

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
MESTRADO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

João Rodolfo Januário

**Modelagem e simulação numérica do escoamento de
polpas minerais**

Belo Horizonte
2017

João Rodolfo Januário

**Modelagem e simulação numérica do escoamento de
polpas minerais**

**Dissertação apresentada à Pontifícia
Universidade Católica de Minas
Gerais como parte dos requisitos
para obtenção de título de mestre em
Engenharia Mecânica.**

**Orientadora: Prof.^a Dr.^a Cristiana
Brasil Maia**

Belo Horizonte
2017

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Biblioteca da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais

J33m Januário, João Rodolfo
 Modelagem e simulação numérica do escoamento de polpas minerais / João
Rodolfo Januário. Belo Horizonte, 2017.
94 f.: il.

Orientadora: Cristiana Brasil Maia
Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais.
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica

1. Dinâmica dos fluídos computacional. 2. Sólidos. 3. Material Particulado. 4.
Reologia. 5. Tubos - Dinâmica dos fluidos. 6. Viscosidade. I. Maia, Cristiana
Brasil. II. Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Programa de
PósGraduação em Engenharia Mecânica. III. Título.

SIB PUC MINAS

CDU: 532.5

João Rodolfo Januário

**Modelagem e simulação numérica do escoamento de polpas
minerais**

**Dissertação apresentada ao Programa de
Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da
Pontifícia Universidade Católica de Minas
Gerais, como requisito parcial para obtenção
do título de Mestre em Engenharia Mecânica.**

Prof.^a Dr.^a Cristiana Brasil Maia – PUC Minas (Orientadora)

Prof. Dr. Márcio Ziviani – UFMG (Banca Examinadora)

Prof. Dr. Sérgio de Moraes Hanriot – PUC Minas (Banca Examinadora)

Belo Horizonte, 14 de julho de 2017

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, que sempre deram apoio e força para continuar.

A professora Cristiana Brasil Maia, pela orientação e todos os ensinamentos.

À Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais e FAPEMIG, pelo financiamento do projeto.

“O homem científico não pretende alcançar um resultado imediato. Ele não espera que suas ideias avançadas sejam imediatamente aceitas. Seus trabalhos são como sementes para o futuro. Seu dever é lançar as bases para aqueles que estão por vir e apontar o caminho.” (Nikola Tesla)

RESUMO

Este trabalho tem o objetivo de modelar de diferentes maneiras fluidos não Newtonianos oriundos de misturas heterogêneas entre água e minerais, evidenciando as vantagens e desvantagens encontradas em cada método empregado, a fim de aumentar a eficiência de transporte dos mesmos. Este estudo mostra metodologias numéricas de CFD (Dinâmica dos fluidos computacional) e DEM (Método dos elementos discretos), aliados à validação de resultados experimentais obtidos na literatura, e também de métodos de caracterização do fluido, para determinação das perdas produzidas por este tipo de material em tubulações de transporte. Com os resultados produzidos os caminhos para estudos deste tipo podem ser encurtados, buscando sempre o método mais eficiente para cada situação. Os métodos contemplaram a aplicação de viscosidade equivalente, viscosidade variável e a modelagem separada do fluido e das partículas sólidas. Os resultados de viscosidade equivalente se aproximaram mais dos dados experimentais, mas a viscosidade variável foi o único dos resultados a não depender de mais dados experimentais para interpolação de valores. Com a modelagem do acoplamento CFDEM, foi possível encontrar a velocidade crítica de transporte, mas não foram obtidos os campos de pressão e velocidade como nas outras duas metodologias.

Palavras-chave: Polpas Minerais, Velocidade crítica, Misturas heterogêneas, viscosidade equivalente.

ABSTRACT

This work has the objective of modeling different non-Newtonian fluid laws from heterogeneous mixtures between water and minerals, showing as advantages and disadvantages found in each method employed, in order to increase the transport efficiency of the same. This study shows numerical methodologies of CFD and DEM, together with the validation of experimental results obtained in the literature, as well as of fluid characterization methods, for the determination of the productions by this type of Material in transport piping. With the results produced by paths to studies of this type can be shortened, always seeking the most efficient method for each situation. The methods contemplate an application of equivalent viscosity, variable viscosity and a separate modeling of fluids and solid particles. Equivalent viscosity results are approximate more of the experimental data, but a variable viscosity was the only of the results not to rely on further experimental data for value interpolation. With a CFDEM docking model, it was found in a transport velocity list, but does not exist with the pressure and velocity fields as in the other two methodologies.

Key words: Mineral pulps, Critical velocity, Heterogeneous mixtures, equivalent viscosity.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – Modelo dinâmico do contato normal (esquerda) e tangencial (direita).....	49
FIGURA 2 – Curvas tensão de cisalhamento x taxa de deformação.....	51
FIGURA 3 - Dimensões do volume de controle	59
FIGURA 4 - Malha 1	60
FIGURA 5 – Comparação entre as malhas 1(esquerda) e 4(direita).....	60
FIGURA 6 – Curva ajustada – Viscosidade variável	63
FIGURA 7 – Resultados de pressão com a velocidade de 1,8m/s	69
FIGURA 8 – Região de interesse.....	70
FIGURA 9 – Perfis de velocidade ao longo da seção de interesse – Viscosidade equivalente constante	70
FIGURA 10 – Linhas de corrente para a velocidade de 2,1m/s	71
FIGURA 11 – Resultado de incerteza para o domínio	73
FIGURA 12 – Resultados de pressão com a velocidade de 1,8m/s	75
FIGURA 13 - Perfis de velocidade ao longo da seção de interesse – Viscosidade Variável.....	76
FIGURA 14 – Linhas de corrente com a velocidade de 2,1m/s.....	77
FIGURA 15 – Resultado de incerteza no domínio destacado	78
FIGURA 16 - Estado de suspensão das partículas – 1,3m/s	79
FIGURA 17 – Ajuste linear da vazão de partículas sólidas – 1,3m/s.....	80
FIGURA 18 - Estado de suspensão das partículas – 1,8 m/s	81

FIGURA 19 - Ajuste linear da vazão de partículas sólidas – 1,8m/s.....	82
FIGURA 20 - Estado de suspensão das partículas – 2,1m/s.....	82
FIGURA 21 - Ajuste linear da vazão de partículas sólidas – 2,1m/s.....	83
FIGURA 22 - Estado de suspensão das partículas – 2,4m/s.....	84
FIGURA 23 - Ajuste linear da vazão de partículas sólidas – 2,4m/s.....	85
FIGURA 24 - Estado de suspensão das partículas – 2.7m/s.....	85
FIGURA 25 - Ajuste linear da vazão de partículas sólidas – 2,7m/s.....	86

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – Estado da arte.....	38
TABELA 2 – Classificação dos fluidos.....	51
TABELA 3 – Malhas produzidas	59
TABELA 4 – Dados experimentais para testes com polpa mineral – Acima da velocidade crítica	61
TABELA 5 – Parâmetros obtidos.....	62
TABELA 6 – Parâmetros obtidos.....	63
TABELA 7 – Dados experimentais para testes com polpa mineral.....	64
TABELA 8 – Comparação dados experimentais e resultados numéricos – Viscosidade Equivalente	68
TABELA 9 – Número de Reynolds.....	71
TABELA 10 – Incerteza numérica – Resultados com viscosidade equivalente – Malha1	72
TABELA 11 – Comparação dados experimentais e resultados numéricos – Viscosidade Variável	74
TABELA 12 – Incerteza numérica – Resultados com viscosidade variável	77

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CFD	Dinâmica dos fluidos computacional
CFDEM	Dinâmica dos fluidos computacional aliada ao método dos elementos discretos
CPU	Unidade central de processamento
DEM	Método dos elementos discretos
DNS	Simulação numérica direta
GPU	Unidade de processamento gráfico
LES	Simulação em larga escala
LPT	Rastreador de partículas lagrangiano
RANS	Equações médias de Reynolds de Navier-Stokes
SPH	Hidrodinâmica de partículas

LISTA DE SÍMBOLOS

I	Inércia de rotação (m^4)
k	Consistência / Energia cinética turbulenta (Pa.s) / (J)
n	Índice de comportamento
u	Velocidade na direção x (m/s)
v	Velocidade na direção y (m/s)
w	Velocidade na direção z (m/s)
\bar{u}	Velocidade média (m/s)
u'	Flutuação de velocidade (m/s)
C_p	Calor específico a pressão constante
C_d	Coefficiente de arrasto
S_u	Termo fonte
μ_{eq}	Viscosidade equivalente (Pa.s)
ρ	Massa específica (kg/m^3)
ϵ	Dissipação de energia cinética turbulenta (J)
τ	Tensão de cisalhamento (Pa)

ω

Velocidade angular (rad/s)

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	25
1.1 Justificativa	26
1.2 Objetivos	27
1.2.1 <i>Objetivo geral</i>	27
1.2.2 <i>Objetivos específicos</i>	27
1.3 Organização do trabalho	27
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	28
2.1 Revisão da literatura.....	28
2.2 Resumo do estado da arte	38
3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	44
3.1 Método dos volumes finitos.....	44
3.2 Método dos elementos discretos	47
3.2.1 <i>Atrito e contato</i>	48
3.2.2 <i>Mecânica do movimento</i>	49
3.3 Modelagem de polpas minerais	50
3.3.1 <i>Reologia</i>	50
3.3.2 <i>Iteração fluido-partículas (Cfdem)</i>	53
3.3.3 <i>Caracterização do fluido</i>	54
3.4 Determinação da incerteza numérica	56
4 METODOLOGIA.....	58
4.1 Determinação do volume de controle	58
4.2 Modelagem do fluido	61
4.2.1 <i>Viscosidade constante</i>	61
4.2.2 <i>Viscosidade variável</i>	62

<i>4.2.3 Acoplamento CFD-DEM.....</i>	<i>64</i>
4.3 Condições de contorno	66
4.4 Cálculo da incerteza numérica.....	66
5 RESULTADOS	68
5.1 Resultados aplicando viscosidade equivalente constante	68
<i>5.1.1 Resultados de pressão e velocidade.....</i>	<i>68</i>
<i>5.1.2 Incerteza numérica.....</i>	<i>72</i>
5.2 Resultados aplicando viscosidade variável	73
<i>5.2.1 Resultados de pressão e velocidade.....</i>	<i>73</i>
<i>5.2.2 Incerteza numérica.....</i>	<i>77</i>
5.3 Resultados aplicando o CFDEM	78
6 CONCLUSÕES.....	87

1 INTRODUÇÃO

A matéria prima constitui o primeiro estágio de uma produção industrial, na qual será trabalhada para se tornar o produto final ao consumidor. Existem duas fontes principais desse tipo de material, que são vegetal e mineral. A matéria prima vegetal é obtida em locais com solos férteis, enquanto que a mineral deve ser explorada onde a mesma se encontra, ou seja, as instalações de exploração de bens minerais não podem escolher o seu local de trabalho.

A evolução dos meios de transporte, principalmente após a revolução industrial, fez com que a exploração de minério em locais cada vez mais distantes fosse possibilitada, pois os custos que determinam se é uma alternativa viável diminuíram drasticamente, aumentando a competitividade do preço de minerais em locais inóspitos. (GOMES, 2012)

Os tipos de transporte mais utilizados para escoar a produção de minério atualmente no Brasil são o ferroviário e o rodoviário. O transporte rodoviário constitui o mais caro deles, visto que além dos riscos de acidentes que podem causar prejuízos e perda de parte da produção, ainda danifica as rodovias. No transporte ferroviário, além de também ter riscos com acidentes, existem gastos com manutenção, mão de obra qualificada e energia.

Em países de grande extensão territorial, o transporte da produção é sempre um fator crucial na competitividade das empresas, ou até mesmo na manutenção delas. O transporte para exportação de matéria-prima pode ser feito de diversas maneiras. Dentre elas, uma solução de baixo custo e menores perdas ao longo do trajeto é a transformação em polpa, que pode ser de origem mineral ou vegetal, onde os sólidos particulados são misturados à água, possibilitando o transporte ao longo de tubos por bombas hidráulicas. (GARCIA, 2014)

Para possibilitar o processo de transporte de polpa é necessário o conhecimento do estado de suspensão das partículas e da velocidade de deposição do escoamento, para evitar obstruções no trajeto. Também é utilizado como parâmetro no dimensionamento dos dutos a velocidade crítica de escoamento, acima da qual a polpa possui comportamento mais próximo de um fluido Newtoniano, e a

turbulência gerada impede que as partículas se acumulem em determinadas regiões dos dutos, principalmente onde há maiores perdas de pressão. (SOUZA PINTO, 2014)

Os estudos analíticos permitem uma ideia global destas variáveis, podendo superdimensionar o duto em pontos menos solicitados por utilizar os parâmetros mais críticos encontrados ao longo de todo o trajeto. Os estudos numéricos mostram problemas pontuais, como regiões onde existem perdas de pressão, deposição localizadas de partículas, e assim a economia no dimensionamento dos dutos é maior, encontrando os diversos parâmetros ao longo do mesmo.

Um dos primeiros trabalhos publicados sobre o transporte de polpa é o trabalho de DURAND (DURAND, 1952), onde foram mensuradas as velocidades de deposição de partículas distintas em meio aquoso. Os estudos numéricos permitem que sejam encontrados os perfis de velocidade em cada seção transversal do duto, possibilitando este mesmo cálculo com a velocidade mínima encontrada, fazendo com que erros relacionados a média de velocidade sejam reduzidos.

1.1 Justificativa

Atualmente, o Brasil tem grande relevância na produção de parte dos minerais comercializados mundialmente. Devido às deficiências rodoviárias e ferroviárias que existem no país, o transporte de minério através dos chamados minerodutos vem crescendo e se tornando uma alternativa economicamente viável.

Para que os dutos sejam dimensionados de forma a atingir os parâmetros ideais de funcionamento, como a velocidade crítica, os métodos numéricos mostram problemas localizados e sua distribuição ao longo do trajeto, possibilitando um dimensionamento específico em várias seções do duto.

As simulações numéricas permitem a visualização dos perfis de velocidade em cada seção do duto, os gradientes de pressão ao longo do escoamento e também locais de deposição de sedimentos.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo geral

O objetivo geral do presente trabalho é a modelagem do escoamento da mistura heterogênea de apatita e água, 12% em volume, avaliando a variação das perdas de pressão em relação a vazão e o comportamento da mistura em cada uma dessas vazões.

1.2.2 Objetivos específicos

- Modelar matematicamente o escoamento de polpas minerais;
- Determinar a viscosidade equivalente, consistência e índice de comportamento da mistura heterogênea de apatita e água;
- Modelar o escoamento acoplado as técnicas CFD e DEM;
- Validar o modelo com resultados de perda de pressão e velocidade crítica, por meio da comparação com dados experimentais retirados da literatura.

1.3 Organização do trabalho

O trabalho está disposto de maneira a mostrar as revisões de literatura (Capítulo 2), dispondo dos principais trabalhos relacionados a este tema encontrados na literatura, a metodologia utilizada (Capítulo 3) ao longo da aplicação do conhecimento, desde a modelagem numérica até os cálculos executados e os resultados obtidos (Capítulo 4) com o presente trabalho. As conclusões obtidas sobre os resultados se encontram no capítulo 5.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo são apresentados os principais estudos encontrados na literatura relacionados ao tema do presente trabalho.

2.1 Revisão da literatura

Os estudos do escoamento de fluidos não Newtonianos se mostram necessários há muitos anos, mas após Durand (1952) é que foram intensificados. Um dos estudos relacionados a este tema é o de Laun (1983), que teve como objetivo mostrar os erros na avaliação da viscosidade de fluidos não-Newtonianos em viscosímetros capilares.

Laun (1983) utilizou primeiramente um viscosímetro capilar, para avaliar as propriedades de um polietileno de baixa densidade, e então verificou que para um fluido Newtoniano, a taxa de deformação na parede varia linearmente com a tensão de cisalhamento na parede, através da constante de proporcionalidade viscosidade. Porém, para fluidos não Newtonianos, apenas uma faixa de valores correspondeu a mesma proporção, e estavam localizados a uma distância de 0,83 vezes o raio. Aplicando a correção, o autor foi capaz de obter a verdadeira taxa de deformação e a tensão de cisalhamento na parede, além de obter as verdadeiras taxas de deformação e tensões de cisalhamento do fluido.

Em misturas heterogêneas, uma característica física muito importante para determinação do seu comportamento é a velocidade crítica de transporte. Este tipo de fluido não-Newtoniano se diferencia a partir do ponto onde a perda de carga é mínima, ou seja, com vazões de valores aproximadamente zero, o fluido já apresenta perdas de carga que diminuem com o aumento da vazão. Essa fase do comportamento pode também ser identificada pela formação do leito de partículas onde elas se acumulam até bloquear completamente o escoamento. A medida que a vazão aumenta, existe um ponto onde todas as partículas da mistura ficam em suspensão no fluido quando a perda de carga volta a crescer com o aumento da vazão. A velocidade média do escoamento neste ponto é chamada de velocidade crítica de transporte, e a partir dele a mistura possui características bem mais definidas, podendo ser modelada como um único fluido não-Newtoniano.

Turian e outros (1987) investigaram a velocidade crítica do escoamento de polpa em tubulações para sólidos não coloidais. Para determinação da velocidade crítica, os autores desenvolveram seu próprio modelo, tendo como base Duran (1951) e Wilson (1942) que consideravam as diferenças entre os modelos com leito de partículas estacionário, transiente (onde parte das partículas são suspensas), e partículas totalmente suspensas. Para validar o modelo, foram feitos testes experimentais e os resultados também foram comparados aos modelos disponíveis na literatura. De acordo com os autores, é difícil a obtenção de dados de velocidade crítica, pois a condição crítica é observada em uma faixa de valores. Concluiu-se que a dependência da velocidade crítica em relação ao diâmetro da tubulação é aproximadamente igual à raiz quadrada do mesmo, e que para fluidos compostos de partículas de maiores dimensões, a condição crítica independe do tamanho. Além disso, os dados experimentais sugerem que a dependência da velocidade crítica em relação a concentração possui um ponto de máximo, o qual não foi observado pelos autores.

Seguindo com trabalhos deste mesmo autor, Turian e outros (1998) estudaram as perdas por atrito de uma polpa em um tubo venturi. Os autores verificaram os coeficientes de resistência ao escoamento para fluidos não Newtonianos heterogêneos, ou seja, com a mistura de sólidos em suspensão, em diferentes ângulos de curvatura e através de válvulas que variavam o número de Reynolds dentro do regime laminar. Foi constatado que os coeficientes de resistência possuem uma sensibilidade maior ao se aproximar do regime de transição, que antecede o turbulento, porém as aproximações utilizadas pelos autores no regime laminar são adequadas para uso. O fluido não Newtoniano utilizado pelos autores não permitiu um estudo mais profundo da sua reologia, pois as partículas se depositaram rápido demais. Para tanto, os autores recomendam o estudo com partículas menos densas e com proporções menores das mesmas.

Wilson e outros (2002) propuseram modelos matemáticos para fluidos com suspensão de sólidos onde a concentração de partículas sólidas era muito grande (acima de 18%), e o comportamento era alterado drasticamente em comparação aos fluidos de concentrações abaixo deste valor. Para resolver o problema, os autores adicionaram termos na equação geral, onde cada um deles varia de acordo com a concentração de partículas. Foram feitos então testes experimentais, onde foram levantadas as curvas de perda de pressão a suas respectivas variações com a

concentração de partículas. Desta forma, os autores conseguiram determinar os parâmetros adicionais para cada tipo de concentração, mantendo o diâmetro médio das partículas em 0,6mm; e conseguiram determinar os pontos ótimos de operação para cada concentração.

Lu e outros (2005) investigaram o escoamento da polpa de carvão em diferentes tubulações. Para modelagem do fluido foi utilizado o modelo de Herschel-Bulkley, e o principal objetivo foi determinar o modelo reológico real, corrigindo o efeito de escorregamento da polpa. Os autores fizeram ensaios de bombeamento em um circuito fechado, para caracterização dos parâmetros reológicos da polpa. Foram utilizados tubos de três diâmetros distintos, medidores de pressão para obter as perdas de carga, e a vazão constante foi produzida por uma bomba centrífuga. Resultados preliminares mostraram que o modelo não Newtoniano de Herschel-Bulkley foi capaz de reproduzir o comportamento do fluido, dentro dos parâmetros experimentados. Foi demonstrado que a viscosidade equivalente aumenta com a concentração de sólidos, e foi determinado que a melhor proporção de partículas grossas em relação as mais finas para transporte foi de 60 para 40.

Devido aos modelos matemáticos que representam comportamentos não lineares, requererem uma maior complexidade no cálculo, a utilização de estudos numéricos para cálculo de escoamento de fluidos não Newtonianos é recente. Este tipo de simulação exige um maior número de equações representativas, aumentando o gasto computacional.

