

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Ensino de Física

**UM ROTEIRO DE INTRODUÇÃO AOS CONCEITOS DE
MECÂNICA QUÂNTICA BASEADO NA ANÁLISE DO EXPERIMENTO DE
INTERFERÊNCIA POR FENDA DUPLA**

FERNANDO EUSTAQUIO WERKHAIZER

Belo Horizonte
2008

FERNANDO EUSTAQUIO WERKHAIZER

**UM ROTEIRO DE INTRODUÇÃO AOS CONCEITOS DE
MECÂNICA QUÂNTICA BASEADO NA ANÁLISE DO EXPERIMENTO DE
INTERFERÊNCIA POR FENDA DUPLA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, área de concentração em Ensino de Física, da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador: Prof. Dr. Lev Vertchenko

Belo Horizonte

2008

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Biblioteca da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais

W488u Werkhaizer, Fernando Eustaquio
Um roteiro de introdução aos conceitos de mecânica quântica baseado na análise do experimento de interferência por fenda dupla / Fernando Eustaquio Werkhaizer. Belo Horizonte, 2008.
71f. : Il.

Orientador: Lev Vertchenko
Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais.
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática.

1. Mecânica quântica - Conceitos. 2. Interferometria. 3. Incerteza. 4. Ondas (Física). 5. Partículas (Física, química, etc.). 6. Mediação. I. Vertchenko, Lev. II. Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. III. Título.

CDU: 530.145

Fernando Eustaquio Werkhaizer

**Um Roteiro de Introdução aos Conceitos de Mecânica Quântica baseado
na análise do experimento de Interferência por Fenda Dupla**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, área de concentração em Ensino de Física, da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Lev Vertchenko (orientador) – PUC Minas

Belo Horizonte,.....de.....de 2008

*A minha mulher,
companheira amorosa de todos os momentos*

*As minhas filhas e ao meu genro,
pelo apoio carinhoso aos meus projetos*

*As minhas netas,
pela alegria que me dão*

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Professor Lev Vertchenko, por suas pacientes revisões e que tornou possível a realização deste trabalho.

Aos colegas e professores que me estimularam.

“Que valor imenso, Senhor, não deve ter o Homem, para estar sempre na Vossa lembrança, e ser tratado com tanto carinho! Tudo colocastes sob seu domínio: os animais do campo, os pássaros do céu, os peixes do mar... Tudo, até as forças e mistérios mais profundos da natureza”

Salmo 8

“O ato supremo da razão está em reconhecer que há uma infinidade de coisas que a superam”

Blaise Pascal

“A mente que se abre a uma nova idéia nunca voltará ao seu tamanho original”

Albert Einstein

RESUMO

Este trabalho propõe um roteiro de um curso de curta duração de introdução aos conceitos básicos da Mecânica Quântica através da análise de experimentos de interferência por fenda dupla, para abordar conceitos fundamentais como dualidade onda-partícula, princípio da superposição e princípio da incerteza, em um enfoque fenomenológico, apresentando a Mecânica Quântica como um marco conceitual diferente da Física Clássica. O roteiro se desenvolve em cinco tópicos, com textos de apoio ao aluno. O material de apoio ao professor é constituído pelo roteiro propriamente, os mesmos textos dos alunos e por uma coleção de slides para apresentação. O processo ensino-aprendizagem baseia-se em uma metodologia de mediação para o desenvolvimento dos conceitos científicos, de Vygotsky. Como experiência, o roteiro foi aplicado como parte integrante das atividades curriculares de alunos de engenharia eletrônica. A experiência foi avaliada analisando os resultados da aplicação de teste diagnóstico e, após a realização do curso, de teste de avaliação de compreensão de conceitos.

Palavras-chave: Conceitos básicos. Interferência por fenda dupla. Princípio da superposição. Princípio da incerteza. Dualidade onda-partícula. Mediação

ABSTRACT

This dissertation proposes a short program of lessons on introduction to basic concepts of Quantum Mechanics by analysis of the double slits interference experiments for development of the fundamental concepts like wave-particle duality, superposition principle, uncertainty principle, in a phenomenological view point, showing that the Quantum Mechanics is conceptually different from Classic Physics. The program of lessons is organized in five topics, with texts for the students. The reference material for the teacher is the program of lessons properly, the same texts the students use and a collection of slides for presentation. The learning process is backing on a development mediation methodology of the scientific concepts, by Vygotsky. Experimentally the program of lessons was applied integrating the curricular activities of electronic engineering students. For the evaluation of the experimental course, we analyzed the results of a diagnostic test and, after the course, the results of a comprehension of concepts test.

Key-words: Basic concepts. Double slits interference. Superposition principle. Uncertainty principle. Wave-particle duality. Mediation.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	9
2 A PROPOSTA.....	12
2.1 Justificativa.....	12
2.2 A Proposta.....	14
2.3 Objetivos.....	15
3 REFERENCIAL TEORICO PEDAGÓGICO.....	16
4 DESCRIÇÃO DO PRODUTO E DA METODOLOGIA.....	23
4.1 Tópicos para realização do roteiro.....	24
4.2 Aplicação do roteiro.....	28
5 RESULTADOS E CONCLUSÕES.....	30
5.1 Resultados do teste diagnóstico.....	30
5.2 Resultados do teste de avaliação de compreensão de compreensão de conceitos.....	32
5.3 Resultados para os problemas propostos.....	37
5.4 Considerações finais.....	39
REFERÊNCIAS.....	40
Apêndice A.....	43
Apêndice B.....	44
Apêndice C.....	45
Apêndice D.....	52
Apêndice E.....	59
Apêndice F.....	65

1 INTRODUÇÃO

A Mecânica Quântica constitui um tema interessante e desafiador no ensino da Física. À medida que novas tecnologias surgem, o conhecimento da Mecânica Quântica se torna cada vez mais requerido como básico na formação moderna dos engenheiros e outros profissionais que venham a lidar com equipamentos que usem tecnologias de ponta. Embora em muitos campos não seja necessário o uso da física quântica diretamente, suas idéias fundamentais podem afetar profundamente o modo de pensar das pessoas acerca do mundo físico e podem, inclusive, influenciar a escolha da carreira. Contudo, aprender Mecânica Quântica não é uma tarefa fácil. Sua abstração, matemática peculiar, e muitos dos seus fenômenos e conceitos anti-intuitivos, além do seu caráter probabilístico, a tornam de difícil entendimento para a maioria dos estudantes. Mesmo os físicos tiveram dificuldades em seus primeiros contatos com a Mecânica Quântica em seus cursos de formação. Para a maioria dos estudantes de engenharia o contato com a física quântica é apenas o do curso introdutório à Física Moderna, não tendo oportunidade de aprofundamento em seus cursos de graduação, ou pós-graduação. Receber uma efetiva instrução em Mecânica Quântica é importante para muitos estudantes de engenharia, principalmente aqueles que trabalharão com tecnologia de ponta, como a que envolve a eletrônica e a informática.

O problema para cuja solução queremos contribuir é : como os conceitos quânticos não fazem parte da vivência “clássica”, intuitiva, dos estudantes, e não se apóiam no senso comum, como fazer para que eles compreendam os conceitos fundamentais da Mecânica Quântica, internalizando-os e levando-os a pensar “quanticamente” os fenômenos microscópicos? Como fazê-los entender que aquela constitui um paradigma diferente da Mecânica Clássica? Para isso parece-nos adequado adotar estratégias didáticas que facilitem a formação e incorporação desses novos conceitos. Uma estratégia é fornecer ao estudante exemplos de fenômenos simples, para que os conceitos que almejamos incorporar à estrutura cognitiva dele fiquem evidentes. Esses conceitos, analisados com o auxílio do professor e da discussão em grupo, possibilitam ao estudante construir modelos mentais que lhe permitam entender a Mecânica Quântica, promovendo assim uma mudança perceptual. “Uma mudança perceptual implica necessariamente em uma mudança conceitual profunda” (THAGARD *apud* GRECA; HERSCOVITZ, 2002, p.7).

Na análise desses fenômenos devemos “[...] salientar as características quânticas ao invés de buscar analogias clássicas” (GRECA; MOREIRA; HERSCOVITZ, 2001, p.446). Consideramos que as experiências de interferometria atendem a esses requisitos, conforme sugerido por Feynman (1966), o que nos levou a propor, neste trabalho, um programa de ensino introdutório à Mecânica Quântica, baseado na análise do fenômeno de interferência por duas fendas. Isso implementa a proposta de um roteiro de um curso que apresenta a Mecânica Quântica como um marco conceitual diferente, um paradigma diferente da Física Clássica. Abandonamos a seqüência tradicional, histórica, usual em cursos universitários introdutórios de Física Moderna e presente na maioria dos livros textos. Partindo do estudo do padrão de interferência de ondas por duas fendas e do padrão que se obtém com um feixe de partículas passando por duas aberturas e comparando esses padrões com os que se obtém com interferência de elétrons passando por duas ou uma fenda, abordamos conceitos como a dualidade onda-partícula, função de onda, superposição de estados, princípio da incerteza, que consideramos básicos. A partir da análise de fenômenos simples inferimos a essência desses conceitos fundamentais. Na realização desse estudo, familiarizaremos o estudante com o formalismo da mecânica quântica usando a notação de Dirac, o que usualmente não se faz em cursos introdutórios tradicionais.

Como referencial teórico pedagógico para desenvolver as estratégias didáticas, nos apoiaremos na abordagem sócio-histórica de Vigotsky (1991), por seu tratamento do desenvolvimento dos conceitos científicos e por evidenciar o papel do professor como agente mediador no processo de aquisição e desenvolvimento desses conceitos. Vygotsky aborda o desenvolvimento de conceitos científicos considerando que estes constituem um instrumento cultural portador de mensagens profundas e que, ao assimilá-lo, o estudante modifica profundamente seu modo de pensar .

No capítulo 2 apresentamos a proposta, sua justificativa e os principais objetivos que pretendemos alcançar.

No capítulo 3 apresentamos o referencial teórico

No capítulo 4 está a descrição do produto: o roteiro e a metodologia para sua implementação.

No capítulo 5 apresentamos a análise do roteiro implementado, com a discussão dos resultados e as conclusões.

Após a bibliografia estão os apêndices: Nos apêndices A e B estão amostras dos testes aplicados na realização do roteiro. O apêndice C é uma amostra do texto distribuído aos alunos ao final da última aula ministrada dentro do roteiro. O apêndice D é um dos textos de apoio distribuídos aos alunos. O apêndice E é a coleção de slides utilizados durante a realização do roteiro. O apêndice F é o trabalho que apresentamos no XVII Simpósio de Ensino de Física, e que trata do tema desta dissertação.

.

2 A PROPOSTA

2.1 Justificativa

Na maioria dos cursos universitários de Física, a Mecânica Quântica introdutória geralmente é apresentada em um enfoque histórico, com apresentação dos fatos e idéias que estão na origem da Mecânica Quântica, tais como: radiação de corpo negro, efeito fotoelétrico, efeito Compton, etc; em seguida são abordados conceitos como dualidade onda-partícula, princípio da incerteza, átomo de Bohr, equação de Schrödinger aplicada a situações como o oscilador harmônico, poço de potencial, etc. Estes assuntos representam uma pequena parcela do programa, dada no final do curso, junto com a relatividade restrita e a Física atômica, numa seqüência tradicionalmente apresentada nos livros-texto¹, e de pouco sucesso no ensino desse tema, pois falha ao não dar um bom entendimento ou compreensão dos conceitos fundamentais e característica probabilística da Mecânica Quântica. Conforme Greca e Moreira, comentando resultados de pesquisas realizadas com estudantes universitários: “...o conhecimento que esses estudantes tem sobre Mecânica Quântica é muito superficial, não passando de uma coleção de fatos isolados, úteis para a aprovação nos cursos.”.(GRECA; MOREIRA, 2001, p.4) Ainda segundo os mesmos autores:

Uma questão que nos parece surgir dessas pesquisas, em particular das realizadas com estudantes universitários, é que se as questões fundamentais, os conceitos centrais da Mecânica Quântica, não são discutidos explicitamente nos cursos introdutórios, cursos mais avançados parecem conseguir apenas que poucas das dificuldades iniciais sejam superadas. (GRECA; MOREIRA, 2001, p.5)

O estudante geralmente chega a esse tipo de curso introdutório em Mecânica Quântica após um curso relativamente extenso em “Física Clássica” (essencialmente Mecânica, Termodinâmica, Eletromagnetismo e Óptica), ficando assim preso a um modo de pensar “clássico” (determinista) e não compreende que a Mecânica Quântica constitui um novo paradigma, embora um bom entendimento das idéias

¹ Veja-se o exemplo do livro texto de Física, vol 4, de Halliday e Resnick, onde se tem a seqüência: cap 45: A Natureza da luz; Introduzindo o Fóton; Radiação térmica; O efeito fotoelétrico; O efeito Compton; A descoberta do fóton; Fótons e ondas; Desacelerando átomos por bombardeamento de fótons. Cap. 46: A Natureza da Matéria: Ondas de matéria; Testando a hipótese de De Broglie; Ondas e partículas; Princípio da Incerteza de Heisenberg; A função de onda; Equação de Schrodinger; Tunelamento através de barreira. Cap. 47; Elétrons e Poços de Potencial: Um elétron capturado em um poço de potencial; Um elétron capturado em um poço finito; Um elétron capturado em um átomo; O estado fundamental do átomo de Hidrogênio; Contando os estados do Hidrogênio.

“clássicas” possa ser essencial ao aprendizado da Mecânica Quântica. O estudante é levado muitas vezes, pela visão de uma física determinista, adquirida no curso tradicional de Física “Clássica”, a tentar fazer uma representação pictórica do mundo quântico à semelhança do macroscópico. Redish e Steimberg, citados por Greca e Moreira (2001, p.6), consideram que

“ O problema maior dos cursos introdutórios, para os estudantes de carreiras científicas, é justamente o enfoque axiomático dado aos mesmos. Este enfoque obscureceria a importância que a mecânica quântica tem para o mundo real fazendo com que os estudantes destas carreiras considerem o assunto como de interesse exclusivo dos físicos teóricos e impedindo, desta forma, que ditos estudantes se aprofundem na descrição do mundo microscópico”.

Os mesmos Greca e Moreira, no trabalho já citado, reproduzem a argumentação de muitos autores que consideram que o enfoque histórico dado nos cursos introdutórios tradicionais não é apropriado, porque

“...sobredimensiona as concepções da física clássica, agregando às dificuldades de compreensão, inerentes à própria descrição quântica, o uso de modelos mecanicistas como um obstáculo a mais a ser superado. ... Os estudantes não passam da mecânica clássica à Mecânica Quântica, senão que são obrigados a aprender um híbrido, composto basicamente por idéias e imagens desenvolvidas no período de 1900-1920... que reproduz modelos conceituais incorretos, retardando a compreensão e o interesse”. (JONES *apud* GRECA; MOREIRA, 2001, p.6)

Estes mesmos autores, Greca e Moreira analisam, ainda, no seu trabalho citado acima, algumas propostas didáticas para melhorar o ensino da Mecânica Quântica. Dentre as propostas examinadas, a da “abordagem experimental” destaca-se por “[...] envolver a apresentação das experiências de difração e interferência da luz como suporte fenomenológico da discussão dos princípios quânticos” (GRECA; MOREIRA, 2001, p.9) Esta proposta encontra reforço na consideração de que “[...] argumentos sustentados em experiências de laboratórios, demonstrações, discussões e conhecimento prévio dos estudantes, permitem conseguir que a visão quântica do mundo se torne inteligível, plausível e frutífera, incorporando-se à bagagem cultural dos estudantes” (POSNER *apud* GRECA; MOREIRA, 2001, p.9). Greca e Herscovitz (2002) propõem responder à pergunta: se a maioria dos conceitos quânticos são anti-intuitivos, o que se pode fazer para ensinar MQ? Apresentam como solução possível “[...] propiciar cursos de duração menor em nível introdutório, cuja tônica seja a de fazer o aluno adquirir familiaridade com a fenomenologia quântica, visando transformar o anti-intuitivo em intuitivo” (GRECA; HERSCOVITZ, 2002, p.7). Em outro trabalho encontramos que os

cursos introdutórios devem “ salientar diretamente as características quânticas dos sistemas ao invés de buscar analogias clássicas que reforçam as concepções clássicas dos estudantes...” (HERSCOVITZ; MOREIRA; GRECA, 2001, p.446). A seguinte transcrição de um trecho original de “Lectures on Physics” mostra em que se inspirou nossa proposta:

Chegamos à conclusão que o que é usualmente chamado de partes avançadas da mecânica quântica são, de fato, simples. A matemática envolvida é particularmente simples, envolvendo operações algébricas simples e nenhuma equação diferencial ou, quando muito, somente as mais simples. O único problema é que devemos pular a lacuna de não sermos capazes de descrever em detalhe o comportamento de partículas no espaço. Portanto eis o que vamos tentar fazer: dizer-lhe sobre o que convencionalmente seria chamado de “partes avançadas” da mecânica quântica. Mas elas são, nós te asseguramos, as mais estranhas das partes simples – no sentido profundo da palavra – bem como as partes mais básicas. Este é francamente um experimento pedagógico; ele nunca foi feito antes, pelo que nos consta (FEYNMAN, 1966, cap 3-1).

