequadas a cada caso. Os cálculos deste estudo foram baseados em recomendações de normas vigentes.

Jimmy Haedir e outros (2011) estudaram os efeitos da inserção de chapas de polímero reforçado com fibra de vidro em estruturas metálicas tubulares redondas. Foram realizadas análises não lineares teóricas para prever a resposta do momento de curvatura de vigas tubulares reforçadas incluindo quantidade de reforço, configuração de fibra, frações de volume de adesivo e materiais não lineares. Os resultados se mostraram razoáveis em comparação com dados experimentais exceto para os componentes de seção mais finas.

Dias e Hirotsu (2012) desenvolveram um trabalho sobre o comportamento elástico - linear de pórticos planos via método dos elementos finitos. Em seu estudo, apresentou uma formulação do método de forma a contemplar uma análise linear fazendo a discretização estrutural para obtenção das equações algébricas e criando sua respectiva matriz de rigidez ao longo do trabalho. Foi criado um programa computacional com esta formulação onde os resultados de uma simulação foram comparados à outra feita em um *software* já existente. Os resultados foram satisfatórios.

Varum e outros (2012) apresentaram uma metodologia simplificada para prever a resposta de prédios irregulares em elevação, com base na resposta dinâmica não-linear multi-modal espectral sísmico de um sistema simplificado MDOF linear equivalente. Neste estudo também foi proposta uma metodologia para projetos ótimos, reforços de edifícios com base em métodos de aproximação convexa. Três projetos de melhoria foram implementados e os resultados foram validados em comparação com uma série de testes PSD realizados em uma estrutura de RC de quatro andares em grande escala.

Aleandri e outros (2013) utilizaram o método Newton-Raphson para a solução da equação característica em uma análise dinâmica em pórtico plano. Em seu trabalho, desenvolveram um algoritmo para determinar parâmetros utilizados na análise estrutural como frequência e modo de vibração. A solução da equação através do método citado foi programada em linguagem R[®]. Determinaram a matriz de rigidez e de massa e depois calcularam as frequências de vibração que tem seus respectivos autovalores, que são os modos de vibração da estrutura proposta.

Filho e Horowitz (2013) realizaram um estudo sobre a modelação da flexibilidade de nós concêntricos de pórticos em concreto armado. Em seu estudo, foi verificado que a influência da flexibilidade dos nós pode alcançar 20% do deslocamento total da estrutura. Desta forma criaram um modelo de elementos de barras para levar em consideração a flexibilidade dos nós na análise estrutural e os resultados obtidos foram comparados com resultados experimentais disponíveis na literatura e depois com aqueles obtidos por elementos finitos.

Galvão e outros (2013) desenvolveram um trabalho sobre estabilidade e vibração não linear de pórticos em aço usados em galpões industriais: análise paramétrica. O foco principal do trabalho foi a influência do pré-carregamento estático nas frequências naturais e modos de vibração dessas estruturas. Uma formulação não-linear de elementos de viga-coluna foi usada para considerar as ligações como semirrígidas, um processo incremental e iterativo do tipo Newton acoplado ao método do comprimento de arco foi adotado para resolver o problema do equilíbrio estático e logo em seguida, após a convergência de cada passo de carga o método de Jacobi foi utilizado para determinar as frequências naturais e os modos de vibração da estrutura pré-carregada.

Lavall e outros (2013) escreveram um artigo que falava sobre Análise Avançada de Pórticos de Aço Conforme as Prescrições da NBR 8800. Neste estudo, eles consideraram os efeitos da não linearidade geométrica ($P-\Delta$), locais ($P-\delta$) e o comportamento elasto-plástico do material levando-se em conta o efeito de tensões residuais e escoamento gradual em seções transversais e ao longo do comprimento das barras. Nesta análise, foram considerados os Estados Limites Últimos e de Serviço de forma que nenhum deles fosse excedido. Um dos objetivos deste estudo seria aumentar a confiabilidade na análise e dimensionamento de pórticos de aço.

Gonçalves, Silva e Silveira (2014), estudaram o comportamento inelástico de colunas e pórticos metálicos com flexão em torno do eixo de menor inércia. Neste

estudo usaram a formulação de elementos finitos reticulados planos acompanhando o processo de plastificação pelo método da zona plástica refinado. Como critério para definir o estado limite último de resistência da seção transversal foi considerado a interação de esforços normais e momento fletor. Colunas e pórticos foram analisados e os resultados comparados aos de outros autores para verificar a eficácia das técnicas utilizadas no trabalho.

Joao Travanca e Hong Hao (2014) pesquisaram os efeitos das colisões de embarcações com as plataformas marítimas. Segundo eles é comum assumir o comportamento das estruturas marítimas como de corpos rígidos em projetos. Um detalhado modelo de elemento finito foi desenvolvido para análises de impacto dos navios com as plataformas. Foram realizadas análises não lineares inelásticas de ambos os navios e estruturas tubulares e os resultados das simulações comparados com os resultados de outros autores. Ao final do estudo verificou-se que ambos os navios e estruturas marítimas podem experimentar grandes deformações plásticas durante o impacto.

Scappaticci e outros (2015) estudaram os efeitos dinâmicos de cargas de vento em um amortecedor de gravidade que é um dispositivo responsável pelo tratamento do ar impedindo a geração de sobre pressões no interior de uma unidade através de sua abertura. A caracterização foi através de modelo numérico (CFD-FEM) levando em conta ambos os modelos de vibração e frequências naturais do dispositivo em condições de funcionamento e posteriormente o modelo foi testado em túnel de vento. Após análise preliminar ficou claro que em condições de funcionamento, a estrutura é afetada por fenômenos de vórtices. Em análise experimentais utilizando o túnel de vento foi verificado o fenômeno do travamento.

4 METODOLOGIA

A metodologia deste trabalho consiste em fazer uma análise estrutural em um pórtico de programação visual mostrado na figura 27 abaixo utilizando um *software* de CAE (Solidworks 2014) que tem como base o Método de Elementos Finitos (MEF) utilizando as ações, combinações de ações, resistências e deslocamentos máximos determinados conforme as normas NBR 8800 e 6123.

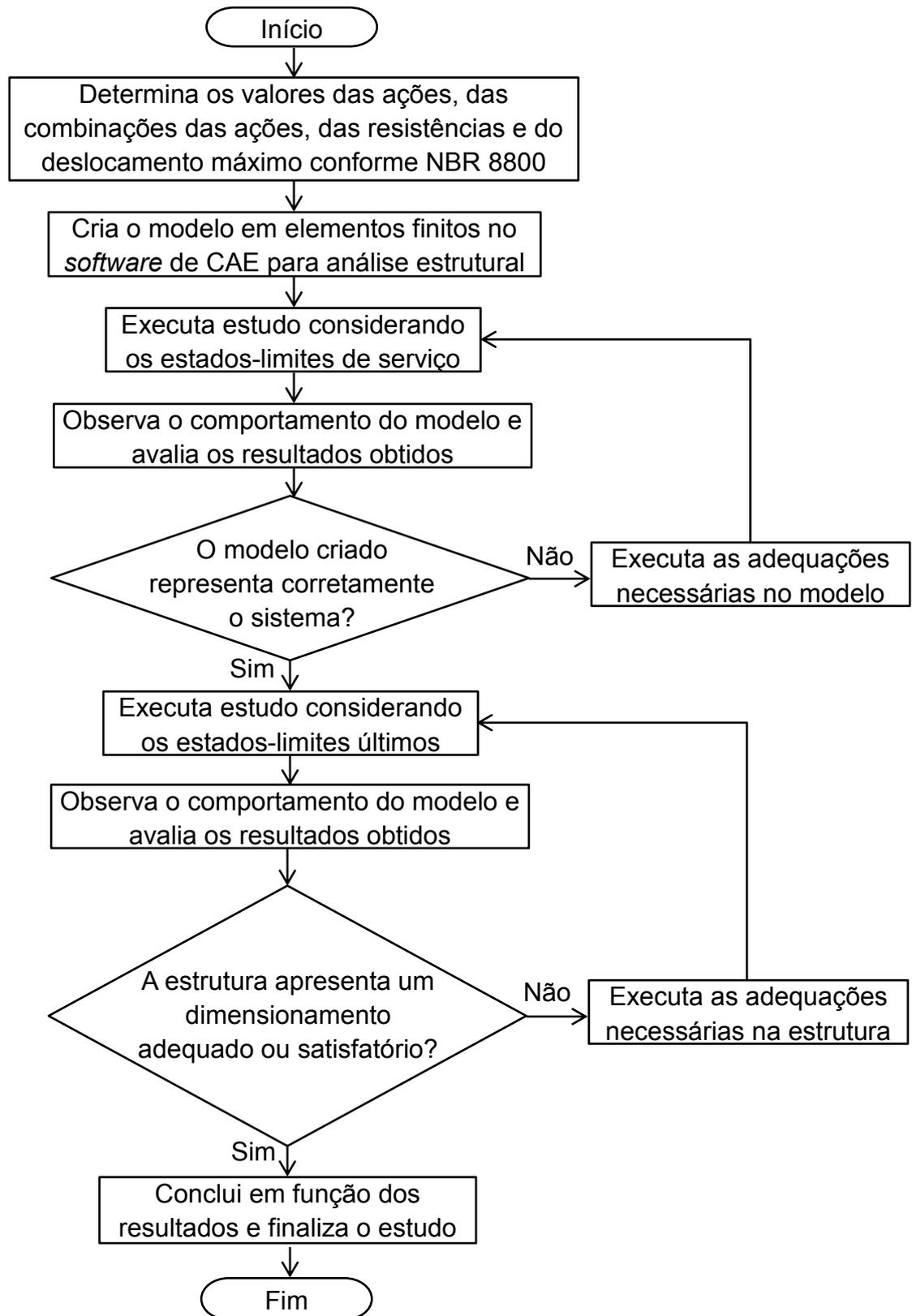
Figura 27 - Pórtico de Programação Visual



Fonte: Elaborado pelo Autor

Ao final deste estudo será realizada uma análise estrutural em outro *software* de CAE (SAP 2000) para confirmar os resultados. O fluxograma da figura 28 abaixo mostra as etapas a serem seguidas bem como os estudos propostos pela metodologia utilizada.

Figura 28 - Fluxograma de processo da metodologia utilizada



Fonte: Elaborado pelo Autor

4.1 Determinações das ações atuantes no pórtico

As ações atuantes no pórtico são o peso próprio da estrutura e a força do vento que serão determinadas a seguir.

4.1.1 Peso Próprio do Pórtico

A massa do pórtico é de aproximadamente 615 Kg. Esta informação foi extraída do *software* utilizado para modelar o mesmo. Logo, pela segunda lei de Newton:

$$P = m \cdot g = 615 \cdot 9,8 = 6027N \quad (86)$$

4.1.2 Força do vento

A força do vento será determinada de acordo com a norma NBR 6123. Para o cálculo da força do vento, o primeiro passo é determinar a velocidade característica (V_k), logo,

$$V_k = V_0 \cdot S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 \quad (87)$$

Onde:

$V_0 = 41,3 \text{ m/s}$ (Vamos adotar esse valor por ser a velocidade máxima das apresentadas – Ver tabela 7);

$S_1 = 1$ (Para terrenos planos ou quase planos – pior situação para este estudo);

$$S_2 = b \cdot F_r(z/10)^p \quad (88)$$

Onde:

$$z = 8,55 \text{ (Altura do pórtico)}$$

$$b = 0,86$$

$$F_r = 1$$

$$p = 0,12$$

Os valores b, F_r e p são para uma categoria de terreno **IV** e classe de edificação **A**. Os valores são adequados para esta situação de projeto quando analisada a norma NBR 6123.

Logo,

$$S_2 = 0,86.1(8,55/10)^{0,12} = 0,84 \quad (89)$$

$S_3 = 1$ (Edificações para comércio e indústria com alto fator de ocupação);

Logo, a velocidade característica pode ser calculada.

$$V_k = 41,3.1.0,84.1 = 34,8m/s \quad (90)$$

O segundo passo é determinar a pressão dinâmica que é definida como:

$$q = 0,613.V_k^2 \quad (91)$$

Logo,

$$q = 0,613.34,8^2 = 744,8 N/m^2 \quad (92)$$

Para o cálculo da força global na direção do vento, vamos considerar a força de arrasto e desprezar as demais componentes por serem muito pequenas em comparação com esta força. Logo,

$$F_a = C_a \cdot q \cdot A_e \quad (93)$$

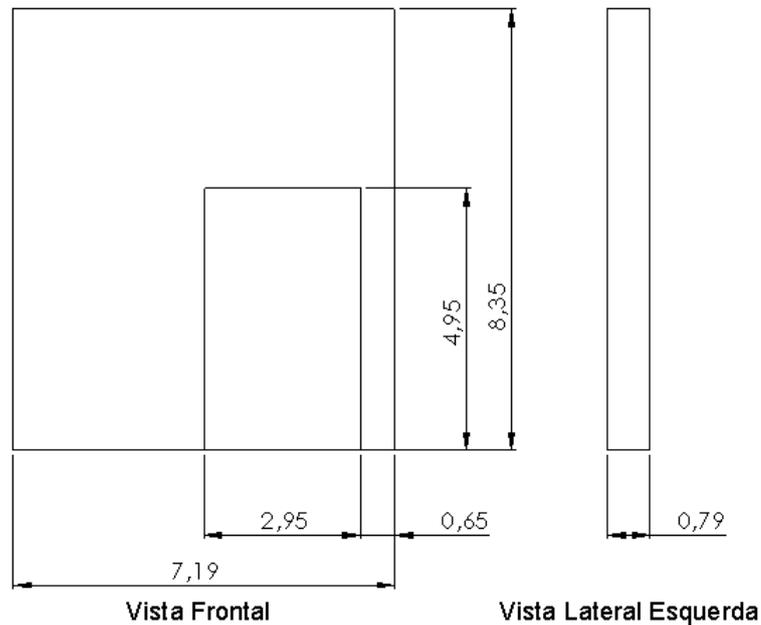
Onde:

$C_a = 1,1$ (De acordo com a figura 4 da norma NBR 6123, para edificações paralelepípedicas em vento de baixa turbulência);

$$A_e = \text{Área efetiva} = (B.H - b.h) \quad (94)$$

As dimensões do pórtico são apresentadas na figura 29 abaixo:

Figura 29 - Dimensões principais do Pórtico em metros



Fonte: Elaborado pelo Autor

Logo, $A_e = \text{Área efetiva} = (8,35 \cdot 7,19 - 2,95 \cdot 4,95) = 45,4 m^2$ (95)

Finalmente, podemos determinar a força de arrasto.

$$F_a = 1,1744 \cdot 8 \cdot 45,4 = 37195,3 N$$
 (96)

4.2 Determinação das combinações das ações, resistências e deslocamento máximo

Os valores calculados das combinações das ações, resistências e deslocamento máximo foram determinados conforme a norma NBR 8800.

4.2.1 Cálculo das Combinações das Ações

De acordo com a norma NBR 8800, os valores dos coeficientes de ponderação das ações permanentes e variáveis são:

Ações permanentes (γ_g)

Para as combinações últimas normais - $\gamma_{g1} = 1,25$

Para as combinações últimas especiais - $\gamma_{g1} = 1,15$

Ações variáveis (γ_q)

Para as combinações últimas normais - $\gamma_{q1} = 1,4$

Para as combinações últimas especiais - $\gamma_{q1} = 1,2$

No caso deste estudo as ações permanentes são referentes ao peso próprio da estrutura. Já as ações variáveis são referentes à carga de vento.

O valor do fator de combinação ψ_0 é devido pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral. Neste caso o valor é de $\psi_0 = 0,6$. Similarmente, $\psi_1 = 0,3$ e $\psi_2 = 0$

A seguir serão determinados os valores das combinações de ações para os estados-limites últimos. No caso das combinações últimas normais, temos:

$$F_d = \sum_{i=1}^m (\gamma_{gi} \cdot F_{Gi,k}) + \gamma_{q1} \cdot F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n (\gamma_{qj} \cdot \psi_{0j} \cdot F_{Qj,k})$$

$$F_d = \sum_{i=1}^m (1,25 \cdot 6027) + 1,4 \cdot 37195,3 + 0 = 59607,2N \quad (97)$$

Lembrando que neste caso, $F_{Qj,k} = 0$

Para o caso das combinações últimas especiais, temos:

$$F_d = \sum_{i=1}^m (\gamma_{gi} \cdot F_{Gi,k}) + \gamma_{q1} \cdot F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n (\gamma_{qj} \cdot \psi_{0j,ef} \cdot F_{Qj,k})$$

$$F_d = \sum_{i=1}^m (1,15 \cdot 6027) + 1,2 \cdot 37195,3 + 0 = 51565,4N \quad (98)$$

Lembrando que neste caso, $F_{Qj,k} = 0$

A seguir serão determinados os valores das combinações de ações para os estados-limites de serviço. No caso das combinações quase permanentes de serviço, temos:

$$F_{ser} = \sum_{i=1}^m (F_{Gi,k}) + \sum_{j=1}^n (\psi_{2j} \cdot F_{Qj,k})$$

$$F_{ser} = \sum_{i=1}^m (6027) + 0 = 6027N \quad (99)$$

Lembrando que neste caso, $F_{Qj,k} = 0$

No caso das combinações frequentes de serviço, temos:

$$F_{ser} = \sum_{i=1}^m (F_{Gi,k}) + \psi_1 \cdot F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n (\psi_{2j} \cdot F_{Qj,k})$$

$$F_{ser} = \sum_{i=1}^m (6027) + 0,3 \cdot 37195,3 + 0 = 17185,6N \quad (100)$$

Lembrando que neste caso, $F_{Qj,k} = 0$

E para o caso das combinações raras de serviço, temos:

$$F_{ser} = \sum_{i=1}^m (F_{Gi,k}) + F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n (\psi_{1j} \cdot F_{Qj,k})$$

$$F_{ser} = \sum_{i=1}^m (6027) + 37195,3 + 0 = 43222,3N \quad (101)$$

Lembrando que neste caso, $F_{Qj,k} = 0$

4.2.2 Cálculo das Resistências

Através da equação abaixo, é possível determinar o valor da resistência do material no estado limite último.

$$f_d = \frac{f_k}{\gamma_m} \quad (102)$$

O valor de γ_m para o aço estrutural é de 1,1 para combinações últimas normais e especiais. O material utilizado tem uma resistência de 352MPa, logo:

$$f_d = \frac{352}{1,1} = 320MPa \quad (103)$$

Esse é o valor da resistência de cálculo a ser utilizada no estado-limite último. Como nos limites estabelecidos para os estados-limites de serviço não necessitam de minoração, $\gamma_m = 1$, logo, a resistência de cálculo será igual à resistência nominal.

4.2.3 Cálculo do Deslocamento Máximo

De acordo com o anexo c da NBR 8800, os deslocamentos máximos horizontais devido a uma carga transversal devem estar entre 1/400 a 1/200 da altura da edificação dependendo de cada situação. Como nesta situação, o deslocamento não é um fator crítico devido à liberdade que a estrutura possui, vamos trabalhar com um valor de H/200.

$$Desl. Máximo = \frac{H}{400 \text{ até } 200} = \frac{8350}{400 \text{ até } 200} \cong 21 \text{ à } 42mm \quad (104)$$

4.2.4 Resumo dos valores calculados

A tabela 10 abaixo mostra o resumo dos valores calculados das combinações de ações, resistências e deslocamentos máximos conforme a norma NBR 8800.

Tabela 10 – Combinações de ações, resistências e deslocamentos máximos calculados conforme NBR 8800

Estado Limite	Combinação	F_d (N)	Estado Limite	Combinação	F_{ser} (N)
E.L.U	Combinação Última Normal	59607,2	E.L.S	Combinações quase Permanentes de Serviço	6027
	Combinações Últimas Especiais	51565,4		Combinações Frequentes de Serviço	17185,6
				Combinações Raras de Serviço	43222,3
Estado Limite	Resistência	f_d (Mpa)	Estado Limite	Resistência	f_{ser} (Mpa)
E.L.U	Resistência Nominal	320	E.L.S	Resistência Nominal	352
Deslocamentos					
Valor máximo recomendado				42mm	

Fonte: Elaborado pelo Autor

4.3 Análise estrutural em *software* de CAE

Este tópico descreve a criação do modelo em elementos finitos no *software* CAE utilizado na análise estrutural do pórtico e como foram executados os cinco estudos realizados.