Sutalo e outros (2006) modelaram numericamente o escoamento de polpa mineral em superfícies inclinadas, encontradas no interior de equipamentos industriais. Segundo os autores o conhecimento deste comportamento levaria a um aumento de eficiência nestes equipamentos. Os autores utilizaram como reologia do material o modelo de Herschel-Bulkley, que é representado pela tensão de cisalhamento inicial somada a uma função onde a taxa de cisalhamento pode ser modelada como linear ou não linear. Para a simulação numérica os autores utilizaram o software CFX, e validaram os seus dados a partir da medição da posição da superfície livre do fluido, integrando a velocidade e comparando com dados experimentais. Os resultados indicaram que o modelo analítico foi suficiente para descrever o comportamento do fluido na primeira placa inclinada, porém o erro aumentou muito nas placas subsequentes, e que o modelo CFD conseguiu calcular a diferença da altura da superfície livre do fluido nas placas subsequentes, por

considerar a variação da altura de filme no tempo, contida em efeitos transientes, garantindo maior precisão dos resultados.

Alguns trabalhos mostram a formação e o escoamento de sólidos em escoamentos multifásicos, como GROZDEK e outros (2009), onde um sistema de bombeamento utiliza uma mistura de água e álcool e um gerador de gelo, para medir as perdas de carga e tubulações de diversos diâmetros. O objetivo dos autores foi confirmar a eficácia de modelos analíticos que pudessem prever a perda de carga em sistemas de escoamento de água, álcool e gelo. De acordo com os resultados, o escoamento estudado é dependente do tempo. Foram observadas quedas nas perdas de pressão com o aumento da produção de gelo, o que foi atribuído à mudança de forma dos cristais. Os maiores valores de perda de pressão foram detectados numa maior concentração de gelo e numa maior velocidade. Para massas de gelo entre 10% e 15%, o fluido apresentou um comportamento Newtoniano, apresentando variações no mesmo com concentrações acima de 15%. Em relação aos modelos analíticos, nenhum dos modelos utilizados pelos autores apresentaram bons resultados com concentrações acima de 15% e o modelo empírico desenvolvido por eles pode prever 82% dos resultados com incerteza de 15%.

Aplicando os métodos numéricos a este tipo de caso, BALAKIN e outros (2011), fizeram a comparação entre um modelo experimental e outro numérico para calcular a formação, o tamanho, a quantidade e a influência no escoamento de água dos hidratos, compostos parecidos com gelo, que modificam as propriedades do fluido (viscosidade por exemplo) e podem aumentar a velocidade e influenciar nas quedas de pressão. No caso dos autores, esses hidratos eram formados pela combinação de água e a substância Freon R11. O escoamento foi estudado em um tubo de 45,2mm de diâmetro, feito de PVC transparente, utilizando sensores de pressão, temperatura e vazão, para medição dos dados experimentais. Além disso, foram retiradas amostras de partículas também para validação do modelo matemático. O modelo matemático foi feito representando a partir da entrada da bomba até a saída para a atmosfera. Para modelo de turbulência foi utilizado o $k-\varepsilon$, e foi inserida a fração de sólidos (hidratos) inicialmente na mistura. Para condição de entrada foram aplicadas vazões entre 0,4 e 4m/s da bomba e de saída a pressão manométrica igual a zero. Os testes de malha do autor apresentaram 5% de diferença entre as malhas de 67000 elementos e 134000 elementos, logo a malha de 67000 elementos foi utilizada. Os autores observaram que ao utilizar o escoamento homogêneo de mistura água-

hidratos, o modelo matemático apresentou resultados satisfatórios, e ao fazer testes com a formação de um leito fixo de partículas sólidas, mostrou que o diâmetro das partículas formadas é inversamente proporcional à velocidade de escoamento, o que diminui as perdas de carga, assim como nos resultados experimentais. Isso se deve ao fato da viscosidade apresentar valores dez vezes maiores, próximo ao leito de partículas.

Para que estudos utilizando métodos numéricos sejam validados, ou seja, representem fielmente o fenômeno físico, variáveis globais devem ser comparadas. Para o presente trabalho, a validação foi feita através da tese de Souza Pinto (2012).

Souza Pinto (2012), partiu da modelagem analítica e validação experimental de fluidos contendo diferentes concentrações de apatita, hematita e quartzo, escoando através de tubos de 25,4mm e 50 mm; avaliando a perda de carga e a velocidade crítica de cada um dos casos.

O teste feito pelo autor introduziu a polpa na tubulação através de uma bomba centrífuga, e então foi determinada uma zona de interesse, onde o escoamento estava completamente desenvolvido, e então foram medidas vazão (para obter velocidade média) e pressão, podendo assim relacionar velocidade com perda de carga. Além disso, os tubos transparentes permitiram que fosse observado o momento em que há deposição de partículas no tubo, determinando o ponto onde a velocidade é crítica, sendo também o ponto onde o valor mínimo de perda de carga deve ser medido. Um dos primeiros resultados obtidos pelo autor é que para evitar a deposição de partículas no tubo de 25,4mm foram demandadas velocidades menores do que no tubo de 50 mm. Os resultados de velocidade crítica levaram ao autor a proposição de um novo modelo analítico para cálculo da velocidade crítica, baseado em Wasp and Slatter (2004), com desvios de no máximo 10% a partir das curvas obtidas experimentalmente.

O estudo de fluidos não Newtonianos utilizando ferramentas numéricas possui duas principais vertentes: A modelagem das características não Newtonianas do fluido, como a viscosidade variável e a tensão limite para o início do escoamento, ou em caso de escoamentos heterogêneos de partículas sólidas, a modelagem das partículas separadamente utilizando outros métodos numéricos.

BIJJAM e outros (2012) estudaram o comportamento de fluidos não Newtonianos, utilizando a lei de potência, para avaliar o escoamento ao redor de longos cilindros (comprimento infinito), representando-o com condições de simetria. O

modelo 2D foi aplicado nesta análise, o software foi o Fluent. Para obter os resultados esperados, os autores utilizaram um refinamento de 0,01 vezes o diâmetro do cilindro, próximo à parede do mesmo. A modelagem dos autores incluiu um escoamento apenas laminar, incompressível, esquema upwind e algoritmo simple. Em uma faixa de Reynolds de 50 a 150, e uma faixa de variação do índice de comportamento (n) de fluidos não Newtonianos entre 0,4 e 1,4; foram obtidos os coeficientes de arrasto e o número de Strouhal, que indica a vorticidade contida no escoamento. Para fluidos pseudoplásticos ($n < 0,6$), o coeficiente de arrasto aumenta com o número de Reynolds, enquanto que fluidos dilatantes e fluidos Newtonianos ($n > 0,6$ e $n = 1$), mostram um declínio do mesmo coeficiente. O mesmo comportamento foi observado em relação ao número de Strouhal.

Wahba (2013) utilizou a técnica da dinâmica dos fluidos computacional para verificar o efeito de um golpe de aríete numa tubulação em que circula um fluido não Newtoniano. O autor utilizou a modelagem da viscosidade como a lei de potência, obtendo características como a consistência (k) e o índice de comportamento (n). No estudo do autor, um tubo de cobre com o diâmetro de 25mm e comprimento de 36m representava o domínio de solução. No teste de malha executado, foi verificado que tanto a malha mediana quando a malha mais fina tiveram resultados semelhantes, para um fluido Newtoniano, e apenas a malha mais fina confirmou a independência dos resultados da malha para o fluido não-Newtoniano. Além disso, ambos os resultados mostraram concordância com o experimental, feito por Holmboe e Rouleau (1967). O autor verificou que para fluidos dilatantes ($n > 1$), a variação de pressão transiente ao atuar sobre o sistema teve uma atenuação mais rápida em relação ao fluido Newtoniano ($n = 1$). Em contrapartida, fluidos pseudoplásticos ($n < 1$) apresentaram um tempo muito maior para a estabilização, indicando um menor amortecimento do mesmo.

Sochi (2013) utilizou duas modelagens distintas de fluidos não Newtonianos, Ellis e Herschel-Bulkley, para verificar o comportamento deste tipo de fluido em tubos convergentes e divergentes. As geometrias utilizadas para o teste foram tubos venturi, com formatos cônico, parabólico, hiperbólico, cosseno hiperbólico e sinusoidal. O método numérico utilizado pelo autor, que possui apenas uma dimensão, proporcionou respostas generalizadas para os tipos de restrição de escoamento, mostrando que o comportamento do fluido não se altera com o tipo de restrição, ou seja, suas características são mantidas constantes. Além disso, os modelos de

Herschel-Bulkley e de Ellis se mostraram eficientes para determinar o comportamento do fluido. O método unidimensional, partindo de equações analíticas, mostrou vantagens em relação aos outros devido à generalidade, facilidade de implementação e baixo custo computacional. A desvantagem é que os resultados representam valores médios em uma seção tridimensional, que certamente possui variações de propriedades com as outras duas coordenadas espaciais.

Outros autores também fizeram a modelagem matemática do escoamento heterogêneo de fluido e partículas, como Jajcevic e outros (2013). O objetivo dos autores foi apresentar uma aproximação híbrida para resolver a interação entre CFD e DEM em sistemas com a formação de leito de partículas em larga escala. Para aplicação da técnica, foi utilizada a tecnologia cuda, de processamento paralelo, onde a simulação DEM foi calculada por uma plataforma GPU e a CFD foi calculada pela plataforma CPU. O software utilizado foi o AVL-Fire. Para validação, foram utilizados os dados experimentais de Van Buijtenen e outros (2011). O modelo utilizado para o fluido foi uma aproximação de Euler, considerando-se um gás incompressível e o movimento das partículas foi descrito pela segunda lei de Newton. O acoplamento entre os dois modelos foi feito pelo cálculo das forças de reação para cada um deles. Para comparar seus resultados com os dados experimentais, os autores utilizaram a velocidade média das partículas ao longo do domínio. Além disso, foram avaliados três tipos de solicitação, onde duas delas utilizavam formulações de rotação das esferas e uma desconsiderou este movimento. Os resultados mostraram que os modelos foram bastante precisos em relação ao experimental, mas os menores erros foram produzidos utilizando a formulação que não considera a rotação das esferas. Além disso, foi verificado um ganho computacional utilizando diferentes plataformas (GPU para DEM e CPU para CFD) para cada simulação, além de mostrar a possibilidade de uso da tecnologia cuda.

Além disso, estudos numéricos possuem uma incerteza inerente ao processo. Para estimar a incerteza ao utilizar volumes finitos, Eça e outros (2014) definiram um método eficaz, que consiste em estimar as possíveis flutuações dos valores calculados, observando os erros numéricos causados pelas aproximações lineares dos termos derivativos das equações, que podem ser de arredondamento ou truncamento, erros de iteração e erros de discretização. Os autores indicam que os erros de arredondamento e iteração, dependentes da precisão dos computadores, são insignificantes em relação aos erros de discretização. Para estimativa do erro são

determinados fatores como o tamanho de malha, a ordem de convergência e a flutuação dos valores entre as malhas utilizadas, então são aplicadas séries de potência, onde no mínimo 4 malhas são utilizadas para verificar a variação dos resultados e determinar se os mesmos tendem a convergir, divergir, ou oscilar em torno do resultado. Estes valores determinam o valor do fator de segurança utilizado, que pode ser 1,25 se esta faixa for menor que o desvio padrão, e pode ser de 3 se for maior. A incerteza geralmente é calculada para a malha mais refinada, sendo o fator de segurança multiplicado pelo erro, somado ao desvio padrão, que por sua vez é somado à diferença entre o maior e menor valores encontrados.

Trewhela e outros (2014) utilizaram o software de código aberto GeoClaw para simulação do escoamento em uma linha de transporte de polpa, despejado em duas topografias diferentes, testando três concentrações diferentes de fluidos (Água, 25% Vol., 40% Vol de minério), com vazões diferentes (120m³/h e 600m³/h). Cada simulação tem a duração de 2 horas e os testes de malha convergiram com 230400 elementos. O autor comparou as formulações de Manning e Darcy sobre o atrito e tensões de cisalhamento. Os resultados mostraram que a utilização de um parâmetro global de atrito entre a polpa e o solo não é uma boa aproximação e em vez disso deve-se usar a formulação “Darcy”, que varia com o tipo de fluido e a concentração de partículas sólidas no mesmo. O fator de atrito utilizado para cálculo de perda de carga varia de acordo com Reynolds, porém o autor detectou que há baixa variação deste fator no regime turbulento. Os maiores valores são atingidos no regime laminar, em quaisquer variações de concentração. Também neste experimento foi possível detectar que ao derramar o fluido em uma topografia qualquer, a tensão de cisalhamento e a viscosidade tem a maior influência sobre o local final de deposição e que maiores viscosidades requerem maior tempo para estabilidade.

VAKAMALLA e outros (2015) utilizaram de técnicas da dinâmica dos fluidos computacional para a determinação da separação de carvão em um ciclone de separação. O autor empregou formulações de fluidos Newtonianos e não Newtonianos para representar diferentes comportamentos de acordo com a concentração de sólidos. Para validação eles obtiveram os dados com um experimento em um ciclone semelhante e comparou a viscosidade medida com os diversos tipos de modelos existentes baseados em CFD. O modelo de turbulência estudado foi o $k-\epsilon$ baseado nas equações médias de Reynolds. Os modelos de transporte Newtoniano e não Newtoniano foram função da concentração de partículas

no domínio. Para solução das trajetórias e forças produzidas nas partículas foi empregado o LPT (Lagrangian particle tracking). Resultados mostraram que o modelo obteve valores de densidade semelhantes aos experimentais próximo a parede e os modelos de viscosidade baseados na concentração de sólidos somente se aproximaram dos valores experimentais distantes da parede, e o melhor resultado obtido foi utilizando o modelo de Herschel-Bulkley.

BLAIS e outros (2016) aplicaram a metodologia do acoplamento CFD-DEM (Dinâmica dos fluidos computacional aliada ao método dos elementos discretos) em um cilindro, com um leito de partículas ao fundo, em repouso. Neste cilindro foi inserido fluido e um misturador trabalhando apenas nos regimes laminar e de transição. Para obtenção da fração de sólidos suspensa foi utilizada a medida de pressão em função da velocidade do misturador. Os autores observaram que para velocidades de giro do misturador abaixo de 150 rpm as partículas têm um deslocamento muito baixo, não atingindo o topo do cilindro. Acima de 300 rpm, é iniciada a erosão da parte superior do leito de partículas formando um cone envolta do misturador e homogeneizando a mistura. A partir desta velocidade apenas pela medição de pressão foi possível avaliar a quantidade de partículas em suspensão. Os resultados dos autores não corresponderam inicialmente aos resultados experimentais, e o erro foi atribuído a ausência de dissipação viscosa na escala das partículas. Para tanto, foi desenvolvido um sistema de dissipação na malha de volumes finitos, para compensar este problema. Com isso, foi possível validar o modelo quantitativamente, desde a suspensão inicial até a suspensão de todas as partículas. É indicado pelos autores melhor esclarecimento das características dos sólidos em suspensão, para diminuir os erros que foram encontrados na análise.

GOPALIYA e outros (2016) fizeram o estudo de água e areia em mistura heterogênea escoando por um tubo horizontal. Para o teste, as condições de contorno foram velocidade de entrada, pressão de saída e a condição de não escorregamento nas paredes. A simulação possui duas fases distintas (sólido e líquido). Os autores observaram que os resultados corresponderam bem aos testes experimentais, obtendo os maiores desvios com as maiores concentrações (O limite foi de 34%). Em todas as condições de velocidade e de tamanho de partículas, foi observado o crescimento do gradiente de pressão com o crescimento da concentração de partículas. Outro importante resultado foi o declínio da viscosidade turbulenta com o

aumento da concentração. A turbulência observada domina na região de menor concentração de sólidos e diminui sua intensidade com o aumento da concentração.

MARKAUSKAS e outros (2016) compararam duas metodologias distintas para solução de escoamentos particulados. O objetivo principal dos autores foi avaliar os erros nas frações locais de fluido, pois ao utilizar a técnica DEM acoplada ao método dos volumes finitos, os resultados divergem quando a mesma técnica é acoplada à SPH (hidrodinâmica de partículas). Para o teste, os autores definiram um ambiente fechado, onde há o deslocamento de uma esfera no meio fluido. As características do fluido foram as mesmas para ambos os modelos e a malha de volumes finitos teve o mesmo refinamento do número de partículas no modelo SPH. Os resultados de ambos foram próximos aos resultados analíticos, se diferenciando por diferentes frações de fluido locais e pela força de arrasto que foi provocada. Além disso, a curva de sedimentação produzida utilizando DEM-CFD foi menos suave que a curva utilizando DEM-SPH, devido aos erros no cálculo das frações de fluido quando a partícula vai de um elemento a outro. O modelo DEM-SPH também mostrou flutuações de pressão não previstas, onde os autores sugerem que na aplicação deste método uma viscosidade artificial deve ser adicionada para obter o efeito de amortecimento.

Utilizando ainda da modelagem com a viscosidade variável, Erge e outros (2016) desenvolveram um modelo matemático e experimental para avaliação do escoamento de fluidos Newtonianos e não-Newtonianos em anéis rotativos, utilizados para vedação de uma tubulação. O principal objetivo dos autores foi avaliar a perda de carga com e sem a rotação da tubulação. O modelo utilizado para viscosidade foi o YPL onde a lei de potência é limitada nos seus extremos. Os resultados experimentais apresentaram boa aproximação com a literatura, e o modelo numérico também apresentou um comportamento próximo ao do experimento. Um dos fatores mais significativos na variação de perda de pressão e nas transições entre laminar e turbulento foi a relação entre os diâmetros. Os autores mostraram que a diferença de resultados entre os modelos matemático e experimental aumenta com a diferença entre os diâmetros interno e externo dos anéis, pois aumenta a não linearidade da tensão de cisalhamento.

2.2 Resumo do estado da arte

Com base na revisão bibliográfica sobre técnicas numéricas e experimentais da determinação das características de fluidos não Newtonianos, a Tabela 1 mostra um resumo dos principais autores e as diferentes metodologias.