2.2 A Proposta

Propomos um roteiro para um curso, de curta duração, de Introdução aos conceitos da Mecânica Quântica, cujo principal foco é a análise do experimento de interferência com fenda dupla para abordar conceitos como: *dualidade onda-partícula, função de onda, superposição de estados, principio da incerteza* e outros, explorando as características quânticas do fenômeno da interferência. A proposta está em concordância com as idéias de Feynman (1966) e de Pessoa (1997), e também de Scarini e Suarez, citados por Greca e Moreira (2001, p.12) de utilizar os fenômenos de interferência como meio de apresentar alguns dos conceitos chaves da Mecânica Quântica. Embora Pessoa aborde o desenvolvimento dos conceitos citados através da análise da interferência com fótons no interferômetro de Mach-Zehnder, optamos por abordar aqueles conceitos por meio da análise da interferência com elétrons no interferômetro de fenda dupla. Uma justificativa que damos para essa escolha é que a interferência por fenda dupla é familiar aos alunos, quer pelas aulas sobre ondas e óptica física, quer pelos experimentos em laboratório que realizaram em seu curso de Física. A outra justificativa é a seguinte afirmação de Feynman, a respeito do experimento de fenda dupla: “[...] o experimento de dupla fenda contém a essência da mecânica quântica. Na verdade ele contém seu único mistério.” (FEYNMAN,1966, cap1-2). Também nos baseamos nas propostas de

Greca e Herscovitz (2002) e de Greca, Moreira e Herscovitz (2001) para o ensino de Mecânica Quântica. O roteiro que propomos pode ser considerado uma implementação das idéias dos autores aqui citados, dentre outros.

O processo ensino-aprendizagem baseia-se em interpretação da teoria de Vygotsky (1991) que permite estabelecer uma metodologia de mediação, em que o papel do professor é fundamental no processo de aquisição dos sistemas de conceitos científicos.

A avaliação da aquisição daqueles conceitos fundamentais pode ser feita por meio de teste de conhecimento prévio de conceitos necessários para o estudo dos assuntos que propomos e de pós-teste de avaliação de compreensão de conceitos.

2.3 Objetivos

São estes os principais objetivos da proposta:

2.3.1. Apresentar aos estudantes alguns dos conceitos fundamentais da Mecânica Quântica em uma abordagem não histórica, que mostram que a Mecânica Quântica é, conforme escreveu Feynman:

[...]a descrição do comportamento da matéria e da luz em todos os seus detalhes e, em particular, do que acontece na escala atômica. As coisas em uma escala muito pequena não se comportam como nos mostra a experiência direta. Elas não se comportam como ondas, não se comportam como partículas, não se comportam como nuvens, ou bolas de bilhar, ou pesos em molas, ou como qualquer coisa que já vimos. (FEYNMAN, 1996, cap. I-1)

e também como afirma Pessoa (1997, p.28): “Em poucas palavras, o que caracteriza a mecânica quântica de maneira essencial é que ela é a teoria que atribui, para cada partícula individual, aspectos ondulatórios, e para qualquer forma de radiação, aspectos corpusculares.”

2.3.2. Desenvolver a compreensão de alguns dos conceitos básicos da Mecânica Quântica por meio de um curso de curta duração baseado na análise do experimento de interferência por fenda dupla.

3 REFERENCIAL TEÓRICO PEDAGÓGICO

Para desenvolver as estratégias didáticas, adotaremos a abordagem sócio-histórica da Psicologia Soviética, ou sócio interacionista, realizada por Lev S Vygotsky (1896 – 1934), professor e pesquisador, que nasceu e viveu na Rússia, tendo falecido precocemente aos 37 anos. Ele iniciou seus trabalhos em 1924; durante este breve tempo no entanto realizou importantes pesquisas em psicologia do desenvolvimento, educação, linguística e psicopatologia, em colaboração com Luria, Leontiev e Sakharov. Sua teoria do desenvolvimento intelectual é também uma teoria da educação. Um de seus pressupostos básicos é que o ser humano se desenvolve a partir da sua relação com o outro, sujeito social, o que se chama de um processo sócio-histórico. O processo sócio-histórico é a própria incorporação da natureza humana à cultura que dá forma e universaliza os processos psicológicos humanos. Vygotsky (1991) enfatiza o papel da linguagem e da aprendizagem nesse desenvolvimento. Sua questão central é a aquisição de conhecimentos pela interação do sujeito com o outro social, que pode se apresentar por meio de objetos, da organização do ambiente, do mundo cultural que rodeia o indivíduo. Essa interação é mediada por várias relações, ou seja, o conhecimento não é visto como uma ação do sujeito sobre a realidade, mas obtido pela mediação feita por outros sujeitos: o outro social. Para este autor, o intercambio comunicativo com outras pessoas e com o meio social proporciona as ferramentas através das quais a mente se desenvolve segundo os códigos culturais particulares. Conforme afirma Oliveira:

Uma idéia central nas concepções de Vygotsky sobre o desenvolvimento humano como processo sócio-histórico é a de mediação cultural: enquanto sujeito de conhecimento o homem não tem acesso direto aos objetos, mas mediado, isto é, feito através dos recortes do real operados por sistemas simbólicos. O conceito de mediação inclui dois aspectos complementares. Por um lado refere-se ao processo de representação mental: a própria idéia de que o homem é capaz de operar mentalmente sobre o mundo supõe, necessariamente, a existência de algum tipo de conteúdo mental de natureza simbólica, isto é, que representa os objetos, situações e eventos do mundo real no universo psicológico do indivíduo. Essa capacidade de lidar com representações que substituem o real é que possibilita que o ser humano faça relações mentais na ausência dos referentes concretos, imagine coisas jamais vivenciadas, faça planos para um tempo futuro, enfim, transcenda o espaço e o tempo presentes, libertando-se dos limites dados pelo mundo fisicamente perceptível e pelas ações motoras abertas. A operação com sistemas simbólicos – e o conseqüente desenvolvimento da abstração e a da generalização – permite a realização de formas de

pensamento que não seriam possíveis sem esses processos de representação e define o salto para os chamados processos psicológicos superiores, tipicamente humanos.(OLIVEIRA, 1992, p.6)

Segundo Vygotsky (1991), a linguagem, sistema simbólico, é que fornece os conceitos, as formas de organização do real, a mediação entre o sujeito e o objeto do conhecimento. É por meio dela que as funções mentais superiores são socialmente formadas e culturalmente transmitidas. A cultura fornece ao indivíduo os sistemas simbólicos de representação do real, isto é, as significações que permitem construir a interpretação do mundo real. A perspectiva pedagógica que surge de Vygotsky implica que o conhecimento, o saber, são estruturas desenvolvidas através da relação com o docente, que é o agente social mediador do processo de desenvolvimento de conceitos científicos, da aprendizagem do aluno, facilitando-lhe o domínio e a apropriação dos instrumentos culturais, como os conceitos, as idéias, a linguagem, as competências. A escola proporciona o ambiente de aprendizagem mais adequado, ela dá o local de negociações, no qual seus atores (alunos e professor) estão em constante processo de recriação e reinterpretação de informações, conceitos e significações. Para abordar o problema da relação entre a aprendizagem e o desenvolvimento, Vygotsky propõe a existência de uma relação entre um dado nível de desenvolvimento e a capacidade potencial de aprendizagem. O primeiro é o nível de desenvolvimento real ou zona de desenvolvimento efetivo (ZDE), já adquirido ou formado, que determina o que o aluno já é capaz de fazer por si próprio; conforme Giusta (2003, p.58): “A zona de desenvolvimento real ou efetivo (ZDE) abrange as conquistas ou as sínteses já realizadas pelo indivíduo no curso de sua história social, é aferida pelos testes e nada informa sobre as aquisições futuras”. O segundo é o nível de desenvolvimento potencial, ou zona de desenvolvimento próximo (ZDP), ou seja, a capacidade de aprender, que, como escreveu Giusta (2003, p.58), “[...] é constituída das possibilidades abertas pelo que foi consolidado e que estão em vias de se tornar desenvolvimento efetivo, sendo para isso necessária a ajuda, a mediação instrumental de um agente externo, como é o caso do professor”. Segundo esta autora,

A zona de desenvolvimento próximo é o espaço de investimento do processo ensino/aprendizagem que, quando bem sucedido, amplia o âmbito do desenvolvimento efetivo, dando origem a uma nova zona de desenvolvimento próximo e, assim, sucessivamente. Esse movimento incessante põe em relevo o papel da aprendizagem como provocadora de desenvolvimento real e de novas zonas de desenvolvimento próximo, uma vez que, para Vygotsky, o que o aluno é capaz de realizar hoje, com a ajuda

de outro mais experiente, será capaz de realizar sozinho amanhã.
(GIUSTA,2003, p.58)

A ZDP tem grande importância metodológica para as pesquisas em educação. As implicações provem das perguntas sobre a magnitude e caráter da própria zona. Em particular a maneira como se conceitua a ZDP sugere que a mente não é fixa em sua capacidade, mas que proporciona um campo de alcance potencial. Por conseguinte, a mente é elástica e ilimitada no que se refere ao seu potencial de crescimento promovido pela aprendizagem. A aprendizagem produz “abertura” nas zonas de desenvolvimento próximo, potencialidade para aprender, que não é a mesma para todas as pessoas; ou seja, distância entre o nível de desenvolvimento real ou efetivo e o potencial, nas quais as interações sociais são centrais, estando então, ambos os processos, aprendizagem e desenvolvimento, inter-relacionados; assim, um conceito que se pretenda trabalhar, como por exemplo em Física, requer sempre um grau de experiência anterior. O professor tem um papel decisivo no processo; é papel do docente provocar avanços nos alunos e isso se torna possível com sua interferência na ZDP. Isso nos mostra os processos pedagógicos como intencionais, deliberados, sendo o objeto dessa intervenção a construção de conceitos. Vários autores (Loaiza, 2005) consideram que Vygotsky nos oferece recurso para desenvolver uma teoria de desempenho com ajuda ou modelo de mediação: o ensino consiste em assistir a aprendizagem através da zona de desenvolvimento próximo: os professores devem criar situações nas quais os estudantes devem primeiro receber uma ajuda, isto é, os mais capazes (colegas mais adiantados, professores) ajudam no desenvolvimento de uma tarefa, segundo internalizar e automatizar os instrumentos cognitivos adquiridos e finalmente realizar um processo autônomo recursivo de valoração do aprendido. As intervenções pedagógicas do educador se podem considerar como intervenções comunicativas em uma situação de aprendizagem na qual as perguntas e enunciados do educador se convertem em sistemas referenciadores da atividade de aquisição do conhecimento .A análise de Vygotsky sobre as relações entre desenvolvimento e aprendizagem nos permitem dizer que, em um processo natural de desenvolvimento, a aprendizagem se apresenta como meio que fortalece esse processo natural, colocando à disposição os instrumentos criados pela cultura que ampliam as possibilidades naturais do indivíduo e reestruturam as suas funções mentais.Em seus estudos sobre a formação de conceitos, Vygotsky considera que a

linguagem é o sistema simbólico fundamental na mediação entre sujeito e objeto de conhecimento, tendo duas funções básicas: a de intercâmbio social e a de pensamento generalizante. Além de instrumento de interação social, a linguagem simplifica e generaliza a experiência, ordenando o real em categorias conceituais. Ao nomearmos um objeto nós o estamos classificando dentro de uma categoria, uma classe de objetos que têm em comum certos atributos; (por exemplo, quando um objeto é denominado “quadrado” ele deve ter quatro lados iguais, independente de cor ou tamanho).A presença de um mesmo conjunto de atributos relevantes permite a aplicação de um mesmo nome a objetos diversos (por exemplo, um ipê e uma mangueira são ambos árvores, apesar de suas diferenças), os atributos que compartilham permitem classificá-los na mesma categoria conceitual. “As palavras, portanto, como signos mediadores na relação do homem com o mundo são, em si, generalizações: cada palavra refere-se a uma classe de objetos, consistindo num signo, numa forma de representação dessa categoria de objetos, desse conceito”. (Oliviera, 1992, p.28) Para Vygotsky, os conceitos são construções culturais internalizadas pelo indivíduo ao longo de seu processo de desenvolvimento, são fruto da interação sociocultural, isto é, além da interação social, há a interação com os produtos da cultura. Diferentes instrumentos, procedimentos e técnicas conceituais dos meios de comunicação, operações e estruturas de caráter intelectual, criam sistemas semióticos que o homem assimila e orienta, influenciando em suas próprias funções mentais. Segundo ele “[...] todas as funções psíquicas superiores são processos mediados, e os signos constituem o meio básico para dominá-las e dirigi-las. O signo mediador é incorporado à sua estrutura como uma parte indispensável, na verdade a parte central do processo como um todo” (Vygostky, 1991, pg.48.). Ele usa o termo “função mental” para referir-se aos processos de: pensamento, memória, percepção e atenção, colocando que o pensamento tem origem na motivação, interesse, necessidade, impulso, afeto e emoção. Para Vygotsky,

A formação de conceitos é o resultado de uma atividade complexa, em que todas as funções intelectuais básicas tomam parte. No entanto, o processo não pode ser reduzido à associação, à atenção, à formação de imagens, à inferência ou às tendências determinantes. Todas são indispensáveis, porém insuficientes sem o uso do signo, ou palavra, como o meio pelo qual conduzimos as nossas operações mentais, controlamos o seu curso e as canalizamos em direção à solução do problema que enfrentamos
(VYGOTSKY, 1991, p. 50)

. Para estudar o processo de formação de conceitos Vygotsky realizou experimentos, que o levaram à seguinte conclusão:

Nossa investigação mostrou que um conceito se forma não pela interação das associações, mas mediante uma operação intelectual em que todas as funções mentais elementares participam de uma combinação específica. Essa operação é dirigida pelo uso das palavras como o meio para centrar ativamente a atenção, abstrair determinados traços, sintetizá-los e simbolizá-los por meio de um signo. Os processos que levam à formação dos conceitos evoluem ao longo de duas linhas principais. A primeira é a formação dos complexos: a criança agrupa diversos objetos sob um “nome de família” comum; esse processo passa por vários estágios. A segunda linha de desenvolvimento é a formação de “conceitos potenciais”, baseados no isolamento de certos atributos comuns. Em ambos os casos, o emprego da palavra é parte integrante dos processos de desenvolvimento, e a palavra conserva a sua função diretiva na formação dos conceitos verdadeiros, aos quais esses processos conduzem. (VYGOTSKY, 1991, p. 70)

Segundo este autor, os adolescentes não abandonam completamente as formas de pensamento mais primitivas (sincréticas e por complexos). Seu uso diminui gradualmente e começam a formar-se os verdadeiros conceitos, mas observou que as operações que os adolescente efetuam com os conceitos mostram uma discrepância entre a capacidade que ele tem de formá-los e a sua capacidade de defini-los. Segundo ele,

O adolescente formará e utilizará um conceito com muita propriedade numa situação concreta, mas achará estranhamente difícil expressar esses conceito em palavras, e a definição verbal será, na maioria dos casos, muito mais limitada do que seria de esperar a partir do modo como utilizou o conceito (VYGOTSKY, 1991, pg 69).

Vygotsky observou que a mesma discrepância ocorre também no pensamento dos adultos:

Isto confirma o pressuposto de que os conceitos evoluem de forma diferente da elaboração deliberada e consciente da experiência em termos lógicos. A análise da realidade com a ajuda de conceitos precede a análise dos próprios conceitos.(VYGOTSKY,1991, p.69)

Vygotsky distingue os conceitos cotidianos ou espontâneos, que são aqueles desenvolvidos no decorrer das interações sociais, dos conceitos científicos, que são aqueles adquiridos por meio do ensino, como parte de um sistema organizado de conhecimentos. Para ele, os conceitos científicos estão organizados em sistemas consistentes de inter-relações. diferentemente dos cotidianos (senso comum), Segundo a concepção de Vygotsky, o sistema de conceitos científicos constitui um instrumento cultural portador de mensagens profundas e, ao assimilá-lo, o estudante modifica seu modo de pensar.