4.3.1 Criação do modelo em elementos finitos no *software* de CAE

Inicialmente, as análises foram feitas no *software* Solidworks – Simulation. A estrutura foi modelada no módulo de soldagem do programa e quando foi carregada no módulo de simulação, todos os elementos foram transformados automaticamente em elementos de viga por simplificar o processo de análise. O contato global foi definido como unido e o material Aço SAE 1020 trefilado foi aplicado a todos os corpos. A estrutura é constituída apenas de tubos quadrados de 25 x 25 x #2mm exceto nos módulos inferiores que para os tubos verticais, foram utilizados tubos de dimensões 25 x 35 x #2mm. A tabela 11 abaixo mostra as principais propriedades do material utilizado.

Tabela 11 - Propriedades do Aço SAE 1020 utilizado

Material	Aço SAE 1020	
Propriedade	Valor	Unidade
Módulo elástico	200000	N/mm ²
Coefficiente de Poisson	0,29	N/A
Módulo de cisalhamento	77000	N/mm ²
Massa específica	7900	kg/m ³
Resistência de tração	420	N/mm ²
Limite de escoamento	352	N/mm ²
Coefficiente de expansão térmica	0,000015	/K
Condutividade térmica	47	W/(m·K)
Calor específico	420	J/(kg·K)

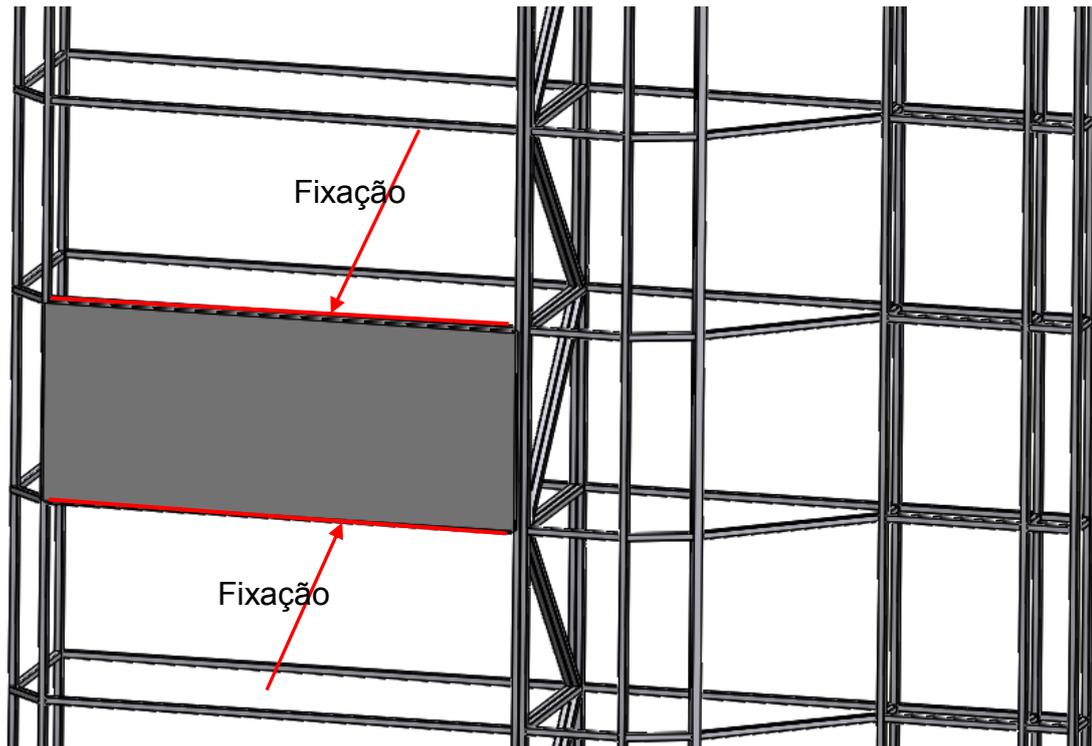
Fonte: SOLIDWORKS, 2014.

Uma restrição fixa foi aplicada em 8 pontos da base para representar a fixação da estrutura no solo mais 12 pontos na parte traseira para representar a fixação do pórtico na alvenaria.

4.3.2 Primeiro estudo realizado

Neste primeiro estudo, a força foi dividida proporcionalmente pela quantidade de barras no sentido horizontal, simulando a fixação das chapas do revestimento nestas barras, conforme mostra figura 30 abaixo:

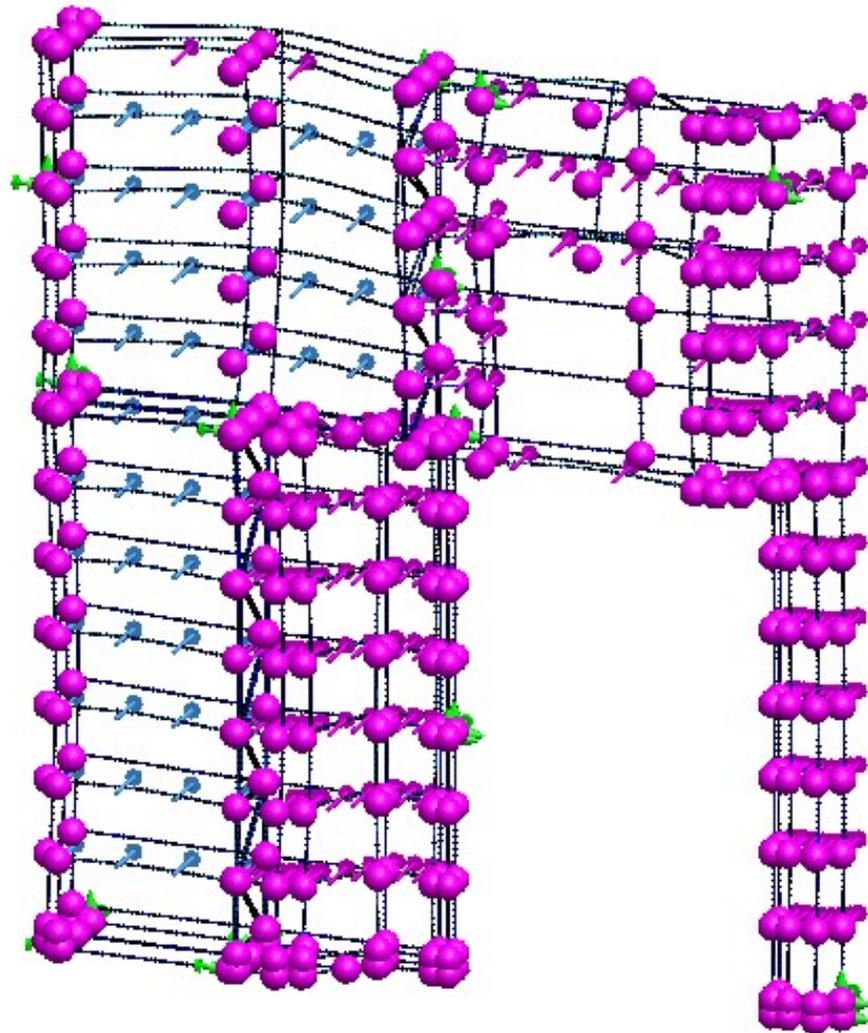
Figura 30 - Fixação das chapas do revestimento nas barras horizontais



Fonte: Elaborado pelo Autor

A figura 31 abaixo mostra como foram definidas as restrições e as cargas no modelo. A figura mostra também a representação dos nós da estrutura.

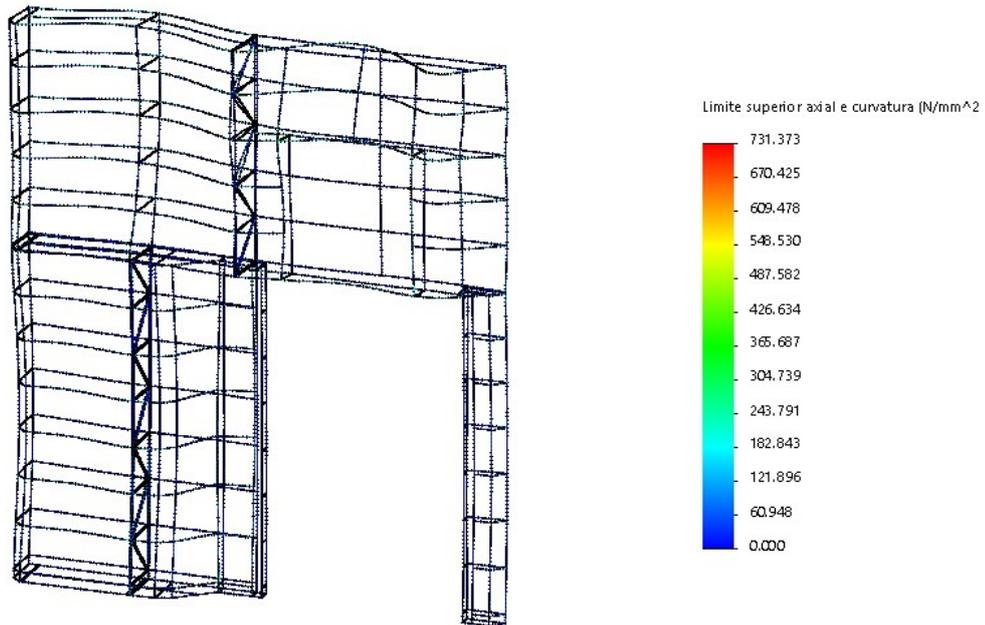
Figura 31 - Representação dos nós (bolinhas), forças (setinhas) e restrições (folhinhas)



Fonte: Elaborado pelo Autor

Na figura 32 abaixo foi removida as representações dos nós, restrições e forças para facilitar a visualização das tensões na estrutura numa visualização completa. A tensão é plotada em uma escala de cores que vai do azul ao vermelho sendo que o azul representa um nível mais baixo de tensão e o vermelho um nível mais elevado. O programa extrapola a deformação da estrutura para facilitar o entendimento do sentido de deformação.

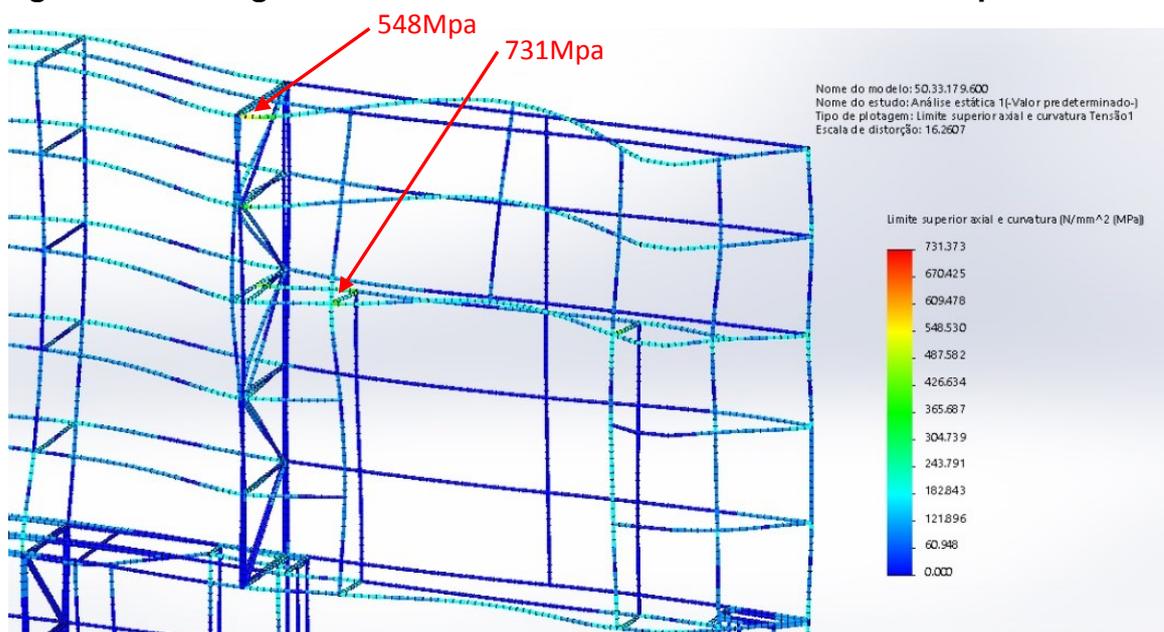
Figura 32 - Plotagem dos valores máximos de Tensão



Fonte: Elaborado pelo Autor

Na figura 33 abaixo, foi criado um detalhe da parte superior direita para melhorar a visualização das tensões na estrutura. É possível observar uma região se destacando com tensões mais elevadas por volta de 548 MPa no local indicado pela seta. As demais regiões estão apresentando níveis de tensão abaixo de 243 MPa.

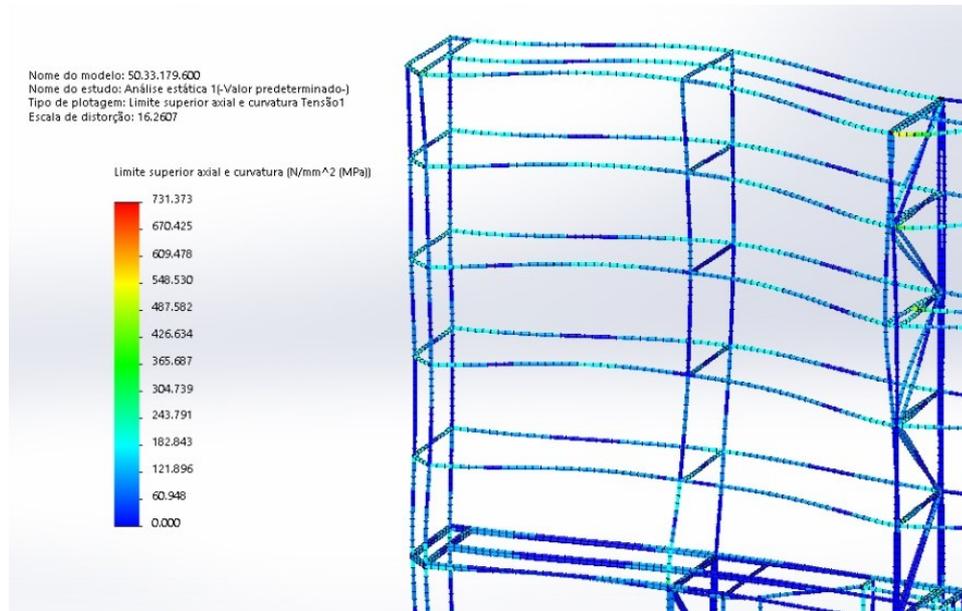
Figura 33 - Plotagem dos valores máximos de tensão – Parte Superior Direita



Fonte: Elaborado pelo Autor

Na figura 34 abaixo, foi criado um detalhe da parte superior esquerda. A tensão neste local ficou abaixo de 243MPa.

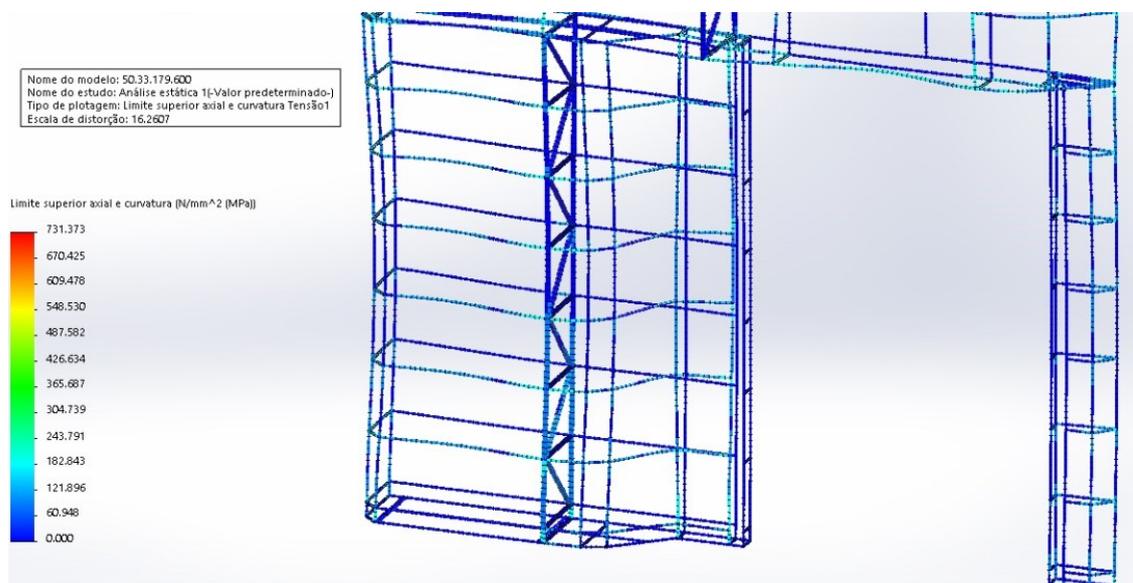
Figura 34 - Plotagem dos valores máximos de Tensão – Parte Superior Esquerda



Fonte: Elaborado pelo Autor

Na figura 35 abaixo, foi criado um detalhe da parte Inferior da estrutura. A tensão neste local também se mostrou abaixo de 243MPa.

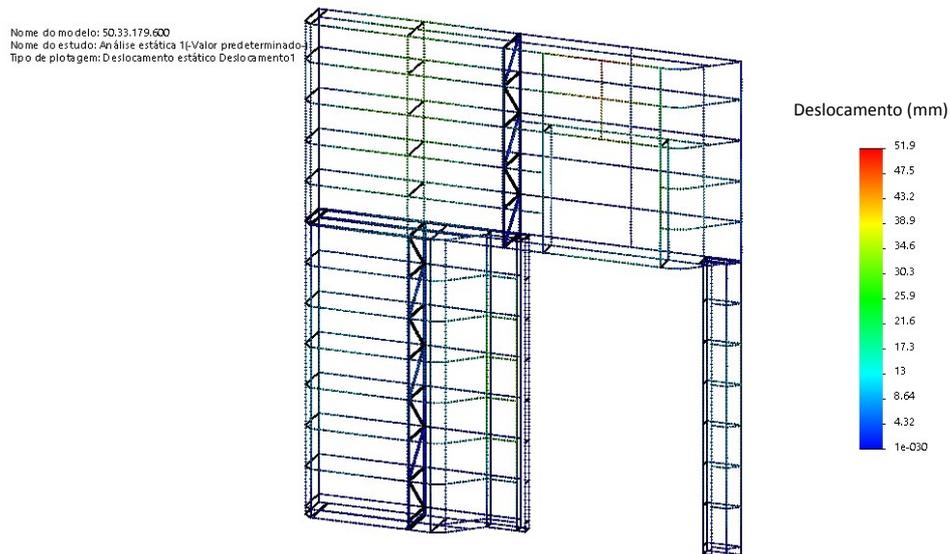
Figura 35 - Plotagem dos valores máximos de Tensão – Parte Inferior



Fonte: Elaborado pelo Autor

Na figura 36 abaixo, foi plotado o deslocamento. A figura é exibida completa para possibilitar uma visão global do deslocamento da estrutura.