Tabela 1 – Estado da arte

Metodologia aplicada	Principais conclusões	Referências
Modelos Empíricos	Em fluidos não-Newtonianos, a taxa de deformação só é proporcional à tensão de cisalhamento através da viscosidade equivalente em uma distância de 0,83 vezes o raio da tubulação.	Laun (1983)
Modelos Empíricos	Foi concluído que a razão entre a velocidade crítica de transporte e o diâmetro da tubulação é aproximadamente igual à raiz quadrada deste diâmetro, e que para fluidos compostos de partículas de maiores dimensões, a condição crítica independe do tamanho das partículas.	Turian et al (1987)
Modelos Empíricos	Foi constatado que os coeficientes de resistência ao escoamento possuem uma sensibilidade maior ao se aproximar do regime de transição, que antecede o turbulento, porém as aproximações utilizadas pelos autores no regime laminar são adequadas para uso.	Turian et al (1998)
Modelos Empíricos	Os autores conseguiram determinar os parâmetros adicionais para altas (acima de 18%) concentrações de partículas no fluido, mantendo o diâmetro médio das partículas em 0,6mm; e conseguiram	Wilson (2002)

	determinar os pontos ótimos de operação para cada concentração.	
Modelos Empíricos	Foram observadas quedas nas perdas de pressão com o aumento da produção de gelo, o que foi atribuído à mudança de forma dos cristais. Os maiores valores de perda de pressão foram detectados à maior concentração de gelo e à maior velocidade. Para massas de gelo entre 10% e 15%, o fluido apresentou um comportamento Newtoniano, apresentando variações no mesmo com concentrações acima de 15%	Grozdek et al (2009)
Modelos Empíricos	Os resultados de velocidade crítica levaram ao autor a proposição de um novo modelo analítico para cálculo da velocidade crítica, baseado em Wasp and Slatter (2004), com desvios de no máximo 10% a partir das curvas obtidas experimentalmente	Souza Pinto (2012)
Herschel- Bulkley	Resultados preliminares mostraram que o modelo não Newtoniano de Herschel-Bulkley foi capaz de reproduzir o comportamento do fluido, dentro dos parâmetros experimentados. Foi demonstrado que a viscosidade equivalente aumenta com a concentração de sólidos.	Lu et al. (2005)
Herschel- Bulkley	Os resultados indicaram que o modelo analítico foi suficiente para descrever o comportamento do fluido na primeira placa inclinada, porém o erro aumentou muito nas placas subsequentes, e que o modelo	Sutalo (2006)

	<p>CFD conseguiu calcular a diferença da altura da superfície livre do fluido nas placas subsequentes, por considerar a variação da altura de filme no tempo, contida em efeitos transientes, garantindo maior precisão dos resultados.</p>	
Herschel-Bulkley	<p>O método numérico utilizado pelo autor, que possui apenas uma dimensão, proporcionou respostas generalizadas para os tipos de restrição de escoamento, mostrando que o comportamento do fluido não se altera com o tipo de restrição, ou seja, suas características são mantidas constantes. Além disso, os modelos de Herschel-Bulkley e de Ellis se mostraram eficientes para determinar o comportamento do fluido</p>	Sochi (2013)
Lei de potência	<p>Para fluidos pseudoplásticos ($n < 0,6$), o coeficiente de arrasto aumenta com o número de Reynolds, enquanto que fluidos dilatantes e fluidos Newtonianos ($n > 0,6$ e $n = 1$), mostram um declínio do mesmo coeficiente. O mesmo comportamento foi observado em relação ao número de Strouhal.</p>	Bijjan et al (2012)
Lei de potência	<p>O autor verificou que para fluidos dilatantes ($n > 1$), a variação de pressão transiente ao atuar sobre o sistema teve uma atenuação mais rápida em relação ao fluido Newtoniano ($n = 1$). Em contrapartida, fluidos pseudoplásticos ($n < 1$) apresentaram um tempo muito maior para</p>	Wahba (2013)

	a estabilização, indicando um menor amortecimento do mesmo.	
Lei de potência	Os resultados mostraram que a utilização de um parâmetro global de atrito entre a polpa e o solo não é uma boa aproximação e em vez disso deve-se usar a formulação “Darcy. O fator de atrito, utilizado para cálculo de perda de carga, varia de acordo com Reynolds, porém o autor detectou que há baixa variação deste fator no regime turbulento, e os maiores valores são atingidos no regime laminar, em quaisquer variações de concentração.	Trehwela et al (2014)
Lei de potência	Os autores mostraram que a diferença de resultados entre os modelos matemático e experimental aumenta com a diferença entre os diâmetros interno e externo dos anéis, pois aumenta a não linearidade da tensão de cisalhamento.	Erge et al (2016)
CFD-DEM	Os autores observaram que ao utilizar o escoamento homogêneo de mistura água-hidratos, o modelo matemático apresentou resultados satisfatórios, e ao fazer testes com a formação de um leito fixo de partículas sólidas, mostrou que o diâmetro das partículas formadas é inversamente proporcional à velocidade de escoamento, diminuindo as perdas de carga, assim como no experimental. Isso se deve ao fato da viscosidade apresentar valores dez vezes maiores, próximo ao leito de partículas.	Balakin et al. (2011)

CFD-DEM	Foi verificado um ganho computacional utilizando diferentes plataformas (GPU para DEM e CPU para CFD), para cada simulação.	Jajcevic et al. (2013)
CFD-DEM	Os resultados dos autores não corresponderam inicialmente aos resultados experimentais, e o erro foi atribuído a ausência de dissipação viscosa na escala das partículas. Para tanto, foi desenvolvido um sistema de dissipação na malha de volumes finitos para compensar este problema.	Blais et al (2016)
CFD-DEM	Em todas as condições de velocidade e de tamanho de partículas foi observado o crescimento do gradiente de pressão com o crescimento da concentração de partículas. Outro importante resultado foi o declínio da viscosidade turbulenta com o aumento da concentração. A turbulência observada domina na região de menor concentração de sólidos, e diminui sua intensidade com o aumento da concentração.	Gopaliya et al (2016)
CFD-LPT	Resultados mostraram que o modelo obteve valores de densidade semelhantes aos experimentais próximo a parede, e os modelos de viscosidade baseados na concentração de sólidos somente se aproximaram dos valores experimentais distante da parede.	Vakamala (2015)
DEM-SPH	Os resultados de ambos os métodos foram próximos aos resultados analíticos, se diferenciando por diferentes frações de	Markauskas (2016)

fluido locais e pela força de arrasto que foi provocada. Além disso, a curva de sedimentação produzida utilizando DEM-CFD foi menos suave que a curva utilizando DEM-SPH, devido aos erros no cálculo das frações de fluido quando a partícula vai de um elemento a outro

Fonte: Elaborado pelo autor

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo são apresentados os principais conceitos físicos aplicados na realização deste trabalho.

3.1 Método dos volumes finitos

O método dos volumes finitos pode ser conceituado como o método de resolução das equações de balanço da massa, energia e quantidade de movimento, aproximando numericamente os resultados das derivadas parciais. Para isso, este método faz a decomposição do domínio de solução em volumes menores e mais simples, e então são aplicadas condições de contorno para encontrar as variações das propriedades em todos os nós da malha formada por esses elementos (Veersteg, Malalasekera, 2007).

As leis que governam o comportamento dos fluidos, tanto no espaço quanto no tempo são as leis da conservação da massa, a lei da conservação da quantidade de movimento e a primeira lei da termodinâmica.

A lei da conservação da massa impõe que a variação de massa em um determinado volume de controle é igual ao escoamento de massa que atravessa o mesmo (Fox, Pritchard, McDonald, 2010). Esta lei é definida pela equação (1).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0 \quad (1)$$

Onde ρ representa a massa específica do fluido, t representa o tempo; u, v e w representam as componentes de velocidade nas direções x, y e z , que por sua vez representam as coordenadas espaciais.

Analogamente, a segunda lei de Newton confere que a soma de todas as forças que atuam em um volume de controle é igual ao produto entre massa e aceleração, ou seja, as tensões viscosas que atuam na superfície de um volume fluido são consideradas proporcionais às taxas de deformação do mesmo, encontrando as equações (2), (3) e (4), conhecidas como equações de Navier-Stokes.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho uu) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho vu) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho wu) = \frac{-\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + S_{Mx} \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v v) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho u v) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho w v) = \frac{-\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + S_{My} \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho w) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w w) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w u) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w v) = \frac{-\partial P}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + S_{Mz} \quad (4)$$

A variável μ representa a viscosidade, que é a constante de proporcionalidade entre a tensão de cisalhamento e a taxa de deformação e P representa a pressão que atua sobre o volume de controle. Os termos S_m representam os termos fonte em cada direção, e são calculados como as forças de campo que atuam sobre um volume fluido. Neste trabalho apenas a gravidade foi considerada.

O estudo da turbulência teve seu início com Osborne Reynolds (1883), estabelecendo conceitos e as primeiras formulações das flutuações de velocidade, mas foi Ludwig Prandtl que determinou a principal causa deste fenômeno utilizando o conceito da camada limite. O atrito com as paredes por onde há escoamento faz com que em altas velocidades, as forças inerciais do fluido sejam superiores às forças viscosas, causando essas flutuações de velocidade. O fenômeno da turbulência representa um estado caótico e aleatório e suas propriedades mudam de maneira drástica rapidamente, com os maiores gradientes próximo às paredes. (Fox, Pritchard, McDonald, 2010)

Para solução de problemas turbulentos, a metodologia mais conhecida foi a proposta por Reynolds, onde as propriedades do fluido são dadas como a soma de um valor médio e de uma parte flutuante, indicando assim as flutuações de propriedades em cada direção. Introduzindo este conceito junto as equações de transporte, obtém-se as chamadas RANS (Reynolds averaged Navier-Stokes equations), as equações (5), (6) e (7) para cada variável no espaço. (WHITE, 1991)

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + u \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + v \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + w \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) \\ = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} - \left[\frac{\partial \overline{\rho u'^2}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{\rho u'v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{\rho u'w'}}{\partial z} \right] + S_{Mx} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + u \frac{\partial \bar{v}\bar{u}}{\partial x} + v \frac{\partial \bar{v}\bar{v}}{\partial y} + w \frac{\partial \bar{v}\bar{w}}{\partial z} \right) \\ = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial y} + \mu \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y^2} - \left[\frac{\partial \overline{\rho u'v'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{\rho v'^2}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{\rho v'w'}}{\partial z} \right] + S_{My} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + u \frac{\partial \bar{w}\bar{u}}{\partial x} + v \frac{\partial \bar{w}\bar{v}}{\partial y} + w \frac{\partial \bar{w}\bar{w}}{\partial z} \right) \\ = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial z} + \mu \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial z^2} - \left[\frac{\partial \overline{\rho u'w'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{\rho w'v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{\rho w'^2}}{\partial z} \right] + S_{Mz} \end{aligned} \quad (7)$$

Onde \bar{u} , \bar{v} e \bar{w} representam a média das velocidades em cada direção no espaço e analogamente, u' , v' e w' representam suas flutuações.

A modelagem da turbulência proposta por Reynolds introduz um problema, onde o número de variáveis aumenta, e o número de equações para resolvê-las não é suficiente. Para isso, são utilizadas técnicas numéricas para solução destas equações aplicando também métodos iterativos. (BEJAN, 2013)

Há ainda mais dois métodos utilizados para solução destes problemas, chamados LES e DNS. Na metodologia LES (Large Eddy Simulation) é utilizado um campo de velocidades filtrado, modelando pequenos vórtices e resolvendo apenas os de maior escala, exigindo um esforço computacional maior em relação à RANS. (Veersteg, Malalasekera, 2007). DNS (Direct Numerical Simulation) resolve todos os termos da equação de Navier-Stokes, se aproximando mais do fenômeno físico, mas a sua utilização é restrita pois o esforço computacional exigido é muito maior que RANS e LES.

Para cada tipo de solução escolhida, excluindo a DNS, existem ainda diversas ramificações de modelos de turbulência. Alguns dos modelos RANS utilizam como parâmetro a chamada energia cinética turbulenta representada pela letra k , e formas de dissipação desta energia, como o modelo de Wilcox, $k-\omega$, onde ω é frequência de dissipação dessa energia e o modelo de interesse deste estudo, $k-\epsilon$, onde ϵ representa esta dissipação de energia. (WARSI, 2006)

Este modelo adiciona duas variáveis e duas equações (9) e (10) de transporte para modelagem da turbulência. Além disso, é implementado o conceito de viscosidade turbulenta (8), que é função também de k e ϵ . (Veersteg, Malalasekera,

2007) A viscosidade turbulenta é adicionada às equações de transporte em um modelo CFD, acrescentando essas duas equações para solução completa do problema.

$$\mu_t = \frac{\rho C_\mu k^2}{\epsilon} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho k u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho k v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho k w) \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial}{\partial x} (k) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial}{\partial y} (k) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial}{\partial z} (k) \right] + 2\mu_t S_{xy} \cdot S_{xy} \\ + 2\mu_t S_{yz} \cdot S_{yz} + 2\mu_t S_{zx} \cdot S_{zx} - \rho \epsilon \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \epsilon)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho \epsilon u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho \epsilon v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho \epsilon w) \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial}{\partial x} (\epsilon) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial}{\partial y} (\epsilon) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial}{\partial z} (\epsilon) \right] + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} 2\mu_t S_{xy} \cdot S_{xy} \\ + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} 2\mu_t S_{yz} \cdot S_{yz} + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} 2\mu_t S_{zx} \cdot S_{zx} - C_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^2}{k} \end{aligned} \quad (10)$$

C_μ , σ_k , σ_ϵ , $C_{1\epsilon}$ e $C_{2\epsilon}$ são constantes adimensionais e no modelo k- ϵ possuem os valores de 0,09; 1,00; 1,3; 1,44 e 1,92 respectivamente.

As vantagens deste modelo de turbulência são:

- Modelo muito validado na literatura;
- Adiciona apenas duas equações de transporte (reduz o gasto computacional).

Ainda segundo Veerstedt e Malalasekera (2007), as desvantagens deste modelo são em escoamentos confinados ou taxa de deformação muito alta, e também na previsão da separação do escoamento em condições adversas de gradiente de pressão, pois em ambos os casos ele suaviza o comportamento do fluido.

3.2 Método dos elementos discretos

O método dos elementos discretos é uma expansão dos métodos Lagrangeanos, que consiste na combinação da conservação do momento linear com

a conservação da energia, equivalente à formulação da mecânica de Newton. Estes métodos permitem calcular a dinâmica do movimento das partículas em conjunto com as forças de contato entre elas, que dependem das características do material das partículas. (PEREIRA, 2014)

As premissas utilizadas para aplicação do método são:

- Cada partícula compõe um sistema complexo que trabalha em conjunto;
- Cada partícula tem seu movimento independente e influenciam no movimento das outras apenas na zona de contato;
- Todo o meio e todas as partículas são considerados corpos rígidos;
- Os contatos são concentrados em uma região muito pequena da partícula, de dimensões infinitesimais;
- Existe uma tolerância de penetração entre as partículas.

3.2.1 Atrito e contato

O fenômeno físico simulado pelo método dos elementos discretos é governado principalmente pelo modelo constitutivo aplicando diretamente a segunda lei de Newton.

No contato entre partículas, o modelo utilizado é o de molas e amortecedores, nas direções normal e tangenciais, nas quais é decomposta a força de impacto entre os corpos. As molas (Figura 1) surgem ao detectar o contato entre duas ou mais partículas, ou entre partículas e outros corpos inseridos na simulação e são consideradas unidas até que a distância seja maior do que a zona de contato.

No caso da força normal, a resultante é o produto da força pela rigidez da mola, que é determinada pelas características dos materiais em contato. Para a força cisalhante é considerada a força gerada pela rotação das partículas. A força produzida pelo amortecedor depende diretamente da velocidade entre os corpos, sendo calculada geralmente pelo modelo do amortecimento viscoso. (Cundall, 1988)

Figura 1 – Modelo dinâmico do contato normal (esquerda) e tangencial (direita)



Fonte: Elaborado pelo autor

A força cisalhante, que pode ser dividida ainda em outras duas direções distintas da normal em um espaço tridimensional, é modelada pelo atrito de Coulomb, que depende da força normal. Este modelo utiliza de um coeficiente de atrito, chamado coeficiente de atrito dinâmico, que é multiplicado pela força normal para ser determinada a força de cisalhamento. Este coeficiente está sempre entre 0 e 1, demonstrando a relação linear entre as forças mas provando que a força cisalhante nunca será maior que a força normal.

Existem ainda formulações que consideram a propriedade de adesão das partículas, que podem se atrair por diferença de potencial elétrico (iterações atômicas), iterações entre as moléculas (Ligação de Van der Waals por exemplo), ou até por propriedades físicas, como a rugosidade. Nestes casos, a mola que é modelada para o contato possui uma pré-carga, o que dificulta o afastamento entre as partículas. (MATTUTIS, 2014)

3.2.2 Mecânica do movimento

O movimento das partículas é determinado pela segunda lei de Newton, ou seja, calcula-se a aceleração a partir da massa do componente e a força resultante. No caso do movimento angular, o cálculo é semelhante, onde o torque produzido é produto da aceleração angular e do momento de inércia. Em um sistema de coordenadas tridimensional, cada elemento possui seis graus de liberdade, sendo eles a translação e a rotação em cada um dos três eixos.

As equações (11) e (12) determinam a posição espacial de cada partícula em relação ao tempo:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = \sum F_{ext} \quad (11)$$

$$I \frac{d\omega}{dt} = \sum T_{ext} \quad (12)$$

Na maioria dos softwares é utilizado o método explícito de integração numérica para solução das equações do movimento. O passo de tempo é o fator mais importante considerado neste caso, pois ele deve ser pequeno o suficiente para evitar que alguns contatos não sejam detectados ou existam penetrações além da permitida entre as partículas (Cundall, Strack, 1979).

3.3 Modelagem de polpas minerais

Neste tópico são apresentados os principais métodos de caracterização de polpas minerais.

3.3.1 Reologia

A reologia é a ciência que as deformações e o fluxo da matéria. Em substâncias sólidas a deformação recorrente de uma tensão cisalhante depende do seu módulo de elasticidade. Em líquidos e gases esta deformação é contínua, diferenciando a modelagem de substâncias sólidas e fluidas. Um dos pioneiros no estudo deste tipo de deformação foi Isaac Newton, que propôs o modelo de escoamento entre duas placas planas, e mostrou que o fluido se move proporcionalmente ao esforço aplicado, tendo a mesma velocidade da placa na camada de fluido em contato com a mesma. (BARNES, 1989)

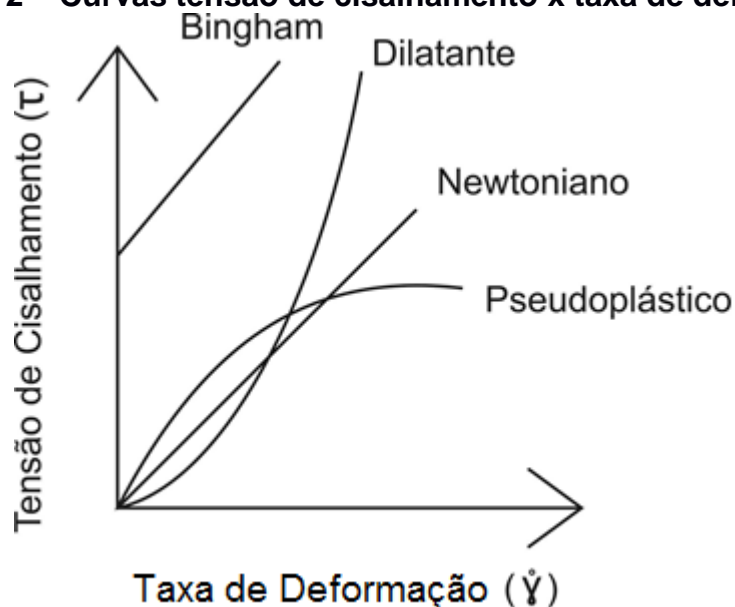
Os fluidos que possuem essa proporcionalidade são chamados fluidos Newtonianos. Fluidos que não apresentam este tipo de comportamento, chamados não Newtonianos, possuem diversos tipos de modelagem para cada não linearidade apresentada. Eles podem variar o comportamento com o tempo, com o tempo de atuação da força ou até com a própria taxa de deformação. Os principais exemplos encontrados na literatura são (Adaptado de Souza Pinto, 2012):

Tabela 2 – Classificação dos fluidos

Definição	Exemplo	Modelo
Plástico de Bingham	Creme dental	$\tau = \tau_0 + \mu \frac{du}{dy}$
Pseudoplástico	Maionese	$\tau = k \left(\frac{du}{dy} \right)^n \quad 0 < n < 1$
Newtoniano	Água	$\tau = \mu \frac{du}{dy}$
Dilatante	Goma arábica	$\tau = k \left(\frac{du}{dy} \right)^n \quad n > 1$

Fonte: Elaborado pelo autor

O comportamento destes fluidos pode ser observado na Figura 2, que exemplifica a não linearidade de cada tipo de fluido em relação à própria taxa de deformação:

Figura 2 – Curvas tensão de cisalhamento x taxa de deformação

Fonte: Elaborado pelo autor

Polpas minerais são caracterizadas pela adição de partículas sólidas em água. Essa adição modifica as propriedades do fluido que passa a se comportar como não Newtoniano. Slatter (1999) afirma que que a polpa pode ser modelada através dos parâmetros do escoamento, como tensão e taxa de cisalhamento.

As forças que atuam em uma partícula imersa em meio fluido pode ter origem em efeitos viscosos ou em efeitos de pressão. Dentre elas, a força de arrasto atua no sentido contrário ao movimento, devido aos efeitos viscosos do atrito entre o fluido e a partícula, e aos efeitos de pressão, que depende da forma da mesma. (ALMENDRA 1979)

A partir da massa específica do fluido, a velocidade da partículas e também do coeficiente de arrasto da mesma, chega-se à equação da força de arrasto (13).

$$F_d = C_d \frac{\rho V^2}{2} \times A \quad (13)$$

O escoamento de fluidos misturados às partículas sólidas possui duas linhas distintas de estudo, as quais são diferenciadas pelo tipo de mistura. Se partículas mais finas são utilizadas ou em baixa concentração, o escoamento é caracterizado como homogêneo, onde as fases da mistura não são distinguidas e raramente há deposição de material (separação de fases) com o fluido em escoamento. Se partículas mais grossas são utilizadas ou em alta concentração, o escoamento é heterogêneo, obtendo comportamentos diferentes em cada regime de escoamento (laminar, transiente ou turbulento) ou até em condições variantes dos mesmos. (BROWN, 1991)

A caracterização das propriedades físicas da polpa está relacionada a determinação dos parâmetros equivalentes da mistura, independente do estado ou tipo de mistura. As principais variáveis calculadas são a viscosidade equivalente, distribuição das partículas em meio fluido, dimensão característica do particulado, concentração e massa específica equivalente. (WILSON, 2006)

Para sistemas heterogêneos, a definição de um modelo único que represente o comportamento da polpa em distintas vazões é mais difícil que em sistemas homogêneos, devido a formação de um leito de partículas quando ocorre a deposição das mesmas em baixas velocidades. Neste caso, podem coexistir em estágios transitórios entre a formação de leito e a dispersão total das partículas, leitos transportados em meio à dispersão de parte do particulado. (BROWN, 1991)

O estudo do escoamento heterogêneo de fluidos com múltiplas fases pode ser dividido em cada etapa de comportamento, como por exemplo a turbulenta, na qual se houver dispersão total das partículas, o fluido possui características bem definidas. Para determinar a faixa de valores de velocidade em que isto ocorre, um parâmetro fundamental foi definido, chamado velocidade crítica de transporte. Conceito iniciado por Durand (1952), que posteriormente foi incrementado por

diversos autores como Slatter (2004), que adicionaram ao modelo puramente empírico princípios físicos, com a intenção de resolver sistemas onde o modelo não era eficaz.