O estudo dos conceitos científicos como tais tem importantes implicações para a educação e o aprendizado. Embora esses conceitos não sejam absorvidos já prontos, o ensino e a aprendizagem desempenham um importante papel na sua aquisição. Descobrir a complexa relação entre o aprendizado e o desenvolvimento dos conceitos científicos é uma importante tarefa prática. (VYGOTSKY, 1991, p.70)

Os conceitos científicos, embora transmitidos em situações formais de ensino-aprendizagem, também passam por um processo de desenvolvimento, isto é, não são apreendidos em sua forma final, definitiva. O desenvolvimento de um conceito científico geralmente começa por sua definição verbal e com sua aplicação em operações não espontâneas. Um conceito científico envolve, desde o início, uma atitude mediada em relação ao objeto e, diferentemente dos cotidianos, estão organizados em sistemas consistentes de inter-relações.

[...] Por sua inclusão no sistema e por envolver uma atitude mediada desde o início de sua construção, os conceitos científicos implicam uma atitude metacognitiva, isto é, de consciência e controle deliberado por parte do indivíduo, que domina seu conteúdo no nível de sua definição e de sua relação com outros conceitos.
(OLIVEIRA, 1992, p.32)

A interdependência dos conceitos dentro de uma rede de conceitos onde se pode passar de um para outro, as operações intelectuais executadas e a existência de modelos exteriores da aplicação destas operações (instrumentos, aparatos, tecnologias, criados pela cultura, que apóiam os processos psicológicos), levam à tomada de consciência e ao controle do indivíduo sobre os seus próprios processos cognitivos, o que vem a ser a dimensão metacognitiva do desenvolvimento, descoberta por Vygotsky. Conforme escreveu Giusta :

No contexto da relação aprendizagem/desenvolvimento, a pesquisa sobre o desenvolvimento dos conceitos científicos tem relevo especial. De acordo com Vygostky, o desenvolvimento dos conceitos científicos tem que possuir todos os traços peculiares à inteligência do aluno em cada nível do desenvolvimento, porque eles não são aprendidos por memorização mecânica, mas por meio de uma vigorosa atividade mental. Por isso é de real valor estabelecer a relação entre dois tipos de conceitos abordados... Com isso é possível chegar-se a formas de ensino/aprendizagem empenhadas em elevar os conhecimentos do senso comum (conceitos espontâneos) por meio dos conceitos científicos e articular estes últimos à prática e às condições dos alunos dotando-os de recursos mais poderosos (GIUSTA, 2003, p.59).

O processo de aquisição dos sistemas de conceitos científicos é possível através da educação sistemática do tipo escolar. Dentro da perspectiva do que foi

examinado, o aluno não é somente o sujeito da aprendizagem, mas aquele que aprende junto ao outro o conhecimento que o seu grupo social possui. A contribuição da educação organizada é, neste ponto, fundamental, pois se converte em desenvolvimento.

3.1 Implicações da teoria de Vygotsky para a proposta

O conteúdo pedagógico da proposta é o de desenvolvimento de conceitos de Mecânica Quântica segundo a teoria de Vygotsky. A metodologia baseada em Vygotsky pode-se classificar como “metodologia de mediação” ou “de desempenho com ajuda”, na qual o professor tem papel decisivo no processo, pois é o agente mediador para aquisição dos novos conhecimentos, provocando avanços nos alunos através da sua intervenção na zona de desenvolvimento próximo, para a construção de conceitos científicos. É fundamental para que ocorra essa aprendizagem colaborativa que se estabeleça o diálogo entre professor e alunos, e a interação dos alunos entre si. Para os estudantes, em interação com o meio social de seu cotidiano, os conceitos da Mecânica Quântica não são percebidos, ou são desconhecidos, porque lidamos com o macrocosmos, onde a Física Clássica satisfaz e cujos conceitos são sobejamente conhecidos e experienciados. Os conceitos de Mecânica Quântica são, portanto, conceitos novos, sem paralelo na experiência diária. Na nossa proposta, serão desenvolvidos mediante a análise de experimentos de interferência. Para aplicação da proposta deve-se levar em conta as pré-concepções do estudante, para avaliar o nível de desenvolvimento real dos alunos. Um dos aspectos de uma estratégia de ensino baseada em Vygotsky é o de considerar a “zona de desenvolvimento real” ou “zona de desenvolvimento efetivo” (ZDE) do estudante, isto é, os saberes prévios. O curso é melhor aproveitado por alunos que já tem um conhecimento do fenômeno de interferência com ondas, adquirido em disciplina anterior de Física.

4 DESCRIÇÃO DO PRODUTO E DA METODOLOGIA

O produto é um roteiro de um curso, intitulado *Introdução aos conceitos da Física Quântica*, baseado na análise do experimento de fenda dupla. O roteiro é organizado em 5 (cinco) tópicos. Para cada um deles os alunos recebem um texto de apoio – uma apostila -- com os assuntos tratados naquele tópico (apêndice D – exemplo de texto de apoio). O mesmo material é utilizado pelo professor como referência para suas aulas. O material de apoio ao professor consiste em uma coleção de slides para apresentação (usando PowerPoint) ou como transparências (apêndice E). O formato do curso permite sua realização em 12 aulas (para um módulo de aulas de 100 minutos) ou pouco mais. O conteúdo dos tópicos desenvolvidos neste roteiro orienta-se pelas idéias de Feynman (1966) ao abordar esses temas em seus livros. A metodologia didático/pedagógica baseia-se na teoria do modelo de mediação, apoiada em Vygostky (1991), na qual a colaboração entre o professor e estudantes pode ser resumida nos seguintes passos: a) é desejável dispor de um ambiente que favoreça o trabalho colaborativo entre os alunos e entre alunos e professor (a sala de aula); b) é preciso considerar os saberes prévios dos estudantes; c) o professor ajuda o aluno, dispondo suas intervenções para produzir contrastes, isto é: promover a comparação de resultados, induzida através de perguntas ou outras formas de intervenção (discussões), favorecendo as classificações e comparações, problematizando; d) o professor deve estimular a solução de novos problemas, generalizações e inferências. Além disso, o professor propõe uma perspectiva dos acontecimentos, dessa forma promovendo o autocontrole metacognitivo. O uso de símbolos (por exemplo na forma de experimentos idealizados), a discussão em grupos colaborativos, o apoio do professor, as demonstrações, e/ou projeções, são formas de mediações comunicativas usadas no curso. No primeiro encontro com os alunos é recomendável aplicar-se um teste diagnóstico para avaliar conhecimentos anteriores e desejáveis sobre ondas e determinar-se a zona de desenvolvimento real ou efetivo, o que permite avaliar as potencialidades ou zona de desenvolvimento próximo, que é o “espaço de investimento do processo ensino/aprendizagem”(Giusta, 2003, p.58).

Ao final do curso pode-se aplicar um teste de compreensão de conceitos como avaliação da aprendizagem.

4.1 Tópicos para a realização do roteiro:

4.1.1 O comportamento quântico

Sugere-se a apresentação de um curto filme ou “clip”, ou “applet” (há vários deles na internet) abordando o assunto do experimento de fenda dupla. Um bom exemplo, que usamos em nosso curso, é o “clip” “Dr. Quantum”, que faz parte do filme “Quem somos nós?” (2006). Este clip descreve, em uma animação, o experimento de dupla fenda com partículas e ondas, analisado por um personagem de animação. Começa apresentando um experimento com bolinhas que passam por um obstáculo com duas aberturas em forma de fendas paralelas e incidindo em um anteparo, onde deixam marcas como duas faixas paralelas de pontos de incidência. A seguir apresenta o experimento de ondas na superfície da água que passam através de duas aberturas em forma de fendas paralelas; o padrão que se apresenta no anteparo à frente das fendas é aquele típico da interferência: uma sequência de franjas de superposição positiva intercaladas a franjas “escuras”, de cancelamento de ondas. Neste ponto o personagem discute a situação, concluindo que bolinhas não interferem, enquanto ondas sim. A seguir o personagem “Dr Quantum”, magicamente “entra” no mundo “quântico” (do muito pequeno, sugerindo uma experiência em pensamento) e realiza o experimento de dupla fenda com elétrons, atirando um feixe de poucos elétrons, a partir de um canhão eletrônico, sobre um obstáculo com duas fendas paralelas. É mostrado um padrão de interferência como o de ondas, e o personagem “se surpreende” e passa a discutir porque se formou tal padrão. O caráter estranho apareceu quando se fez o “experimento” partícula a partícula. Escolhemos esse clip por discutir, de uma forma agradável e divertida, aqueles conceitos que elegemos como fundamentais, introduzindo desta forma interessante o assunto do curso. Após a projeção segue-se a discussão do filme, propondo-se questões aos alunos como: “discuta o fato que a mecânica quântica desafia o senso comum” e “o elétron se apresentar como partícula ou onda .depende de como ele é medido, isto é, do arranjo experimental ?”.

4.1.2 O experimento de interferência por duas fendas

Pode-se iniciar com a questão: “O que é o elétron, onda ou partícula? O que é o fóton, onda ou partícula?” Reportando ao filme do tópico anterior, propõe-se que para buscar respostas a essas questões serão analisados experimentos de interferência por duas fendas. Analisa-se primeiramente um experimento (imaginado) com projéteis lançados contra duas aberturas estreitas e paralelas e atingindo um anteparo (slide1), estudando a distribuição de probabilidades dos projéteis atingirem o anteparo como função da posição em relação à linha central entre as fendas, considerando primeiro só uma fenda aberta, depois só a outra e por fim as duas abertas. Em seguida apresenta-se o slide 2, que representa o experimento clássico de interferência de ondas mecânicas na água, que passam por duas aberturas estreitas paralelas, estudando a distribuição de intensidades das ondas (a intensidade de uma onda é proporcional ao quadrado de sua amplitude), considerando só uma fenda aberta, depois a outra e então as duas abertas. O padrão de intensidades quando as duas fendas estão abertas se mostra um padrão diferente da distribuição anterior: é constituída por máximos e mínimos de intensidade. Por fim se estuda um experimento imaginado com elétrons (slide3), analisando a distribuição de probabilidades dos elétrons atingirem o anteparo em função da posição em relação à linha central entre as fendas, para uma fenda aberta, depois a outra e para as duas abertas. Apresenta-se um padrão de distribuição de probabilidades semelhante ao padrão de intensidades para as ondas² Sugere-se mostrar reprodução de fotos de um experimento real, o que em geral se encontra nos livros textos comumente utilizados. A comparação dos três experimentos fundamentará uma discussão sobre a *dualidade onda partícula*.

² Em mecânica quântica nos referimos a uma amplitude de probabilidade; uma densidade de probabilidade é vista como o módulo ao quadrado de uma amplitude de probabilidade e desempenha o papel de intensidade. Esta interpretação probabilística reconcilia a característica corpuscular com a ondulatória. Os resultados da mecânica quântica não são afirmações determinísticas, mas proposições probabilísticas: nos referimos à probabilidade de ocorrência de um dado valor, ou conjunto de valores, como por exemplo, da posição de uma partícula.

4.1.3 Princípio da Incerteza

Analisando o experimento de fenda dupla imaginado com único elétron (slide 4) podemos tirar observações tais como : o padrão de distribuição de probabilidades do elétron ao atingir o anteparo, como função da posição em relação à linha central entre as fendas é alterado se tentamos acompanhar o movimento do elétron, isto é, se tentarmos saber por qual fenda ele passou, o que permite estabelecer o princípio da incerteza sob a forma:” é impossível desenvolver um equipamento para determinar por qual fenda o elétron passou, sem que perturbemos seu movimento”. Aqui se discorre sobre hipótese de De Broglie, discutindo sua importância (slide 5). Discutimos em seguida a relação entre momentum de um objeto quântico e sua posição , estabelecendo a forma clássica do princípio de Heisenberg como produto das incertezas do momentum e posição, e da energia e tempo, generalizando-o e discutindo suas implicações (slides apresentados: 6 e 7). Uma das questões que se pode propor aos alunos, para discussão, é: “ Por que os cientistas iriam aceitar uma teoria baseada no princípio da incerteza?”

4.1.4 O princípio da superposição

Sugerimos começar com a pergunta: “Qual é a probabilidade de uma partícula ser encontrada em determinado ponto do anteparo no aparato de fenda dupla?” Para responder a essa pergunta começamos por estabelecer o princípio de que a probabilidade de uma partícula partindo de um local S chegar a outro x é dada pelo quadrado do valor absoluto do número complexo chamado amplitude de probabilidade da partícula partindo daquele local S chegar a x . Escrevemos isso na forma da notação de Dirac e aplicamos ao estudo novamente da experiência de fenda dupla com elétrons, utilizando a notação de Dirac, analisando as diversas possibilidades de caminhos seguidos por um elétron para atingir o anteparo após passar pelas fendas . Propor como exercício aos alunos analisar as possibilidades de caminhos para o elétron passar por fendas múltiplas, usando a notação de Dirac. Slides para esta parte: n^{os} 8, 9, 10,11, 12. Extrai-se desse estudo o princípio da superposição, generalizando-o. Pode-se introduzir a notação de Dirac fazendo analogia com a forma, familiar aos estudantes, de tratar vetores, afirmando que na Mecânica Quântica, o estado de um sistema físico é descrito por um vetor (vetor de

estado) em um espaço chamado espaço de Hilbert, que é o espaço de representação dos estados quânticos. Qualquer vetor em tal espaço é definido através de um conjunto de coordenadas independentes que podem ser vistas como um conjunto de eixos ortogonais (autovetores), que correspondem aos possíveis estados nos quais o sistema físico pode ser encontrado. As projeções do vetor sobre os eixos dão as contribuições relativas de cada componente para o estado do sistema. Introduce-se a terminologia “ket” e “bra” e seus significados como matrizes coluna e linha, para representar os vetores de estado, discutindo brevemente algumas de suas propriedades, tais como: muitas expressões em Mecânica Quântica contém produtos de um vetor linha, ou “bra”, como por ex. $\langle\varphi|$, por um vetor coluna relacionado (um vetor de estado), ou “ket”, como por ex. $|\psi\rangle$, o que produz um numero complexo chamado “braket”, representado como $\langle\varphi|\psi\rangle$, O “bra” $\langle\varphi|$ é o conjugado transposto do “ket” $|\varphi\rangle$, isto é, $|\varphi\rangle^t = \langle\varphi|$. Um sistema físico pode ter o seu vetor de estado, em uma superposição de estados, escrito, nessa notação, como $|\psi\rangle = a|\psi_0\rangle + b|\psi_1\rangle + c|\psi_2\rangle + \dots$, onde os coeficientes a, b, c, ... são números complexos obtidos do produto “braket” e cujo quadrado dá a probabilidade de ocorrência dos estados $|\psi_0\rangle$, $|\psi_1\rangle$, $|\psi_2\rangle$, etc, que formam uma base ortogonal completa para o vetor de estado $|\psi\rangle$. Os estados da base definem um sistema de eixos no espaço de Hilbert de modo similar aos vetores unitários no espaço euclidiano, que definem eixos para os vetores comuns. Pode-se introduzir também aqui o conceito de operadores em Mecânica Quântica como a representação das grandezas físicas mensuráveis (observáveis). Pode-se dizer que um operador é “algo que transforma” um vetor do espaço de Hilbert em outro .

4.1.5 A equação de Schrödinger

Discute-se inicialmente o significado de “função de onda” (slides 13 e 14) e se apresenta a eq. de Schrödinger como a eq. fundamental da mecânica quântica (para partícula de massa de repouso não nula e não relativística) (slide 15) no mesmo sentido que a segunda lei de Newton constitui a equação fundamental da mecânica clássica, afirmando que ela (a eq. de Schrödinger) não foi deduzida, mas construída a partir da combinação de conceitos da física de partículas e da física ondulatória, e

mostrando sucintamente os “passos “ para sua “construção”, a partir da relação de conservação da energia (slides 16 e 17), até escrevê-la na forma diferencial. Introduz-se a idéia de Hamiltoniano, escrevendo a eq. de Schrödinger em termos desse operador e finalmente, na forma da notação de Dirac (slide 18). Propõe-se como exercício o estudo de casos “clássicos” de aplicação da eq. de Schrödinger, como : elétron confinado em um poço de potencial, átomo de hidrogênio, etc (que são normalmente tratados nos livros textos). Ao final desse tópico propor aos alunos a questão: “Como podemos descrever o mundo: do modo da Física Clássica ou da Mecânica Quântica?” Durante a realização do curso deve-se exortar os alunos a consultarem a bibliografia que o professor recomendar. Uma boa sugestão é o livro de Pessoa (2005) e/ou o livro de Oguri e Caruso (2006). Sugerimos ainda a leitura do interessante livro de Gilmore (1998). Ao final do curso, pode-se ainda entregar aos alunos um texto para leitura, como o sugerido no Anexo 3, intitulado *Uma visão geral da Mecânica Quântica*, em que se faz uma apresentação e descrição geral do que é a teoria quântica, começando com um breve relato do que é a Física, seus conceitos fundamentais como espaço e tempo, a idéia de simetria que conduz às leis de conservação, chegando por fim à descrição quântica e algumas de suas características, conceitos e princípios. O propósito desse texto é uma discussão geral das idéias desenvolvidas durante o curso, a título de fechamento.