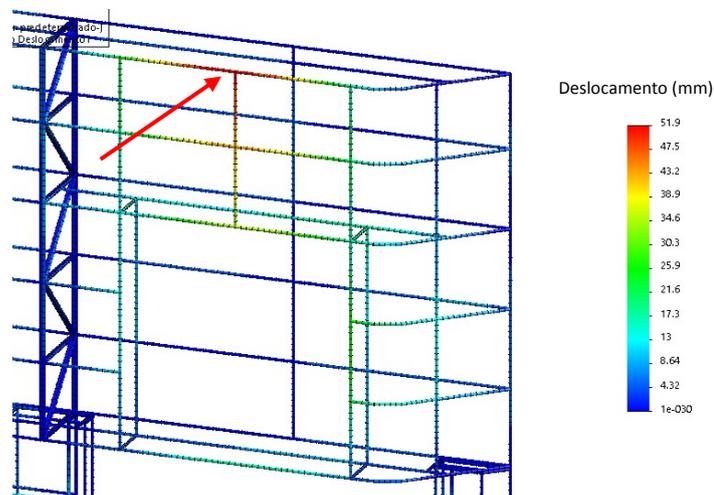
Figura 36 - Plotagem dos valores máximos de Deslocamento



Fonte: Elaborado pelo Autor

Na figura 37 abaixo, foi criado um detalhe da parte superior direita para melhorar a visualização do deslocamento da estrutura. A região que fica acima da janela, apresentou um deslocamento mais elevado em comparação com as demais chegando ao máximo de deslocamento apresentado, 51,9 mm.

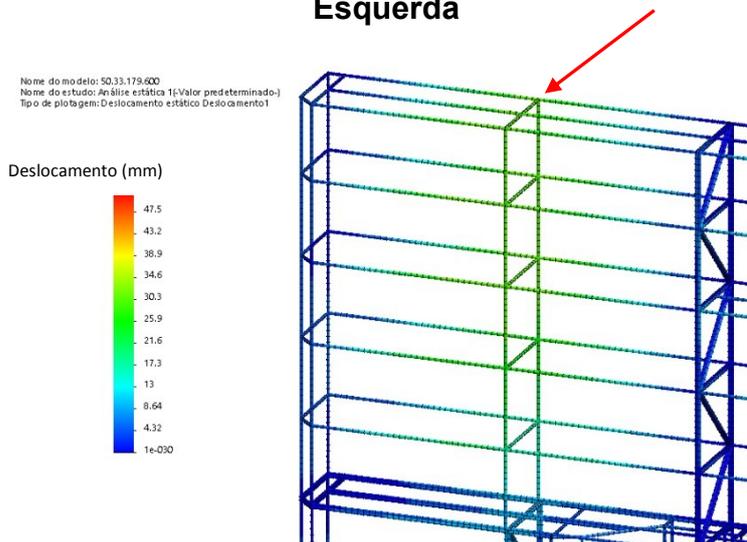
Figura 37 - Plotagem dos valores máximos de Deslocamento – Parte Superior Direita



Fonte: Elaborado pelo Autor

Na figura 38 abaixo, foi criado um detalhe da parte superior esquerda. A região central apresentou maiores deslocamentos, por volta de 34,6mm.

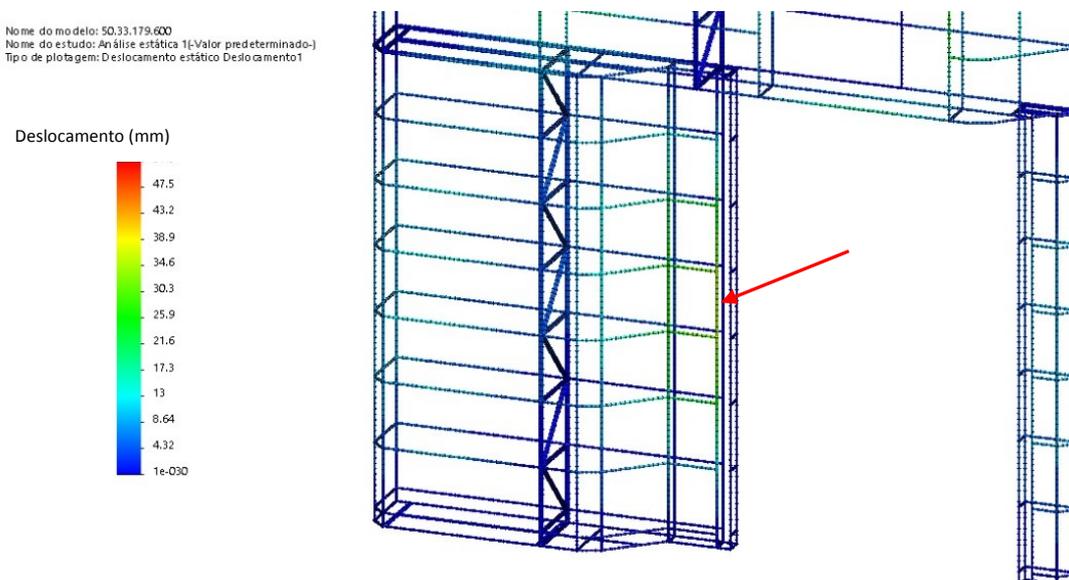
Figura 38 - Plotagem dos valores máximos de Deslocamento – Parte Superior Esquerda



Fonte: Elaborado pelo Autor

Na figura 39 abaixo, foi criado um detalhe da parte Inferior. A região assinalada pela seta apresentou valores mais elevados de deslocamento, mas podem ser desconsiderados devido que alguns tubos de travamento foram retirados da estrutura devido a uma falha de processamento para possibilitar a análise.

Figura 39 - Plotagem dos valores máximos de Deslocamento – Parte Inferior

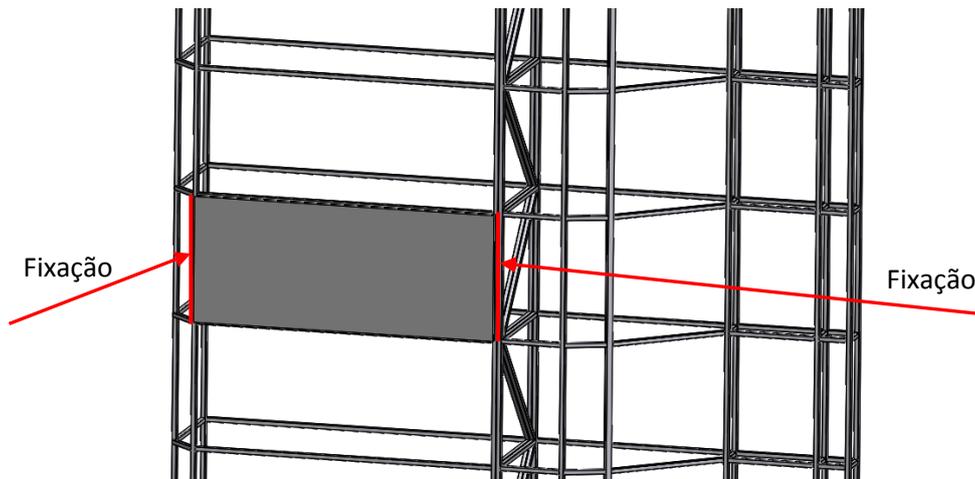


Fonte: Elaborado pelo Autor

4.3.3 Segundo estudo realizado

No segundo estudo, a força foi dividida proporcionalmente pela quantidade de barras no sentido vertical, simulando a fixação das chapas do revestimento nestas barras. Esta é a situação mais comum nesta montagem. A figura 40 abaixo exemplifica como são fixadas as chapas neste caso.

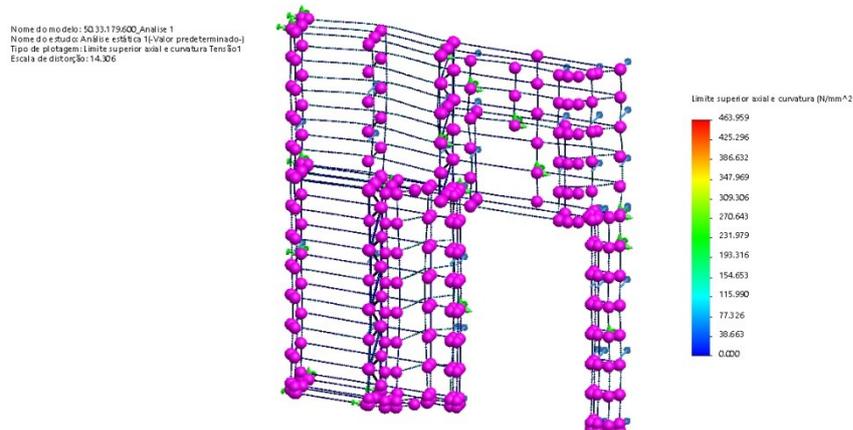
Figura 40 - Fixação das chapas do revestimento nas barras verticais



Fonte: Elaborado pelo Autor

A figura 41 abaixo mostra como foram definidas as restrições e forças no modelo bem como os nós da estrutura. As demais figuras referentes a este estudo estão no anexo 1 deste trabalho.

Figura 41 - Representação dos nós (bolinhas), forças (setinhas) e restrições (folhinhas) – Segundo Estudo



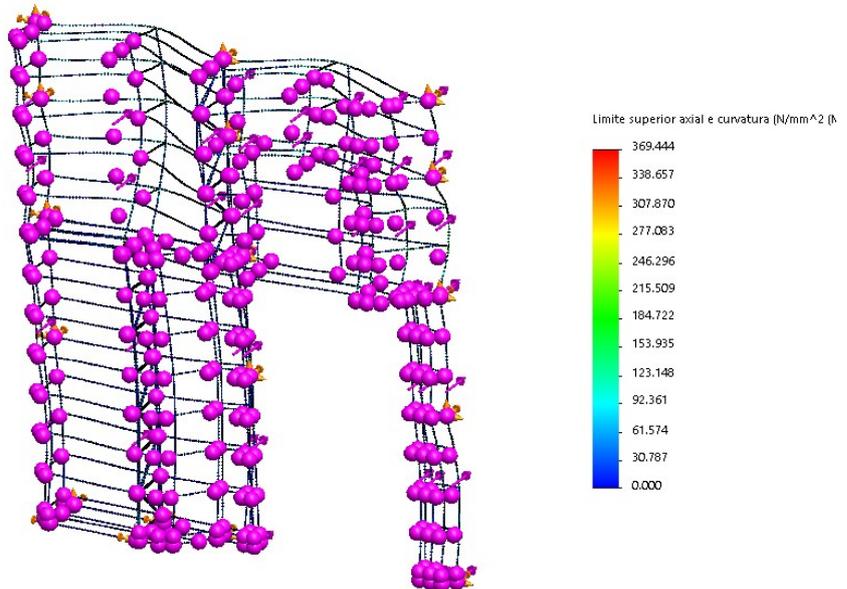
Fonte: Elaborado pelo Autor

4.3.4 Terceiro estudo realizado

No terceiro estudo, a força foi dividida proporcionalmente pela quantidade de barras no sentido vertical, simulando a fixação das chapas do revestimento nestas barras da mesma forma do segundo estudo. A diferença é que os pontos de fixação da parte traseira foram mais bem definidos e foi acrescentada uma carga na barra central na parte superior direita. A estrutura também teve algumas barras que foram acrescentadas em locais que apresentaram tensões elevadas e grandes deslocamentos no primeiro e segundo estudo. As barras acrescentadas haviam sido esquecidas no ato da criação do modelo, mas são existentes na estrutura real. A figura 42 abaixo mostra como foi feito o arranjo deste estudo, e as demais figuras estão no anexo 2 deste trabalho.

Figura 42 - Representação dos nós (bolinhas), forças (setinhas) e restrições (folhinhas) – Terceiro Estudo

Nome do modelo: 50.33.179.600_Analise 2
 Nome do estudo: Análise estática 1(-Valor predeterminado-)
 Tipo de plotagem: Limite superior axial e curvatura Tensão1
 Escala de distorção: 36,222



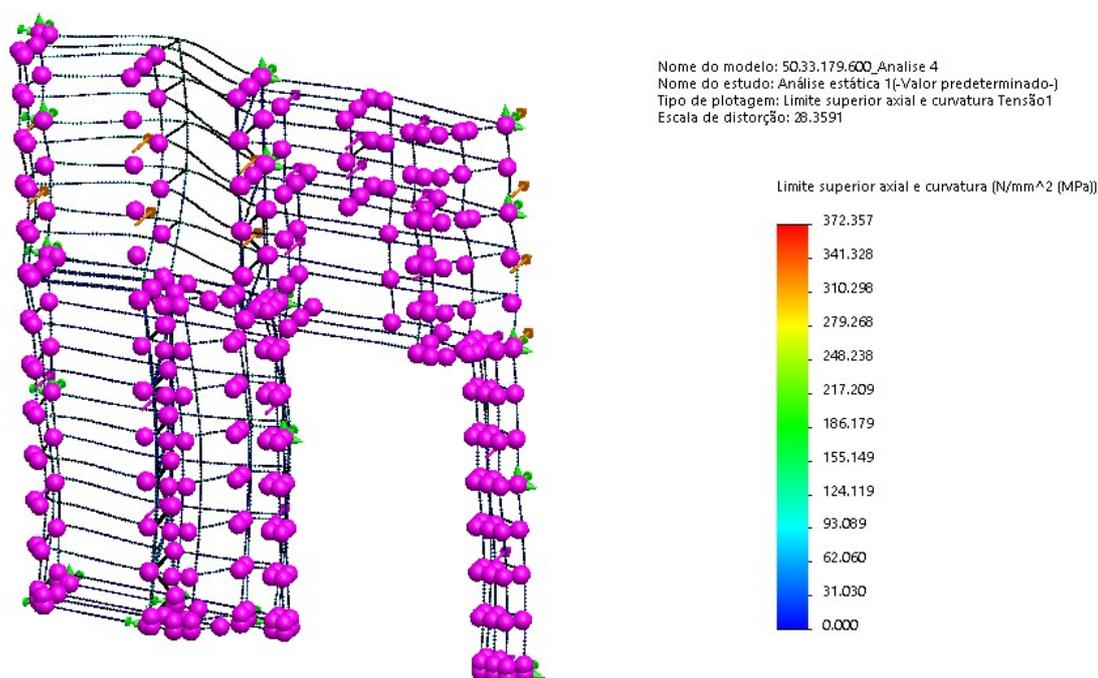
Fonte: Elaborado pelo Autor

Nos primeiros três estudos, a carga e a resistência utilizadas foram conforme os Estados Limites de Serviços (E.L.S).

4.3.5 Quarto estudo realizado

No quarto e quinto estudo, a carga e a resistência utilizada foram conforme os Estados Limites Últimos (E.L.U) conforme NBR 8800. A carga no quarto estudo foi definida de melhor maneira. A figura 43 abaixo mostra como foi feito o arranjo deste estudo, e as demais figuras estão no anexo 3 deste trabalho.

Figura 43 - Representação dos nós (bolinhas), forças (setinhas) e restrições (folhinhas) – Quarto Estudo

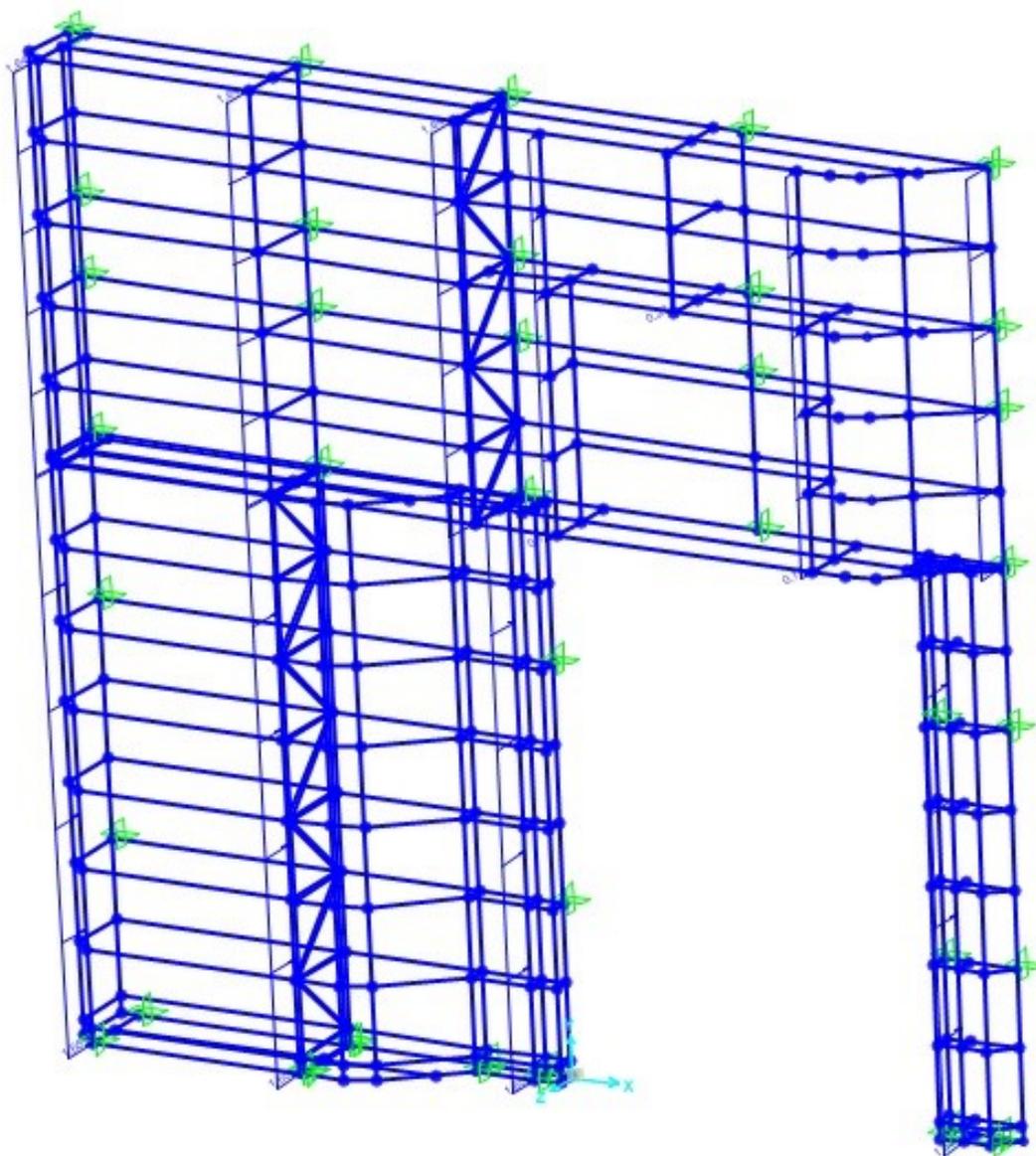


Fonte: Elaborado pelo Autor

4.3.6 Quinto estudo realizado

No quinto estudo, foram realizadas várias análises e foram definidos mais pontos de fixação ou apoios da estrutura com a alvenaria. Também foram realizadas as mesmas análises no *software* SAP 2000 para confirmar os resultados. A figura 44 abaixo mostra como foi feito o arranjo deste estudo, e as demais figuras estão no anexo 4 deste trabalho.

Figura 44 - Representação dos nós (bolinhas), forças (setinhas) e restrições (folhinhas) – Quinto Estudo



Fonte: Elaborado pelo Autor

5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DE RESULTADOS

Com intuito de facilitar a análise e discussão dos resultados, a parte referente aos valores de referência para tensão e deslocamento mostrados na tabela 6 do capítulo anterior serão reproduzidos na tabela 12 abaixo.

Tabela 12 - Valores de Referência para Tensão e Deslocamento Máximo

Valores de Referência para Tensão e Deslocamento Máximo na Estrutura calculados conforme NBR 8800		
Estado Limite	E.L.U	E.L.S
Resistência	320 MPa	350 MPa
Deslocamento Máximo da Estrutura	42mm	

Fonte: Elaborado pelo Autor

Nas primeiras três análises foram utilizados nos cálculos os valores nominais das ações e das resistências considerando os estados limites de serviço, em sua pior situação, conforme a norma NBR 8800.

Foi possível verificar que na primeira análise realizada as tensões apresentaram valores mais elevados atingindo um valor máximo de 731,4 MPa. Esse valor foi observado em regiões próximas das juntas, extremidades das barras. O deslocamento máximo medido foi de 51,9 mm. O estudo mostrou que as tensões poderiam ser reduzidas se ao invés das placas de revestimento serem fixadas nas barras horizontais fossem fixadas junto às barras verticais, pois essas barras possuem um travamento melhor.