A velocidade crítica de transporte pode ser definida quando a perda de carga é mínima, ou seja, quando o leito de partículas se desfaz, a perda de carga tende ao seu menor valor entre todas as faixas de velocidade em que é submetido o fluido. Além disso, a dispersão de todas as partículas é um fator visual que também indica este comportamento. Conceitualmente, a definição é a velocidade mínima para que não haja deposição de particulado. (WILSON, 2006)

3.3.2 Iteração fluido-partículas (Cfdem)

Quando há escoamento de fases distintas, o movimento produzido por uma ou outra fase produz uma reação na outra, o que interfere no comportamento final da mistura. Porém, utilizando duas técnicas numéricas distintas, para resolver cada fase separadamente, surge a necessidade de incluir equações que reproduzam o par de ação e reação entre as fases. Essas equações são baseadas na terceira lei de Newton, onde a força produzida pelos elementos sólidos é transmitida como um gradiente de pressão para a malha fluida, e os gradientes de pressão são convertidos em forças que atuam em torno de cada elemento discreto.

Este acoplamento é conhecido como *two way coupling*, ou acoplamento de duas vias, onde um terceiro grupo de equações, externo às duas técnicas, transforma os resultados de cada técnica em condições de contorno para outra. Este acoplamento pode ser feito a cada passo de tempo, onde a cada iteração são fornecidas novas condições de contorno, ou pode-se considerar o tempo de resposta de uma fase muito superior ao da outra, utilizando assim passos de tempo proporcionais entre os passos de acoplamento.

Este tipo de abordagem é lagrangeana, visto que cada partícula tem sua trajetória calculada separadamente, e possui um esforço computacional bastante elevado em relação à simulação de um fluido homogêneo com as características modificadas, pois o número de partículas e a iteração entre cada uma delas aumenta a necessidade de processamento. (MASSARANI, 2002)

As principais forças aplicadas sobre a superfície dos elementos discretos são a força de arrasto, o empuxo e a força gerada pelos gradientes de pressão aplicados

sobre a área da partícula. O efeito principal produzido pelas partículas no fluido é a variação de volume e a inércia e massa adicionados ao escoamento.

3.3.3 Caracterização do fluido

Os parâmetros fundamentais para definir o comportamento do escoamento de um fluido, partindo de ensaios de bombeamento, são as tensões de cisalhamento ao longo da seção do tubo e a taxa de deformação do mesmo.

Para um fluido Newtoniano, a tensão de cisalhamento é proporcional a taxa de deformação e pode ser calculado pela equação (14) (BEJAN, 2013):

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (14)$$

Onde τ representa a tensão de cisalhamento, μ representa a viscosidade, u a componente da velocidade na direção x e y uma coordenada espacial.

Num ensaio de bombeamento, são medidos dois parâmetros principais: a perda de pressão e a vazão, que com os dados de área da seção transversal encontra-se a velocidade média. Para um fluido Newtoniano, a tensão de cisalhamento varia linearmente da parede do tubo até o raio, e este comportamento é simétrico em relação ao centro do tubo até a parede novamente, podendo ser calculada pela equação (15).

$$\tau = \frac{\Delta P}{L} \cdot \frac{R}{2} \quad (15)$$

Onde ΔP é a perda de pressão, R o raio da tubulação e L o comprimento do trecho onde foi medida a perda.

Para um fluido não Newtoniano, a tensão de cisalhamento não é proporcional à taxa de deformação, apresentando um comportamento da lei de potência (Fox, Pritchard, McDonald, 2010), e a sua relação entre tensão de cisalhamento e taxa de deformação pode ser descrita na equação (16), onde k é a consistência e n o índice de comportamento:

$$\tau = k \left(\frac{du}{dy} \right)^n \quad (16)$$

Em regime laminar, a taxa de deformação na parede pode ser calculada pela equação (17), aplicável apenas para fluidos Newtonianos (CHABRA e outros, 2011):

$$\frac{du}{dy} = \frac{8V}{D} \quad (17)$$

Onde V é a velocidade média do escoamento e D o diâmetro da tubulação.

Para fluidos Newtonianos, a equação (17) representa a verdadeira taxa de deformação na parede, porém, em fluidos não Newtonianos, é necessário a aplicação de um fator de correção, definido pela variável n' . Esta variável é o coeficiente angular da relação entre o logaritmo da tensão de cisalhamento e do logaritmo da taxa de cisalhamento. A taxa de deformação real é dada pela equação (18). (CHABRA e outros, 2011)

$$\frac{du}{dy} = \frac{8V}{D} \left(\frac{3n' + 1}{4n'} \right) \quad (18)$$

Em regime turbulento, este comportamento pode ser representado por uma viscosidade equivalente, onde a tensão de cisalhamento é proporcional à taxa de deformação para determinados valores. Isso significa que a viscosidade equivalente é uma função desses dois parâmetros, e pode ser aplicada como um valor constante ao longo de toda a seção se a vazão for mantida constante. (Wilson et al. ,2006)

A viscosidade equivalente pode ser calculada em função da tensão de cisalhamento na parede e da velocidade média do escoamento, como mostra a equação (19) (Wilson et al. ,2006):

$$\mu_{eq} = \frac{\rho \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} D}{\exp\left(\frac{V}{2,5 \sqrt{\frac{\tau}{\rho}}}\right)} \quad (19)$$

Onde ρ é a massa específica da mistura e τ a tensão de cisalhamento na parede.

Dessa forma, para cada ensaio de bombeamento com determinada velocidade média, pode ser calculado um valor de viscosidade equivalente.

Para fluidos com n' menor que 1, existe apenas uma região onde a tensão de cisalhamento é proporcional à taxa de cisalhamento, como num fluido Newtoniano, e a constante de proporcionalidade é a viscosidade equivalente. Segundo Laun (1983), que executou um experimento no qual foram medidos tensão de cisalhamento e taxa de deformação ao longo de toda a seção transversal de um tubo, essa região se encontra em 0,83 vezes o raio do tubo, onde a tensão de cisalhamento também é 0,83

vezes a tensão na parede. De acordo com o autor, as diferenças produzidas por este cálculo em relação ao experimental atingem no máximo 2% para fluidos com n' entre 0,2 e 1,3; e pode atingir até 8% para fluidos com n' igual a 1.

3.4 Determinação da incerteza numérica

Modelos numéricos possuem erros associados tanto à modelagem de fenômenos considerados desprezíveis quanto à discretização de domínios contínuos. Para conferir confiabilidade aos resultados produzidos neste tipo de análise, seja utilizando técnicas de volumes finitos, diferenças finitas ou elementos finitos, duas etapas são indispensáveis: a verificação e a validação. Uma denominação simples para estes conceitos seria: resolver as equações corretamente para verificação e resolver as equações certas para validação ou seja, as equações que realmente representam aquele fenômeno físico. (OBERKAMPF, 2010)

Erros de discretização do domínio, causados pela aproximação das derivadas contidas nos modelos analíticos por diferenças diminuem com um maior refinamento da malha, pois diminuem as distâncias entre elementos da malha. Por sua vez uma maior quantidade de diferenças são utilizadas para representar o mesmo meio contínuo, se aproximando mais do resultado analítico. Na maioria das vezes são realizados testes de malha, onde é conferida a convergência da malha, ou seja, o resultado em um mesmo nó ou elemento não deve variar significativamente de uma malha para a outra, evidenciando que os resultados produzidos pelo modelo independem da malha.

O critério de avaliação para determinar a malha mais eficiente (adotou-se como aceitáveis resultados com diferenças de até 5% e menor custo computacional), passa pela análise de incerteza, calculada a partir da comparação entre as malhas mais grossas e as mais refinadas. Para quantificar os erros de discretização entre malhas, é utilizada a extrapolação de Richardson, que parte do princípio que o resultado de um elemento é o valor exato somado aos erros de discretização de primeira até a n ésima ordem. O método consiste em truncar a série nos erros de segunda ordem, e como são resolvidas as equações de primeira ordem os erros de primeira ordem são nulos. Desta forma, a equação (20) que define o erro da malha fina em relação a malha mais grossa é: (ROACHE, 1997)

$$E_1 = \frac{f_2 - f_1}{1 - r^p} \quad (20)$$

Onde:

f_2 = Resultado numérico da malha mais grossa

f_1 = Resultado numérico da malha mais fina

r = Fator de refinamento (Tamanho da malha mais grossa / tamanho da malha mais fina)

p = Índice de convergência da malha

E a equação (21) que define o erro da malha mais grossa em relação à malha mais fina:

$$E_1 = \frac{r^p \times (f_2 - f_1)}{1 - r^p} \quad (21)$$

Para determinar o p , a equação (22), válida quando o r é constante, precisa de três malhas, evidenciando o índice de convergência entre elas.

$$p = \frac{\ln\left(\frac{f_3 - f_2}{f_2 - f_1}\right)}{\ln(r)} \quad (22)$$

Quando o r não apresenta um valor constante, é utilizada uma equação iterativa, aplicando fatores de relaxação $w \sim 0,5$, como mostram as equações (23) e (24):

$$p = w * p + (1 - w) * \ln(\beta) / \ln(r_{12}) \quad (23)$$

$$\beta = \frac{r_{12}^{(p-1)} * (f_3 - f_2)}{r_{23}^{(p-1)} * (f_2 - f_1)} \quad (24)$$

Onde r_{12} é a razão entre os tamanhos de elemento das malhas mais refinada e do meio; r_{23} é a razão entre os tamanhos de elementos das malhas do meio e menos refinada.

As equações apresentadas são aplicáveis apenas comparando os resultados no mesmo nó, para as três malhas, tornando o resultado localizado e não preciso para prever a incerteza em locais nos quais os nós não são coincidentes.

4 METODOLOGIA

Neste capítulo são apresentados os métodos utilizados para alcançar os resultados esperados.

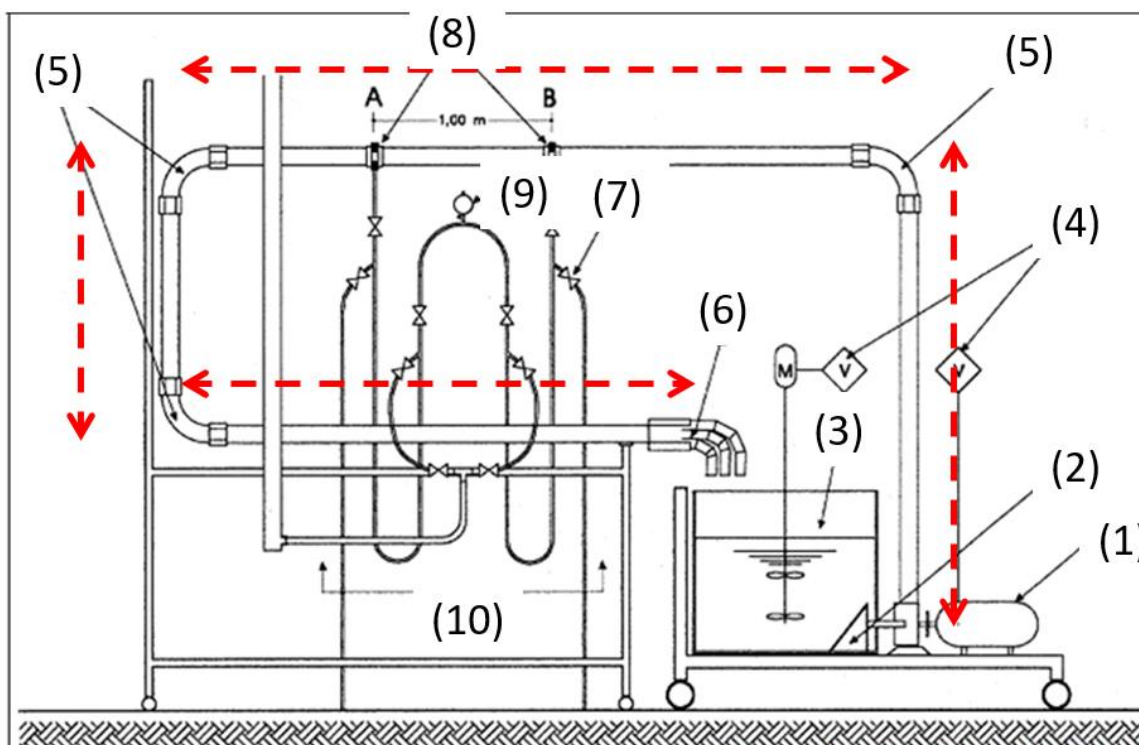
4.1 Determinação do volume de controle

O domínio de solução considerado para a realização dos estudos de CFD e DEM que são a proposta deste trabalho foi construído no programa SolidWorks, com as dimensões indicadas na Figura 3. O tubo possui diâmetro nominal de 2 polegadas, o que significa que possui diâmetro interno de 50,1mm; de acordo com as tabelas comerciais. Estas dimensões foram retiradas do trabalho realizado por Souza Pinto (2014).

O trabalho abrangeu duas tubulações, de 1 e 2 polegadas de diâmetro nominal, e também três minerais distintos, que são apatita, hematita e quartzo. Os números na Figura 3 indicam:

- 1 – Bomba Centrífuga
- 2 – Dispositivo quebra-bolha
- 3 - Tanque de alimentação com agitador
- 4 - Inversores
- 5 – Tubos e conexões
- 6 – Distribuidor
- 7 – Medidor de pressão em U
- 8 – Anéis Piezométricos
- 9 – Sistema de pressurização
- 10 – Tubos de saída para limpeza dos manômetros

Figura 3 - Dimensões do volume de controle



Fonte: Souza Pinto (2012)

Para modelar matematicamente este volume de controle, onde foram aplicadas as equações do método dos volumes finitos, foram feitas quatro malhas hexaédricas, utilizando o software hypermesh, exportando para o formato polymesh do software OpenFoam. A Tabela 3 mostra os dados das malhas produzidas. Este modelo matemático discretiza o domínio estudado e com um maior número de elementos diminuem os erros de discretização, além de ser possível avaliar em qual das malhas o resultado não varia significativamente com o refinamento da mesma.

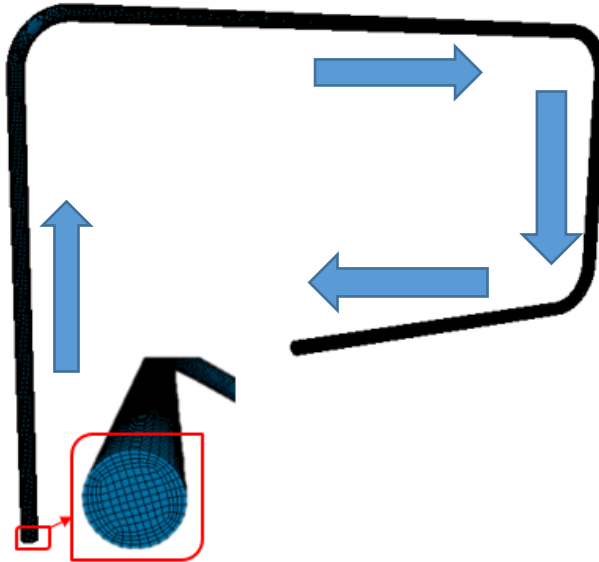
Tabela 3 – Malhas produzidas

Malha	Número de elementos
1	250560
2	443700
3	794952
4	1841856

Fonte: Elaborado pelo autor

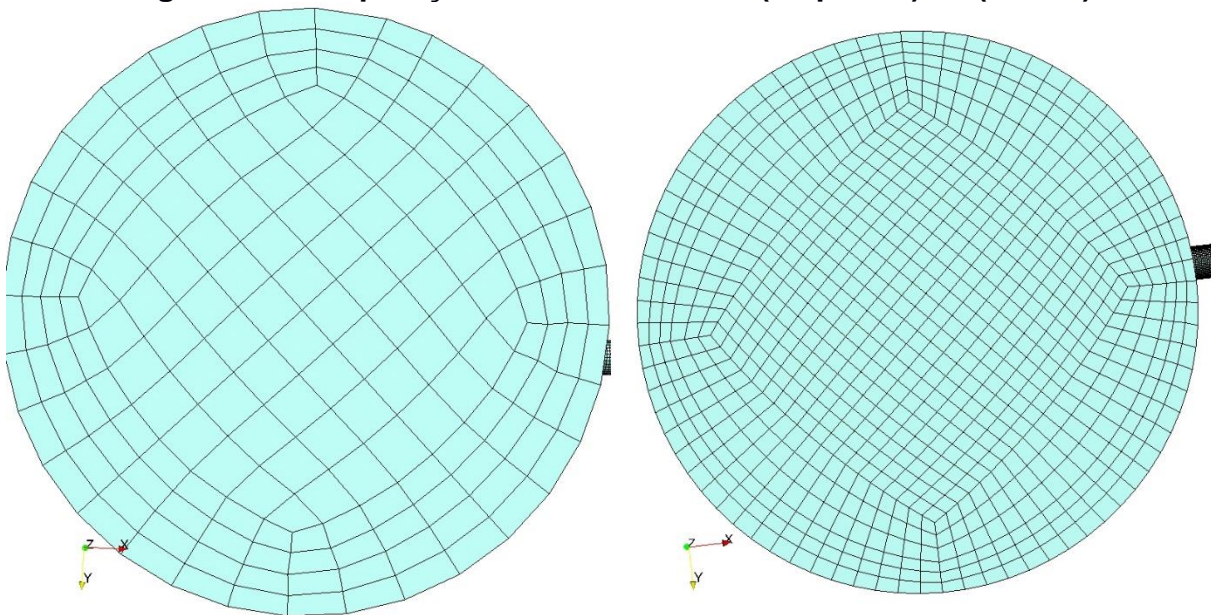
A Figura 4 mostra a malha espacialmente, do início do tubo até a saída para a atmosfera. A Figura 5 mostra as diferenças entre a malhas mais grossa e mais refinada.

Figura 4 - Malha 1



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 5 – Comparação entre as malhas 1(esquerda) e 4(direita)



Fonte: Elaborado pelo autor

Pode ser observado que foi aplicado um refinamento principalmente próximo a parede, onde estão concentrados os maiores gradientes. Além disso a diferença de

extrusão da seção transversal também aumentou, onde os elementos têm dimensões mais simétricas, aproximando-os de uma malha estruturada.

4.2 Modelagem do fluido

Dentre os testes executados pelo autor foi selecionado o tubo de 2 polegadas e o mineral apatita com concentração de 12% em volume na água e partículas com granulometria entre 297 e 249 micrômetros.

Para a simulação da polpa de minério ensaiada por Souza Pinto (2014), inicialmente foram definidos 3 métodos distintos:

- viscosidade equivalente constante, para cada velocidade média;
- viscosidade variável através dos parâmetros k e n ;
- determinação da velocidade crítica utilizando CFDEM.

4.2.1 Viscosidade constante

Para o primeiro método definido, inicialmente foi calculada a tensão de cisalhamento na parede e a viscosidade equivalente para cada vazão, como definida pelo item 3.3.3, utilizando apenas os resultados obtidos acima de velocidade crítica, onde o regime é turbulento. Os resultados obtidos por Souza Pinto (2014) estão na Tabela 4, e os parâmetros obtidos estão na Tabela 5.

Tabela 4 – Dados experimentais para testes com polpa mineral – Acima da velocidade crítica

Velocidade média (m/s)	Perda de pressão (Pa/m)
1,8	1029
2,1	1274
2,4	1476
2,7	1769

Fonte: Souza Pinto, 2014

Tabela 5 – Parâmetros obtidos

Velocidade média (m/s)	Tensão de cisalhamento (Pa)	Viscosidade Equivalente (Pa.s)
1,8	13,0	0,0052
2,1	16,2	0,0041
2,4	18,7	0,0027
2,7	22,4	0,0024

Fonte: Elaborado pelo autor

Com os valores de viscosidade equivalente foram definidos quatro casos distintos, onde o modelo de transporte utilizado foi o Newtoniano, porém para cada velocidade média foi definida uma viscosidade equivalente conforme apresentado na Tabela 5. A massa específica do fluido, de acordo com os resultados experimentais foi de 1257Kg/m³.

Foram utilizadas as mesmas malhas citadas no item 4.1, assim como a mesma região para avaliar as perdas de pressão.