4.2 Aplicação do Roteiro

A aplicação deste roteiro, em caráter experimental, e na forma como foram descritos os tópicos deu-se como um curso de 12 horas-aula, com o título *Introdução aos conceitos da Física Quântica*, para uma turma do 4º período do Curso de Engenharia Eletrônica e Telecomunicação da PUCMinas, do turno da manhã, dentro da disciplina Física V, cujo programa é: ondas eletromagnéticas, óptica e física moderna, e que tem uma carga horária teórica de 60 horas. As aulas foram em duas sessões semanais de 1:40 hs (módulo de 2 horas-aula na PUCMinas) cada uma, em dias alternados na semana, durante 3 semanas, dadas no final do primeiro semestre de 2007. Ministramos as aulas em lugar do professor regular da disciplina, que no-las cedeu mas que, contudo, acompanhou os trabalhos como observador. O curso que aplicamos substituiu, dentro do assunto “física moderna”, o tópico de Introdução à Mecânica Quântica dado na forma tradicional. A turma foi escolhida porque os

alunos de engenharia eletrônica necessitam conhecimento base em Mecânica Quântica para seus estudos posteriores. Aplicamos o teste diagnóstico em um encontro com os alunos antes de iniciarmos o curso. Este teste diagnóstico (apêndice A) consistiu de uma série de 8 perguntas: as duas primeiras pediam o conceito dos alunos sobre ondas e partículas, a terceira pedia para identificar os atributos característicos de onda e partícula. Da quarta à oitava questão, pedimos para descreverem os fenômenos de interferência, difração e polarização com a luz e as condições em que ocorrem. Após a realização do curso aplicamos o teste de avaliação de compreensão de conceitos. Este teste consistiu de três questões (apêndice B): A primeira apresentava uma lista de 8 nomes relativos aos conceitos abordados no curso e pedia aos alunos que escrevessem o que entendiam sobre os termos. A segunda e terceira questões eram problemas qualitativos acerca do comportamento de elétrons no experimento de fenda dupla. No primeiro tópico de aplicação do roteiro, com duração de 1:40h, apresentamos o “clip” “Dr, Quantum” [16] (que dura cerca de 20 minutos), discutindo-o em seguida. Para apresentação dos demais tópicos, nas aulas seguintes, utilizamos o software PowerPoint. Em cada aula, a exposição era interrompida de tempos em tempos pelo professor, que formulava as perguntas sugeridas no roteiro, e outras que surgiam a partir dos alunos, suscitando o debate. As aulas sobre cada assunto se encerravam com uma discussão geral, em que se propunham novas questões aos alunos, e conclusões.

5 RESULTADOS E CONCLUSÕES

As análises do teste diagnóstico, realizado no primeiro encontro com os alunos, e do teste de avaliação de conceitos, realizado no último encontro, são as que se seguem. O teste diagnóstico foi respondido por 22 alunos, presentes à aula daquele dia, e o teste de avaliação por 26 alunos (o total da turma). A análise dos resultados, do tipo qualitativa-interpretativa, seguindo as orientações de Bogdan e Biklen (1994), principalmente, e de Lüdke (1986) e Neves (1996), se fez estabelecendo categorias, centradas em como os estudantes entenderam o princípio da superposição, princípio da incerteza e dualidade onda-partícula, dentre outros.

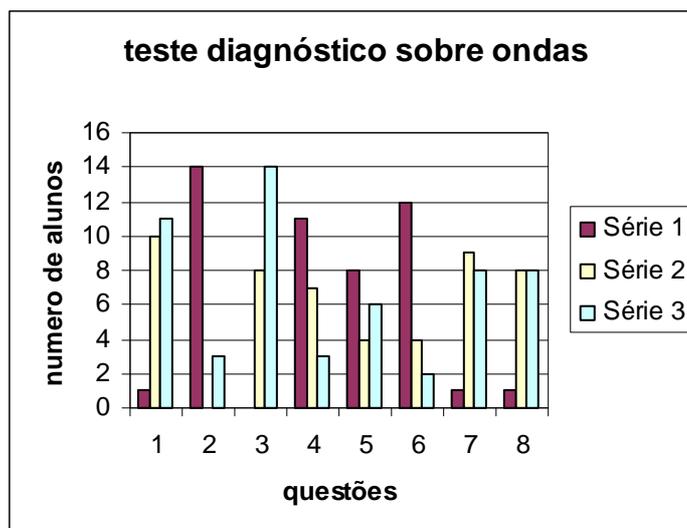
5.1 Resultados do teste diagnóstico

Para analisar as respostas às questões do teste diagnóstico estabelecemos as categorias:

- Resposta incorreta: classificamos nessa categoria as respostas totalmente erradas ou que demonstravam ter o aluno se confundido.
- Resposta parcialmente correta: aqui colocamos as respostas à quais faltou algum termo ou explicação mais clara, mas que traduzia a idéia correta do assunto da questão, permitindo inferir que o aluno possuía o conhecimento do conceito ou do fenômeno a que se referia a questão.
- Resposta correta: nesta categoria estão as respostas daqueles alunos que demonstraram de forma completa o conhecimento do conceito ou fizeram a descrição correta do fenômeno.

Os resultados estão representados no gráfico 1 abaixo. Devemos observar que nem todas as questões foram respondidas em muitos dos testes, não tendo sido consideradas para levantamento dos escores. Os números, portanto, se referem àqueles alunos que responderam as questões.

Gráfico 1



Legenda:

Série 1: resposta incorreta

Série 2: resposta parcialmente correta

Série 3: resposta correta

Chamam a atenção particularmente os escores das questões 1, 3, 7 e 8, que se referem a ondas e seus atributos e propriedades. As respostas da questão 1 demonstraram que os alunos sabiam descrever uma onda. A questão 3 pede para comparar atributos de onda e partícula, e teve um bom escore de respostas corretas, o que corrobora os resultados da questão 1, mostrando que os alunos sabiam distinguir uma onda de uma partícula, por seus atributos. As respostas às questões 7 e 8, relativas aos fenômenos de difração e interferência, nos levaram a concluir que os alunos sabiam descrever esses fenômenos, inclusive estabelecendo corretamente as condições em que ocorrem, o que se verificou nas respostas que geraram os resultados da série 3. Se juntarmos os escores das séries 2 e 3, correspondentes a categorias em que classificamos as respostas que demonstravam conhecimento de algum nível, vemos que superam os da série 1. Essa análise permite que julguemos que os alunos tinham os conhecimentos necessários ao curso proposto neste roteiro. Isto confirmou nossa expectativa, uma vez que esses alunos haviam recentemente estudado, dentro da disciplina Física V, os conceitos prévios requeridos de física ondulatória em óptica física. Concluímos que demonstravam assim ter a ZDE apropriada e que, por conseguinte, tinham a capacidade potencial para aprender os novos conceitos da Mecânica Quântica. A

aplicação do teste de avaliação de compreensão de conceitos, também um teste discursivo, gerou respostas ou explicações que analisamos a seguir.

5.2 Resultados do teste de avaliação de compreensão de conceitos.

- 1) Os escores se referem àqueles alunos que responderam às questões propostas. .
- 2) Classificamos as respostas em três categorias :
 - Não compreensão: assim classificamos aquelas respostas que se afastaram demasiadamente da idéia contida no conceito, ou que apresentaram explicações incorretas; algumas traduziam idéias confusas acerca do assunto, ou trocavam um conceito pelo outro. Por exemplo, um aluno respondeu ao termo *função de onda* como: “*Função de onda é a observação da influência de uma onda em um sistema.*” (idéia confusa e errada)
 - Compreensão parcial: nesta categoria foram classificadas aquelas explicações que traduziam desde a idéia ao menos embrionária, ou parcial, do conceito até aquelas que se aproximavam do conceito correto, mas em um nível menor. Exemplo: ao termo “*princípio da incerteza*” um aluno respondeu: “ *O princípio da incerteza nos transmite uma idéia contrária à física newtoniana, uma vez que não podemos afirmar um estado final de um sistema*” (idéia embrionária). Outro exemplo: ao conceito “*dualidade onda-partícula*” houve a resposta: “*É a capacidade que um elétron tem de se comportar ora como partícula ora como onda, tudo depende de quem observa*” (aproximação em nível menor ao conceito correto).
 - Compreensão: nesta categoria estão as respostas que mais se aproximam do conceito correto até aquelas que os traduzem corretamente, mesmo que com outras palavras. Exemplo: Ao conceito “*princípio da incerteza*” houve a seguinte resposta: “*Posição e momento não se determinam simultaneamente*” (resposta correta). Outro exemplo: ao conceito “*dualidade onda-partícula*” um aluno respondeu: “*o eletron pode apresentar as duas situações de onda e*

partícula dependendo da análise experimental e do observador como conduz a experiência". (aproximação maior ao conceito correto).

Optamos por uma classificação em três categorias para simplificar a análise, sintetizando em cada uma delas as nuances colhidas nos discursos dos alunos.

- 3) O teste foi aplicado na aula seguinte à apresentação e discussão final do último tópico, sem conhecimento prévio dos alunos: eles não foram avisados da realização do teste, foi "surpresa", não tiveram, assim, oportunidade de se prepararem antes, ficando com o conhecimento que retiveram com as aulas. Assim procedemos para verificar a incorporação dos conceitos recém estudados aos seus conhecimentos. Foi pedido a eles que respondessem voluntariamente e sem consultar qualquer anotação, colocando por escrito as idéias que tinham sobre os itens. Todos alunos presentes participaram de boa vontade da pesquisa.

Para facilitar nossa análise, numeramos os conceitos apresentados aos alunos no teste de avaliação conforme a tabela de correspondência abaixo:

Conceito nº	Nome do conceito
1	Estado de um sistema físico
2	Amplitude de probabilidade
3	Probabilidade de estado
4	Superposição de estados
5	Princípio da incerteza
6	Dualidade onda-partícula
7	Equação de Schrödinger
8	Função de onda

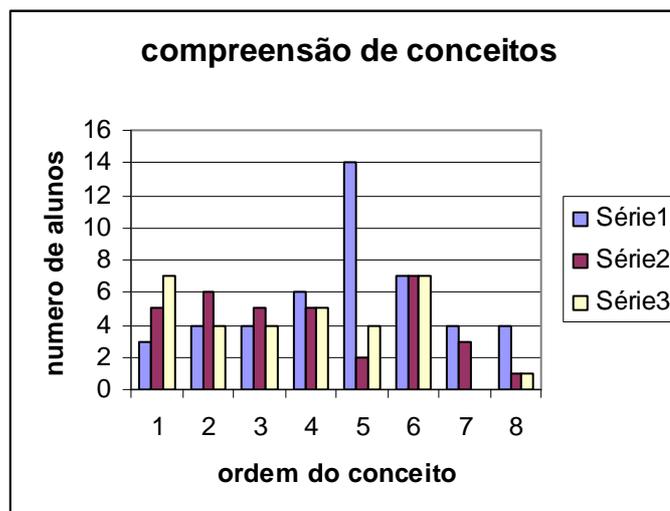
O grupo era de 26 alunos participantes do projeto. A tabela 1 a seguir dá o resultado da análise do teste de avaliação de conceitos, em termos do número de alunos que responderam a cada conceito, classificando-os nas categorias correspondentes às respostas dadas..

TABELA 1
Teste de avaliação de conceitos

Conceito nº	Não compreensão	Compreensão parcial	Compreensão
1	3	5	7
2	4	6	4
3	4	5	4
4	6	5	5
5	14	2	4
6	7	7	7
7	4	3	0
8	4	1	1

A representação gráfica correspondente é (gráfico 2):

Gráfico 2



Legenda:

Série 1 : não compreensão (conceitos incorretos ou explicações incorretas)

Série 2: compreensão parcial (conceitos parcialmente corretos)

Série 3 : compreensão (conceitos corretos)

Uma análise preliminar permite observar que as categorias “compreensão parcial” e “compreensão” superam, juntas, a categoria “não compreensão”, em termos de numero de alunos cujas respostas se enquadram nessas categorias, nos conceitos nº 1, 2, 3, 4 e 6. Nos conceitos de ordem 2 e 3 há uma prevalência da categoria “compreensão parcial”. O resultado para o conceito de ordem 5 mostra um

surpreendente numero de respostas dentro da categoria “não compreensão”, o mesmo acontecendo no conceito de ordem 8, mas em menor grau relativo às outras duas categorias juntas. No conceito nº 6 verifica-se um interessante “empate” entre as categorias.

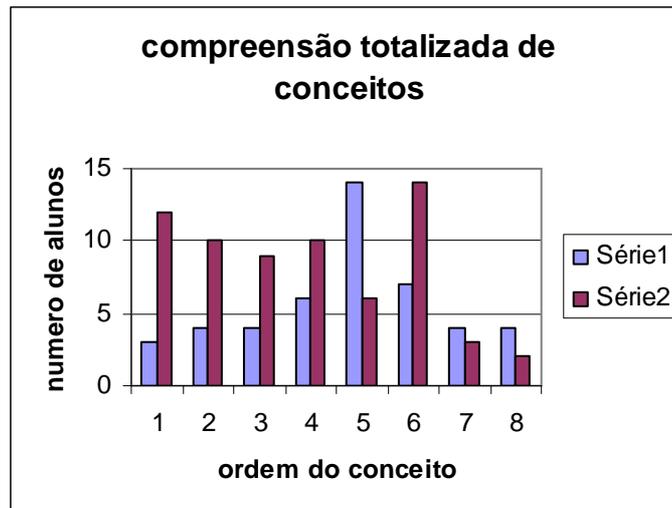
Para os conceitos de ordem 1, 2, 3, 4 e 6 há um número significativo de alunos, dentre os que responderam a esses itens, que demonstraram compreensão daqueles conceitos, ao darem explicações ou corretas ou muito aproximadamente corretas. Embora em muito pequeno numero, em relação ao total de alunos presentes ao teste, esse resultado pode também indicar que esses alunos incorporaram aqueles conceitos.

Há um numero igualmente significativo de alunos, dentre os que responderam aos itens, que deram respostas no nível de compreensão parcial para os conceitos 1, 2, 3, 4 e 6, o que significa respostas com algum grau de compreensão do conceito. Também é um número pequeno, comparado com o total de participantes do teste, mas cremos poder identificar certo nível de incorporação dos conceitos.

O numero elevado de alunos que não compreenderam o conceito 5 (principio da incerteza) revela o alto grau de dificuldade deste conceito que, ao lado do conceito 6 (dualidade onda –particula) é o ponto de ruptura entre a física clássica, determinista, e a física quântica, uma física de probabilidades, o que corresponde a uma mudança no modo de pensar. É possível que o número elevado de alunos que responderam a esse item signifique o fascínio que a idéia revolucionária contida no conceito exerceu sobre eles.

Em face do que comentamos acima, permitimo-nos agrupar os números das categorias “compreensão parcial” e “compreensão” interpretando-as como demonstrando ter havido, no geral, entendimento e incorporação do conceito, o que nos foi sugerido pelos resultados anteriores para os conceitos de ordem 1, 2, 3, 4 e 6. A comparação com a categoria “não compreensão” torna-se, assim, mais visível, conforme ilustra o gráfico 3 a seguir.

Gráfico 3



Legenda

Série 1: não compreensão do conceito

Série 2: compreensão parcial do conceito + compreensão do conceito

A tabela correspondente ao resultado acima é (tabela 2):

TABELA 2
Compreensão totalizada de conceitos

Conceito n ^o	Não compreensão	Compreensão totalizada
1	3	12
2	4	10
3	4	9
4	6	10
5	14	6
6	7	14
7	4	3
8	4	2

O número maior de alunos que deram respostas indicativas de compreensão de algum grau, isto é, variando do menor nível de aproximação ao maior nível de aproximação, para os conceitos de 1 a 6, em comparação com as respostas de não compreensão, permite-nos dizer que no geral, houve entendimento e incorporação desses conceitos, portanto aprendizado (de menor ao maior nível). É interessante observar que no conceito de ordem 5 ainda prevalecem as respostas de não compreensão em comparação com as outras, ratificando a observação já feita de

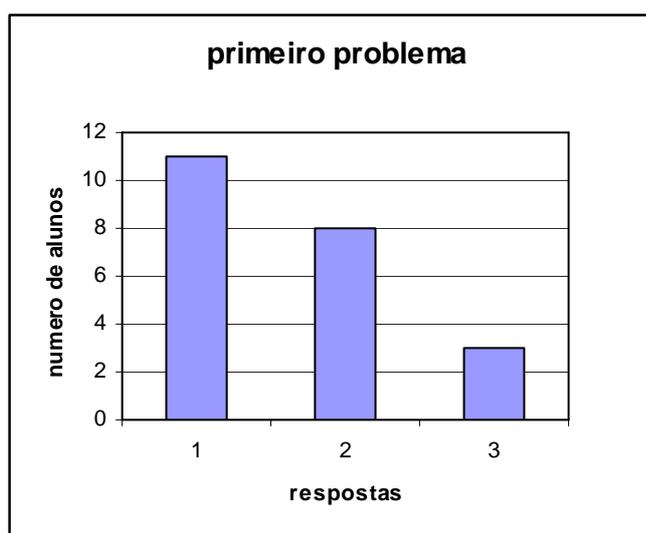
que foi o que apresentou o maior nível de dificuldade aos alunos. É de se notar, contudo, que o conceito 6, que consideramos também de difícil compreensão apresentou, no total, o mesmo número elevado de respostas positivas, em contraste com o item 5, o que interpretamos como sendo consequência do fato desse assunto (dualidade onda-partícula) ter sido mais detidamente trabalhado. Os baixos índices dos conceitos 7 e 8 podem estar refletindo o tipo de aula que foi ministrado para abordagem daqueles conceitos: aula expositiva tradicional, sem muita participação dos alunos (não houve tempo para uma maior discussão sobre os exercícios e questão proposta).