Já no segundo estudo, as tensões tiveram uma redução significativa assinalando que a idéia de fixar o revestimento nas barras verticais seria a melhor solução para produzir tensões menores e reduzir os deslocamentos. O valor máximo da tensão caiu para 464 MPa e o deslocamento máximo ficou em 60,9mm. Este aumento no deslocamento máximo pode ser desconsiderado devido que barras de travamento tiveram que ser removidas da análise devido a um erro na simulação, sendo justamente neste local onde foi registrado o seu maior valor. Esta segunda análise mostrou que se fossem acrescentados alguns tubos de travamento, poderíamos reduzir as tensões e deslocamentos.

Para o terceiro estudo, foi acrescentada a estrutura alguns tubos que haviam sido esquecidos durante a sua modelagem. Após a análise, verificou-se que o valor

máximo da tensão caiu para 369 MPa e o deslocamento máximo para 23 mm. Nesta análise os valores se mostraram mais confiáveis porque as restrições no modelo foram mais bem definidas.

No quarto e quinto estudos, foram utilizados os valores das ações, resistências e deslocamentos nos estados limites últimos conforme a norma NBR 8800.

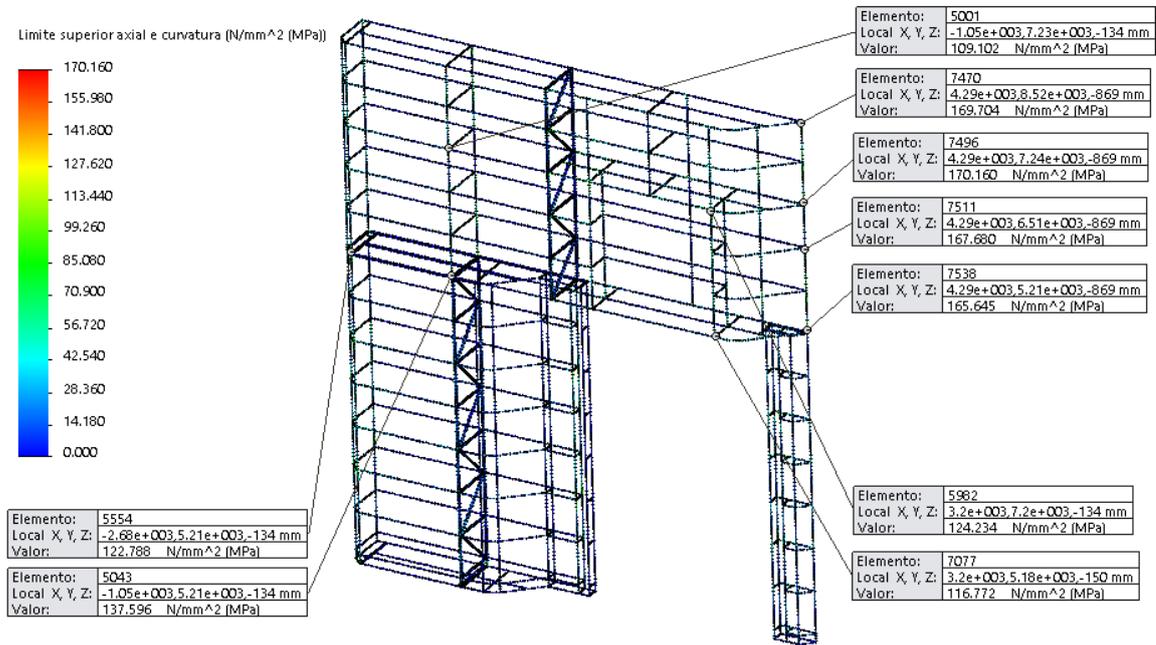
No quarto estudo, o valor máximo da tensão se manteve aproximadamente o mesmo, 372,2 MPa. O deslocamento teve um aumento de 23,2 para 29,6 mm, mas é devido a um valor de carga maior e um valor de resistência do material menor devido aos valores determinados para os estados limites últimos.

Os valores encontrados no quarto estudo ficaram bem próximos aos do terceiro. As melhorias executadas no modelo a cada estudo foram necessárias para representar de maneira mais fiel à situação prática real aumentando a qualidade dos resultados. Porém, foi constatado que o nível de tensão na estrutura, após o quarto estudo realizado, ainda estava um pouco elevado ultrapassando o limite de escoamento em alguns pontos. A solução encontrada para o problema seria aumentar a quantidade de pontos de fixação da estrutura com a alvenaria e melhorar sua distribuição. Com isso, esperava-se reduzir a tensão melhorando o fator de segurança do projeto.

De acordo com Norton (2004, Pag.44) o fator de segurança do projeto pode ser pensado como a medida de incerteza do projetista quanto a várias situações que estão contidas no projeto. Analisando as informações do projeto e utilizando o método orientativo apresentado no capítulo 2, chegou-se a conclusão que um fator de segurança razoável neste caso seria de pelo menos 2.

No quinto estudo verificou-se uma redução considerável da tensão na estrutura. A tensão máxima apresentou um valor de aproximadamente 170MPa e o deslocamento máximo baixou para 5,5mm. Os resultados foram satisfatórios visto que este valor de tensão gera um fator de segurança de aproximadamente 2 e o deslocamento máximo fica abaixo dos valores máximos recomendados que são de 21 à 42mm. A figura 45 abaixo mostra a plotagem dos valores de tensão da estrutura calculados através do *software* Solidworks 2014 com os pontos que apresentaram os maiores valores sendo destacados.

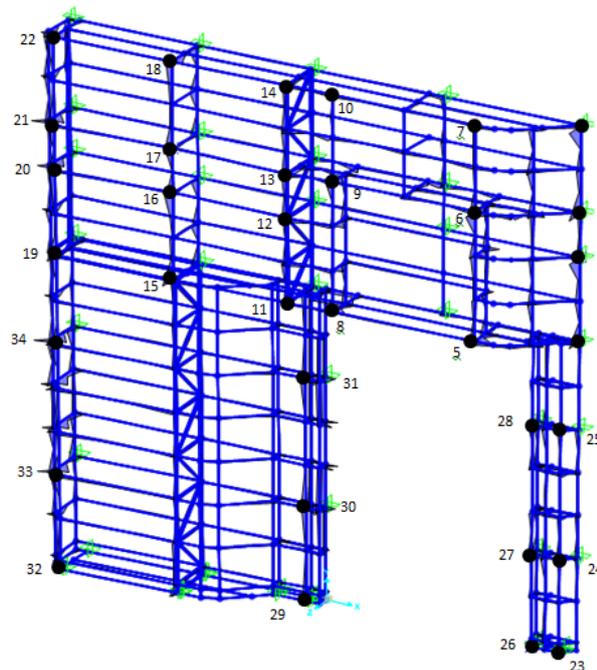
Figura 45 – Plotagem dos valores de Tensão na estrutura – Solidworks 2014



Fonte: Elaborado pelo Autor

O *software* SAP 2000 foi utilizado para verificar ou checar os resultados desta última avaliação. A figura 46 abaixo mostra alguns pontos que tiveram os valores de tensão da estrutura calculados através deste *software*.

Figura 46 – Pontos onde foram calculados valores de tensão - SAP 2000



Fonte: Elaborado pelo Autor

A tabela 13 abaixo mostra os valores calculados de tensão para os pontos levantados na figura acima. Os maiores valores foram destacados na cor vermelha.

Tabela 13 - Valores de Tensão para os pontos levantados - SAP 2000

Ponto	σ (Tensão) - Mpa	Ponto	σ (Tensão) - Mpa
1	165,12	18	71,40
2	165,46	19	117,10
3	152,45	20	81,85
4	150,03	21	88,63
5	119,48	22	88,64
6	130,10	23	31,70
7	57,10	24	35,86
8	65,96	25	34,56
9	89,30	26	24,12
10	41,67	27	47,30
11	40,40	28	47,50
12	79,68	29	36,00
13	60,11	30	67,33
14	50,60	31	62,88
15	138,10	32	74,60
16	97,50	33	85,88
17	113,82	34	84,90

Fonte: Elaborado pelo Autor

A tabela 14 abaixo mostra um comparativo dos valores calculados de tensão entre os *softwares* Solidworks 2014 x SAP2000. É possível verificar que os valores ficaram bem próximos

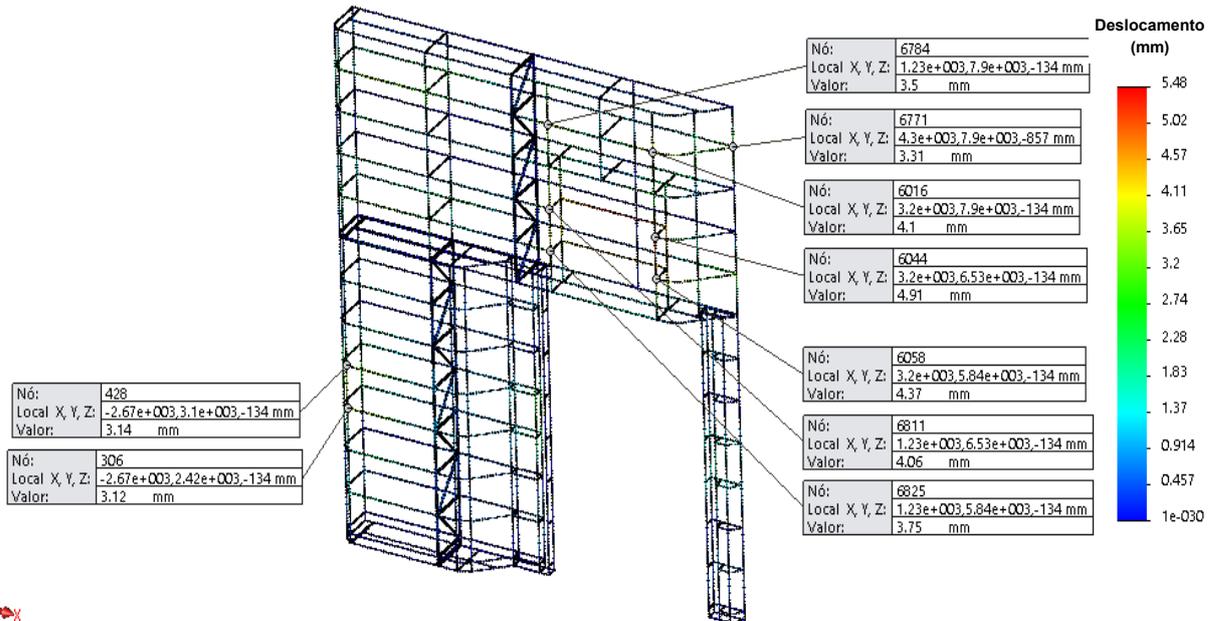
Tabela 14 - Tabela comparativa dos valores de tensão - Solidworks x SAP 2000

Comparativo Solidworks 2014 x SAP 2000			
Ponto	σ (Tensão) - Mpa		% Variação
	Solidworks 2014	SAP 2000	
1	169,70	165,12	-2,7%
2	170,16	165,46	-2,8%
3	167,68	152,45	-9,1%
4	165,64	150,03	-9,4%
5	116,77	119,48	2,3%
6	124,23	130,10	4,7%
15	137,59	138,10	0,4%
17	109,10	113,82	4,3%
19	122,79	117,10	-4,6%

Fonte: Elaborado pelo Autor

A figura 47 abaixo mostra a plotagem dos valores de deslocamento da estrutura calculados através do *software* Solidworks 2014 com os pontos que apresentaram os maiores valores sendo destacados.

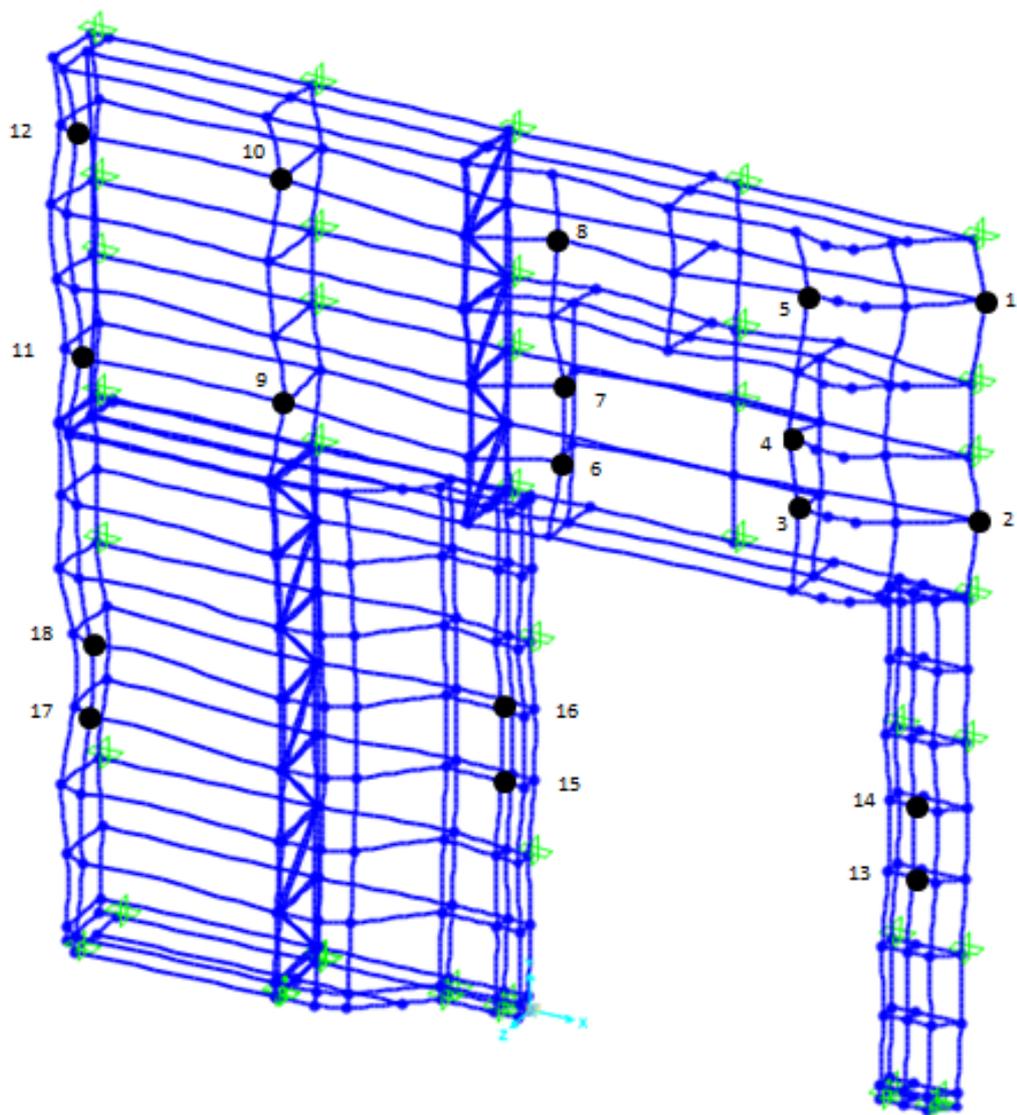
Figura 47 - Plotagem dos valores de deslocamento na estrutura – Solidworks 2014



Fonte: Elaborado pelo Autor

A figura 48 abaixo mostra alguns pontos que tiveram os valores de deslocamento da estrutura calculados através do SAP 2000.

Figura 48 - Pontos com valores maiores de deslocamento - SAP 2000



Fonte: Elaborado pelo Autor

A tabela 15 abaixo mostra os valores calculados de deslocamento para os pontos levantados na figura acima. Os maiores valores foram destacados na cor vermelha.

Tabela 15 - Valores de Deslocamento para os pontos levantados - SAP 2000

Ponto	Ux	Uy	Uz	UR
1	0,2068	0,0003	3,3936	3,3999
2	0,2316	0,0001	2,8478	2,8572
3	-1,1320	0,2282	-4,7205	4,8597
4	-2,2389	0,2149	-4,6996	5,2101
5	-0,2550	0,2086	-4,2844	4,2970
6	0,3061	0,1695	-3,2851	3,3037
7	0,3068	0,1614	-3,6335	3,6500
8	-0,2506	0,1579	-3,0824	3,0966
9	0,3092	-0,1467	-2,3486	2,3734
10	-0,2376	-0,1477	-2,7902	2,8042
11	0,3128	-0,0488	-1,9975	2,0224
12	-0,2284	-0,0720	-2,3274	2,3397
13	-0,0750	-0,0008	-1,5112	1,5131
14	-0,0736	-0,0058	-1,5042	1,5060
15	-0,2359	-0,0033	-1,8377	1,8528
16	-0,2323	-0,0224	-1,8452	1,8599
17	0,6617	-0,0186	-3,0270	3,0985
18	0,6757	-0,0339	-3,0400	3,1144

Fonte: Elaborado pelo Autor

A tabela 16 abaixo mostra um comparativo dos valores calculados de deslocamento entre os Softwares Solidworks 2014 x SAP2000. É possível verificar que os valores também ficaram bem próximos.

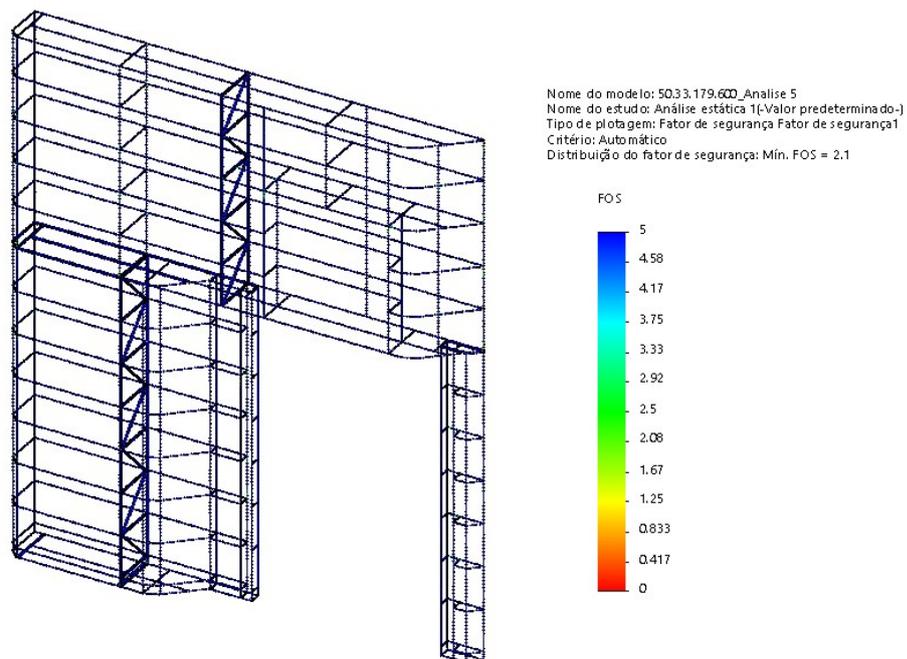
Tabela 16 - Tabela comparativa dos valores deslocamento - Solidworks x SAP 2000

Comparativo Solidworks 2014 x SAP 2000			
Ponto	d (Deslocamento) - mm		% Variação
	Solidworks 2014	SAP 2000	
1	3,31	3,40	2,7%
3	4,37	4,86	11,2%
4	4,91	5,21	6,1%
5	4,10	4,30	4,8%
6	3,75	3,30	-11,9%
7	4,06	3,65	-10,1%
8	3,50	3,10	-11,5%
17	3,12	3,10	-0,7%
18	3,14	3,11	-0,8%

Fonte: Elaborado pelo Autor

A figura 49 abaixo mostra a plotagem dos valores mínimos do fator de segurança na estrutura calculados através do *software* Solidworks 2014.