4.2.2 Viscosidade variável

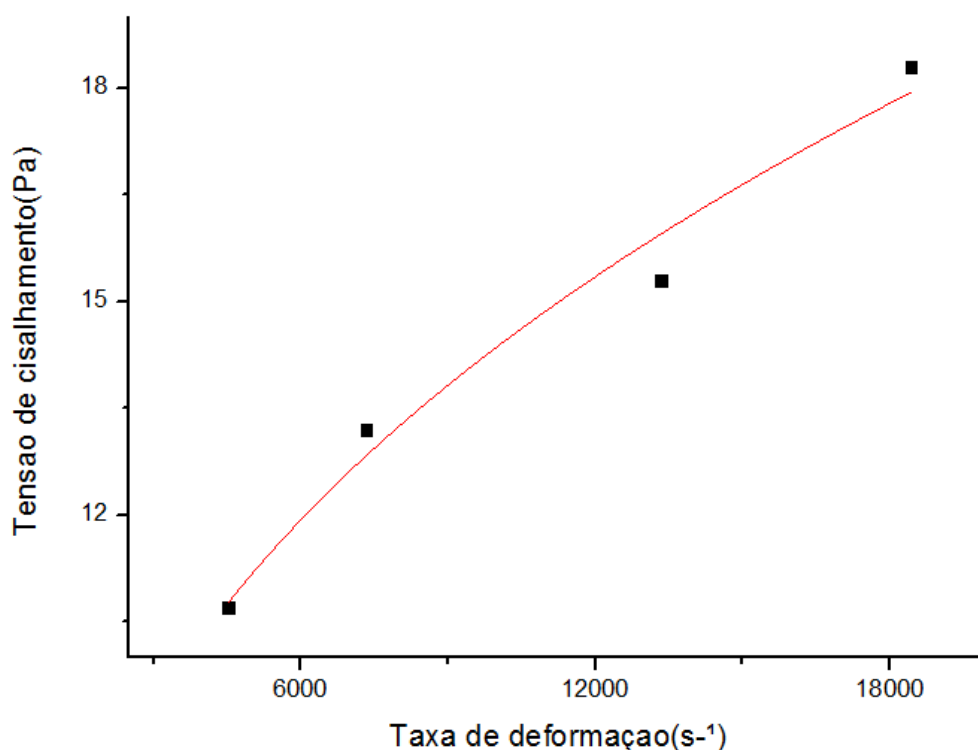
O segundo método consistiu na definição dos parâmetros k (consistência) e n (índice de comportamento) para o comportamento do fluido (equação (16)). Utilizando a metodologia de Laun (1983), onde o autor provou que as tensões de cisalhamento de um fluido não Newtoniano são proporcionais às taxas de deformação em uma região localizada a 83% do raio, e a constante de proporcionalidade neste caso é a viscosidade equivalente. Foram calculadas as tensões a uma distância de 83% do raio da parede do tubo, a viscosidade equivalente, podendo assim determinar os valores da taxa de deformação, pois neste ponto a tensão de cisalhamento é proporcional à taxa de deformação. Partindo dos mesmos dados da Tabela 4, foram obtidos os parâmetros indicados na Tabela 6:

Tabela 6 – Parâmetros obtidos

Velocidade média (m/s)	Tensão de cisalhamento (Pa)	Viscosidade Equivalente (Pa.s)	Taxa de deformação (s^{-1})
1,8	10,7	0,0052	4515,8
2,1	13,2	0,0041	7337,0
2,4	15,3	0,0027	13334,6
2,7	18,3	0,0024	18426,8

Fonte: Elaborado pelo autor

A partir destes parâmetros foi ajustada uma curva que se aproximou do formato pseudoplástico, onde a consistência (k) encontrada foi de 0,504 e o índice de comportamento (n) foi de 0,363. O R^2 do ajuste foi de 0,96687.

Figura 6 – Curva ajustada – Viscosidade variável

A partir destes valores, as mesmas malhas utilizadas nos itens anteriores foram submetidas a uma análise onde a viscosidade era determinada pelo modelo de transporte da lei de potência que permite a indicação dos valores de consistência e índice de comportamento. Além disso, o modelo permite que sejam determinadas as

viscosidades mínima e máxima, mas dentro das condições de contorno que foram mostradas a viscosidade foi completamente determinada pela equação da lei de potência.

As condições de contorno na entrada foram as velocidades médias encontradas na Tabela 6, assim como a pressão atmosférica na saída. A massa específica do fluido foi de 1257kg/m^3 e a região de avaliação da perda de carga também foi a mesma dos itens anteriores.

4.2.3 Acoplamento CFD-DEM

Para representar os fenômenos físicos que ocorrem na transição para a velocidade crítica onde as partículas sólidas desfazem o leito fixo e estão totalmente em suspensão, a metodologia aplicada será a integração dos métodos CFD e DEM, onde o fluido é representado apenas como água e são adicionadas as partículas minerais. A malha utilizada na simulação CFD é a mesma do primeiro método e será aplicado o mesmo teste de malhas e características para água pura (Densidade de 1000Kg/m^3 , viscosidade de $0,001\text{Pa.s}$), com as vazões de entrada de cada teste segundo a Tabela 7. O software para este caso é o OpenFOAM, com o solver pisofoam.

Tabela 7 – Dados experimentais para testes com polpa mineral

Velocidade média (m/s)	Perda de pressão (Pa/m)
1,3	1176
1,8	1029
2,1	1274
2,4	1476
2,7	1769

Fonte: Souza Pinto, 2014

Na modelagem das partículas sólidas, selecionando o caso onde foi aplicada apatita com granulometria de $297\ \mu\text{m}$ a $249\ \mu\text{m}$, a característica obtida experimentalmente por Souza Pinto (2014) foi densidade de $3120 \pm 18\text{kg/m}^3$ e as demais características, como módulo de elasticidade e adesão serão utilizados como parâmetros de calibração do modelo, já que as medições já feitas com este tipo de material possuem incertezas muito grandes.

O software empregado para simulação de elementos discretos foi o Liggghts, que é de natureza open source e o método empregado para este tipo de simulação consiste em:

- Criar um domínio;
- Definir os parâmetros de contato entre os elementos discretos;
- Definir os parâmetros de contato entre malha e elementos discretos.

As malhas utilizadas podem ser superfícies de duas ou três dimensões, as quais possuem suas próprias características mecânicas e podem entrar em contato com as partículas.

A inserção de partículas no domínio possui um algoritmo randômico pois são definidas duas informações: a vazão mássica e a velocidade com que são inseridas, pois são criados volumes na entrada, os quais possuem uma dispersão aleatória de corpos de acordo com a quantidade de massa solicitada, e então é aplicada a velocidade em cada um deles.

A Figura 3 apresenta o domínio utilizado neste trabalho, onde apenas as paredes internas do tubo foram fixadas como condições de contorno de contato. A propriedade aplicada foi a do PVC, 2,9GPa. As partículas entram no tubo com a mesma velocidade do fluido, indicadas na Tabela 7 e a vazão mássica foi calculada com base na proporção de volumes, que é de 12%.

O software que fez o acoplamento dos outros dois foi o CFDEM com o solver `cfdemsolverpiso`, que é capaz de calcular as forças de iteração entre fluido e partículas em passos de tempo determinados. O passo de tempo para o DEM é muito menor que o passo de tempo para o CFD, pois as iterações de contato tem que ser verificadas para não haver penetração; logo, o acoplamento foi executado a cada 50 passos da simulação DEM, desta forma também o passo de tempo na simulação CFD foi 50 vezes maior.

A granulometria neste software é fixa, podendo haver várias entradas diferentes. Para representar a granulometria deste caso a entrada foi dividida em três valores fixos, onde 30% das partículas possuem $249 \mu m$, 30% possuem $297 \mu m$ e os outros 40% possuem $273 \mu m$, que é o diâmetro médio. Apesar do formato não uniforme das partículas, neste trabalho são utilizados corpos esféricos, uma aproximação necessária já que arranjos mais complexos possuem um custo computacional muito mais elevado.

Aplicando esta granulometria seriam geradas 46 milhões de partículas por segundo, o que preencheria o domínio com aproximadamente 160 milhões de elementos discretos, sendo necessários 180Gb de RAM apenas para o DEM. A partir desta avaliação foi observado que seria inviável esta simulação, já que o software pode rodar apenas em dois processadores (um para o CFD e outro para o DEM), devido à dificuldade de particionar o domínio quando as partículas são muito pequenas (menores que 1mm). Desta forma foram utilizadas as partículas 10 vezes maiores, mantendo as propriedades de densidade e módulo de elasticidade, para observar apenas a influência da água no comportamento das partículas com a variação de velocidade, já que esta modelagem causaria gradientes de pressão muito maiores (área das esferas 100 vezes maior).

Além disso, outra limitação do software impede o cálculo da perda de pressão, pois ele necessita de uma malha com elementos de com dimensões próximas às dos elementos discretos, o que resultaria numa malha com 100 milhões de elementos, também inviabilizando a análise por necessitar de mais memória RAM do que a quantidade disponível.

Logo, os resultados esperados para esta análise são a formação do leito fixo de partículas em velocidades abaixo da velocidade crítica, que é caracterizado pelo acúmulo de partículas na parte horizontal do tubo, ou seja, quando o número de partículas que entra for igual ao número de partículas que saem, está caracterizada a velocidade crítica.

4.3 Condições de contorno

As condições de contorno em todos os casos foram vazão de entrada e pressão na saída. Na entrada foram as velocidades médias encontradas na Tabela 7, assim como a pressão atmosférica na saída. Foi considerada a condição de não escorregamento nas paredes.

A máquina utilizada possui um processador intel i7 de 3,4Ghz; 32Gb de memória RAM de 1600Mhz; SSD de 120Gb e placa de vídeo de 3Gb DDR5.

4.4 Cálculo da incerteza numérica

Para determinação da incerteza numérica, foram produzidas malhas até que o resultado se aproximasse em 5% dos resultados experimentais. Desta forma, ao

atingir os resultados, aplica-se a equação de Richardson (20) utilizando outras duas malhas com número de elementos mais próximos.

O p aplicado foi obtido através da equação iterativa, pois a razão de refinamento das malhas não foi constante como pode ser observado na Tabela 3.

Como as malhas produzidas foram não estruturadas, os nós não foram totalmente coincidentes. Para calcular a incerteza em todos os nós da malha, foi desenvolvido um algoritmo em python, onde os resultados das outras duas malhas são interpolados na malha considerada aceitável, de forma linear, utilizando uma média ponderada dos quatro nós mais próximos (Como a malha é totalmente hexaédrica, qualquer nó do mesmo domínio sempre estará mais próximo de uma face).

Após obter os resultados interpolados, são calculados os erros e os erros percentuais em relação ao refinamento da malha, definindo então a incerteza na totalidade da geometria.

As vantagens deste processo é que a incerteza pode ser avaliada em todos os pontos, como um resultado gráfico, observando se a região de interesse necessita ou não de um maior refinamento da malha. As desvantagens são a introdução de erros aleatórios ao cálculo da incerteza devido a interpolação linear.

5 RESULTADOS

Neste capítulo são mostrados os resultados obtidos com as três metodologias distintas.

5.1 Resultados aplicando viscosidade equivalente constante

Neste tópico são apresentados os resultados nos quais a viscosidade equivalente foi determinada e aplicada ao modelo de volumes finitos, e então foi feita uma simulação para cada vazão, utilizando a respectiva viscosidade,

5.1.1 Resultados de pressão e velocidade

Os valores de pressão obtidos através da análise foram comparados aos dados experimentais, adotando como aceitáveis resultados com diferenças de até 5% em relação ao experimental e menor custo computacional.

Com a primeira malha de 250560 elementos, foram obtidos resultados com diferenças inferiores à 5% conforme apresentado na Tabela 8. Estes resultados mostram diferenças entre as perdas de pressão experimental e numérica.

Tabela 8 – Comparação dados experimentais e resultados numéricos – Viscosidade Equivalente

Velocidade média (m/s)	Perda de pressão calculada (Pa/m)	Perda de pressão experimental (Pa/m)	Diferença (%)	Y+
1,8	1021	1029	0,79	20.7
2,1	1277	1274	0,2	29.2
2,4	1491	1476	1,0	47.1
2,7	1799	1769	1,7	58.1

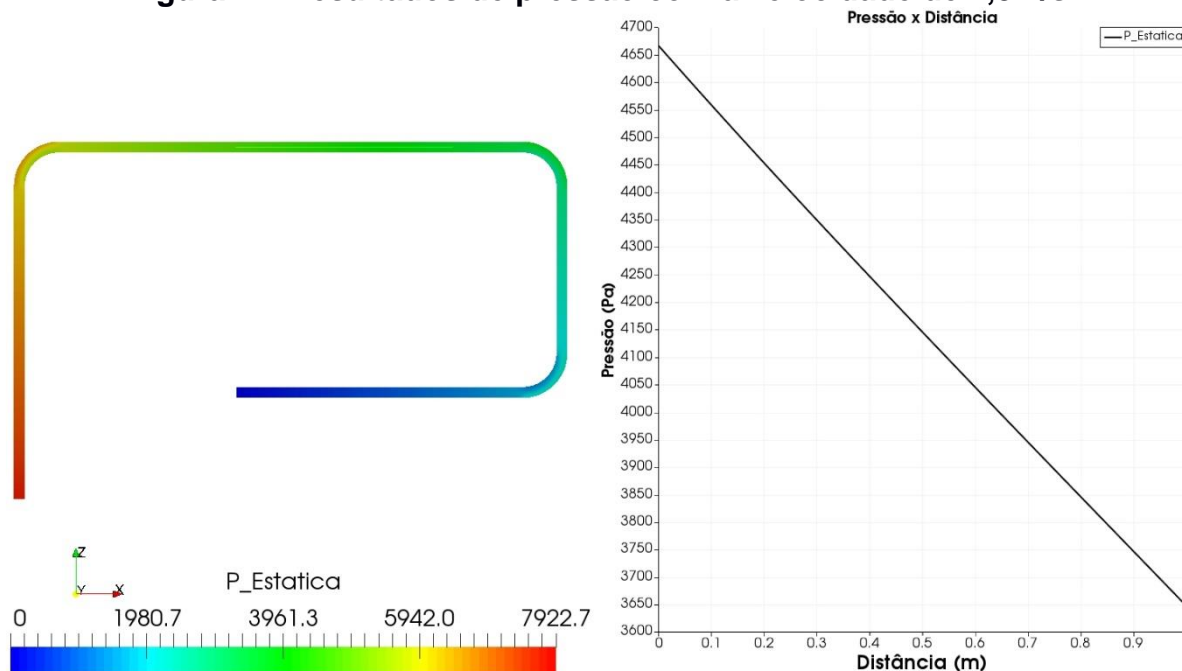
Fonte: Elaborado pelo autor

Estes resultados evidenciam que tanto a geometria como a viscosidade equivalente representam os resultados experimentais, pois as diferenças atingiram no máximo 1,7%. Além disso, não foi necessário um maior refinamento da malha para atingir os objetivos, mostrando que este tipo de modelagem pode ser extrapolado para outras geometrias, mantendo o mínimo de elementos para satisfazer o $y+$ do modelo $k-\epsilon$, que de acordo com SALIM e outros (2009), deve estar entre 30 e 60, o que não

foi completamente atendido neste trabalho, indicando uma possível fonte de diferenças entre resultados experimentais e numéricos.

A figura 7 mostra o campo de pressão em todo o domínio do modelo matemático, para o caso de 1,8m/s. À direita, é mostrada a curva de pressão na região de interesse, onde foram feitas as medidas experimentais.

Figura 7 – Resultados de pressão com a velocidade de 1,8m/s

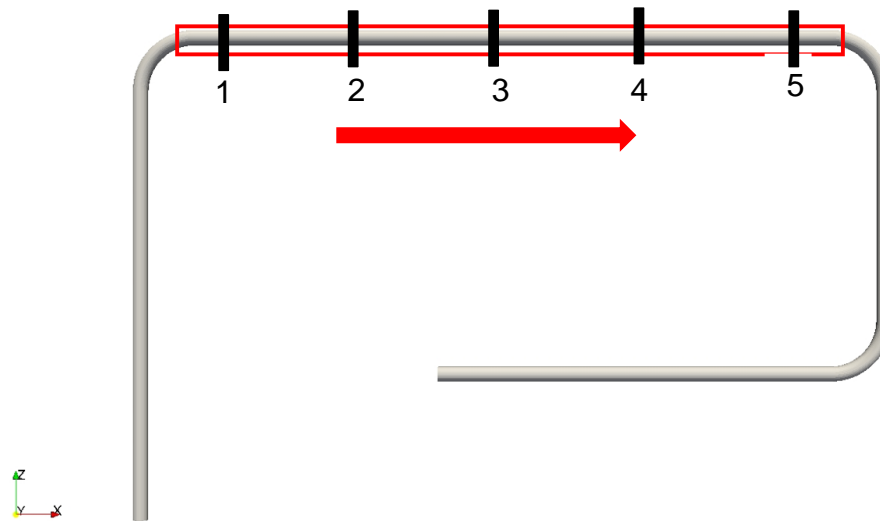


Para este modelo, os resultados mais distantes do experimental eram esperados na velocidade crítica, de 1,8 m/s, pois abaixo dela a equação de viscosidade equivalente não é válida; porém a metodologia se mostrou mais eficaz nos bombeamentos de baixas vazões do que de altas, observando que a diferença aumenta com o aumento da vazão. Para avaliar como o modelo se comporta em outras vazões seriam necessários mais testes experimentais, pois este método depende destes experimentos para que seja calculada a viscosidade equivalente.

Para demonstrar que a sessão avaliada estava com o escoamento com tendência ao completamente desenvolvido, foi elaborada a Figura 9, onde foi determinada a componente da velocidade na direção x ao longo de várias seções do tubo, iniciando no fim do joelho de 90° até o final da seção de interesse (Figura 8). Este resultado mostra que houve variação do perfil de velocidades ao longo dessa parte do tubo, mas dentro da seção de testes (da seção 3 à seção 5) os perfis foram

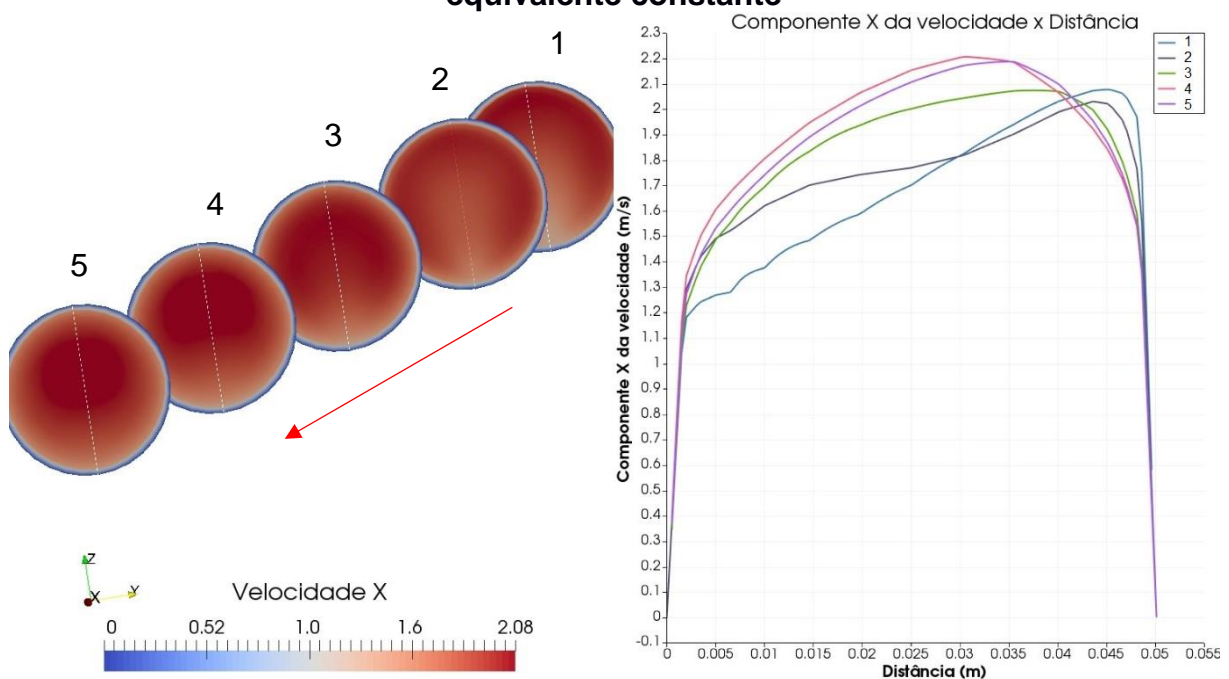
mais próximos, com variações de até 5% entre eles e menores que 1% da seção 4 até a seção 5.