5.3 Resultados para os problemas propostos

O teste de avaliação apresentou dois problemas conceituais aos alunos. O resultado da análise das soluções é o que se segue.

O primeiro problema, que foi resolvido por 22 alunos, tinha por propósito avaliar a compreensão dos conceitos: “dualidade onda-partícula” e “princípio da superposição”. O gráfico 4 abaixo representa os resultados.

Gráfico 4



Legenda:

- 1) respostas corretas
- 2) respostas parcialmente corretas
- 3) respostas incorretas

O significativo numero de respostas corretas e parcialmente corretas demonstram o entendimento e incorporação dos conceitos.

O segundo problema foi resolvido por 18 alunos e versava sobre o conceito “principio da incerteza”. O gráfico 5 abaixo representa os resultados.

Gráfico 5



Legenda:

- 1) respostas corretas
- 2) respostas parcialmente corretas
- 3) respostas incorretas

O numero maior de respostas positivas (corretas e incorretas) surpreende face ao resultado de não compreensão para o conceito 5 (principio da incerteza) na análise anterior dos quesitos apresentados no teste. Talvez possamos interpretar isso como advindo da forma como o conceito foi cobrado: um problema. Isso demonstra que houve entendimento desse conceito quando ele é apresentado em uma situação “concreta”, isto é, como solução para um problema, embora os estudantes tenham achado “difícil” sua definição verbal, confirmando a observação de Vygotsky de que há uma discrepância entre a capacidade que os estudantes tem de formar um conceito e a sua capacidade de defini-lo.. Esta mesma consideração é válida para a análise dos resultados do primeiro problema.

5.4 Considerações finais

A aplicação deste roteiro atendeu às nossas expectativas, pois consideramos ter atingido os objetivos propostos, avaliando a metodologia adotada. Os resultados demonstram um razoável nível de compreensão dos conceitos principais, com incorporação dos mesmos à bagagem de conhecimentos dos alunos, havendo uma perceptível mudança conceitual, demonstrada mais incisivamente na resolução dos dois problemas propostos. Pudemos verificar isso também por meio das discussões em sala de aula, algumas vezes acaloradas, evidenciando que as novas idéias “mexeram” com os alunos, apesar da dificuldade em mudar suas pré-concepções (isto também se percebe nos resultados dos testes). Essas discussões algumas vezes continuaram fora do horário das sessões do curso. Conseguimos que se interessassem pelo assunto, o que levou muitos a buscarem a solução de suas dúvidas na bibliografia que foi indicada. É claro que não foram todos os alunos que atingiram esses objetivos, mas aqueles que acompanharam o curso com interesse e atenção. Consideramos que estes são alunos “prontos” para um curso posterior de Mecânica Quântica, porque julgamos que, tendo incorporado os novos conceitos à sua estrutura cognitiva, e realizado uma mudança perceptual, avançaram em sua ZDE, acrescentando potencialidade para estudos mais avançados. Consideramos, por fim, que o roteiro proposto, poderá substituir ou complementar os cursos tradicionais de introdução à física quântica ministrados na graduação de ciências exatas, podendo-se esperar bons resultados.

REFERÊNCIAS

BOGDAN, Robert. BIKLEN, Sari K. **Investigação Qualitativa em Educação; uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto, Portugal: Porto editora, 1994

FEYNMAN, R. P, LEIGHTON, R.B and SANDS, M. **The Feynman Lectures on Physics**, vol 3, Addison-Wesley Pub.Co Inc. 1966

GILMORE, Robert. **Alice no País do Quantum**. Rio de Janeiro: Editora Jorge Zahar, 1998

GIUSTA, Agnela S. Concepções do processo ensino/aprendizagem. In: FRANCO, Iara M. (Org) **Educação à distância- Uma articulação entre a teoria e a prática**. Belo Horizonte: Ed. PUCMinas, 2003, p. 45-70.

GRECA, Maria ILeana, MOREIRA, Marco Antonio: Uma Revisão da Literatura sobre estudos relativos ao Ensino da Mecânica Quântica Introdutória. **Investigações em Ensino de Ciências**, vol 6, no 1 – ISSN 1518-8795. Instituto de Física da UFRGS, 2001

GRECA, Ileana M., HERSCOVITZ, Victoria E.: Superposição linear em Ensino de Mecânica Quântica. **Pub. Instituto de Física**. Porto Alegre, UFRGS, 2002

GRECA, Ileana Maria. MOREIRA, Marco Antonio. HERSCOVITZ, Victoria E.: Uma Proposta para o Ensino de Mecânica Quântica. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, vol 23, no. 4, Dezembro de 2001, p. 444-457

LOAIZA, Fernando R. **Vygostky: Semiotic Mediation and Zone of Proximal Development**. Portugal: Universidade de Pereira, Faculdade de Educação, 2005

LÜDKE, M. **Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas**. São Paulo: Ed. EPU, 1986

NEVES, José Luiz: Pesquisa Qualitativa – características, usos e possibilidades. **Caderno de Pesquisas em Administração**, São Paulo, V.1, Nº 3, 2º sem. 1996

OGURI, Vitor; CARUSO, Francisco. **Física Moderna: origens clássicas e fundamentos quânticos**. Rio de Janeiro: Editora Campus, 2006

OLIVEIRA, Marta K. Vygotsky e o Processo de Formação de Conceitos. In: **Piaget, Vygostky, Wallon – teorias psicogenéticas em discussão**. São Paulo: ed. Summus, 1992

PESSOA, Osvaldo Jr. Interferometria, Interpretação e Intuição: uma Introdução Conceitual à Física Quântica. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, vol 19, no 1, Março de 1997.

PESSOA, Osvaldo Jr. **Conceitos de Física Quântica**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2ª edição, vol I, 2005

Quem somos nós? São Paulo: Playarte Pictures Entretenimento Ltda, 2006, 1 video-disco

VYGOSTKY, L. S. **Pensamento e Linguagem**. São Paulo: Ed. Martins Fontes, 1991.

Outras Obras consultadas

GOMES, Paulo R.S.. Enfoque Experimental no Ensino de Mecânica Quântica. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, vol.19, nº 1, março, 1997

GRAU, Bernardo Cuenca. How to teach basic quantum mechanics to computer scientists and electrical engineers. **IEE Transactions on Education**, vol. 47, issue 2, p 220-226, May, 2004

GRECA, M. Ileana ; HERSCOVITZ, Victoria E.: Mecânica Quântica e Intuição. In: **Fundamentos da Física 2 – Simpósio David Bohm**. PESSOA, O, Jr.(Org). São Paulo: Ed Livraria da Física, 2001, p. 81-86

GRECA, M. I.; MOREIRA, M. A. Modelos mentales, modelos conceptuales y modelización. **Caderno Catarinense de Ensino de Física**, vol. 15, nº 2 , agosto, 1998

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; KRANE, Kenneth S. **Física- Vol. 4**. Rio de Janeiro: Editora LTC, 5ª edição, 2004

HERBERT, Nick. **A realidade quântica**. Rio de Janeiro: Editora Francisco Alves, 1985

JAUCH, J. M. **São os quanta reais? – um diálogo galileano**. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1986

KALKANIS, George. An instructional model for a radical conceptual change towards quantum mechanics concepts. **Science Education**, vol. 87, issue 2, p. 1571-1594, March, 2003

LEITE, Maria Salete Pinheiro; ALMEIDA, Maria José B. Marques. Compreensão de Termos Científicos no Discurso da Ciência. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, vol. 23, nº 4, dezembro, 2001

MULLER, Rainer; WIESNER, Hartmut. Teaching quantum mechanics on an introductory level. **American Journal of Physics**, vol. 70, issue 3, p.200-210.

PAGELS, Heinz R. **O Código Cósmico: a física quântica como linguagem da natureza**. Lisboa, Portugal: Ed. Gradiva, 1986

PIZA, Antônio F. R. de Toledo. **Schrödinger & Heisenberg: A Física além do senso comum**. São Paulo: Editora Odysseus, 2003

ROSSO, Ademir José; SOBRINHO, José Augusto de Carvalho Mendes. O Senso Comum, a Ciência e o Ensino de Ciências. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, vol 19, nº 3, setembro, 1997

SINGH, Chandralekha. Student understanding of quantum mechanics. **American Journal of Physics**, vol 69, issue 8, p. 885-896, August, 2001

TARASOV, L. V. **Basic Concepts of Quantum Mechanics**. Moscou, Russia: Ed. MIR , 1980

APÊNDICE A – Teste Diagnóstico sobre ondas

TESTE DIAGNOSTICO SOBRE ONDAS

Prezado aluno

A finalidade deste teste é verificar seus conhecimentos anteriores sobre ondas, necessários ao estudo da Mecânica Quântica.

Responda às questões propostas:

- 1) O que é uma onda? Dê exemplos.
- 2) O que é uma partícula? Dê exemplos
- 3) Quais dos atributos abaixo são característicos das ondas? Quais são característicos das partículas?
 - (a) posição
 - (b) trajetória
 - (c) momentum
 - (d) velocidade
 - (e) energia
 - (f) comprimento de onda
 - (g) frequência
- 4) O que é difração de uma onda? Em que condições ocorre?
- 5) O que é interferência de uma onda? Em que condições ocorre?
- 6) O que é polarização de uma onda? Em que condições ocorre?
- 7) Faça um desenho ilustrando a difração de uma onda que passa por uma fenda estreita. Esboce o gráfico de intensidades. Com a luz, como seria o aspecto do padrão de difração em um anteparo à frente da fenda?
- 8) Faça um desenho ilustrando a interferência de uma onda que passa por duas fendas estreitas. Esboce o gráfico de intensidades. Com a luz, como seria o aspecto do padrão de interferência em um anteparo à frente das fendas?

APÊNDICE B – Teste de Avaliação de compreensão de conceitos

Introdução à Mecânica Quântica: conceitos fundamentais

Teste de avaliação de compreensão de conceitos

1) Escreva o que você entende sobre :

Estado de um sistema físico

Amplitude de probabilidade

Probabilidade de estado

Superposição de estados

Princípio da incerteza

Dualidade onda-partícula

Equação de Schrödinger

Função de onda

- 2) Suponha que você use um feixe de elétrons em uma interferência de fenda dupla. A figura de interferência obtida com as duas fendas abertas é a mesma que você obteria fechando uma fenda de cada vez? Explique. O que isto mostra acerca do comportamento do elétron como onda ou partícula? O que estes resultados permitem concluir sobre o princípio da superposição?
- 2) Um elétron particular no experimento de fenda dupla colide com o anteparo a uma distância x acima da linha que passa entre as duas fendas. Sabendo o valor de x é possível obter a trajetória precisa que o elétron percorreu? Explique.

APÊNDICE C

Uma visão geral da Mecânica Quântica

A Física investiga as mais simples e fundamentais “estruturas do mundo”. Ela estuda as mais simples mas profundas conexões que fazem a “harmonia do mundo”; examina o que constitui a Natureza como ela se nos apresenta. Isto torna os conceitos físicos extremamente abstratos e de difícil visualização e compreensão. Não é uma tarefa fácil para nós investigarmos a Natureza. Em virtude de nossa relação com ela, por fazermos parte dela, somos forçados a proceder essa investigação a partir do particular para o geral. Nisto repousa muita da nossa frustração em conhecer o mundo, porque freqüentemente a generalização de conceitos requer uma drástica reformulação de idéias bem estabelecidas e aparentemente auto-evidentes. É tarefa da Física estabelecer leis físicas, isto é, determinar as relações que existem entre as quantidades físicas que caracterizam um fenômeno.

Os conceitos físicos são de natureza quantitativa, daí a necessidade do formalismo matemático para descrevê-los e examinar suas inter-relações. A matemática é uma excelente ferramenta para lidar com noções abstratas de toda natureza e suas possibilidades, nesse aspecto, são virtualmente ilimitadas. O aparato matemático da Física permite ao pesquisador investigar livremente regiões onde a imaginação apenas não alcança.

Os métodos matemáticos desempenham um papel crucial na pesquisa física, mas nas palavras de Paul Dirac, “ a matemática continua apenas uma ferramenta”. São as idéias físicas que determinam o progresso da Física. As idéias fundamentais da Física, freqüentemente com alto grau de sofisticação matemática são, regra geral, concebidas a partir do que é encontrado como resultado de experiências.

A Física é, portanto, um sistema de idéias, cuja compreensão é essencial para se entender esta ciência como um todo. Dentro desse sistema de idéias que constituem a Física, a Mecânica Quântica é um belo e bem balanceado sistema de princípios e conceitos cuja profundidade e uniformidade leva à investigação tanto da

“estrutura do mundo” quanto do mundo como um todo. É uma mudança na estrutura lógica que conduziu à chamada “Física Clássica”, uma mudança que serviu para simplificar, sistematizar e prover um método de aproximação a todos os fenômenos físicos, das partículas elementares à estrutura do Universo.

A Mecânica Quântica, desenvolvida a partir da primeira metade do séc XX, num empreendimento levado a cabo principalmente por Schrödinger, Heisenberg e Born, constitui o suporte para muitas atuais e futuras indústrias e tecnologias, como a eletrônica, a informática, a nanotecnologia, etc. Seus métodos e conceitos crescentemente invadem todas as ciências naturais, desse modo mudando e abrindo novas e largas perspectivas de pensamento.

A Mecânica Quântica descreve o comportamento da matéria e da luz em todos os seus detalhes e, em particular, o que acontece em escala atômica. Nesse nível as coisas têm um comportamento diferente daquele previsto por nossa experiência direta. Não se comportam como ondas ou partículas “clássicas”. Elas têm um comportamento “estranho” ao que conhecemos do mundo em nossa escala.

Todos processos físicos têm lugar no espaço e no tempo. Todas as leis físicas em todos domínios contêm explicitamente ou implicitamente, relações de espaço-tempo, isto é: comprimento (distância), intervalo de tempo (duração), instante. Sabemos da experiência que espaço e tempo possuem certas propriedades de simetria, que impõem restrições aos processos físicos. Dentre essas propriedades está a homogeneidade do espaço e do tempo. Por causa da homogeneidade do tempo um fenômeno físico é sempre o mesmo, se as condições são as mesmas, quando quer que o observemos. Dois milênios se passaram desde que Arquimedes descobriu como um corpo bóia em um líquido; ainda hoje as relações envolvidas podem ser desenvolvidas, da mesma maneira que ele o fez, desde que as condições de observação sejam as mesmas. A equivalência física de diferentes instantes do tempo – a homogeneidade do tempo – impõe certas restrições aos fenômenos físicos que encontram expressão na lei da conservação da energia.

Por causa da homogeneidade do espaço, um fenômeno físico é sempre o mesmo, se as condições são as mesmas, em qualquer lugar que seja observado: um experimento físico realizado em Belo Horizonte dará o mesmo resultado se realizado em Tóquio. A equivalência física de diferentes pontos do espaço – a homogeneidade do espaço – impõe certas restrições aos fenômenos físicos,

traduzidas na lei de conservação do momentum linear e do momentum angular. Se essas propriedades de simetria do espaço e do tempo não existissem, não seria possível conduzir uma pesquisa científica para conhecer o mundo: as leis não seriam as mesmas em todo tempo e lugar! Não haveria a ciência! Desde que as leis de conservação da energia e do momentum resultam do principio geral de simetria do tempo e do espaço, elas são universais: são igualmente válidas na física das partículas elementares e no cosmos, na física nuclear e na física do estado sólido, e em todos campos da física.

A Física lida somente com coisas que são diretamente ou indiretamente observáveis. Quando os fenômenos observáveis envolvem pequenas massas (partículas) e têm lugar em regiões muito pequenas do espaço, com dimensões da ordem de 10^{-10} m, são chamados fenômenos atômicos. Qualquer observação de uma quantidade física presume interação com sua vizinhança. Uma entidade física mostra suas propriedades somente em interação com algo externo a ela. Para se obter uma descrição compreensível das propriedades de tal entidade, devemos colocá-la em diferentes condições.