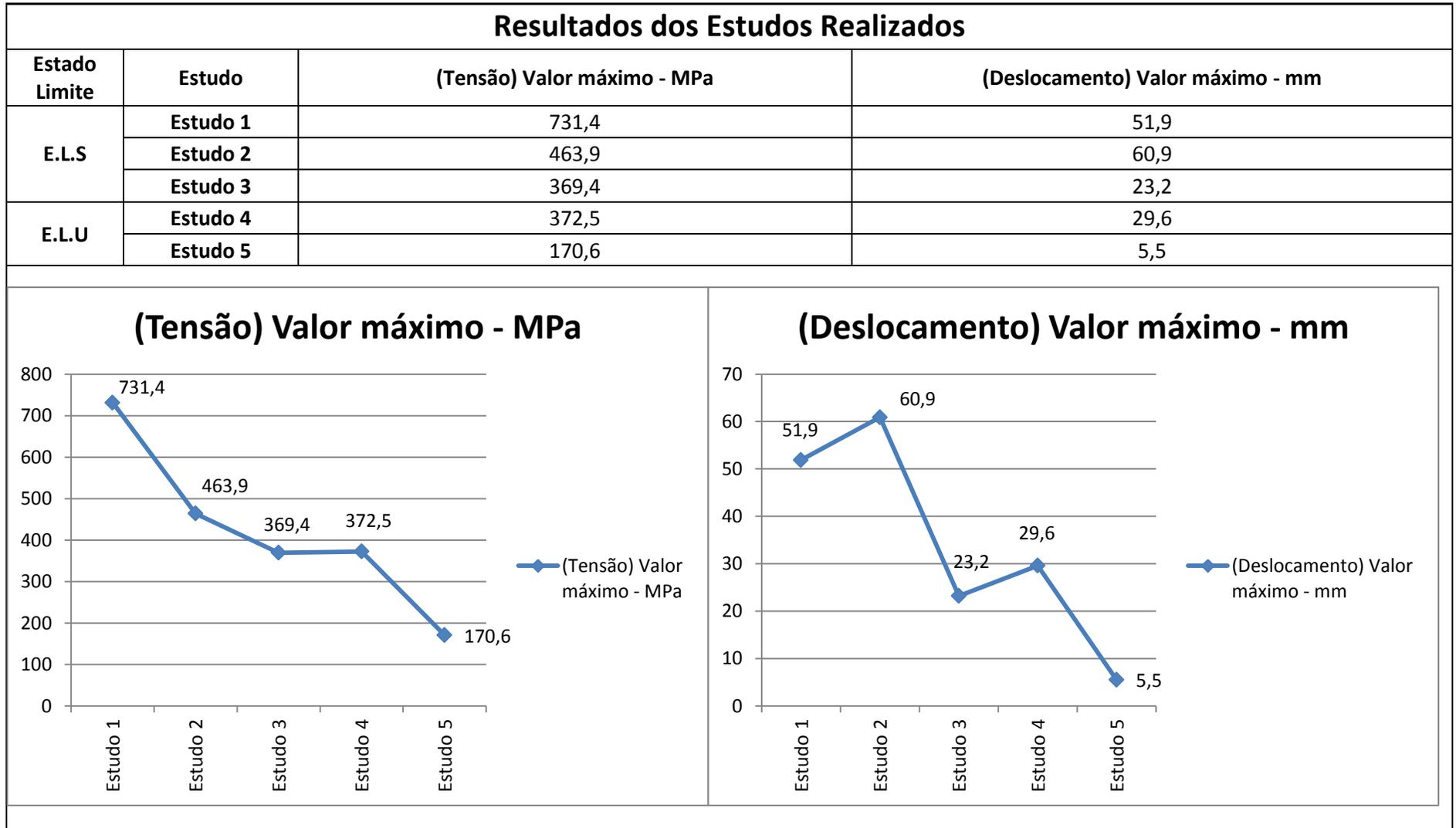
Figura 49 - Plotagem dos valores mínimos do fator de segurança na estrutura – Solidworks 2014



Fonte: Elaborado pelo Autor

A figura 50 abaixo mostra o resumo dos resultados obtidos nos cinco estudos realizados.

Figura 50 - Resultados dos cinco estudos realizados



Fonte: Elaborado pelo Autor

6 CONCLUSÃO

A pesquisa possibilitou a aquisição de conhecimentos fundamentais para análise estrutural do pórtico de programação visual. A cada estudo realizado foi possível melhorar o modelo, a precisão das hipóteses geradas possibilitando desta forma atingir bons resultados.

Ficou claro no primeiro e segundo estudos realizados que a fixação das chapas do revestimento nos tubos horizontais causa tensões mais elevadas e maiores deslocamentos devido ao travamento insuficiente da estrutura nesta direção, o que recomenda a fixação destas chapas nos tubos verticais; na prática é feito desta forma. Os resultados destes estudos não foram tão bons devido a alguns erros no processo de análise sendo necessária a remoção de algumas barras de travamento para possibilitar o processamento da análise comprometendo alguns valores de tensão e deslocamento.

O terceiro estudo mostrou a melhoria na rigidez da estrutura após a correção do modelo estrutural e melhor definição dos pontos de fixação da estrutura com a alvenaria.

No quarto estudo, a confiabilidade dos resultados foi ainda melhor devido que as cargas foram mais bem definidas, ou seja, os valores aplicados em cada barra foram verificados e corrigidos conforme foi necessário. Os valores das tensões e deslocamentos do terceiro e quarto estudo foram muito próximos. Neste estudo verificou-se que a tensão e o deslocamento só apresentaria uma queda ainda maior caso fossem acrescentados mais pontos de fixação com a alvenaria e esses pontos fossem distribuídos de forma apropriada.

No quinto estudo, após a definição de novos pontos de fixação, verificou que a tensão e o deslocamento apresentaram uma queda considerável ficando dentro dos valores aceitáveis. Os valores foram checados através da comparação com o Software SAP 2000 e ficaram bem próximos validando os resultados encontrados.

Ao final deste estudo observa-se que a estrutura apresenta um dimensionamento satisfatório desde que as chapas do revestimento sejam fixadas nas barras verticais que possuem melhor travamento e que sejam utilizados no mínimo 28 pontos de fixação da estrutura com a alvenaria. Desta forma a estrutura se encontra

dimensionada de forma que não compromete a segurança e nem a qualidade do produto.

Uma sugestão que fica para uma pesquisa posterior e mais aprofundada seria uma análise de segunda ordem considerando a geometria da estrutura deformada ou até mesmo um estudo envolvendo a possibilidade de fadiga devido à variação da carga de vento sobre a estrutura.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALEANDRI, G.A. e outros. Solução da Equação Característica na Análise Dinâmica de um Pórtico Plano utilizando o Método Newton-Raphson, **REEC – revista Eletrônica de Engenharia Civil**, Volume 6, Nº1, 1-8, 2013;

ALVARENGA, A. R.; SILVEIRA R.A.M. **A Configuração Geométrica Inicial na Análise Avançada de Portais Planos de Aço**, REM: R. Esc. Minas, Ouro Preto, 59(2): 185 - 197, abr./jun. 2006;

Associação Brasileira de Normas Técnicas - ABNT NBR 6120. **Cargas para o Cálculo de Estruturas de Edificações**, 1º Edição, 1980, 6 Páginas;

Associação Brasileira de Normas Técnicas - ABNT NBR 6123. **Forças Devidas ao Vento em Edificações**, 1º Edição, 1988, 66 Páginas;

Associação Brasileira de Normas Técnicas - ABNT NBR 8800. **Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edifícios**, 2º Edição, 2008, 247 Páginas;

AYHAN, A. O., GENEL, K. e EKSI S. Simulation of nonlinear bending behavior and geometric sensitivities for tubular beams with fixed supports. **Thin-Walled Structures** 51 (2012) 1-9.

AZEVEDO, A. F. M. **Método dos Elementos Finitos**, 1º Edição, 2003, 258 Páginas;

BEER, F.P. e JOHNSTON Jr E. R.; **Resistência dos Materiais**, 3º Edição, MAKRON Books, São Paulo, 1996.

BRANCO, R.H.F. et. al. Automação do Projeto de Pórticos Metálicos Planos Constituídos de Barras Tubulares, **II Congresso Internacional da Construção Metálica – II CICOM**, 2002;

BRAZ, CÉSAR M.T.; BARROS, R.M. Estudo Preliminar Sobre o Desempenho Sísmico de Pórticos Metálicos Contraventados a partir de Análises Estáticas Não-Lineares (Pushover), **CMNE/CILAMCE**, 2007;

CARPINTERI, A. e CORRADO, M. Upper and lower bounds for structural design of RC members with ductile response, **Engineering Structures**, Volume 33, Issue 12, December 2011, Pages 3432–3441.

CHAMBERLAIN, P. Z. M. **Projeto e Cálculo de Estruturas de Aço**, Editora Elsevier, 1º Edição, 2013, 238 Páginas;

CHEN, W.F. Structural stability: from theory to practice, **Engineering Structures**, Volume 22, Issue 2, February 2000, Pages 116 – 122

DEL COZ DÍAZ, J. J. e outros. Non-Linear buckling analysis of a self-weighted metallic roof by FEM. **Mathematical and Computer Modelling** 51 (2010) 216-228.

DIAS, R.P.; WAIDEMAM L.; HIROTOMI, V.I.W. Comportamento Elástico via Método dos Elementos Finitos, **SICITE XVII Seminário de Iniciação Científica e Tecnológica da UTFPR**, 2012;

DONG, J. e SAUSE, R. Finite Element Analysis of curved steel girders with tubular flanges. **Engineering Structures** 32 (2010) 319-327.

ELSAWAF, S., WANG, Y. C. e MANDAL, P. Numerical modelling of restrained structural subassemblies of steel beam and CFT columns connected using reverse channels in fire. **Engineering Structures** 33 (2011) 1217 -1231.

FABEANE, R.; MARCON, E.; CHAMBERLAIN, PRAVIA Z.M. Avaliação de Projetos de Estrutura de Aço usando Análise Estrutural em Duas e Três Dimensões, **Revista CIATEC – UPF**, vol.3 (2), p.p.32-43, 2011;

FÉODOSIEV, V. **Resistência dos Materiais**, Edições Lopes da Silva, Porto, Portugal, 1977.

GALVÃO, A.S. e outros. **Estabilidade e Vibração Não-Linear de Pórticos em Aço usados em Galpões Industriais: Análise Paramétrica**, REM: R. Esc. Minas, Ouro Preto, 66(4), 417-424, out. dez. | 2013;

GONÇALVES, G.A.; SILVA, A.R.D.; SILVEIRA, R.A.M. Avaliação do Comportamento Inelástico de Colunas e Pórticos Metálicos com Flexão em Torno do Eixo de Menor Inércia, **Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería**, 2014.

GRECO, M.; VICENTE, C.E.R. **Soluções Analíticas para Treliças Geometricamente não Lineares**, REM: R. Esc. Minas, Ouro Preto, 62(2): 205-214, abr. jun. 2009;

GRECO, M. e outros. Análise Dinâmica Não-Linear Geométrica de uma Viga Treliçada, **Nono Simpósio de Mecânica Computacional**, 2010;

HAEDIR, J. e outros. Non-linear analysis to predict the moment–curvature response of CFRP-strengthened steel CHS tubular beams. **Thin-Walled Structures** 49 (2011) 997-1006.

LA ROVERE, H.L.; SCHNEIDER, A. F. ANEST- Programa Educacional para Análise de Estruturas Reticuladas, **XIV Simpósio Brasileiro de Informática na Educação - NCE - IM/UFRJ**, 2003;

LAVALL, A.C.C. e outros. Análise Avançada de Pórticos de Aço Conforme as Prescrições da ABNT NBR 8800:2008, **Revista da Estrutura de Aço**, Volume 2. Número 3 (Dezembro/2013). P. 146-165;

MAROTTI DE SCIARRA, F. A consistent approach to continuum and discrete rate elastoplastic structural problems, **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, Volume 137, Issues 3–4, 15 November 1996, Pages 207–238.

MARQUES FILHO, S.J.P.J.; HOROWITZ, B. **Modelação da Flexibilidade de Nós Concêntricos de Pórticos em Concreto Armado**, Volume 6, Number 3 (June 2013) p. 360-374, 2013;

MARTHA, L. F. **Análise de Estruturas: Conceitos e Métodos Básicos**, Editora Campus, 1º Edição, 2010, 536 Páginas;

MENIN, R.C.G.; TAYLOR, W.M.S. Análise Não-Linear Geométrica de Pórticos Espaciais utilizando uma Formulação Co-Rotacional, **Jornadas Sud-Americanas de Ingeniería Estructural**, Mendoza, 2004;

MENIN, R.C.G.; TAYLOR W.M.S. Resposta Pós-Crítica de Pórticos Planos Discretizados com Elementos de Viga de Euler-Bernoulli utilizando uma Formulação Co-Rotacional, **XXIV Iberian Latin-American Congress On Computational Methods in Engineering (CILAMCE)**, 2003;

MOTA, L. e outros. Modelação de Ligações na Análise Sísmica de Pórticos Metálicos, **VII Congresso de Construção Metálica e Mista**, 2009;

NORTON, Robert. L. **Projeto de Máquinas: Uma abordagem integrada**. 2º edição, 2004, X páginas

RODRIGUES, H. e outros. Interface Gráfico para Análise Não-Linear de Pórticos Planos Sujeitos a Cargas Dinâmicas e/ou Estáticas, **Métodos Computacionais em Engenharia**, Portugal, 2004;

SALAJEGHEH, E. Structural optimization using response approximation and optimality criteria methods, **Engineering Structures**, Volume 19, Issue 7, July 1997, Pages 527–532.

SANTOS, R.S.; MEDEIROS MARQUES F.; FILGUEIRAS, J.M. Uma Estratégia para Análise Estática de Pórticos Planos e Espaciais utilizando-se o Método dos Elementos de Contorno, **Nono Simpósio de Mecânica Computacional**, 2010;

SAVIO, D. e outros. Um Sistema Não-Linear para Análise de Pórticos Planos Semi-Rígidos, **Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural**, Passo Fundo, v.2, n.1, p.97-125, jan./abr. 2005; REM: R. Esc. Minas, Ouro Preto, 59(2): 185-197, abr. jun. 2006;

SCAPPATICCI, L. e outros. Dynamic Effects of Wind Loads on a Gravity Damper, **Procedia Engineering**, XXIII Italian Group of Fracture Meeting, IGFXIII, Volume 109, 2015, Pages 162–170.

SOLIDWORKS, 2014. Simulation Module: **Reference Manual**, SolidWorks, EUA.

SOUZA, M.G.Q.; FRANCO, R.H.F.; REQUENA, J.A.V. Automação e Otimização CAD/CAE no Projeto de Estruturas Metálicas Planas, utilizando Perfis Tubulares, **Disponível em:** <http://www.estruturas_tubulares.com>, Acesso em: 23 Maio, 2015.

Souza, R. M. O Método dos Elementos Finitos Aplicado ao Problema de Condução de Calor – Apostila utilizada pelo Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará – Belém – 2003.

TALEI-FAZ, B., BRENNAN, F.P. E DOVER, W.D. Residual static strength of high strength steel cracked tubular joints. **Marine Structures** 17 (2004) 291-309.

TIMOSHENKO, S.P. e GERE, J.E., **Mecânica dos Sólidos**, Vol. 1, Livros Técnicos e Científicos, Rio de Janeiro, 1994.

TIMOSHENKO, S.P. e GOODIER, J.N., **Teoria da Elasticidade**, Terceira Edição, Guanabara Dois, Rio de Janeiro, 1980.

TRAVANCA, J. e HAO, H. Numerical analysis of steel tubular member response to ship bow impacts. **International Journal of Impact Engineering** 64 (2014) 101 – 121.

Varum, H. e outros. Simplified models for assessment and optimal redesign of irregular planar frames, **Engineering Structures**, Volume 42, September 2012, Pages 245–257.

WEST, H.H. **Analysis of Structures: An Integration of Classical and Modern Methods**, Segunda Edição, John Wiley & Sons, Nova Iorque, 1989.

WHITE, R.N., GERGELY, P. e SEXSMITH, R.G., Structural Engineering – Combined Edition – Vol. 1: **Introduction to Design Concepts and Analysis** – Vol. 2: Indeterminate Structures, John Wiley & Sons, New York, 1976.

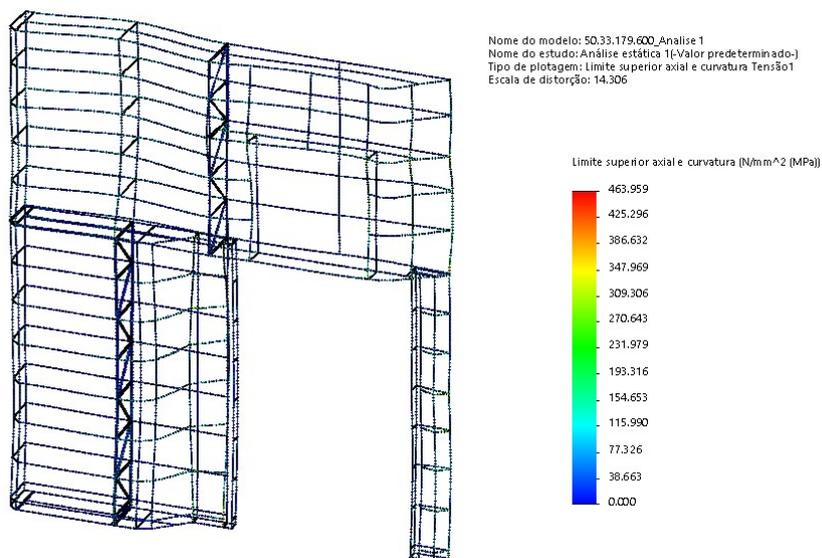
WILSON, E.L. (1996) “**SAP2000 PLUS - Integrated Finite Element Analysis and Design of Structures**”, Version 6.11, Computers & Structures, Inc., Berkeley, California, U.S.A.

ANEXOS

Os anexos de 1 a 4 a seguir trazem as imagens dos estudos 2, 3, 4 e 5 realizados.