Figura 8 – Região de interesse



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 9 – Perfis de velocidade ao longo da seção de interesse – Viscosidade equivalente constante



Fonte: Elaborado pelo autor

Para verificar o regime do escoamento que está sendo estudado, foi calculado o número de Reynolds para cada caso, confirmando que para valores acima da

velocidade crítica o escoamento deve ser turbulento (Reynolds maior que 2300). Os valores obtidos estão na Tabela 9:

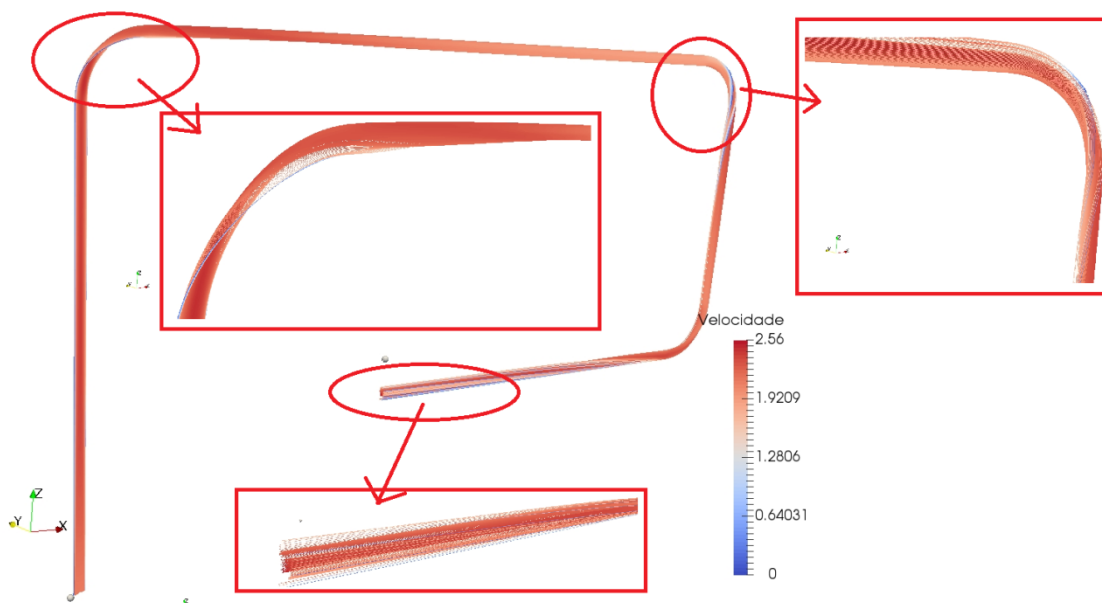
Tabela 9 – Número de Reynolds

Velocidade média (m/s)	Número de Reynolds
1,8	21799
2,1	32255
2,4	55978
2,7	70847

Fonte: Elaborado pelo autor

O resultado de linhas de corrente mostra um escoamento homogêneo, variando no máximo 22,5% da velocidade média para a máxima. A Figura 10 exhibe também as restrições do escoamento nas curvas de 90 graus, indicando que os gradientes de velocidade daquela região são maiores provocando maiores perdas, sendo inviável avaliar a perda de carga distribuída nessas conexões.

Figura 10 – Linhas de corrente para a velocidade de 2,1m/s



Fonte: Elaborado pelo autor

5.1.2 Incerteza numérica

Para determinação da incerteza foram utilizadas neste caso as malhas 1, 2 e 3 da Tabela 3, pois a malha 1 já atingira os objetivos e são necessárias três malhas para o cálculo. Primeiramente foi avaliada a incerteza numérica com os valores da perda de pressão, já que foram interpolados na mesma posição geométrica, onde foram medidas as perdas também no teste experimental. O resultado é mostrado na Tabela 10.

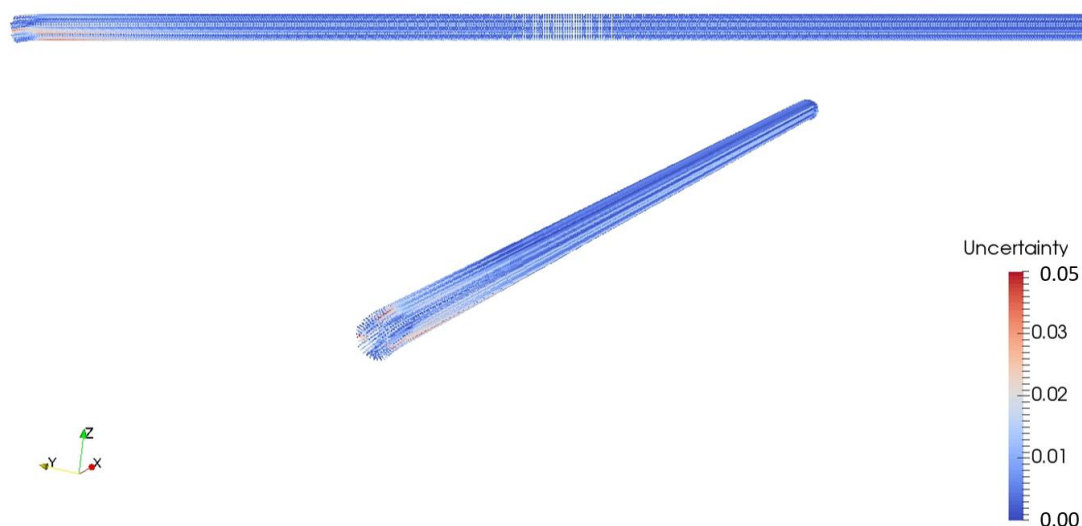
Tabela 10 – Incerteza numérica – Resultados com viscosidade equivalente – Malha1

Velocidade média (m/s)	Perda de pressão calculada (Pa/m)	Incerteza numérica (Pa/m)	Incerteza percentual (%)
1,8	1020,9	0,7	0,07
2,1	1276,5	0,5	0,04
2,4	1490,6	0,9	0,06
2,7	1799,3	1,7	0,09

Fonte: Elaborado pelo autor

De acordo com os resultados, a variação dos valores de pressão ao refinar a malha a partir da malha 1 variam no máximo 0,09%, o que atende ao critério adotado de 5% de variação. Ou seja, o ganho com o refinamento da malha é muito baixo em relação à elevação do custo computacional.

Para avaliar a incerteza na região de interesse (Figura 8), foi aplicado o algoritmo de interpolação dos valores dos nós para a malha 1, utilizando o caso de 2,1m/s, obtendo o resultado da Figura 11.

Figura 11 – Resultado de incerteza para o domínio

Fonte: Elaborado pelo autor

Os resultados de incerteza mostram que, na região de análise da queda de pressão, a incerteza não ultrapassou 5%, validando a análise destes valores de acordo com o critério adotado. Os valores de incerteza não ultrapassaram 0,1% na grande maioria dos nós nessa região.

5.2 Resultados aplicando viscosidade variável

Neste tópico são apresentados os resultados aplicando o modelo de transporte da lei de potência, utilizando o índice de comportamento e a consistência obtidos a partir dos dados experimentais.

5.2.1 Resultados de pressão e velocidade

Os resultados foram produzidos aplicando o modelo de Herschel-Bulkley, com a consistência de (k) 0,504 e o índice de comportamento (n) foi de 0,363. Não foi determinada a tensão zero de cisalhamento, na qual o fluido não Newtoniano deforma sem escoar, pois o comportamento do mesmo em vazões abaixo da velocidade crítica não mostrou continuidade com o comportamento após a velocidade crítica, partindo então apenas dos resultados após esta velocidade.

Aplicando a viscosidade variável, o critério adotado não foi completamente atingido, mesmo utilizando a malha mais refinada, com 1841856 elementos, pois só

algumas das vazões alcançaram erros menores que 5%. Como esperado a diferença maior foi na velocidade crítica, que é o limite de aplicação da equação de viscosidade equivalente. A Tabela 11 exhibe os resultados desta metodologia:

Tabela 11 – Comparação dados experimentais e resultados numéricos – Viscosidade Variável

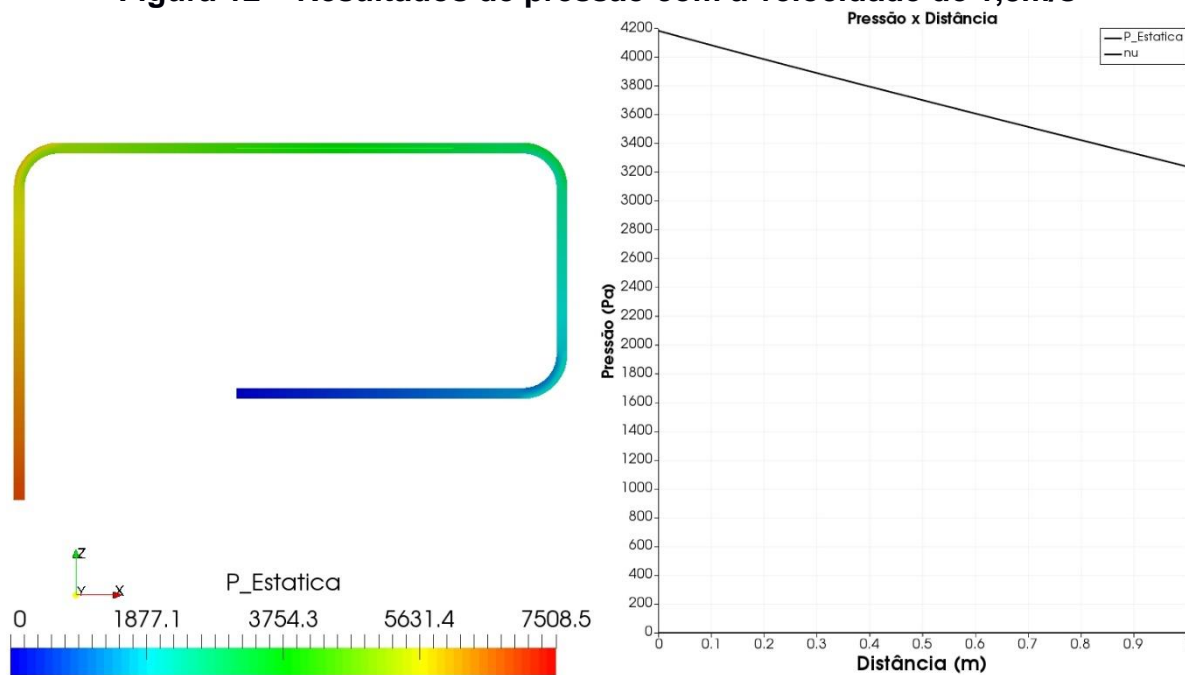
Velocidade média (m/s)	Perda de pressão calculada (Pa/m)	Perda de pressão experimental (Pa/m)	Diferença (%)	Y+
1,8	931,6	1029	9,47	20,4
2,1	1199,6	1274	5,84	25,8
2,4	1499,4	1476	1,59	31,6
2,7	1825,9	1769	3,22	37,8

Fonte: Elaborado pelo autor

Pode ser observado que os valores calculados da perda de carga são mais baixos que os valores experimentais em vazões mais baixas e são maiores em vazões mais altas, o que indica que há uma divergência dos resultados em uma faixa fora destes valores, ou seja, é possível aplicar esta modelagem para outras geometrias e interpolar valores de vazão que estejam entre os valores utilizados experimentalmente. Os valores de y^+ obtidos nesta análise não atenderam completamente ao critério para o modelo de turbulência utilizado, entre 30 e 60, o que também pode ter implicado no aumento das diferenças entre resultados experimentais e numéricos.

A Figura 12 mostra, à direita, a curva de pressão ao longo da seção de interesse da tubulação, para o caso de 1,8m/s, e exhibe em uma escala de cores a pressão desde a entrada da bomba na extremidade esquerda inferior até a saída para a atmosfera. As imagens correspondentes às outras vazões são semelhantes à esta.

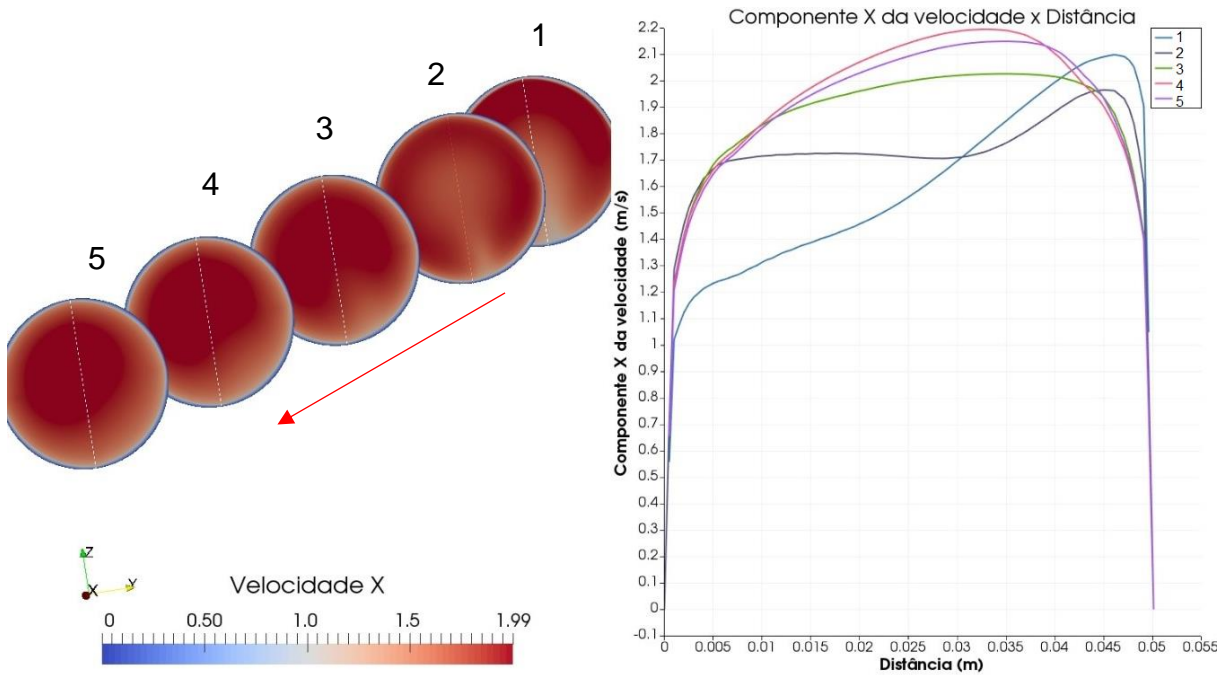
Figura 12 – Resultados de pressão com a velocidade de 1,8m/s



Fonte: Elaborado pelo autor

Avaliando para este caso, a tendência ao estado completamente desenvolvido, foi elaborada a Figura 13, onde foi medida a componente da velocidade na direção x ao longo de várias seções do tubo, iniciando no fim do joelho de 90° até o final da seção de interesse (Figura 8). O resultado neste caso foi semelhante ao do item 5.1.1, onde da seção 4 à 5 a diferença entre os perfis de velocidade foi de aproximadamente 1%.

Figura 13 - Perfis de velocidade ao longo da seção de interesse – Viscosidade Variável

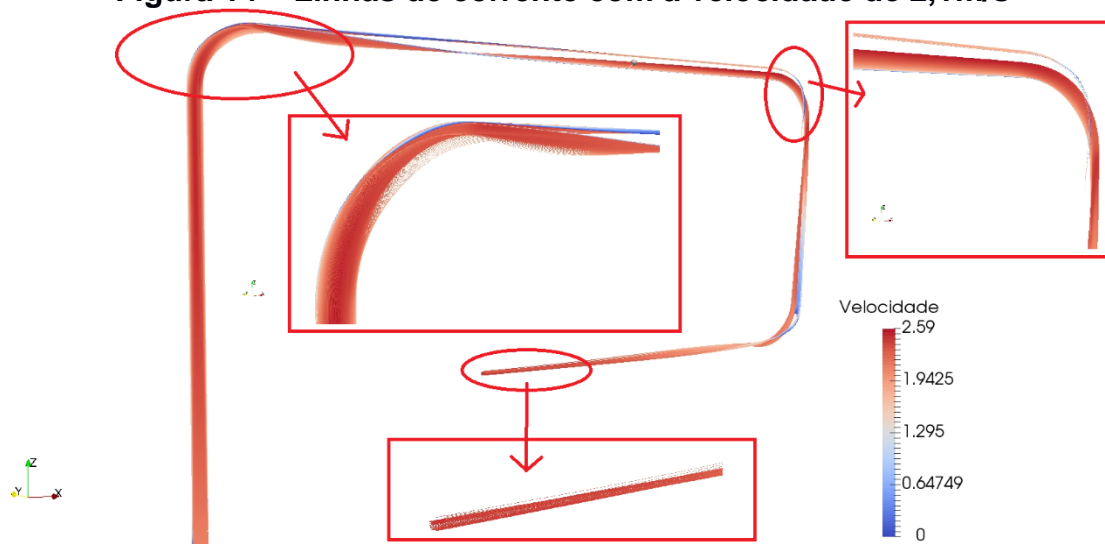


Fonte: Elaborado pelo autor

Os valores de Reynolds observados também indicaram regime turbulento para todos os casos, pois para a velocidade média os resultados foram os mesmos da Tabela 9.

As linhas de corrente mostram a mesma estabilidade em relação aos resultados com viscosidade constante, apresentando uma flutuação pouco maior em relação a velocidade máxima, de 22,8%.

Figura 14 – Linhas de corrente com a velocidade de 2,1m/s



Fonte: Elaborado pelo autor

Esta metodologia se mostrou mais independente dos resultados experimentais, uma vez que com alguns pontos é possível reproduzir todos os outros entre eles, mas também se mostrou mais custosa computacionalmente, visto que a malha deve ser muito refinada para obter resultados satisfatórios.

5.2.2 Incerteza numérica

Para cálculo da incerteza foram utilizadas as malhas 2,3 e 4 da Tabela 3, sendo os melhores resultados os produzidos com a malha 4. Para este cálculo foi utilizado o equacionamento para a malha mais fina, como explicado no item 3.4. As incertezas para os valores de pressão interpolados estão na Tabela 12.

Tabela 12 – Incerteza numérica – Resultados com viscosidade variável

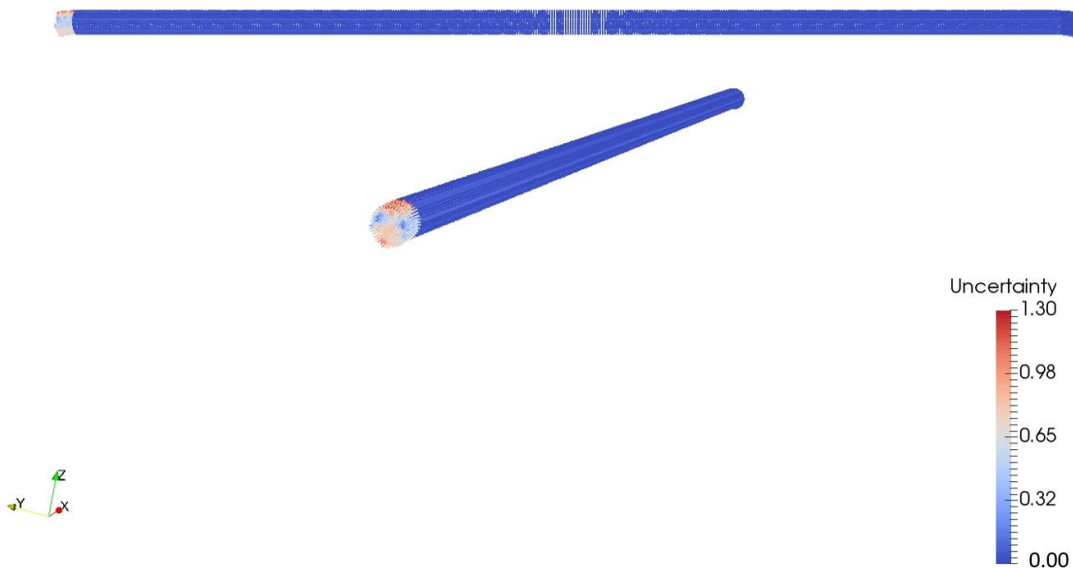
Velocidade média (m/s)	Perda de pressão calculada (Pa/m)	Incerteza Numérica (Pa/m)	Incerteza Percentual (%)
1,8	931,6	0,4	0,04
2,1	1199,6	1,7	0,14
2,4	1499,4	3,7	0,25
2,7	1825,9	0,01	0,0003

Fonte: Elaborado pelo autor

Os resultados mostram que mesmo com um refinamento ainda maior da malha, a variação dos resultados não é significativa o suficiente para atingir os critérios adotados, visto que a incerteza já alcançou o mesmo critério, de 5%.

Avaliando o resultado de incerteza na região de interesse (Figura 8) no domínio destacado na Figura 15, é visível que na região de interesse, onde foram avaliadas as perdas de carga, os valores de incerteza não superaram 5%, mostrando mais uma vez que um refino da malha não alteraria significativamente o resultado de pressão nesta região. A maior incerteza encontrada neste trecho foi de 1,30%.