Não é infrequente um objeto apresentar propriedades aparentemente contraditórias e mutuamente exclusivas, especialmente quando se trata de fenômenos atômicos. De fato, em tais casos, esta aparentemente paradoxal combinação de propriedades incompatíveis é mais a regra que a exceção. Uma observação de um objeto ou sistema microscópico ou no nível atômico é uma interação que inevitavelmente envolve uma perturbação do objeto ou sistema investigado. Se a perturbação é pequena e pode ser desprezada, o fenômeno observado é de natureza macroscópica. Por outro lado, se não é possível desconsiderar alguma perturbação limite – associada com a existência de um quantum de ação – o fenômeno é de natureza microscópica. Um sistema submicroscópico ou no nível atômico não pode ser observado sem que se cause uma perturbação apreciável nele. A consequência disso é que objetos nesse nível, como átomos e moléculas, ou entidades subatômicas como elétrons, prótons, estão sujeitos a relações de incerteza. São chamados objetos quânticos: objetos investigados pela Mecânica Quântica. Na mecânica clássica, quando uma certa quantidade característica de objetos similares é medida em idênticas condições, os resultados são, quase naturalmente, os mesmos. Quando objetos quânticos do mesmo tipo são medidos nas mesmas condições (compatíveis com sua natureza

física submicroscópica) os resultados são em geral diferentes. A lei da natureza em tais casos é que os vários resultados são sempre obtidos na mesma proporção que a soma total das medidas.

Dependendo das condições de observação, os sistemas quânticos podem se comportar como ondas ou como partículas clássicas. Na mecânica clássica um objeto em movimento é caracterizado por sua posição no espaço e sua velocidade, em um dado tempo. Com objetos quânticos, contudo, ou a posição ou a velocidade devem ser especificados em cada instante; não é possível especificar ambos ao mesmo tempo. Encontramos assim quantidades que não podem ser medidas simultaneamente, isto é que não podem possuir valores determinados ao mesmo tempo. A Mecânica Quântica, como veremos mais tarde, restringe o conjunto de valores que podem ser atribuídos a várias quantidades físicas (tal como energia), isto é, valores que podem ser detectados através da medição da quantidade observada, ao contrário da Mecânica Clássica. A descrição dessas peculiaridades se reflete em um formalismo matemático próprio da Mecânica Quântica, que nos leva a descrever todo estado de um sistema quântico em um dado instante por um função específica (geralmente complexa): a função de onda Ψ cujo quadrado do módulo $|\Psi|^2$ dá a densidade de probabilidade do estado. Esta é uma função de ponto, não no espaço físico real, mas em um espaço de configuração multidimensional (espaço de Hilbert). Daí que a função de onda não pode ser interpretada como algum tipo de campo preenchendo o espaço, como o campo eletromagnético ou o gravitacional.

Embora a função de onda não possa ser medida experimentalmente, ela só pode ser construída como resultado de medidas. O valor $|\Psi|^2$ ou, o que é a mesma coisa, $\Psi\Psi^*$ (onde Ψ^* é o complexo conjugado de Ψ), tem um significado físico definido. Fundamental na descrição dos estados quantizados é o *princípio da superposição*, que postula um número de propriedades da função de onda. Suponha que a medida feita em um estado caracterizado pela função de onda Ψ_1 conduziu a um certo resultado 1, e que a medida feita em um estado Ψ_2 conduziu ao resultado 2. É aceitável então que qualquer combinação linear de Ψ_1 e Ψ_2 isto é, qualquer função $\Psi = c_1\Psi_1 + c_2\Psi_2$

(onde c_1 e c_2 são constantes, geralmente complexas) é um estado em que as mesmas medidas levam ou ao resultado 1 ou ao resultado 2. O *princípio da*

superposição de estados é o princípio fundamental da Mecânica Quântica. Em particular, segue do princípio da superposição que, em Mecânica Quântica temos, na realidade, uma interferência de densidades de probabilidades:

$$|\Psi|^2 = |c_1|^2|\Psi_1|^2 + |c_2|^2|\Psi_2|^2 + (c_1^*c_2\Psi_1^*\Psi_2 + c_1c_2^*\Psi_1\Psi_2^*).$$

O princípio da superposição leva em conta ambas propriedades de onda e partícula dos objetos quânticos e as probabilidades estatísticas dos resultados das observações. Segue diretamente do princípio da superposição que todas equações que são satisfeitas pela funções de onda devem ser lineares com respeito a Ψ .

O conhecimento da função de onda torna possível calcular em princípio a probabilidade dos resultados de qualquer medida. Todas probabilidades serão determinadas por expressões nas quais Ψ entra multiplicado por Ψ^* . Isto é: quando uma quantidade tendo um significado físico é calculada por meio da função de onda, isto sempre inclui o produto $\Psi\Psi^*$. Há uma condição de normalização das funções de onda: a soma das probabilidades de todos valores possíveis das coordenadas (medidas) de um sistema deve ser igual à unidade. Essa condição é o estabelecimento do fato que o sistema está presente no espaço. Disso segue que a função de onda normalizada é determinada somente pela precisão de uma constante de fase múltipla da forma $e^{i\alpha}$ (onde α é qualquer número real), cujo módulo é a unidade. Essa indeterminação é intrínseca e não pode ser eliminada mas, por outro lado, não tem consequência e nenhuma relação com os resultados físicos.

Na Mecânica Quântica qualquer observável (grandeza física, como energia, momentum, etc) é representado por um objeto matemático chamado *operador*. Os valores que um determinado observável \mathbf{O} pode assumir em condições compatíveis com a observação são chamados de *autovalores* do operador quântico $\hat{\mathbf{O}}$. A *autofunção* Ψ_a desse operador correspondendo a um autovalor \mathbf{a} descreve o estado do sistema no qual aquela quantidade (observável) tem um valor definido \mathbf{a} . Assim, os valores que uma determinada

quantidade física pode assumir são chamados seus autovalores. A soma de todos os possíveis autovalores de uma grandeza constituem o espectro de autovalores, que pode ser contínuo ou discreto (na mecânica clássica, todas quantidades físicas em geral tem um espectro contínuo de valores).

É interessante notar que existe uma similaridade formal entre as relações básicas da mecânica quântica na forma de operadores e as correspondentes relações da mecânica clássica. Há, contudo, uma diferença essencial entre a álgebra dos operadores e a álgebra dos números: a álgebra dos operadores é geralmente caracterizada pela não comutatividade da multiplicação. A expressão física disso é a impossibilidade de se medir várias quantidades físicas simultaneamente, isto é, não podemos ter valores definidos no mesmo instante. Se os valores específicos de duas quantidades (observáveis) \mathbf{O} e \mathbf{A} são conhecidos em um certo instante, isto significa, de acordo com o formalismo matemático da mecânica quântica, que um dado estado é descrito por uma função de onda que é a *autofunção comum* dos dois operadores $\hat{\mathbf{O}}$ e $\hat{\mathbf{A}}$ correspondentes àquelas quantidades. Isto significa que os operadores $\hat{\mathbf{O}}$ e $\hat{\mathbf{A}}$ *comutam*, isto é, sua multiplicação sucessiva leva a um resultado que não depende da ordem em que é feita: $\hat{\mathbf{O}}\hat{\mathbf{A}} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{O}}$; simbolicamente podemos escrever: $\hat{\mathbf{O}}\hat{\mathbf{A}} - \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{O}} = 0$. Assim chegamos a uma importante conclusão: se duas quantidades \mathbf{O} e \mathbf{A} podem ter valores definidos

simultaneamente, seus operadores comutam. Por outro lado, se $\hat{\mathbf{O}}\hat{\mathbf{A}} - \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{O}} \neq 0$ não existe nenhum estado no qual ambas quantidades \mathbf{O} e \mathbf{A} estão simultaneamente determinadas. Neste caso dizemos que \mathbf{O} e \mathbf{A} são caracterizados por relações de incerteza, que expressam um importante aspecto dos objetos quânticos. Como mencionado antes, a função de onda Ψ define completamente o estado de um sistema físico na Mecânica Quântica. Isto significa que o estabelecimento da função em um dado instante não somente descreve as propriedades do sistema nesse instante mas também prediz seu comportamento em qualquer instante subsequente de tempo, isto até certo ponto, é claro, realizável em mecânica quântica. Em

formalismo matemático isto quer dizer que a quantidade $\frac{\partial \psi}{\partial t}$ deve ser determinada

em um dado instante pela função Ψ neste instante e, de acordo com o princípio da superposição, a relação deve ser linear. No caso mais geral podemos escrever:

$$i \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{L} \psi$$

Onde \hat{L} é um operador linear e i é introduzido por conveniência matemática

(observação: $i = \sqrt{-1}$). Investigando as propriedades do operador \hat{L} verificamos que, na ausência de campos dependentes do tempo, ele é um *operador energia*. Este operador, que passaremos a denotar pelo símbolo \hat{H} , é chamado de *Hamiltoniano do sistema*. A equação acima então toma a forma:

$$hi \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{H} \psi$$

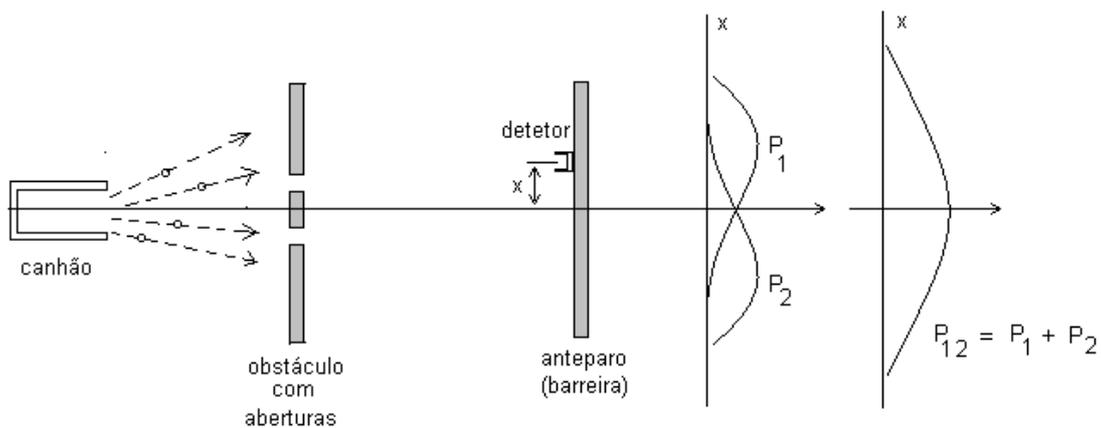
Se o Hamiltoniano é conhecido, essa equação fornece a função de onda para um dado sistema físico. Essa equação básica da Mecânica quântica é chamada de *equação de onda ou equação de Schrödinger dependente do tempo*.

APÊNDICE D– Exemplo de texto de apoio

O Experimento de Interferência por duas fendas

Um experimento com projéteis (bolinhas)

Consideremos primeiro o comportamento de projéteis em um experimento cujo arranjo é o seguinte: um “canhão” atira um feixe “espalhado” de bolinhas contra uma parede que tem duas aberturas paralelas, em forma de fendas, grandes o bastante para permitir a passagem dos projéteis (Fig. 1) . Os projeteis (bolinhas) atingem uma parede oposta (anteparo) na qual há um detector que pode “recolher” as bolinhas que o atingem; este detector move-se ao longo do anteparo, numa direção x perpendicular à linha de referência que passa entre as aberturas.



(Fig.1)

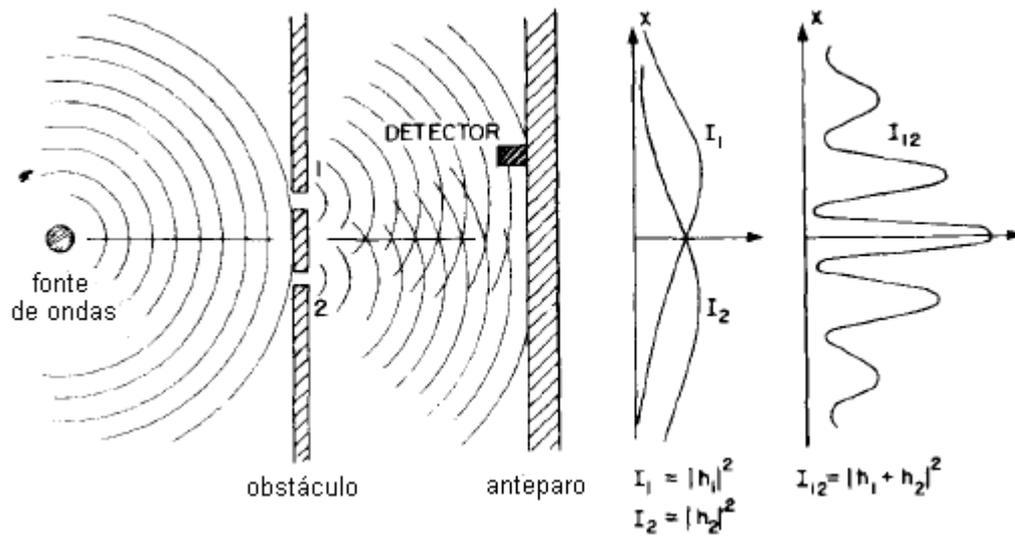
Pergunta: Qual é a probabilidade de uma bolinha que passou através das aberturas atingir a parede oposta a uma distância x da linha central entre as fendas? Devemos falar em probabilidade, porque não podemos saber, de antemão, para onde um projétil (bolinha) em particular irá após passar por uma das aberturas, pois ele pode “resvalar” na abertura, mudando sua trajetória. Por probabilidade queremos dizer da chance de um projétil atingir o detector, o que podemos medir contando o número de projeteis que chegam ao detector em um certo tempo e então fazendo a razão desse número para o número total de projeteis que atingiram a barreira nesse mesmo tempo. Ou, se

assumimos que o canhão lançador de projeteis os lança a uma taxa constante, a probabilidade que queremos é proporcional ao número dos que atingem o detector em algum intervalo de tempo determinado.

Distribuição de probabilidades: A probabilidade em função de x : $P(x)$ para a incidência das bolinhas sobre a barreira quando passam pelas duas aberturas é P_{12} . Se fecharmos a fenda 2, a distribuição de probabilidade para as bolinhas que passam por 1 é P_1 ; analogamente obtemos P_2 se fecharmos a abertura 1. Com ambas abertas: $P_{12} = P_1 + P_2$. *As probabilidades se somam.* O efeito, com ambas fendas abertas, é a soma dos efeitos com apenas uma aberta de cada vez. Chamamos esse resultado de uma observação de “não interferência”.

Um experimento com ondas na água

Neste experimento, ondas circulares na superfície da água atingem um obstáculo com duas aberturas retas de largura da ordem do comprimento de onda da onda; atrás desse obstáculo com fendas há outro, que é uma parede absorvedora (de modo a impedir ou minimizar as reflexões). Nessa parede é colocado um “detector” , dispositivo capaz de medir a amplitude da onda e converter a leitura em valores de intensidade, que pode se movimentar sobre a parede, perpendicularmente à linha que passa pelo meio entre as aberturas, perpendicularmente à parede, como ilustrado na figura que representa o arranjo. A intensidade da onda é proporcional ao quadrado da amplitude: $I \sim |h|^2$; os resultados que se obtém estão representados nos gráficos de Intensidade versus posição do detetor: $I(x)$, na figura abaixo.



I_1 é a intensidade medida quando a fenda 2 está fechada.

I_2 é a intensidade medida quando a fenda 1 está fechada.

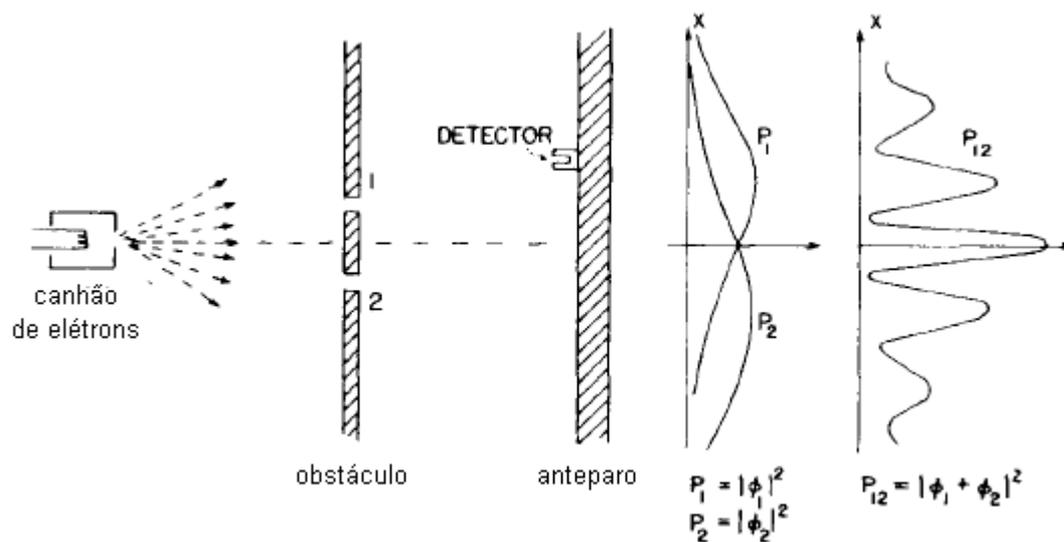
I_{12} é a intensidade quando as duas fendas estão abertas.