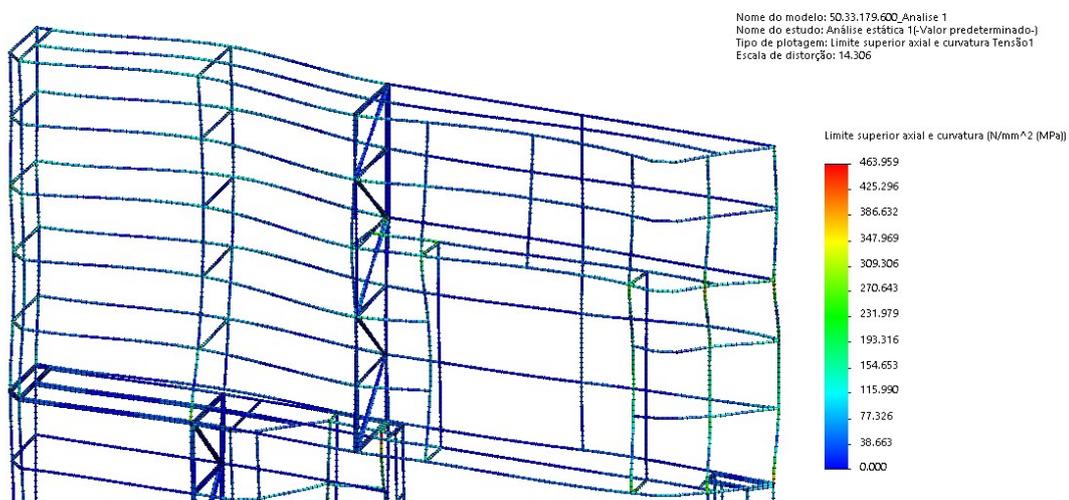
Anexo 1 – Segundo estudo realizado

Figura 51 - Plotagem dos valores máximos de Tensão (Estudo 2)



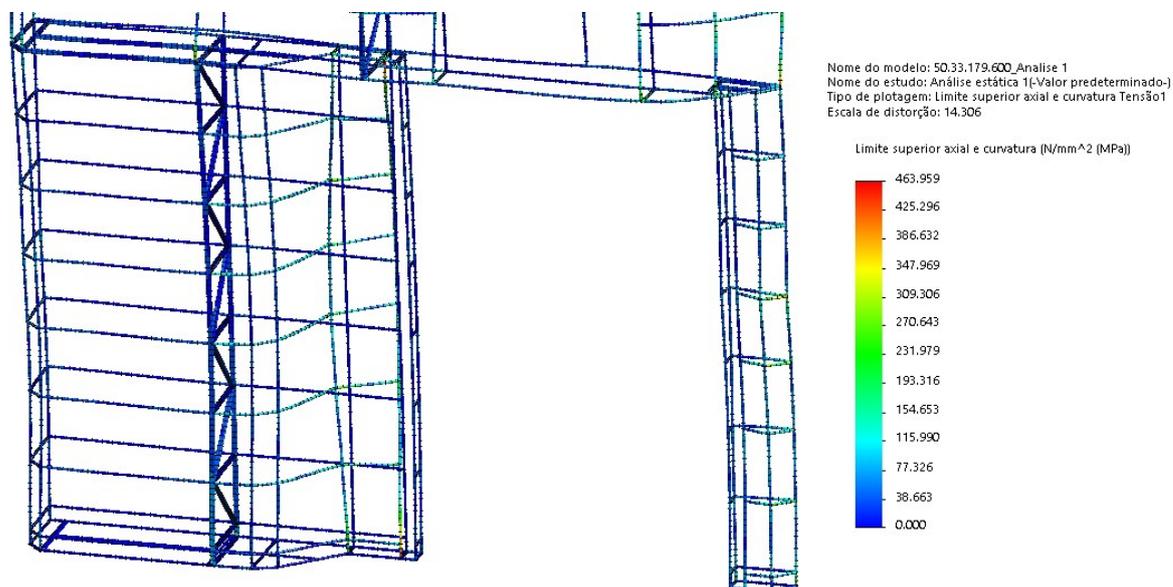
Fonte: Elaborado pelo Autor

Figura 52 - Plotagem dos valores máximos de Tensão – Parte Superior (Estudo 2)



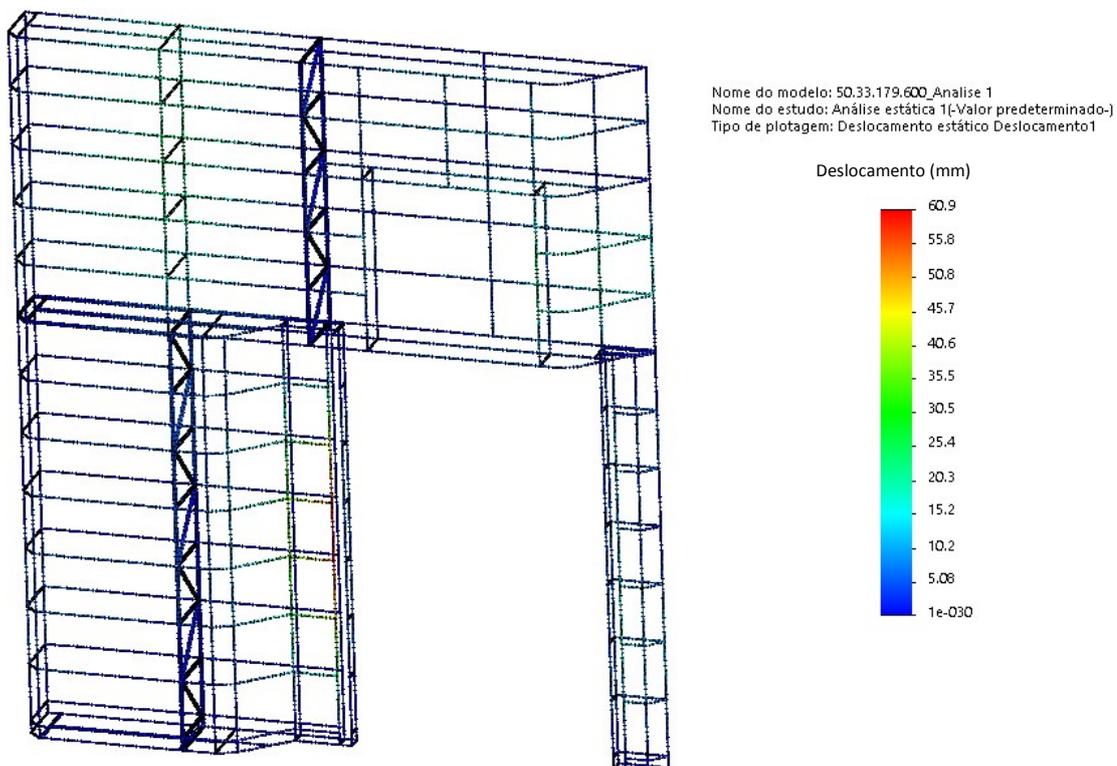
Fonte: Elaborado pelo Autor

Figura 53 - Plotagem dos valores máximos de Tensão – Parte Inferior (Estudo 2)



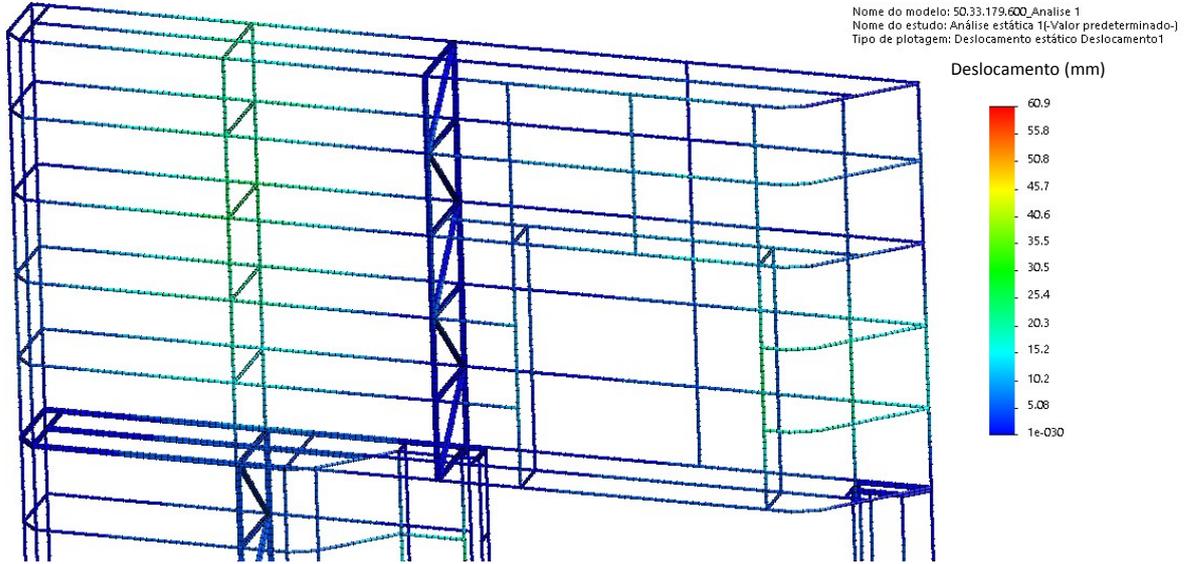
Fonte: Elaborado pelo Autor

Figura 54 - Plotagem dos valores máximos de Deslocamento (Estudo 2)



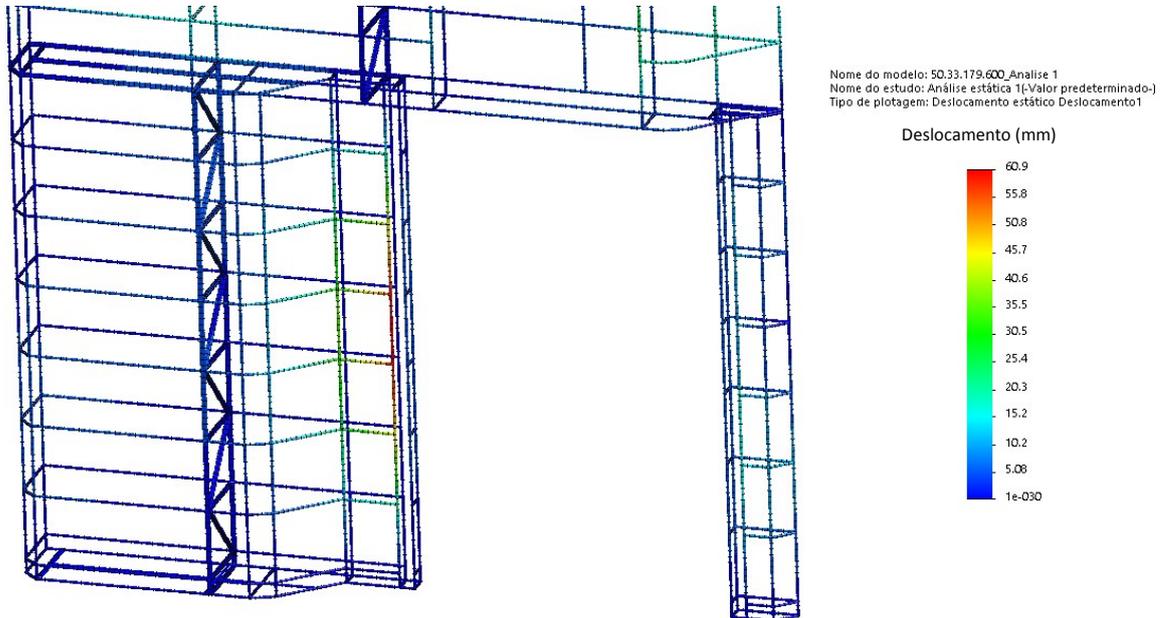
Fonte: Elaborado pelo Autor

Figura 55 - Plotagem dos valores máximos de Deslocamento – Parte Superior (Estudo 2)



Fonte: Elaborado pelo Autor

Figura 56 - Plotagem dos valores máximos de Deslocamento – Parte Inferior (Estudo 2)

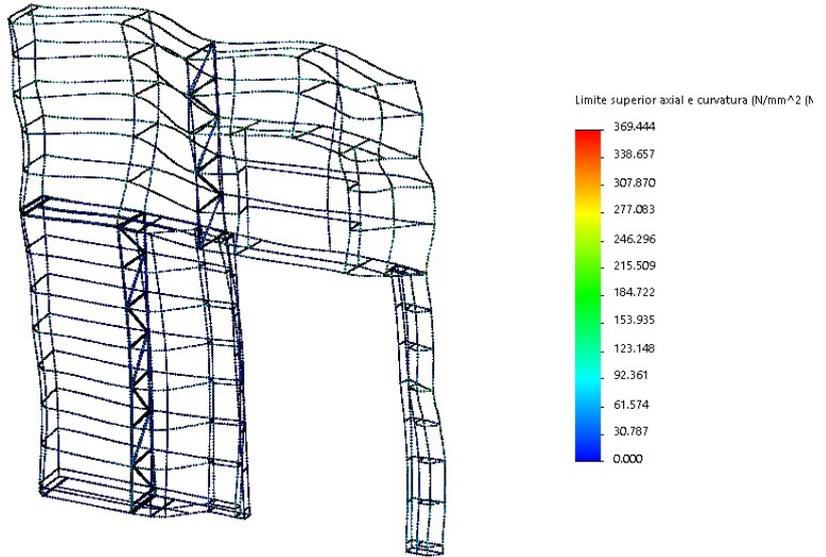


Fonte: Elaborado pelo Autor

Anexo 2 – Terceiro estudo realizado

Figura 57 - Plotagem dos valores máximos de Tensão (Estudo 3)

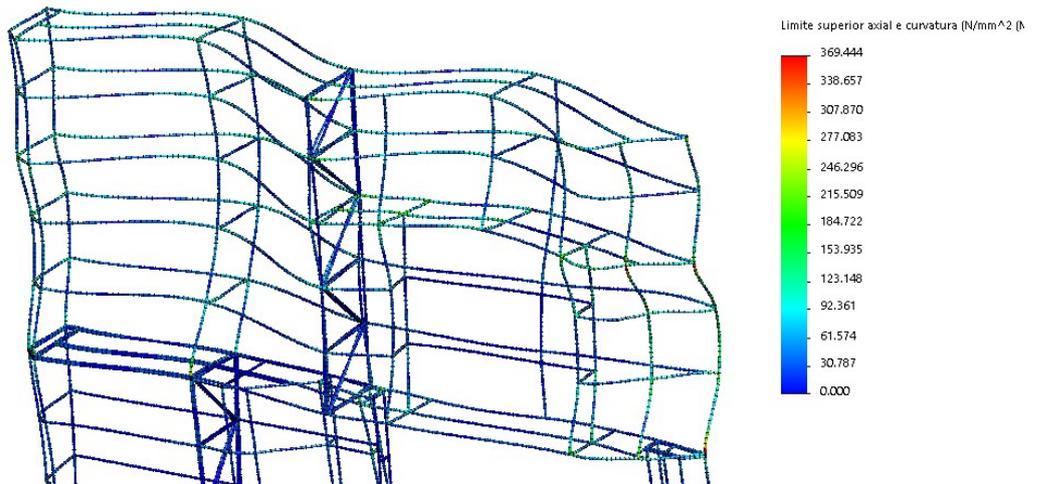
Nome do modelo: 50.33.179.600_Analise 2
Nome do estudo: Análise estática 1(Valor predeterminado-)
Tipo de plotagem: Limite superior axial e curvatura Tensão1
Escala de distorção: 36.222



Fonte: Elaborado pelo Autor

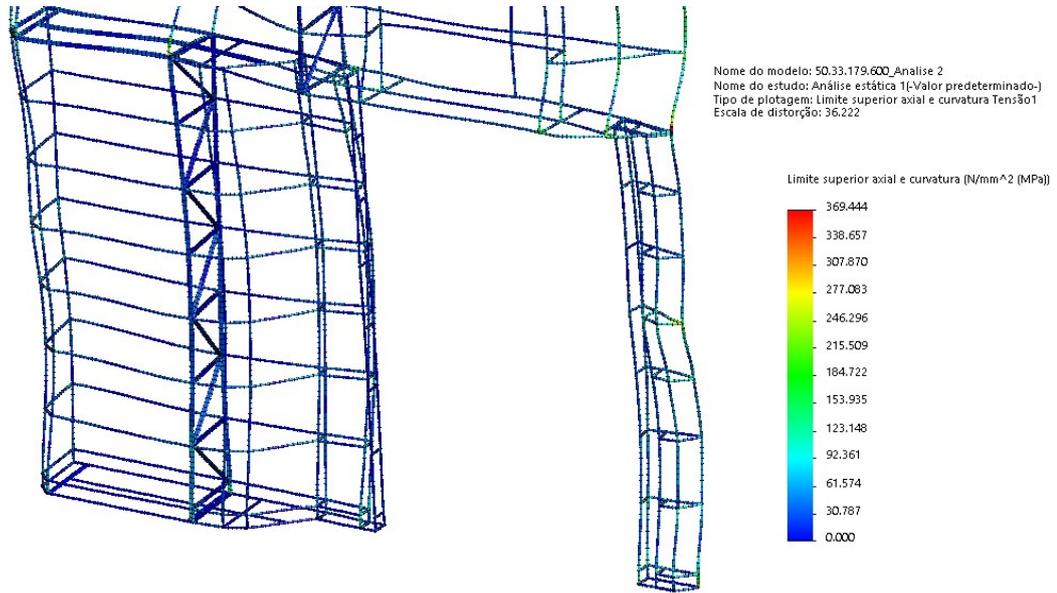
Figura 58 - Plotagem dos valores máximos de Tensão – Parte Superior (Estudo 3)

Nome do modelo: 50.33.179.600_Analise 2
Nome do estudo: Análise estática 1(Valor predeterminado-)
Tipo de plotagem: Limite superior axial e curvatura Tensão1
Escala de distorção: 36.222



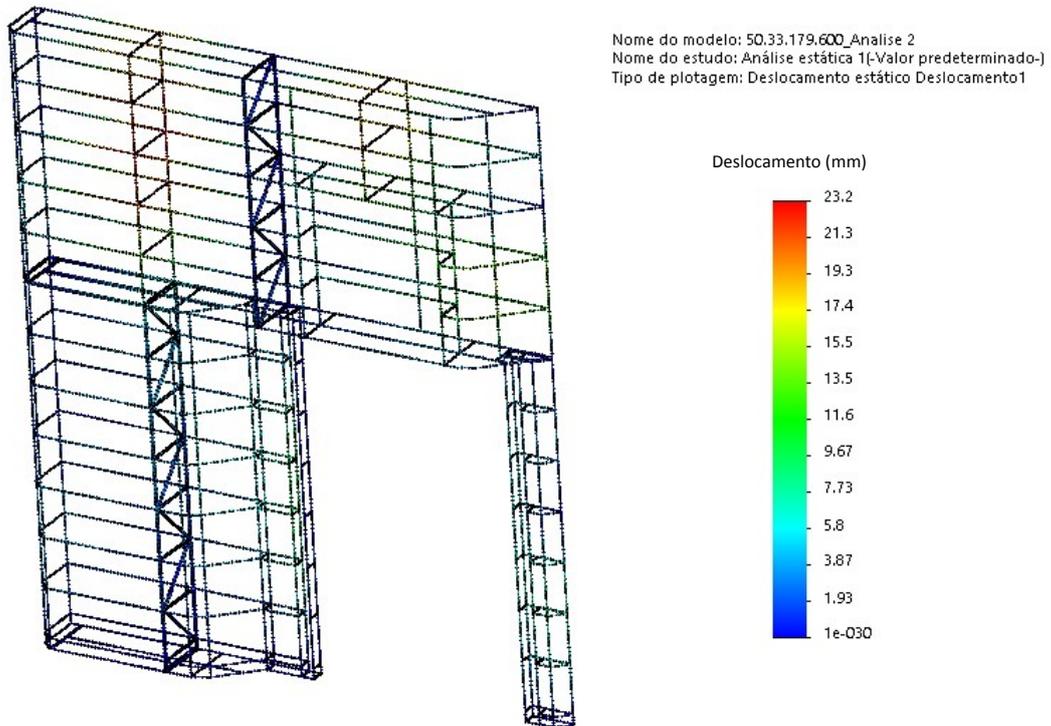
Fonte: Elaborado pelo Autor

Figura 59 - Plotagem dos valores máximos de Tensão – Parte Inferior (Estudo 3)



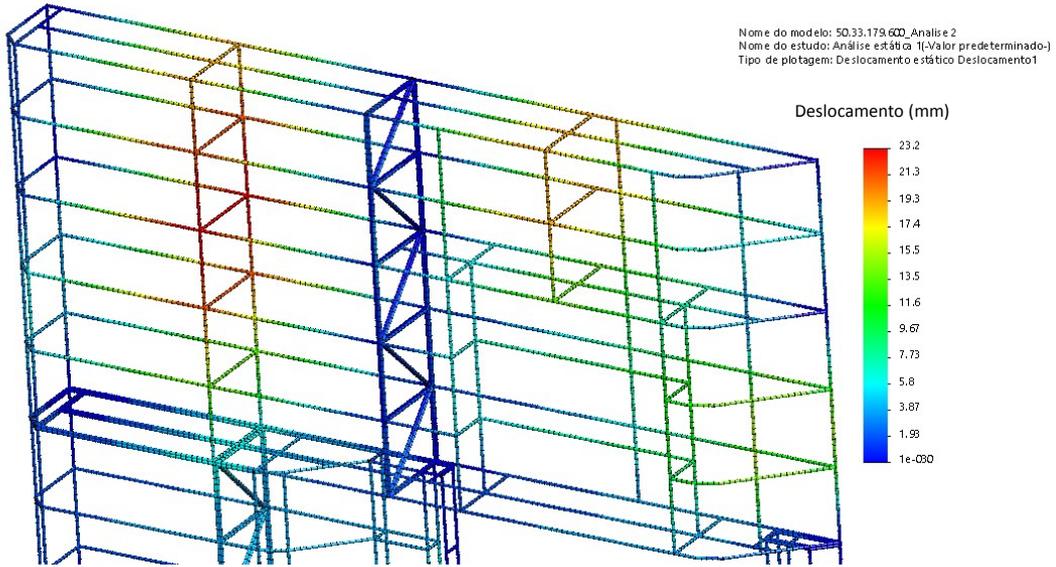
Fonte: Elaborado pelo Autor

Figura 60 - Plotagem dos valores máximos de Deslocamento (Estudo 3)