Figura 15 – Resultado de incerteza no domínio destacado



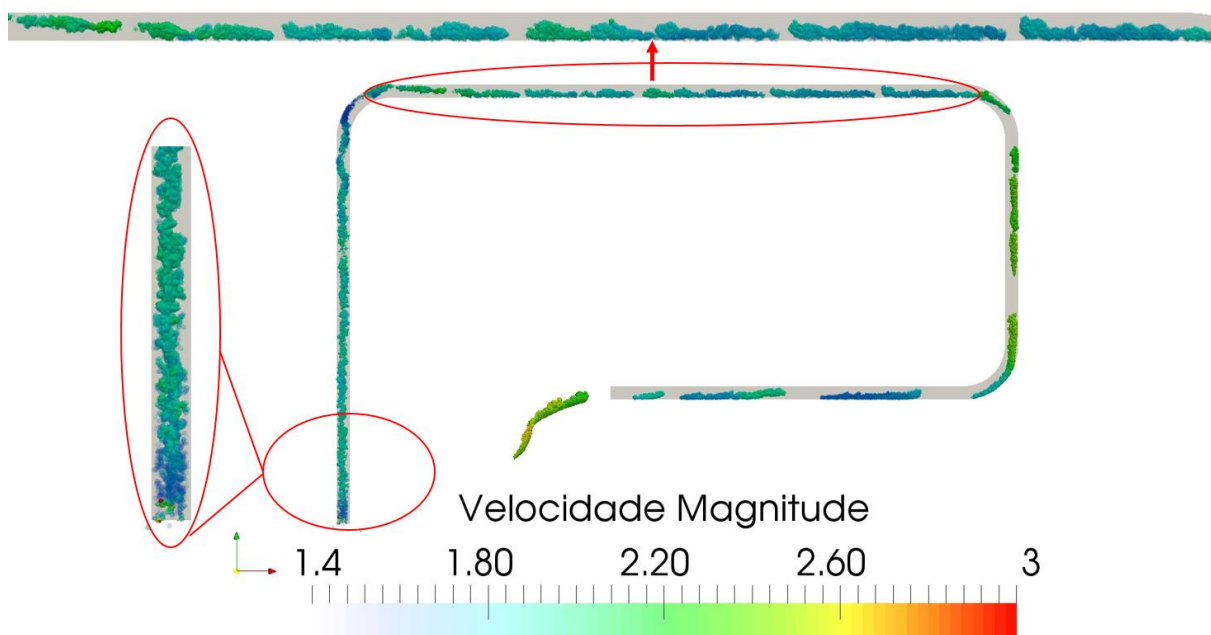
Fonte: Elaborado pelo autor

5.3 Resultados aplicando o CFDEM

Para avaliar os resultados produzidos com esta metodologia, foi analisado o estado de suspensão das partículas para cada caso de velocidade média, com as respectivas velocidades. Não foram obtidos os resultados de perda de pressão devido às limitações explicitadas no item 4.2.3. A Figura 16 mostra o resultado da distribuição espacial das partículas sólidas, aumentando ainda 10 vezes o gráfico de cada uma delas para melhor visualizá-las. O campo de velocidades é mostrado em uma escala de cores, que dentro da tubulação não ultrapassou os 2,5m/s. A saída do tubo não é o final do domínio, desta forma as partículas ainda percorrem uma certa distância no exterior do tubo, onde não há interação com o fluido. São colocadas em destaque as regiões da entrada e da parte superior do tubo, onde são mostrados como as

partículas se reorganizam após a sua introdução e após a passagem pelo joelho de 90°.

Figura 16 - Estado de suspensão das partículas – 1,3m/s

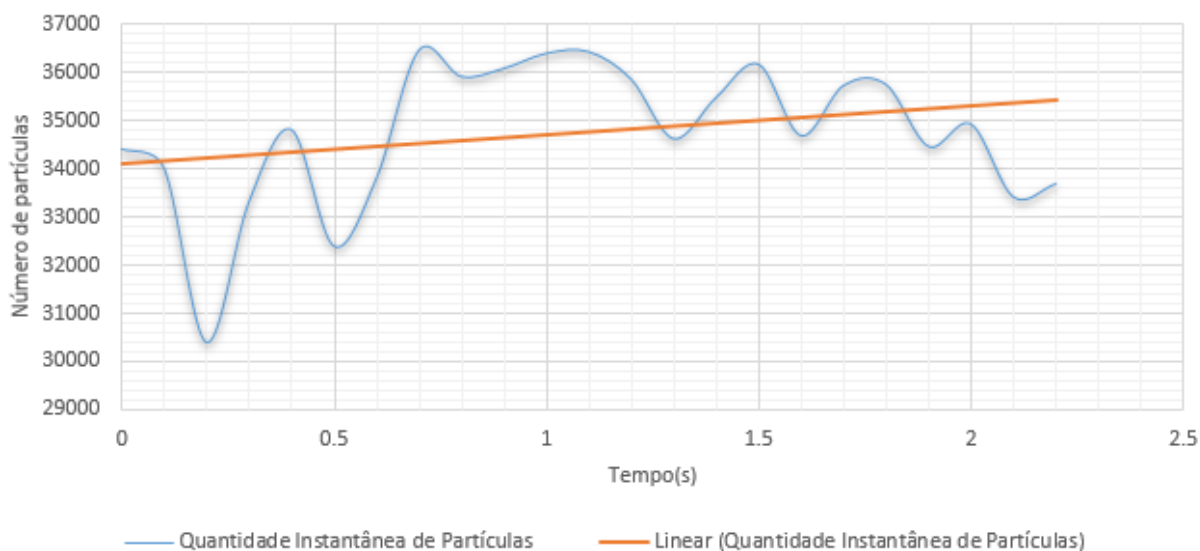


Fonte: Elaborado pelo autor

No trecho superior destacado em vermelho, onde é determinada a perda de carga nos itens anteriores, foi avaliada a quantidade de partículas ao longo do tempo. O preenchimento do tubo foi feito a uma velocidade de 2,1 m/s e então foram aplicadas as vazões de fluido e sólidos para cada caso separadamente. Desta forma, foi plotada no gráfico a quantidade de partículas nesta região ao longo do tempo (Figura 17).

Foi medida a quantidade de partículas em um volume determinado pela região da Figura 8, ao longo do tempo. O gráfico mostra que há acúmulo de partículas no trecho horizontal, o que indica a formação de um leito de partículas. O ajuste da curva obtido possui um coeficiente angular de 603, ou seja, a reta tem uma inclinação positiva, evidenciando este crescimento da quantidade de partículas.

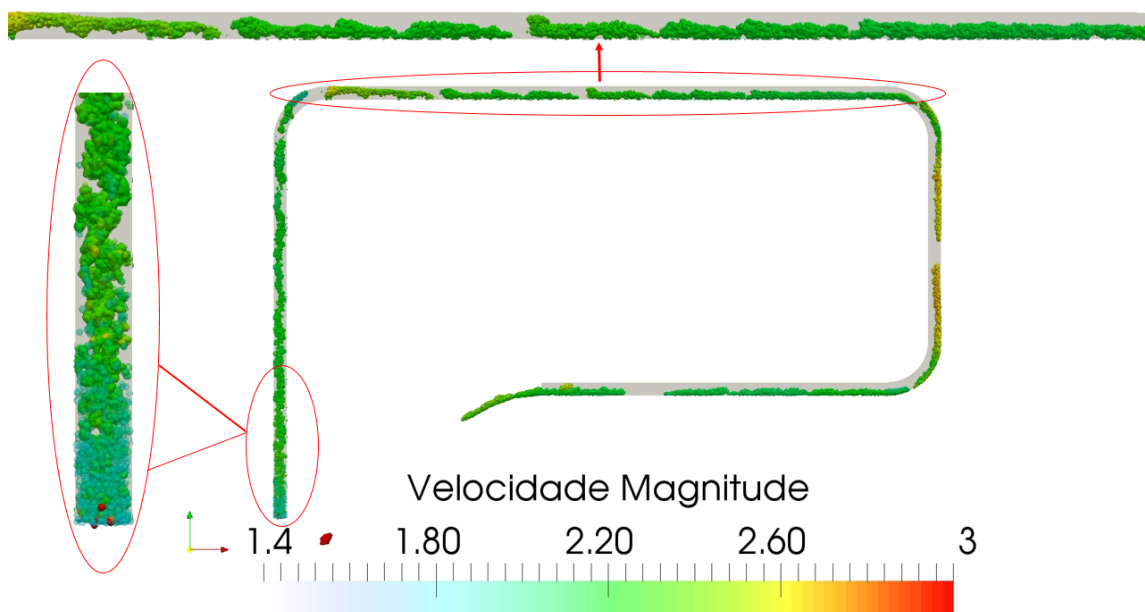
Figura 17 – Ajuste linear da vazão de partículas sólidas – 1,3m/s
Variação da quantidade de Partículas x Tempo



Fonte: Elaborado pelo autor

Os resultados para a velocidade de 1,8m/s, encontrada como a velocidade crítica por Souza Pinto (2014), e confirmada pelos resultados dos itens 5.1.1 e 5.2.1, ainda mostram acúmulo de partículas sólidas na parte superior, em destaque na

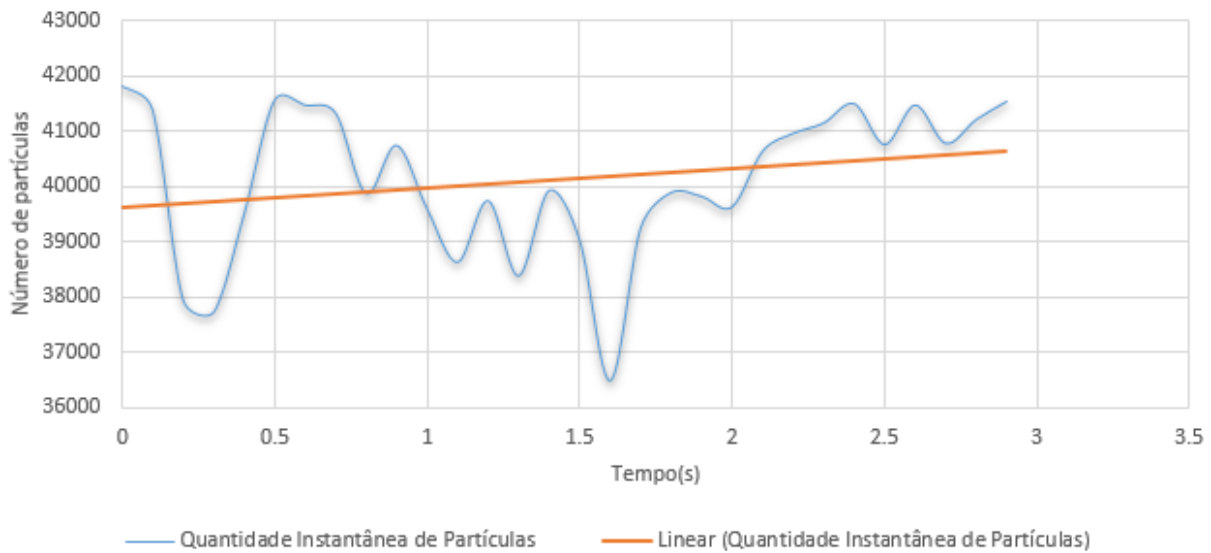
Figura 18, indicando que ainda há formação de leito de partículas. A magnitude de velocidade das partículas sólidas neste caso atingiu valores de até 2,7m/s no interior do tubo.

Figura 18 - Estado de suspensão das partículas – 1,8 m/s

Fonte: Elaborado pelo autor

O gráfico da Figura 19 confirma a formação de um leito fixo no trecho de interesse, na velocidade de 1,8m/s, da mesma forma que na velocidade de 1,3m/s. O coeficiente angular do ajuste neste caso foi de 341, que indica a inclinação positiva do ajuste linear, evidenciando o crescimento do leito, ou seja, o número de partículas tende a aumentar até interromper a passagem de fluido.

Figura 19 - Ajuste linear da vazão de partículas sólidas – 1,8m/s
Variação da quantidade de Partículas x Tempo

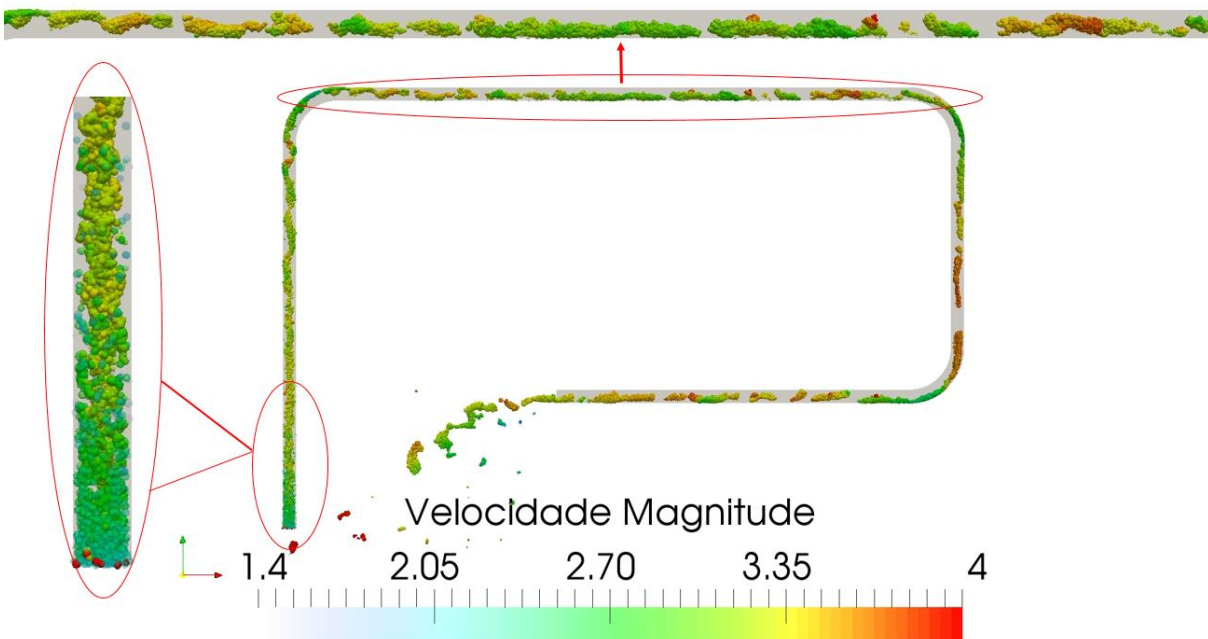


Fonte: Elaborado pelo autor

A Figura 20 exibe os resultados obtidos para a velocidade de 2,1m/s; onde as magnitudes de velocidade no interior do tubo chegaram a 3,4m/s. É possível notar uma maior dispersão das partículas no interior da tubulação, em relação à Figura 16 e a

Figura 18.

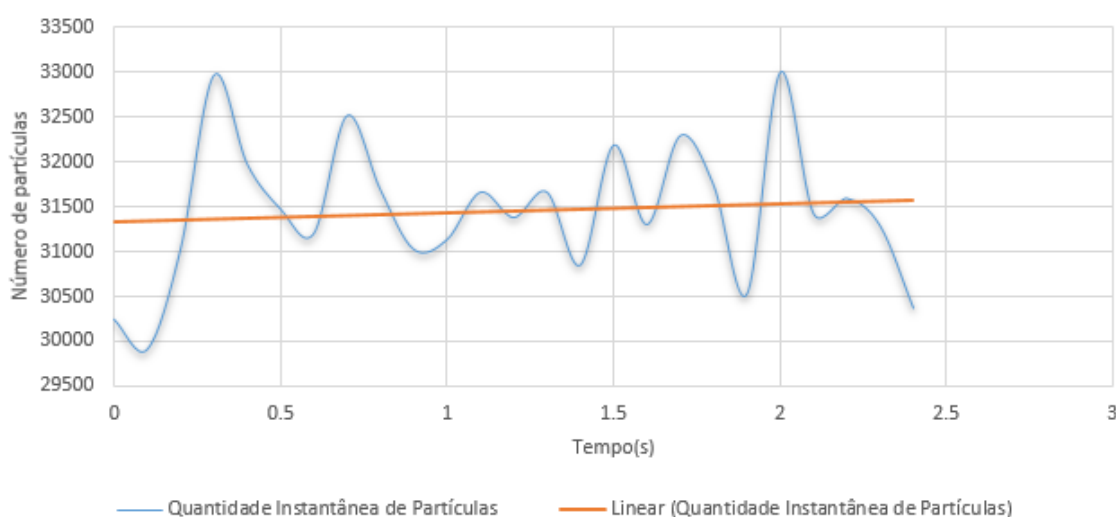
Figura 20 - Estado de suspensão das partículas – 2,1m/s



Fonte: Elaborado pelo autor

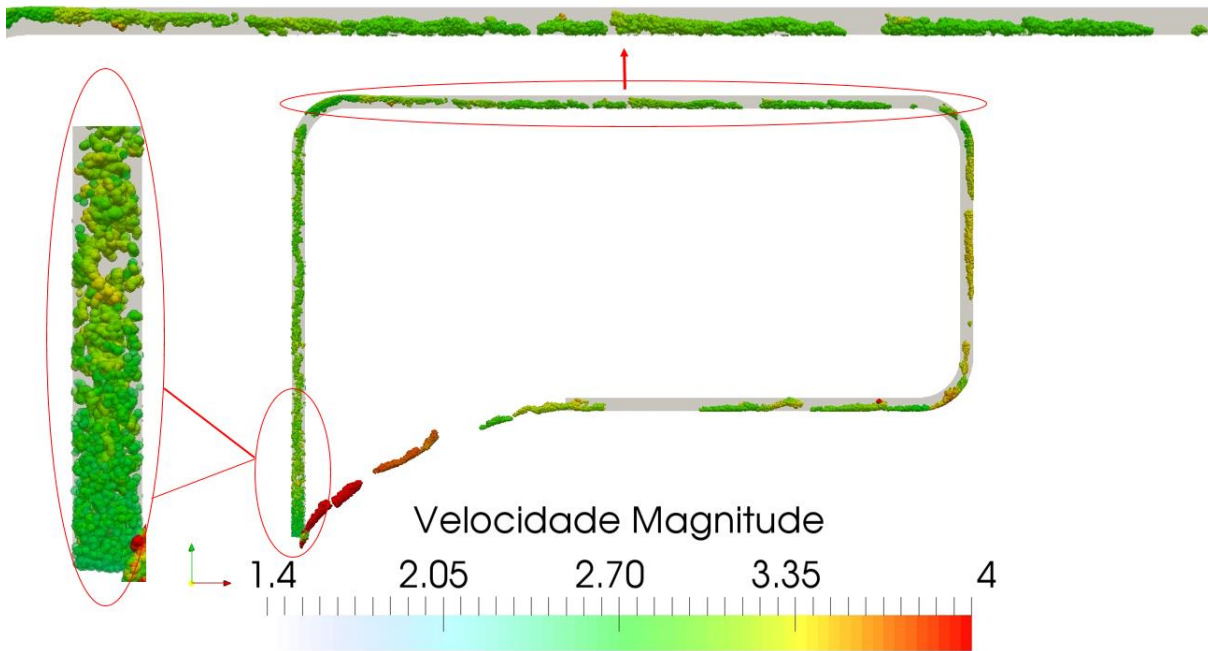
O gráfico da Figura 21 mostra que ainda há a formação de um leito fixo para esta vazão, que deveria representar um estado acima da velocidade crítica. O coeficiente angular do ajuste foi de 102, também indicando uma inclinação positiva do ajuste, mostrando que apesar do acúmulo gerado, a tendência ao aumentar a velocidade é o equilíbrio da vazão de partículas sólidas neste trecho, visto que há uma diminuição do coeficiente angular dos ajustes com o aumento da velocidade, observando os casos de 1,3m/s e 1,8m/s.

Figura 21 - Ajuste linear da vazão de partículas sólidas – 2,1m/s
Varição da quantidade de Partículas x Tempo



Fonte: Elaborado pelo autor

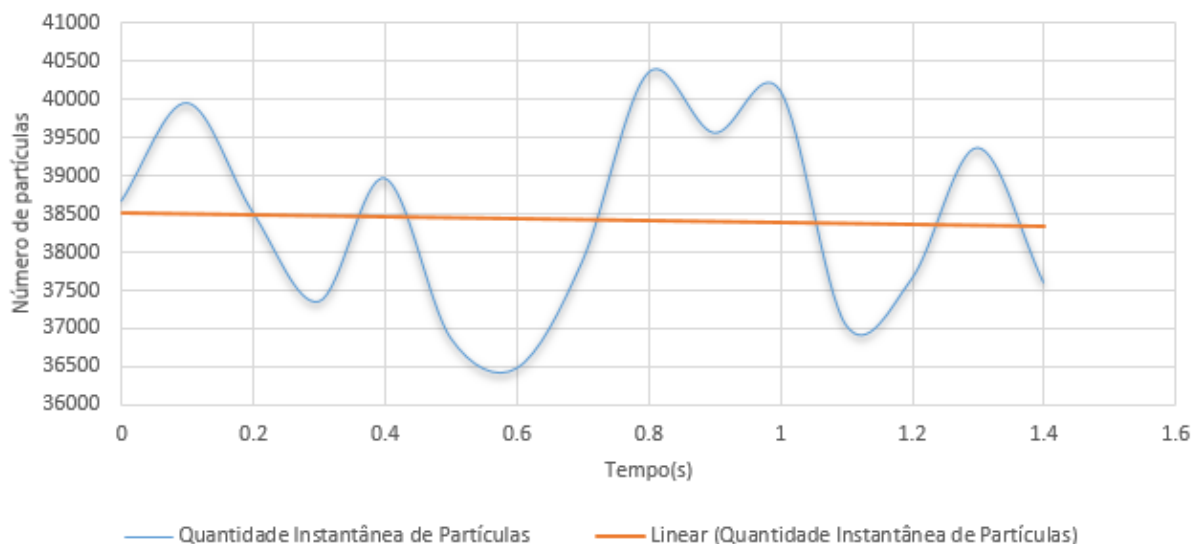
Para a velocidade de 2,4m/s, foram observadas magnitudes de velocidade de até 4m/s no interior do tubo, e a dispersão das partículas se mostrou mais evidente neste caso.