Neste caso : $I_{12} \neq I_1 + I_2$: temos interferência! Observa-se um padrão de máximos e mínimos de intensidade no anteparo.

A interferência é destrutiva (mínimos) ou construtiva (máximos) dependendo da fase relativa das ondas que emergem de 1 e 2. Essa diferença de fase ocorre porque as ondas que emergem de cada fenda percorrem distâncias (caminhos) diferentes até o mesmo ponto no anteparo. Se a diferença de fase (devido à diferença de caminhos) for múltiplo inteiro do comprimento de onda, a interferência é construtiva; se for múltiplo ímpar da metade do comprimento de onda, ela é destrutiva. Em termos de intensidades: $I_{12} = I_1 + I_2 + 2(I_1 I_2)^{1/2} \cos \delta$; o ultimo termo expressa a interferência, onde δ é a diferença de fase, dada em múltiplos de π ou de $\pi/2$ (se construtiva ou destrutiva).

Um experimento com elétrons

Imaginemos agora um experimento semelhante ao das bolinhas, mas utilizando elétrons como projeteis. Esta é uma experiência “em pensamento”, mas realizável na prática, embora com grande dificuldade. O “arranjo” experimental é o mesmo utilizado com as bolinhas: um “canhão” de elétrons atira as partículas contra um obstáculo com duas fendas estreitas e próximas entre si; atrás desse obstáculo há um anteparo ou tela em que colocamos um detetor, capaz de contar o número de partículas que o atingem; convertemos essa medida em probabilidade, em um raciocínio análogo ao que utilizamos no experimento das bolinhas.



O que acontece no anteparo pode ser descrito por dois números complexos, que chamaremos ϕ_1 e ϕ_2 , que são funções de x .

Seja $P_1 = |\phi_1|^2$ a probabilidade de incidência de elétrons no anteparo quando a fenda 2 está fechada.

Seja $P_2 = |\phi_2|^2$ a probabilidade de incidência de elétrons no anteparo quando a fenda 1 está fechada.

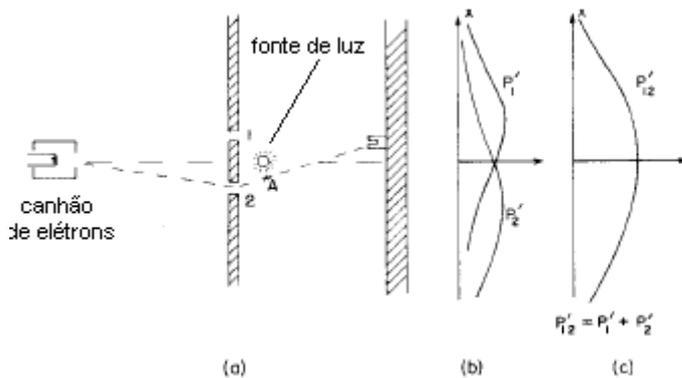
Seja $P_{12} = |\phi_1 + \phi_2|^2$ a probabilidade quando as duas fendas estão abertas.

(ϕ é uma “amplitude” de probabilidade, função de x)

Observa-se que: $P_{12} \neq P_1 + P_2$; há interferência!

Conclusão: os elétrons chegam ao anteparo como partículas, mas a distribuição de probabilidades desse evento é como a distribuição de intensidades de uma onda. Neste sentido um elétron se comporta “às vezes como onda, às vezes como partícula”. Contudo, se tentarmos acompanhar o elétron, para saber por qual fenda ele passará, a interferência é destruída: teremos um padrão de soma de probabilidades como o das partículas. Como a interferência com elétrons pode ocorrer ? Imaginemos agora o seguinte experimento: No nosso arranjo para interferência de elétrons, vamos colocar uma fonte de luz intensa próxima às fendas e entre elas. Sabemos que cargas elétricas espalham a luz; então quando o elétron passa pelas fendas, no seu caminho para o detector, ele irá espalhar alguma luz, e poderemos “ver” por onde o elétron foi. Assim, se um elétron seguiu o caminho via fenda 2 (como ilustrado na figura), poderíamos ver um “flash” de luz vindo das proximidades

dessa fenda. Se um elétron passa através da fenda 1 veríamos um “flash” nas proximidades dessa fenda. Eis o que acontece: toda vez que o detector no anteparo acusa a chegada aí de um elétron, também vemos um “flash” de luz ou próximo à fenda 1 ou próximo à fenda 2, mas jamais vindo de ambas ao mesmo tempo! Observamos sempre o mesmo resultado não importa onde esteja o detector no anteparo.

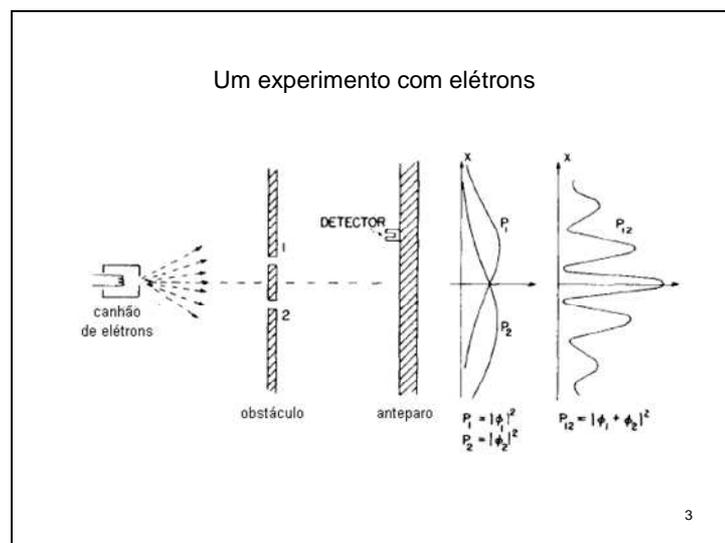
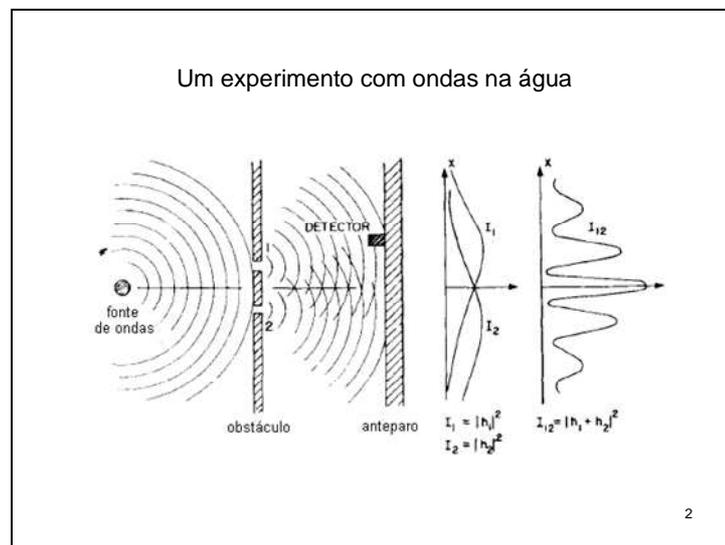
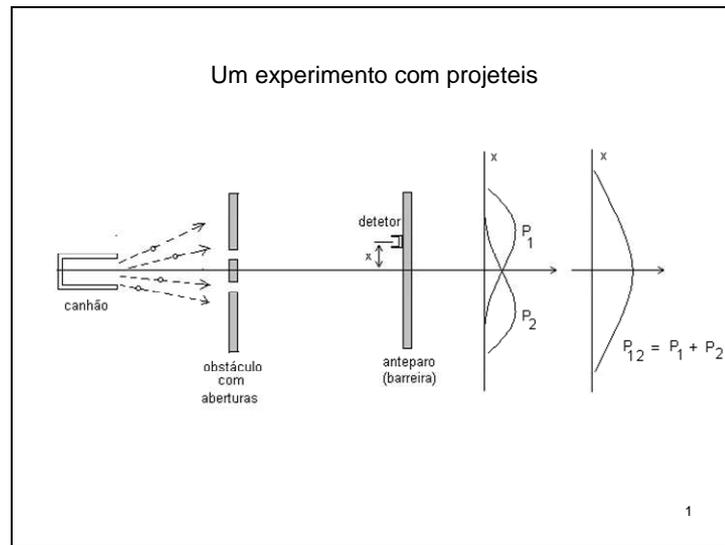


Dessa observação concluímos que quando *acompanhamos o elétron, encontramos que ele passou por uma fenda ou por outra, e as probabilidades se somam, como para as bolinhas no primeiro experimento: o elétron se comporta como partícula “clássica”*. Se não *acompanhamos o elétron temos interferência!* No experimento que imaginamos a fonte de luz emite fótons, que “perturbam” o movimento dos elétrons: ao tentarmos “ver” os elétrons, mudamos seu movimento. “Quando não “vemos” o elétron, nenhum fóton o perturba; quando “olhamos” para ele, é porque um fóton o perturbou!” Podemos pensar que a interação com o fóton desvia o elétron do seu caminho, fazendo

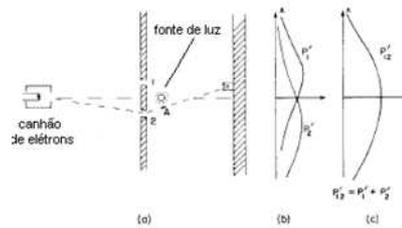
com que ele atinja o anteparo em um ponto diferente daquele que atingiria se não fosse perturbado: isto destrói a interferência, isto é, a *informação* destrói a interferência. Podemos concluir, desses experimentos imaginados - e nossas conclusões são corroboradas por resultados experimentais reais - que um elétron pode se comportar como uma partícula ou uma onda, dependendo da montagem experimental à qual o submetemos. Quando definimos a trajetória específica que o elétron deverá seguir, ele se comporta como uma partícula; quando isso não acontece, o comportamento ondulatório predomina, isto é: se pretendemos saber por qual fenda o elétron passou, o comportamento é de partícula: não há interferência. Se não temos essa informação, o comportamento é ondulatório: há interferência. As partículas só geram um padrão de interferência se cada uma tiver passado por qualquer das duas fendas, e não é possível determinar por qual delas cada partícula passou. Quando duas ou mais alternativas coexistem, a situação é chamada de superposição. Podemos extrair, de nossos experimentos imaginados, um primeiro princípio da mecânica Quântica ou princípio da superposição:

- 1) A densidade de probabilidade de um evento (evento é um conjunto específico de condições iniciais e finais) em uma experiência ideal é dada pelo quadrado do valor absoluto de um número complexo que é chamado amplitude de probabilidade.
- 2) Quando um evento pode ocorrer de várias maneiras alternativas, a amplitude de probabilidade para o evento é a soma das amplitudes de probabilidade de cada evento considerado separadamente. Há interferência.
- 3) se um experimento é capaz de determinar se uma ou outra alternativa de evento de fato ocorreu, a probabilidade do evento é a soma das probabilidades para cada alternativa. Não há interferência.

APÊNDICE E – Coleção de slides ou transparências



Observando o elétron



4

Comprimento de onda e energia para uma partícula

$$E = h\nu$$

$$\text{foton: } p = \frac{E}{c}$$

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$$\text{eletron: } p = mv$$

$$h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$$

5

O Princípio da incerteza

- A posição e o momentum de uma partícula não podem ser medidos simultaneamente com precisão arbitrária. Há um valor mínimo para o produto das incertezas dessas duas medidas. Da mesma forma há um valor mínimo para o produto das incertezas nas medidas de energia e tempo.

$$\Delta x \Delta p > \frac{\hbar}{2}$$

$$\Delta E \Delta t > \frac{\hbar}{2}$$

- Isto não é uma afirmação sobre a imprecisão dos instrumentos de medida, nem um reflexo da qualidade do método experimental; isto surge das propriedades ondulatórias inerentes à descrição quântica da natureza. Mesmo com instrumentos e técnicas perfeitos, a incerteza é inerente à natureza dos objetos quânticos.

6

Momentum determinado precisamente

Uma onda senoidal de comprimento de onda λ implica que o momento p é precisamente conhecido: $p = h\lambda$, mas a função de onda e a Probabilidade de achar a partícula, $|\psi|^2$, são "espalhadas" por todo o espaço p preciso, e desconhecido

Adicionando várias ondas de diferentes comprimentos de onda obtemos um pulso de interferência que começa a localizar a onda.

Mas esse processo "espalha" o momento aumentando sua incerteza. Há um aumento na incerteza Δp do momento quando Δx diminui:
 $\Delta x \Delta p \geq \frac{h}{2}$

7

Voltando à experiência de fenda dupla para discutir a superposição de amplitudes de probabilidade

(S) canhão de elétrons

obstáculo

anteparo

DETECTOR

(a) (b) (c)

8

- O *primeiro princípio* diz que a probabilidade de uma partícula, saindo de S , chegar em x é dada pelo quadrado do valor absoluto do número complexo chamado amplitude de probabilidade da partícula partindo de S chegar a x . Pela notação de Dirac:

$$\text{Amplitude de probabilidade} = \langle \text{partícula chega em } x \mid \text{partícula deixa } S \rangle$$

condição final
condição inicial

- Ou: $\phi = \langle x \mid S \rangle$
- Onde: $|S\rangle$ "ket" e $\langle x|$ "bra"

9

- Um *segundo princípio* da mecânica quântica pode aqui ser estabelecido como: Quando uma partícula pode atingir um dado estado por dois caminhos diferentes, a amplitude total do processo é a soma das amplitudes para as duas rotas consideradas. Na notação de Dirac:

- $\langle x | S \rangle = \langle x | S \rangle_1 + \langle x | S \rangle_2$
(fenda 1) (fenda 2)

10

- O *terceiro princípio* pode ser escrito como:
A amplitude para eventos sucessivos é o produto das amplitudes.

Assim, a amplitude para o elétron ir de S a x pela fenda 1 é:

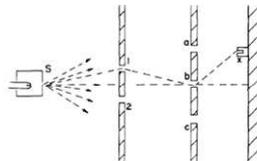
$$\langle x | S \rangle_1 = \langle x | 1 \rangle \langle 1 | S \rangle$$

Pela fenda 2 é:

$$\langle x | S \rangle_2 = \langle x | 2 \rangle \langle 2 | S \rangle$$

11

Superposição para um exemplo mais elaborado



- $\langle x | S \rangle = \langle x | a \rangle \langle a | 1 \rangle \langle 1 | S \rangle + \langle x | b \rangle \langle b | 1 \rangle \langle 1 | S \rangle + \dots + \langle x | c \rangle \langle c | 2 \rangle \langle 2 | S \rangle$
- $\langle x | S \rangle = \sum_{\substack{i=1,2 \\ \alpha=a,b,c}} \langle x | \alpha \rangle \langle \alpha | i \rangle \langle i | S \rangle$

12

A Função de Onda



Cada "partícula" é representada por uma função de onda Ψ (posição, tempo) tal que $\Psi^*\Psi =$ probabilidade de se encontrar a partícula em uma posição em dado tempo.

A função de onda é usada na equação de Schrödinger, que desempenha, na mecânica quântica, um papel semelhante ao das leis de Newton e conservação da energia na mecânica clássica, isto é: prevê o comportamento futuro de um sistema dinâmico quântico. Dado um grande número de eventos, a equação de Schrödinger prevê a distribuição dos resultados.

13

Propriedades da Função de Onda

- Ψ Contém todas as informações mensuráveis sobre a partícula
- $\Psi^*\Psi$ somado sobre todo o espaço = 1 (se a partícula existe a probabilidade de encontrá-la em algum lugar é igual a 1)
- Ψ é contínua
- Ψ leva ao cálculo de energias via equação de Schrödinger
- Ψ estabelece a distribuição de probabilidades em três dimensões
- Ψ permite o cálculo de valores prováveis (valores esperados) de uma dada variável
- Ψ para uma partícula livre é uma função seno, implicando em uma determinação precisa do momentum e portanto em uma indeterminação total na posição, de acordo com o princípio da incerteza

14

A Equação de Schrödinger

$$\left[-\frac{\hbar}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + U(x) \right] \psi(x,t) = i\hbar \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial t}$$

- A equação de Schrödinger é a equação fundamental da Mecânica Quântica, no mesmo sentido que a segunda lei de Newton constitui a equação fundamental da Mecânica Clássica.
- Ela nos dá a assistência necessária para conhecermos a função de onda, caso seja conhecida a força atuando sobre a partícula, especificando a energia potencial correspondente.
- Em outras palavras, a função de onda é uma solução da equação de Schrödinger para uma dada energia potencial.
- A equação de Schrödinger não foi obtida por nenhuma dedução a partir da teoria clássica. Ela foi *inventada*, ou seja, *construída* através de uma combinação de conceitos da física corpuscular e da física ondulatória.