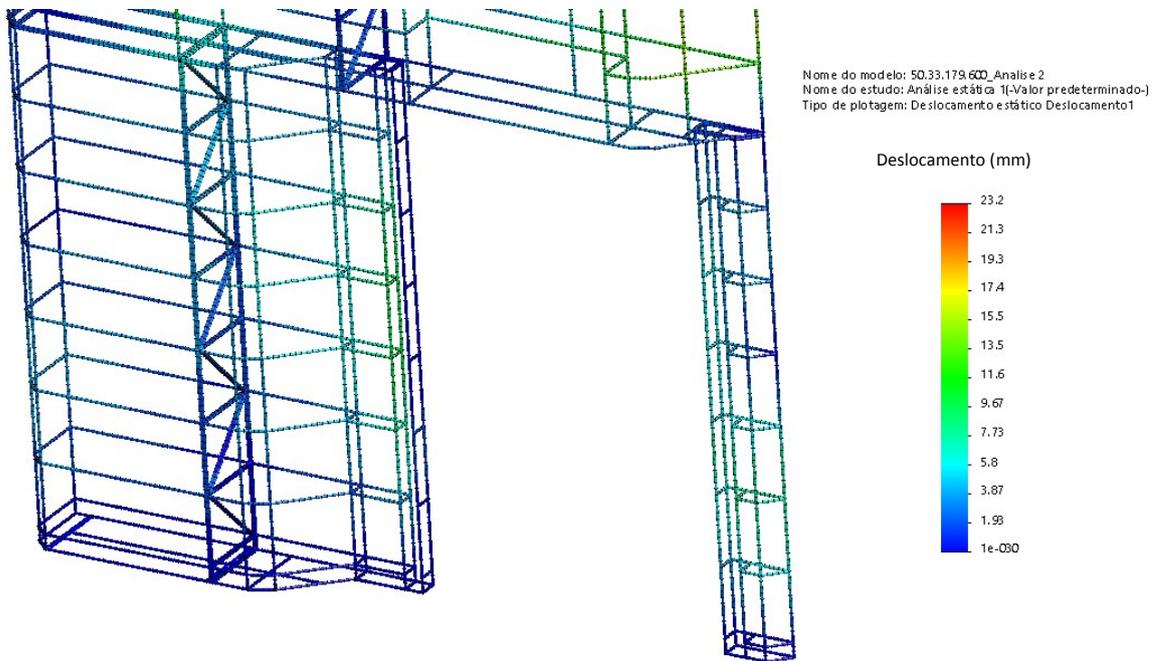
Fonte: Elaborado pelo Autor

Figura 61 - Plotagem dos valores máximos de Deslocamento – Parte Superior (Estudo 3)



Fonte: Elaborado pelo Autor

Figura 62 - Plotagem dos valores máximos de Deslocamento – Parte Inferior (Estudo 3)



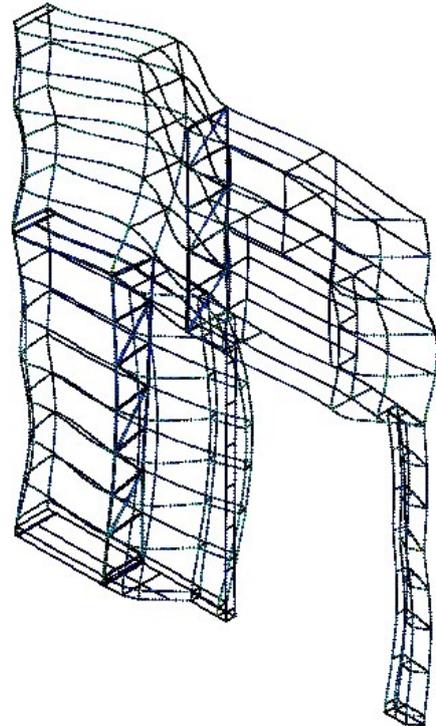
Fonte: Elaborado pelo Autor

Anexo 3 – Quarto estudo realizado

Figura 63 - Plotagem dos valores máximos de Tensão (Estudo 4)

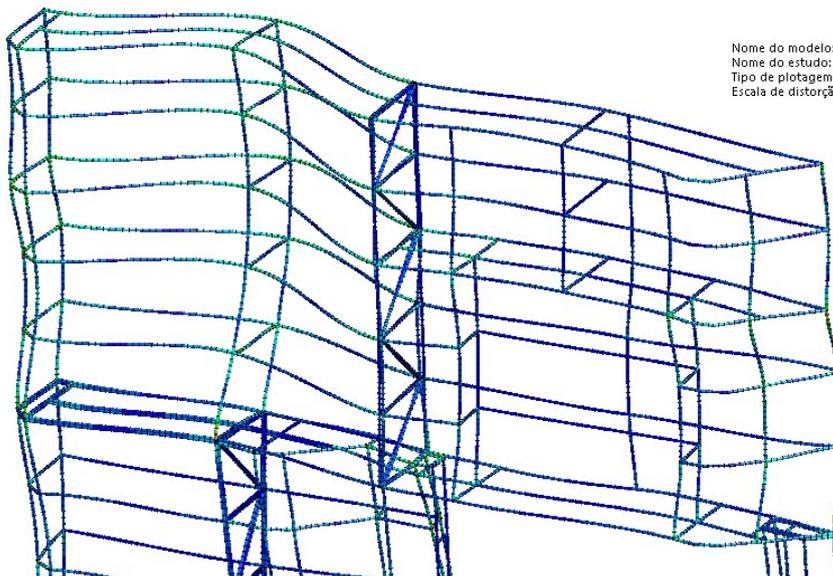
Nome do modelo: 50.33.179.600_Analise 4
 Nome do estudo: Análise estática 1(-Valor predeterminado-)
 Tipo de plotagem: Limite superior axial e curvatura Tensão1
 Escala de distorção: 28.3591

Limite superior axial e curvatura (N/mm² (MPa))



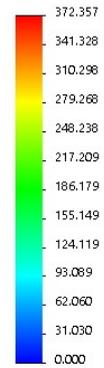
Fonte: Elaborado pelo Autor

Figura 64 - Plotagem dos valores máximos de Tensão – Parte Superior (Estudo 4)



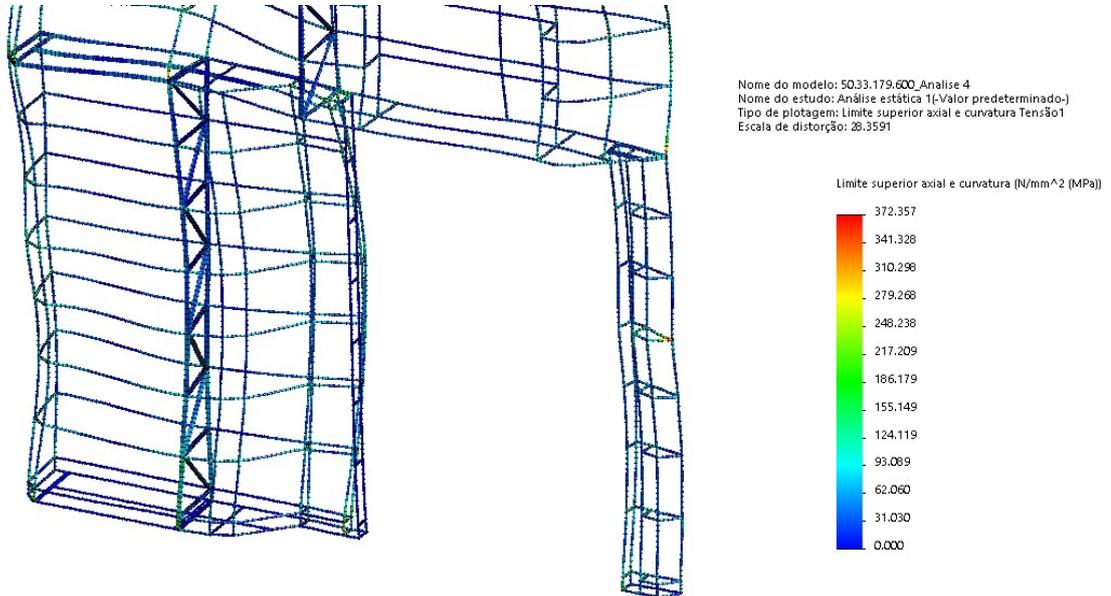
Nome do modelo: 50.33.179.600_Analise 4
 Nome do estudo: Análise estática 1(-Valor predeterminado-)
 Tipo de plotagem: Limite superior axial e curvatura Tensão1
 Escala de distorção: 28.3591

Limite superior axial e curvatura (N/mm² (MPa))



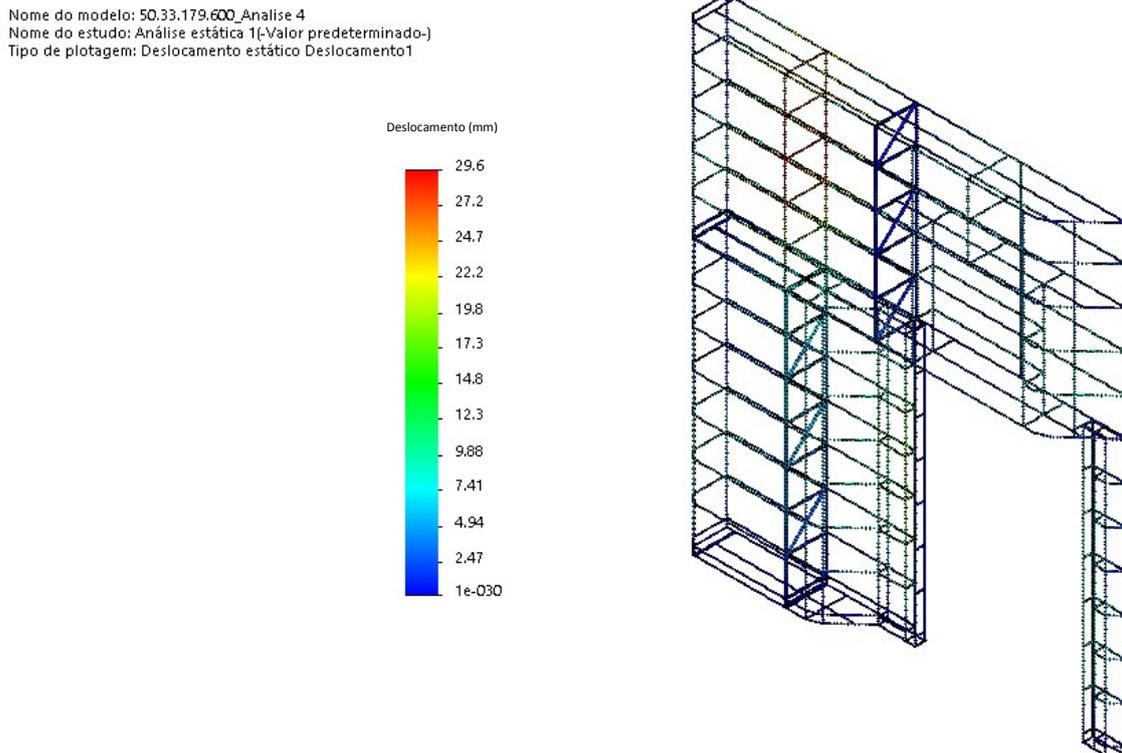
Fonte: Elaborado pelo Autor

Figura 65 - Plotagem dos valores máximos de Tensão – Parte Inferior (Estudo 4)



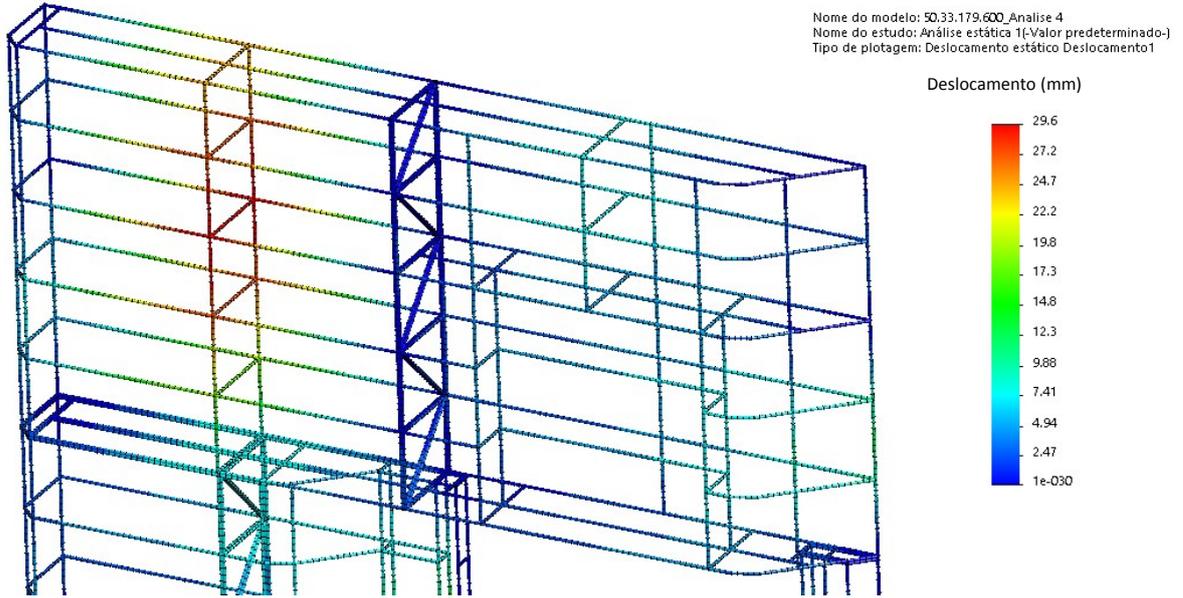
Fonte: Elaborado pelo Autor

Figura 66 - Plotagem dos valores máximos de Deslocamento (Estudo 4)



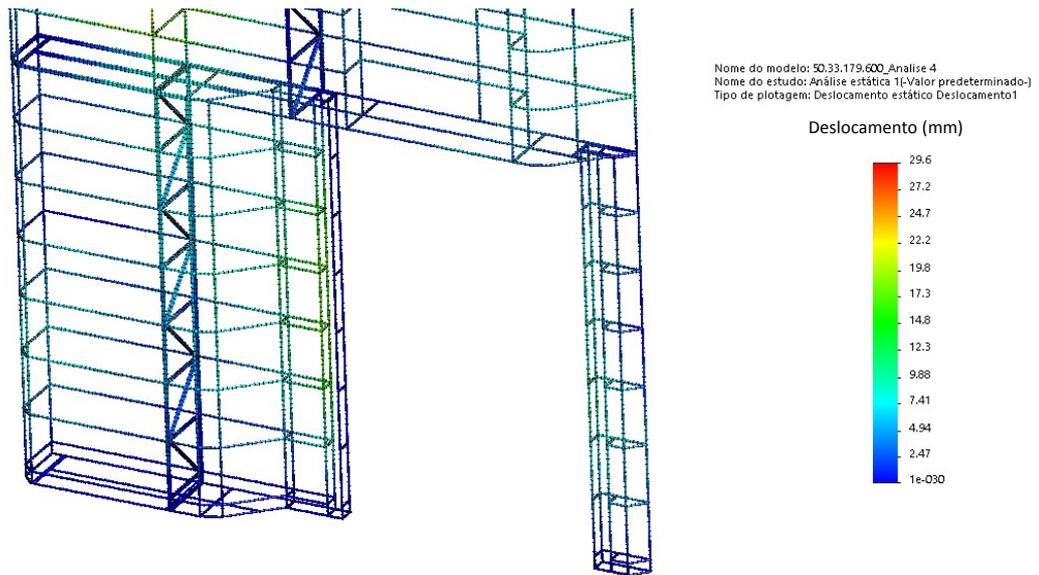
Fonte: Elaborado pelo Autor

Figura 67 - Plotagem dos valores máximos de Deslocamento – Parte Superior (Estudo 4)



Fonte: Elaborado pelo Autor

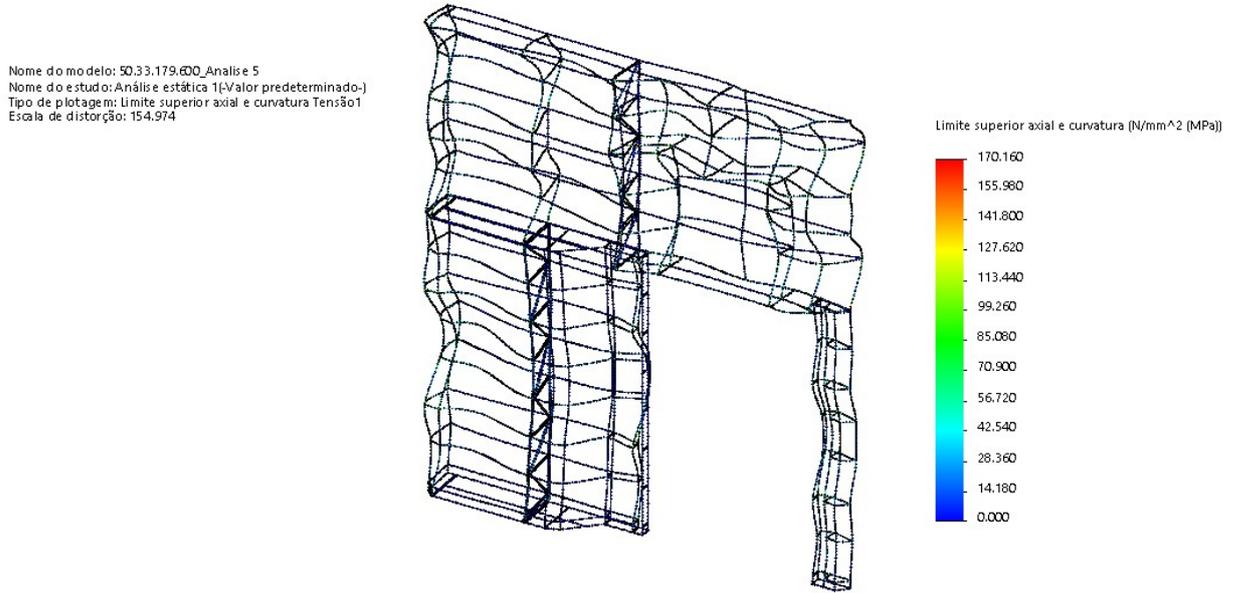
Figura 68 - Plotagem dos valores máximos de Deslocamento – Parte Inferior (Estudo 4)



Fonte: Elaborado pelo Autor

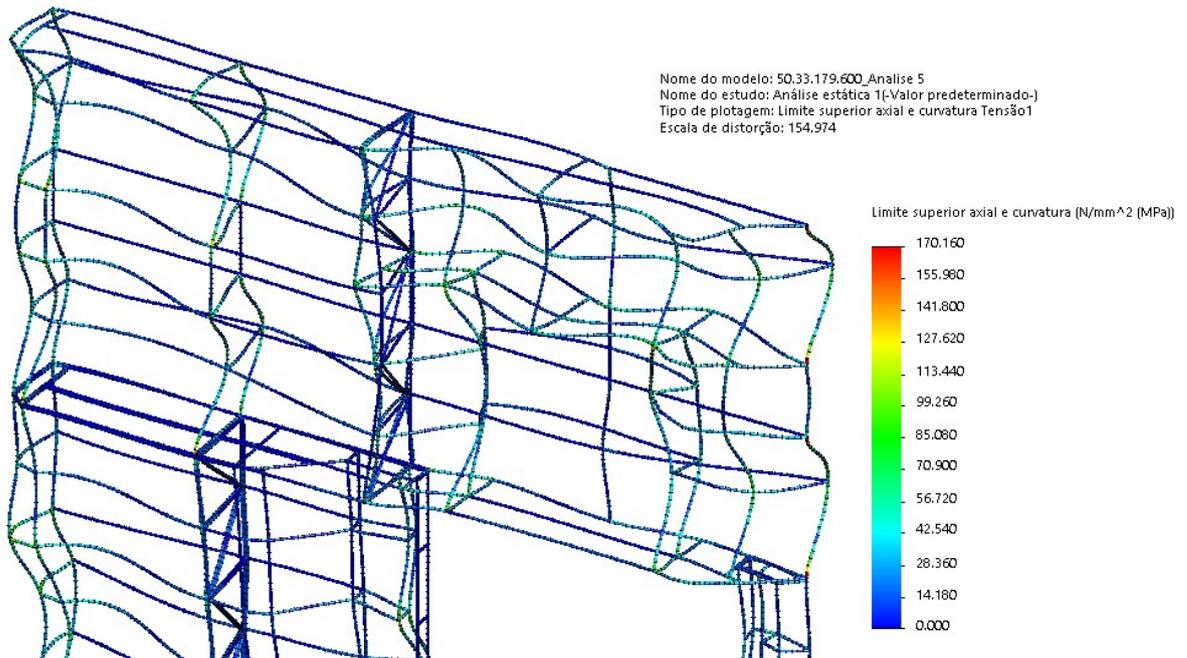
Anexo 4 – Quinto estudo realizado

Figura 69 - Plotagem dos valores máximos de Tensão (Estudo 5)