Figura 22 - Estado de suspensão das partículas – 2,4m/s

Fonte: Elaborado pelo autor

Plotando a vazão de partículas sólidas neste caso (Figura 23), observa-se que há uma diminuição da quantidade de partículas na parte superior do tubo, e isso se deve ao fato da simulação com o tubo completamente preenchido iniciar com a velocidade de 2,1m/s, e então ao aplicar a velocidade de 2,4m/s, são removidas partículas sólidas que estavam acumuladas neste trecho no início da simulação, encontrando um coeficiente angular do ajuste de -212. Este coeficiente indica a inclinação negativa do ajuste, e a tendência neste caso é para a estabilização da vazão mássica, ou seja, todas as partículas que entrarem no volume vão sair, não gerando acúmulo ao longo do tempo, pois foi atingido o estado de suspensão para a totalidade das partículas no volume de controle, confirmando que esta velocidade está acima da velocidade crítica. Observando os resultados de vazões anteriores, é possível notar que a velocidade crítica para as condições utilizadas foi de 2,2m/s, uma diferença de 22% em relação à velocidade crítica encontrada na análise experimental.

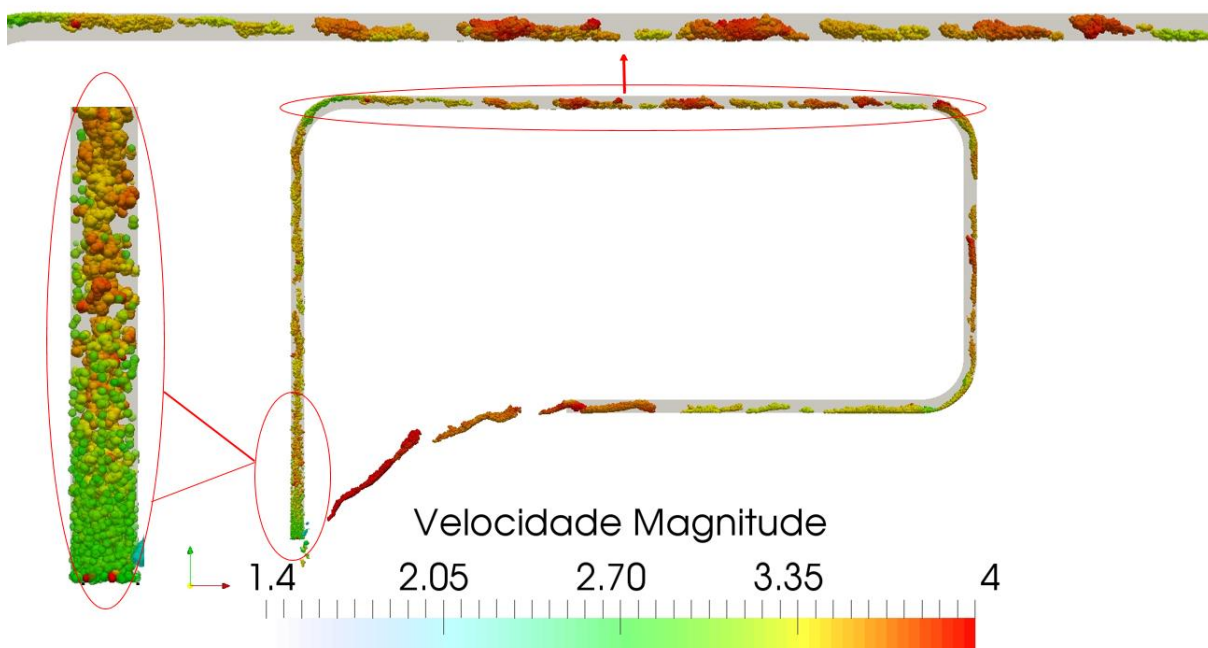
Figura 23 - Ajuste linear da vazão de partículas sólidas – 2,4m/s
Varição da quantidade de Partículas x Tempo



Fonte: Elaborado pelo autor

Os resultados para a velocidade média de 2,7m/s mostraram uma maior dispersão das partículas, como mostra a Figura 24. A magnitude de velocidades no interior do tubo alcançou um máximo de 4,3m/s.

Figura 24 - Estado de suspensão das partículas – 2.7m/s

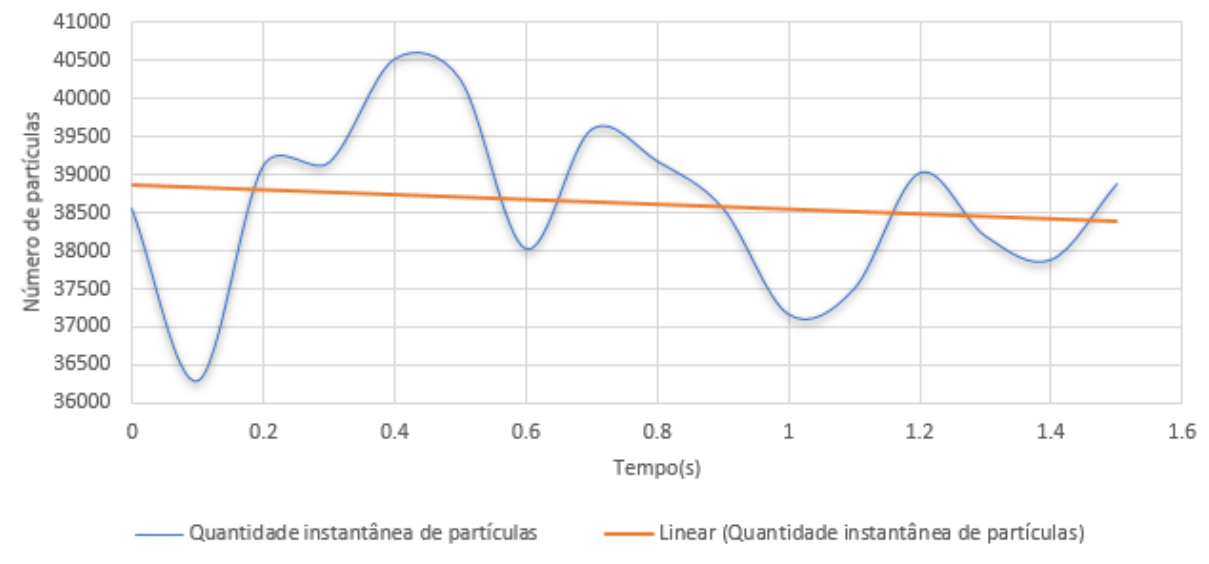


Fonte: Elaborado pelo autor

A quantidade de partículas ao longo do tempo neste caso também decresceu, como mostra o gráfico da Figura 25. A causa é a mesma da vazão anterior, pois o

passo inicial da simulação foi com a velocidade de 2,1m/s; e com a velocidade de 2,7m/s, que também está acima da velocidade crítica encontrada pelo acoplamento CFDEM, há a remoção de partículas sólidas deste trecho até a estabilização da vazão de partículas sólidas neste local. O Coeficiente angular encontrado neste caso foi de -311, indicando uma remoção mais rápida das partículas em relação à velocidade de 2,4m/s; e confirmando que não há formação de um leito fixo neste caso.

Figura 25 - Ajuste linear da vazão de partículas sólidas – 2,7m/s
Variação da quantidade de Partículas x Tempo



Fonte: Elaborado pelo autor

Os resultados de pressão e velocidade não puderam ser utilizados devido a limitação de software, pois ele necessita de uma malha com elementos de aproximadamente o mesmo tamanho dos elementos discretos para produzir resultados fidedignos no modelo de volumes finitos. O acoplamento gerado utilizou de 10 passos de elementos discretos para cada passo de volumes finitos, e elementos de malha cerca de 100 vezes maiores que os elementos discretos, impedindo que a pressão atingisse a convergência de um elemento para outro.

Porém, apesar de não ser possível obter os campos de pressão e velocidade, a metodologia é interessante pois proporciona a possibilidade de obter a velocidade crítica de transporte, indicando a partir de qual vazão seria possível a aplicação das outras duas metodologias utilizadas neste trabalho.

6 CONCLUSÕES

Neste trabalho foram utilizadas três distintas metodologias para modelagem do escoamento de polpas minerais, as quais possuem vantagens e desvantagens, sendo aplicáveis em situações com objetivos diferentes. Elas foram divididas em modelagem por viscosidade equivalente constante, viscosidade variável ou lei de potência e acoplamento CFDEM.

A modelagem por viscosidade equivalente é aplicável quando existe a possibilidade de executar um experimento com o fluido. Este tipo de modelagem depende das perdas produzidas pelo escoamento em uma geometria qualquer podendo depois aplicar as mesmas características obtidas em determinada vazão para a geometria de projeto. Além disso, este tipo de modelagem não exige malhas muito refinadas e atinge resultados com diferenças menores que 2% em relação aos dados experimentais, atendendo ao critério de 5%.

A modelagem por viscosidade variável independe de resultados experimentais, uma vez caracterizado o fluido é possível replicá-la para diversas geometrias e vazões distintas. A curva de interpolação dos valores característicos do fluido se mostrou eficaz para valores interpolados mas indica divergência para valores extrapolados. Este tipo de modelagem necessita de malhas muito refinadas devido ao gradiente de viscosidade elevado entre os elementos da malha, alcançando resultados com até 10% de diferença em relação aos dados experimentais, o que não atinge os critérios adotados neste trabalho (menor que 5%) em todos os valores de velocidade média estudados.

Ambas modelagens por viscosidade constante e viscosidade variável, aplicando apenas as técnicas de CFD, não foram suficientes para representar o comportamento do fluido em vazões abaixo da velocidade crítica.

A modelagem por CFDEM determinou uma velocidade crítica com a diferença de 22% em relação ao experimental e isso se deve principalmente às limitações na modelagem impostas pelo gasto computacional elevado. Pela mesma razão, não foi possível determinar as perdas de pressão pelo acoplamento CFDEM pois os critérios necessários para obter estes resultados, de acordo com a documentação do software, não foram atendidos, vide item 4.2.3.

Apesar da não obtenção dos campos de velocidade e pressão, a metodologia se mostrou capaz de encontrar a velocidade crítica de transporte, o que não é possível

utilizando as duas outras metodologias. A diferença da velocidade crítica experimental para a encontrada neste caso se deve ao fato de que as partículas foram modeladas com um raio dez vezes maior do que na prática, devido ao gasto computacional elevado com as partículas em tamanho normal.

Segue sugestão para trabalhos futuros encontrar uma forma mais eficiente de modelar as iterações entre as partículas sólidas e o fluido sem elevar consideravelmente o gasto computacional, podendo assim obter resultados de velocidade crítica com diferenças menores em relação ao experimental e também encontrar os campos de pressão e velocidade em cada caso.

REFERÊNCIAS

ADDIE, Graeme R. **Slurry pipeline design for centrifugal pumps**. Thirteen international pump users symposium. 1976. p193-211.

ALMENDRA, E. R. **Velocidade de sedimentação de sistemas particulados**. 88p. Rio de Janeiro, Tese, UFRJ, 1979.

BARNES, H.A. HUTTON, J. F. WALTERS, K. **An introduction to rheology**. Amsterdam: Elsevier Science Publishers, 1989, 200p.

BEJAN, Adrian. **Convection heat transfer**. John wiley & sons, 2013.

BIJJAM, Sudheer; DHIMAN, Amit Kumar. CFD analysis of two-dimensional non-Newtonian power-law flow across a circular cylinder confined in a channel. **Chemical Engineering Communications**, v. 199, n. 6, p. 767-785, 2012.

BLAIS, Bruno. LASSAIGNE, M., GONIVA, C., FRADETTE, L., & BERTRAND, F. Development of an unresolved CFD–DEM model for the flow of viscous suspensions and its application to solid–liquid mixing. **Journal of Computational Physics**, v. 318, p. 201-221, 2016.

BROWN, Nigel P.; HEYWOOD, Nigel I. (Ed.). **Slurry Handling: Design of solid-liquid systems**. Springer Science & Business Media, 1991.

B.V.BALAKIN, A.C. HOFFMANN. P. KOSINSKI. **Experimental study and computational fluid dynamics modeling of deposition of hydrate particles in a pipeline with turbulent water flow**. Chemical engineering science. 2011. p755-765.

CHHABRA, Raj P.; RICHARDSON, John Francis. **Non-Newtonian flow and applied rheology: engineering applications**. Butterworth-Heinemann, 2011.

CUNDALL, Peter A. Formulation of a three-dimensional distinct element model—Part I. A scheme to detect and represent contacts in a system composed of many polyhedral blocks. In: **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts**. Pergamon, 1988. p. 107-116.

CUNDALL, Peter A.; STRACK, Otto DL. A discrete numerical model for granular assemblies. **Geotechnique**, v. 29, n. 1, p. 47-65, 1979.

DURAND, ROBERT. Transport hydraulique de graviers et galets en conduite. **La Houille Blanche**, p. 609-619, 1951.

DURAND, R. **The hydraulic transportation of coal and other materials in pipes**. Conf. of National Coal Board, Londres, 1952.

EÇA, L. HOEKSTRA, M. **A procedure for the estimation of the numerical uncertainty of CFD calculations based on grid refinement studies**. Journal of computational physics. 2014. p104-130.

ERGE, Oney et al. Equivalent circulating density modeling of Yield Power Law fluids validated with CFD approach. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, v. 140, p. 16-27, 2016.

FOX, Robert W.; MCDONALD, Alan T.; PRITCHARD, Philip J. **Introduction to fluid mechanics**. New York: John Wiley & Sons, 2010.

GARCIA, Luís Paulo. Obtenção de parâmetros reológicos de polpas minerais contendo partículas grossas a partir de ensaios de bombeamento [Dissertação]. **Santos: Universidade Santa Cecília, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica**, 2014.

GOMES, Helder Alves. Dimensionamento de mineroduto. [Dissertação]. **Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais, Engenharia de recursos minerais – CEERMIN**. 2012

GROZDEK, Marino; KHODABANDEH, Rahmatollah; LUNDQVIST, Per. Experimental investigation of ice slurry flow pressure drop in horizontal tubes. **Experimental Thermal and Fluid Science**, v. 33, n. 2, p. 357-370, 2009.

HART, R.; CUNDALL, P. A.; LEMOS, J. Formulation of a three-dimensional distinct element model—Part II. Mechanical calculations for motion and interaction of a system composed of many polyhedral blocks. In: **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts**. Pergamon, 1988. p. 117-125.

HOLMBOE, E. L.; ROULEAU, W. T. The effect of viscous shear on transients in liquid lines. **Journal of Basic Engineering**, v. 89, n. 1, p. 174-180, 1967.

JAJCEVIC, Dalibor et al. Large-scale CFD–DEM simulations of fluidized granular systems. **Chemical Engineering Science**, v. 98, p. 298-310, 2013.

KUMAR GOPALIYA, Manoj; KAUSHAL, D. R. Modeling of sand-water slurry flow through horizontal pipe using CFD. **Journal of Hydrology and Hydromechanics**, v. 64, n. 3, p. 261-272, 2016.

LAUN, Hans Martin. Polymer melt rheology with a slit die. **Rheologica Acta**, v. 22, n. 2, p. 171-185, 1983.

LU, Ping; ZHANG, Mingyao. Rheology of coal–water paste. **Powder technology**, v. 150, n. 3, p. 189-195, 2005.

MASSARANI, G. **Fluidodinâmica em Sistemas Particulados**. 2ed., E-papers, Rio de Janeiro, 2002.

MARKAUSKAS, D. Kruggel-Emden, H., Sivanapillai, R., & Steeb, H. Comparative study on mesh-based and mesh-less coupled CFD-DEM methods to model particle-laden flow. **Powder Technology**, 2016.

MATUTTIS, H.G e CHEN, Jian, **Understanding the Discrete Element Method**. Wiley, 2014.

OBERKAMPF, William L.; ROY, Christopher J. **Verification and validation in scientific computing**. Cambridge University Press, 2010.

PEREIRA, Lucio Barreto. **Modelagem e análise de transferência de calor de um resfriador de clínquer tipo satélite para forno de cimento**. 2014. 173p. Tese (Doutorado), Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

SALIM, Salim M.; CHEAH, S. Wall Y strategy for dealing with wall-bounded turbulent flows. In: **Proceedings of the international multiconference of engineers and computer scientists**. Hong Kong, 2009.

SOUZA PINTO, T. C. **Modelagem da velocidade crítica de transporte de Polpas minerais contendo partículas grossas**, 2012. 190p. Tese (Doutorado), Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo.

SOUZA PINTO, T. C. MORAES JUNIOR, D. SLATTER, P.T. LEAL FILHO, L. S. **Modelling the critical velocity for heterogeneous flow of mineral slurries**. International journal of multiphase flow. 2014. p31-37.

ROACHE, Patrick J. Quantification of uncertainty in computational fluid dynamics. **Annual review of fluid Mechanics**, v. 29, n. 1, p. 123-160, 1997.

SLATTER P. T. The role of rheology in the pipelining of mineral slurries. **Mineral Processing and extractive Metallurgy Review**. V. 20, p.281-300, 1999.

SOCHI, T. Flow of non-Newtonian Fluids in Converging-Diverging Rigid Tubes. Submitted, 2013. **arXiv preprint arXiv:1310.7655**, v. 6.

SUTALO, I.D. BUI, A. RUDMAN, M. **The flow of Non-Newtonian fluids down inclines**. Journal of non-newtonian fluid mechanics. 2006. p64-75.

TREWHELA, Tomás. IHLE, Christian. TAMBURRINO, Aldo. **Numerical simulations of comminution slurries over complex topographies: Putting together CFD and pipeline integrity**. Minerals Engineering, 2014. p139-148

TURIAN, R. M.; HSU, F.-L.; MA, T.-W. Estimation of the critical velocity in pipeline flow of slurries. **Powder Technology**, v. 51, n. 1, p. 35-47, 1987.

TURIAN, R. M. MA, T. W., HSU, F. L. G, SUNG, M. D., PLACKMANN, G. W. Flow of concentrated non-Newtonian slurries: 2. Friction losses in bends, fittings, valves and Venturi meters. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 24, n. 2, p. 243-270, 1998.

VAKAMALLA, Teja R. MANGADODDY, Narashimha. **Rheology-based CFD modeling of magnetite médium segregation in a dense médium cyclone**. Powder technology. 2015. P275-286.

VAN BUIJTENEN, Maureen S. et al. Numerical and experimental study on multiple-spout fluidized beds. **Chemical engineering science**, v. 66, n. 11, p. 2368-2376, 2011.

VERSTEEG, H.K. e MALALASEKERA, **Introduction to Computational Fluid Dynamics**, Longman Scientific & Technical, 2007.

WAHBA, E. M. Non-Newtonian fluid hammer in elastic circular pipes: Shear-thinning and shear-thickening effects. **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics**, v. 198, p. 24-30, 2013.

WARSI, Z. U. A. Fluid Dynamics: Theoretical and Computational Approaches. 3. Ed. Boca Raton: CRC Press, 2006, 845p.

Wasp, E.J., Slatter, P.T., 2004. **Deposition velocities for small particles in large pipes**. In: 12th International Conference on Transport & Sedimentation of Solid Particles, Prague, Czech Republic, pp. 20–24.

WHITE, F. M. **Viscous Fluid Flow** 2^a Ed. Nova York: McGraw-Hill, 1991.

WILSON, Warren E. Mechanics of flow with non colloidal inert solids. **Trans. ASCE**, v. 107, p. 1576-1594, 1942.

WILSON, K. C.; CLIFT, R.; SELLGREN, Anders. Operating points for pipelines carrying concentrated heterogeneous slurries. **Powder technology**, v. 123, n. 1, p. 19-24, 2002.

WILSON, Kenneth C. et al. **Slurry transport using centrifugal pumps**. Springer Science & Business Media, 2006.