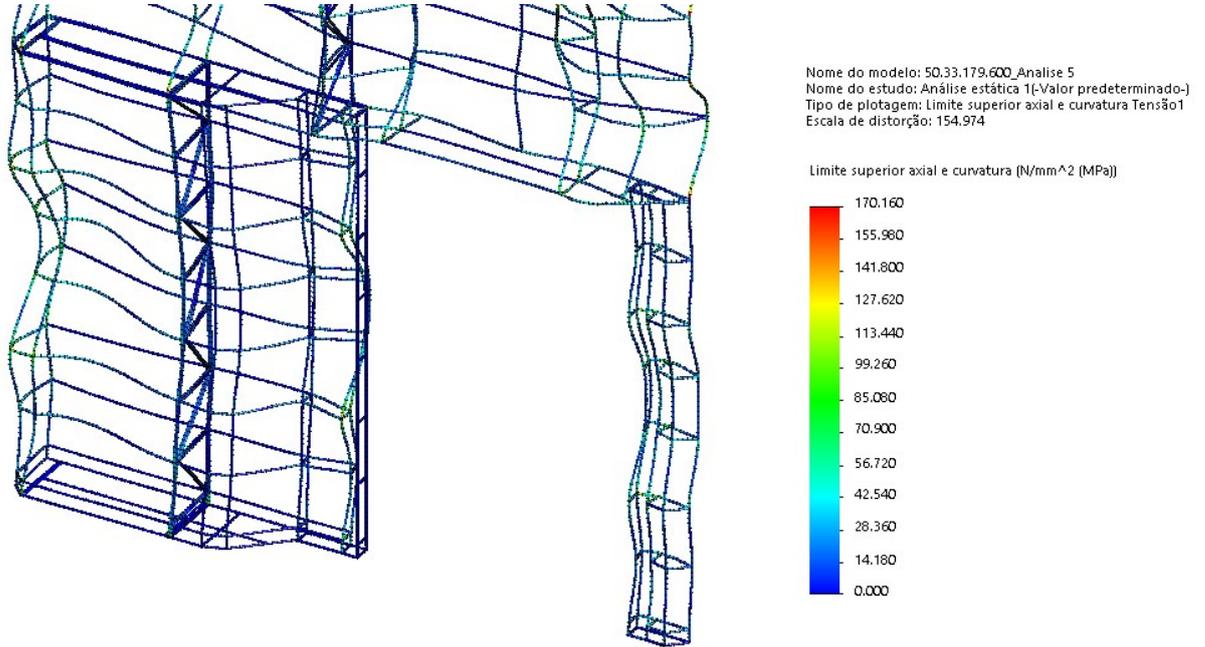
Fonte: Elaborado pelo Autor

Figura 70 - Plotagem dos valores máximos de Tensão – Parte Superior (Estudo 5)



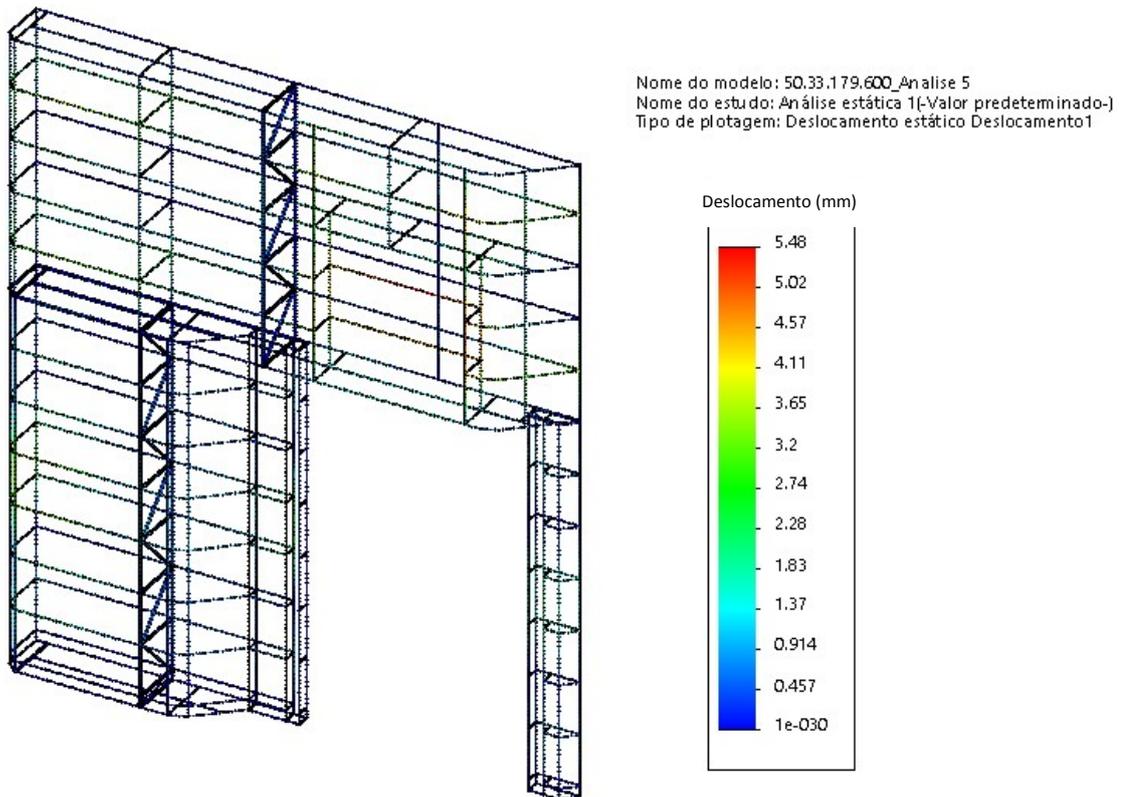
Fonte: Elaborado pelo Autor

Figura 71 - Plotagem dos valores máximos de Tensão – Parte Inferior (Estudo 5)



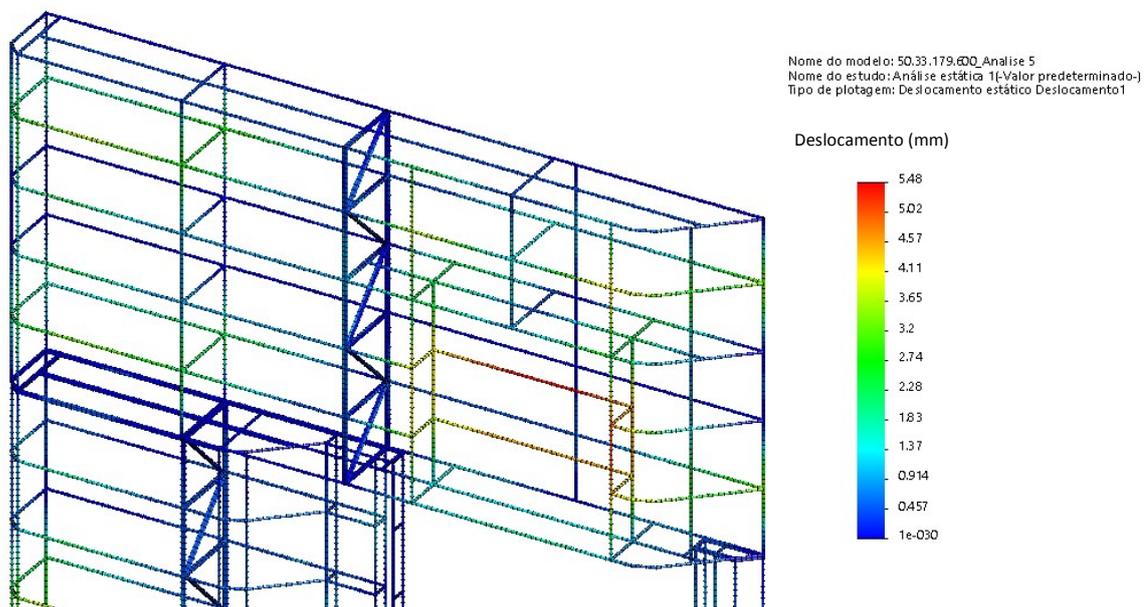
Fonte: Elaborado pelo Autor

Figura 72 - Plotagem dos valores máximos de Deslocamento (Estudo 5)



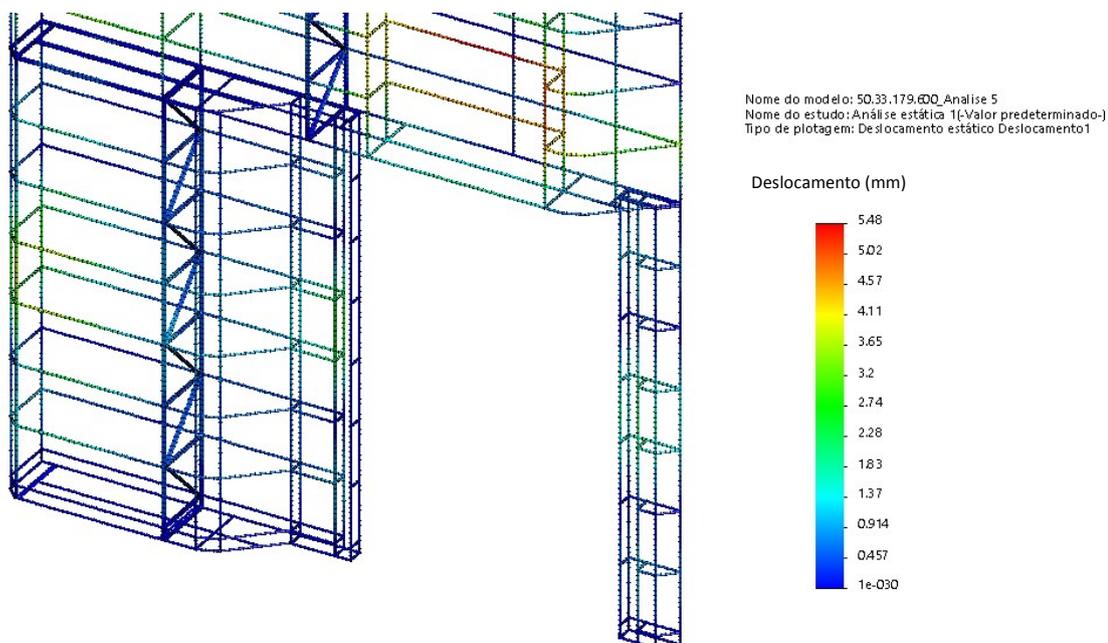
Fonte: Elaborado pelo Autor

Figura 73 - Plotagem dos valores máximos de Deslocamento – Parte Superior (Estudo 5)



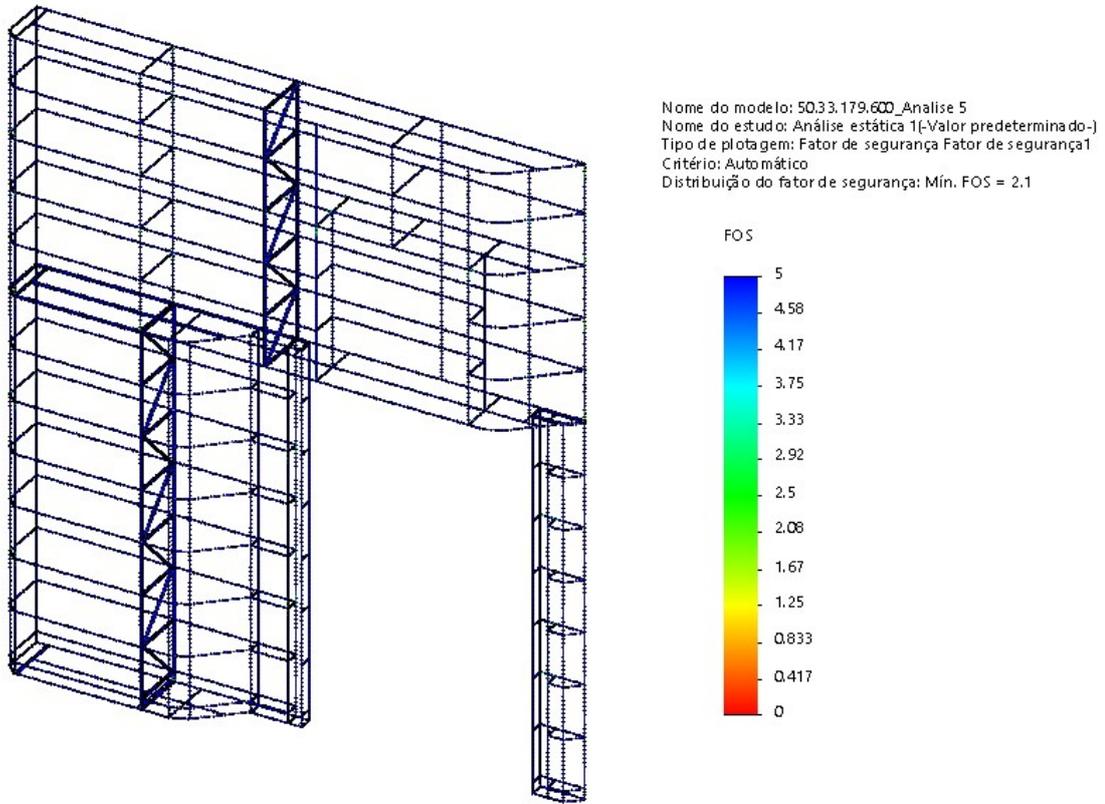
Fonte: Elaborado pelo Autor

Figura 74 - Plotagem dos valores máximos de Deslocamento – Parte Inferior (Estudo 5)



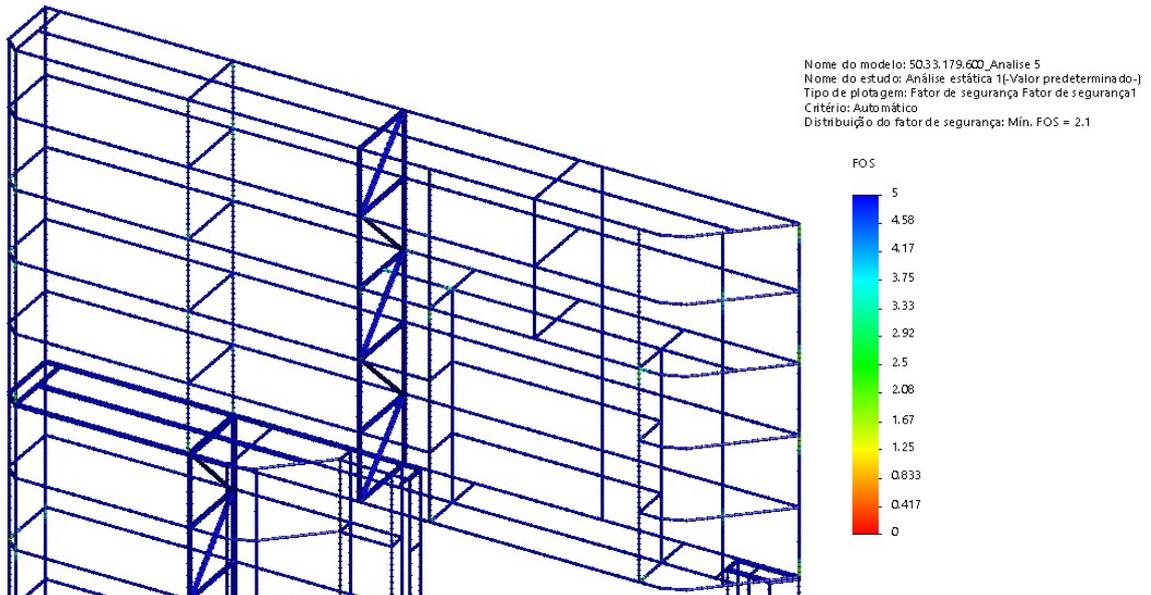
Fonte: Elaborado pelo Autor

Figura 75 - Plotagem dos valores mínimos de Fator de Segurança (Estudo 5)



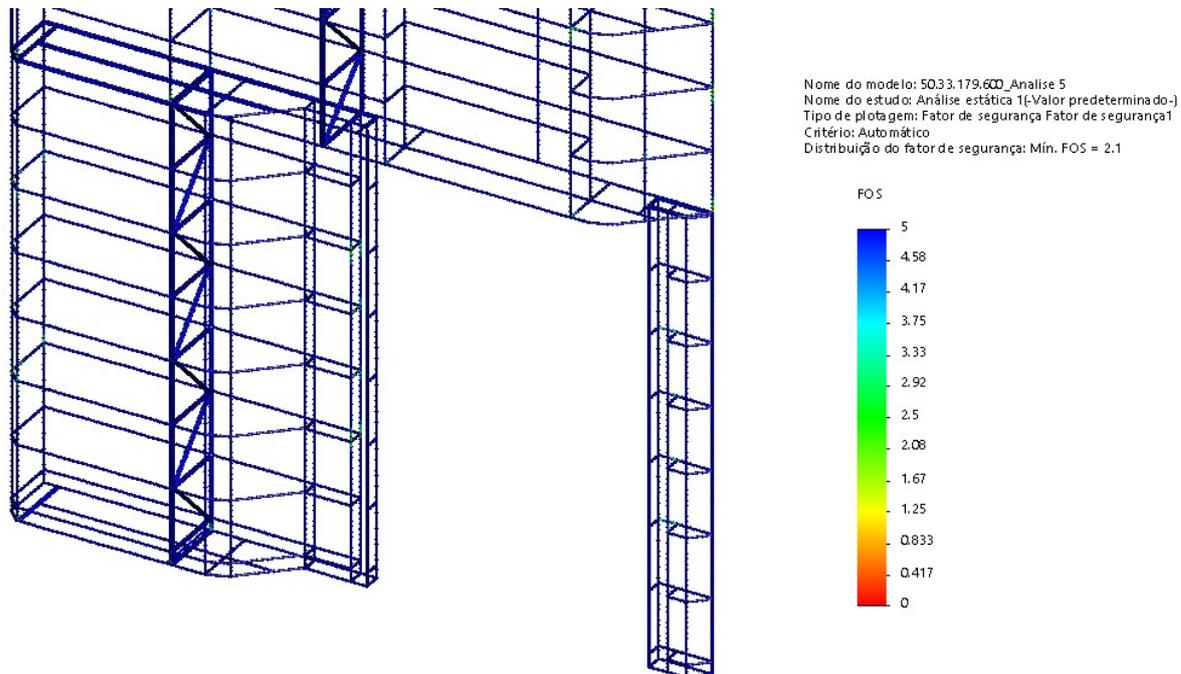
Fonte: Elaborado pelo Autor

Figura 76 - Plotagem dos valores mínimos de Fator de Segurança - Parte Superior (Estudo 5)



Fonte: Elaborado pelo Autor

Figura 77 - Plotagem dos valores mínimos de Fator de Segurança - Parte Inferior (Estudo 5)



Fonte: Elaborado pelo Autor