15

- Podemos considerar os seguintes "passos" para sua "construção":
- a) Partimos da relação de conservação da energia, básica na Física Clássica, para a descrição do movimento de uma partícula:

$$\frac{p^2}{2m} + U(r) = E$$

isto é, a soma das energias cinética e potencial é a energia total E , que se conserva ao longo do tempo.

- b) Para descrever o estado de uma partícula é necessário introduzir um objeto novo, com características ondulatórias: a função de onda $\psi(\vec{r}, t)$ onde \vec{r} se refere à coordenada espacial da partícula e t ao tempo.
- c) A onda mais simples, a onda plana em uma dimensão pode ser escrita como: $\Psi(x, t) \sim e^{i(kx - \omega t)}$
 como $k = 2\pi/\lambda$ e $\omega = 2\pi\nu$, então $\Psi(x, t) \sim e^{i2\pi(x/\lambda - \nu t)}$
 introduzindo as expressões de Einstein e De Broglie: $\Psi(x, t) \sim e^{i2\pi\hbar(p x - E t)}$

16

- d) A energia e o momentum podem ser relacionados respectivamente com as derivadas relativas ao tempo e ao espaço da função de onda $\Psi(x, t)$:

$$\frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t} = -i \frac{2\pi}{h} E \Psi(x, t)$$

$$\frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial x} = i \frac{2\pi}{h} p \Psi(x, t)$$

e portanto:

$$-\left(\frac{h}{2\pi}\right)^2 \frac{\partial^2 \Psi(x, t)}{\partial x^2} = p^2 \Psi(x, t)$$

$$i \left(\frac{h}{2\pi}\right) \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t} = E \Psi(x, t)$$

Então a relação corpuscular clássica $\frac{p^2}{2m} + U(r) = E$ é preservada se

escrevermos para a função de onda: $\left[-\frac{\hbar}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + U(x) \right] \Psi(x, t) = i\hbar \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t}$

Esta é a **Equação de Schrödinger dependente do tempo**

17

O Hamiltoniano

- Associado com cada parâmetro mensurável em um sistema físico há um operador mecânico quântico, e o operador associado com a energia do sistema é chamado de Hamiltoniano. O Hamiltoniano contém as operações associadas com a energia cinética e a energia potencial; para uma partícula em uma dimensão ele pode ser escrito:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + U(x)$$

- Em termos desse operador, a equação de Schrödinger dependente do tempo fica:

$$\hat{H}\psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}$$

- Se a função de onda não depende explicitamente do tempo, a eq. De Schrödinger fica da forma

$$\hat{H}\psi = E\psi$$

- Na notação de Dirac a eq. de Schrödinger se escreve: $\hat{H}|\psi\rangle = i\hbar \frac{\partial |\psi\rangle}{\partial t}$

e $\hat{H}|\psi\rangle = E|\psi\rangle$

18

APÊNDICE F

TRABALHANDO FUNDAMENTOS DE MECÂNICA QUÂNTICA NO MESTRADO PROFISSIONALIZANTE

Lev Vertchenko^a [levvert@pucminas.br]

*Fernando Eustáquio Werkhaizer^b [fewerk46@bol.com.br]

^{a, b} Depto. de Física e Química da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais
Av. Dom José Gaspar, 500, Belo Horizonte, Minas Gerais – CEP: 30535-610

RESUMO

Apresentamos e comentamos um roteiro de exploração de fundamentos de Mecânica Quântica para o Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física da PUC-Minas, cujo corpo docente é constituído por professores de interesses voltados para diferentes níveis do ensino. São abordados, em seqüência, os seguintes tópicos, com as respectivas observações: (a) Perspectiva histórica da Mecânica Quântica. Advertimos que os modelos semi-clássicos da “velha” Mecânica Quântica podem inibir a assimilação do conceito de superposição quântica de estados, e a interpretação conjunta dos efeitos fotoelétrico e espalhamento Compton pode atribuir ao fóton a concepção incorreta de sempre possuir o caráter corpuscular anteriormente à sua detecção. (b) Formalismo de Schrödinger. A equação de Schrödinger possui suposições razoáveis para o tratamento ondulatório de partículas não relativísticas e os elementos essenciais para a sua obtenção são as relações de De Broglie. (c) Notação de Dirac e regras para composição da amplitude de probabilidade. Este formalismo tem um caráter generalizante e descreve de forma cômoda um grande número de situações físicas, como os experimentos de interferência. (d) A matriz do hamiltoniano e sistemas de dois níveis. Destacamos que a perturbação dependente do tempo proporciona um mecanismo natural para a transição entre os níveis de energia pela absorção ou emissão de fóton e explica o “efeito Zenão quântico”, onde o papel do observador é relevado. (e) Papel do observador. Esta discussão deve ser atualizada no sentido de incorporar o mecanismo da decoerência; (f) Misturas. Enfatizamos que interpretar um sistema como “mistura” leva a resultados observados distintos dos obtidos considerando-o como numa superposição quântica de estados. Procuramos abordar os conteúdos de uma forma concatenada e mostrando a sua naturalidade dentro dos quadros da Mecânica Quântica. Constatamos que o principal erro conceitual dos mestrandos reside na dificuldade em discernir “mistura” da superposição quântica de estados e que esta dificuldade é persistente.

1. INTRODUÇÃO

O mestrado em ensino de Física da PUC-Minas, inserido dentro do programa PREPES [1], encontra um corpo discente bastante heterogêneo, constituído de professores com interesses voltados para o ensino nos níveis fundamental, médio ou superior. Diante desta heterogeneidade de interesses, surgem as questões de como deve ser abordada a Mecânica Quântica e que parte de seu conteúdo deve ser ministrada. Sabemos que o corpo discente do mestrado se depara, em sua prática docente, com exigências cada vez maiores relacionadas à Física Moderna, seja apenas conceitualmente/qualitativamente, nos ensinos fundamental e médio, seja também formalmente, no ensino superior.

Atualmente discute-se muito a inserção de conteúdos de Física Moderna no ensino médio, sugerindo-se a familiarização com as suas idéias cada vez mais cedo. Além disso, os alunos estão sendo constantemente submetidos a estes conteúdos, estando ou não o objetivo de divulgação científica explicitado e o material elaborado de forma mais cuidadosa, como nas boas revistas de divulgação científica. Como exemplo, os filmes de entretenimento, notadamente os de ficção científica, também constituem uma importante fonte de exposição a conteúdos de Física Moderna. Assim, espera-se que o mestrando em Ensino de Física possa ler e interpretar textos científicos de bom nível que versem sobre conteúdos de Física Moderna, com a capacidade de selecionar e classificar material para transposição de conteúdos para o ensino médio e mesmo para a divulgação científica. Não devemos esquecer também que a Física Moderna inspira a discussão de muitos temas atuais da Filosofia e da Psicologia, áreas que naturalmente se relacionam com a Pedagogia. Com a disciplina Tópicos de Física Moderna deste Mestrado, de duração 45 horas, tentamos fazer com que os mestrandos alcancem os seguintes objetivos: familiarização com os fundamentos conceituais e formais da Física Moderna; atualização em conteúdos de Física Moderna; aprimoramento da capacidade de ler e interpretar textos científicos de bom nível que versem sobre conteúdos de Física Moderna; desenvolvimento da capacidade de selecionar e classificar material para transposição de conteúdos para o ensino médio e mesmo para a divulgação científica. Dentro desta disciplina, os conteúdos de Mecânica Quântica, abordados no presente trabalho, ocupam cerca de dois terços da sua carga horária. Ainda que os interesses de alguns mestrandos se voltem para níveis mais elementares do ensino de Física, a justificativa para tais conteúdos pode ser encontrada, por exemplo, no amplo levantamento da literatura sobre estudos relativos ao ensino introdutório da Mecânica Quântica de Greca e Moreira [2], que afirmam ser desejável que o seu estudo comece cada vez mais cedo. Estes autores citam, neste sentido, Merzbacher [3], que advoga pelo uso dos conceitos quânticos ao longo de todo o curso introdutório de Física.

Na próxima seção apresentamos e comentamos o roteiro de exploração dos conteúdos voltados à fundamentação da Mecânica Quântica dentro da disciplina Tópicos de Física Moderna do nosso Mestrado. Obviamente não temos a pretensão de esgotar o conteúdo de Mecânica Quântica na disciplina, mas buscamos uma estratégia de otimizar a seqüência de apresentação dos tópicos que consideramos necessário enfatizar para o aprendizado dos fundamentos da Mecânica Quântica. A seleção de comentários deste roteiro foi justificada pelas discussões ocorridas durante a implementação da disciplina, frequentemente durante seminários apresentados pelos alunos. Esta seleção de comentários, ou observações, é em grande parte corroborada pela presença de questões a eles relacionadas no já citado levantamento de Greca e Moreira [2], cuja síntese de questões relativas ao ensino de Mecânica Quântica foi muito oportuna para o nosso trabalho. Na seção 3 analisamos alguns

resultados obtidos da avaliação dos alunos em questões de Mecânica Quântica ao final da disciplina Tópicos de Física Moderna.

2. O ROTEIRO COMENTADO

A maioria dos estudantes do nosso mestrado, advindo de licenciaturas, cursaram na graduação a Física Quântica até o nível das geralmente denominadas disciplinas Estrutura da Matéria I e II, cujas ementas contêm a Teoria da Relatividade e a Mecânica Quântica e suas aplicações em um nível introdutório. À época do ingresso no mestrado, percebemos neles domínio de conteúdo conceitual em aplicações da Mecânica Quântica, como na abordagem qualitativa da condutividade ou do LASER, mas dificuldades conceituais com as suas bases, como, por exemplo, na exploração do fenômeno de interferência, que Feynman [4] afirma já conter toda a essência da Mecânica Quântica. Estas dificuldades conceituais aparentam ser comuns mesmo em alunos de cursos mais avançados [2]. Os excelentes livros de discussão conceitual de Pessoa [5, 6] se apoiam, desde o início, na exploração da interferometria. No entanto, apesar de suas “abordagem mais intuitiva e menos matemática”, consideramos conveniente tratarmos vários casos e interpretações discutidos nestes livros após uma maior familiarização com o formalismo da Mecânica Quântica. Apresentamos o conteúdo para exploração dos fundamentos da Mecânica Quântica na seguinte seqüência:

(a) Perspectiva histórica e a “velha” Mecânica Quântica.

Após a tradicional exposição da evolução das idéias em direção à “nova” Mecânica Quântica, fazemos a advertência que os modelos semi-clássicos da chamada “velha” Mecânica Quântica podem inibir a aceitação de idéias estranhas à Física Clássica, como a superposição de estados classicamente excludentes [7]. Fischler e Lichtfeld [8] alertam, inclusive, para o cuidado no estudo do modelo de atômico de Bohr, que valoriza excessivamente o modelamento de sistemas quânticos a partir de concepções clássicas. Outro cuidado deve-se ter com a tendência de, a partir de uma interpretação conjunta dos efeito fotoelétrico e espalhamento Compton, atribuir sempre uma idéia corpuscular para o fóton anterior à sua detecção [9]. Como enfatizado por Pessoa [5], rigorosamente o caráter corpuscular de uma partícula está associado à possibilidade de definição de sua trajetória.

(b) Apresentação do formalismo de Schrödinger.

Por ser a formulação de Schrödinger da Mecânica Quântica mais fácil de ser “visualizada” que a de Heisenberg, ela é discutida inicialmente. Frequentemente a equação de Schrödinger é apresentada aos estudantes de Física de tal forma que, estes não percebendo ainda suas ligações com a Física ondulatória clássica, têm a impressão desta equação resultar de uma revelação mágica. Procuramos desfazer esta impressão. Schrödinger certamente se inspirou no formalismo de Hamilton-Jacobi da Mecânica Clássica [10] e o elemento fundamental para se chegar à sua equação é a relação de De Broglie $\lambda = h / p$. Não repetimos o caminho que Schrödinger deve per percorrido, mas mostramos que a sua equação possui suposições razoáveis para se tentar descrever ondas associadas a partículas. Tomamos o cuidado de discernirmos estas ondas associadas a partículas, descritas no espaço de Hilbert das funções complexas, das ondas clássicas do espaço das funções reais. Tratamos, inicialmente, um pacote de ondas associado a uma partícula livre, mostrando que a mencionada relação de De

Broglie implica numa relação de dispersão $\omega(k)$ consistente com a relação entre a derivada temporal primeira e a derivada espacial segunda encontradas na equação de Schrödinger, enquanto para partículas de massa de repouso nula a relação entre as derivadas (temporal e espacial de 2ª ordem) é a da equação da onda. Aproveitamos para discutir que a Mecânica Quântica é muito mais ampla que as aplicações da equação de Schrödinger, sendo que esta equação limita-se a descrever partículas de massa de repouso não-nula em regime não-relativístico. Continuando a “construção” da equação de Schrödinger, identificamos os operadores momento linear e hamiltoniano da partícula livre e vemos que um passo natural, devido ao princípio da correspondência com a Mecânica Clássica, é acrescentarmos a função energia potencial ao operador hamiltoniano. Mostramos que isto é reforçado pela preservação da forma da equação da continuidade pela adição de uma função real ao hamiltoniano, identificada esta com a função energia potencial.

(c) Notação de Dirac.

Após introduzirmos a notação de Dirac, fazendo analogia com a forma familiar de tratar vetores, procuramos mostrar que este formalismo abstrato tem um caráter generalizante e descreve de forma cômoda um grande número de situações físicas, como os experimentos de interferência. Atualmente, inclusive, os cursos de graduação com ênfase na informática começam a demandar pela familiarização de seus estudantes com a notação de Dirac e a superposição quântica de estados na descrição dos q-bits da computação quântica. Aproveitamos para discutir como este formalismo mostra a inibição da interferência quando o estado quântico emaranha-se com um aparelho clássico, sem fazermos uso direto da relação de incerteza de Heisenberg [6].

(d) A matriz do hamiltoniano.

Discutimos o comportamento de sistemas quânticos de dois níveis a partir de diversas formas do hamiltoniano, como em Feynman [4]. Consideramos da maior importância mostrar que existe um mecanismo natural dentro do quadro da Mecânica Quântica – a perturbação dependente do tempo – para a transição entre os níveis de energia do sistema pela absorção ou emissão de fóton. Um pequeno passo adicional leva à explicação para o chamado “efeito Zenão quântico”, onde uma seqüência de observações separadas por intervalo de tempo pequeno inibe a transição entre os níveis e releva o papel do observador na Mecânica Quântica.

(e) O papel do observador.

Constatamos que os nossos mestrandos não são imunes à excessiva exposição a interpretações da Mecânica Quântica que beiram uma filosofia idealista solipsista (podemos citar a influência, sobre a turma, do recente filme “Quem Somos Nós?” [11]). Longe de pretendermos eliminar possibilidades da Mecânica Quântica na explicação de estranhos mecanismos da mente [12, 13, 14] ou o papel do observador, como mostra o “efeito Zenão quântico” acima mencionado, procuramos atualizar a discussão de temas que envolvem as fronteiras entre os mundos quântico e clássico. Por exemplo, na abordagem da popular caixa do gato de Schrödinger deve ser incorporada a discussão do mecanismo da decoerência [15] provocada pelo ambiente. A propósito, Penrose [13] divide os mistérios da Mecânica Quântica entre aqueles que terão uma explicação natural (obviamente dentro do quadro da Mecânica Quântica) como, na sua opinião, o colapso da função de onda, ainda que não-computável, e aqueles mistérios com os quais teremos que conviver, os últimos relacionados

ao caráter não-local da Mecânica Quântica. É oportuno que nesta discussão da perturbação do observador sobre o sistema quântico sejam abordados, também, os experimentos da chamada medição não-interativa, como o experimento de bombas proposto por Elitzur e Vaidman [16]. A sustentação da idéia de ausência de perturbação neste experimento, aparentemente evidente se o sistema é abordado classicamente, é, na verdade, dependente da interpretação da Mecânica Quântica adotada [17].

(f) Misturas.

A aplicação de uma estatística clássica é adequada a misturas de estados bem definidos, do tipo “cara ou coroa”. Enfatizamos que a incerteza presente na superposição quântica de estados não se deve a uma ignorância dos parâmetros que se encontrariam bem definidos, como nas misturas, mas é de natureza completamente distinta, que se manifesta claramente na estatística adequada aos sistemas quânticos. Mostramos formalmente que a concepção de superposição de estados leva a resultados observados distintos do que se obtêm quando se supõe tratar-se de mistura. Estendemos esta discussão a respeito da existência de parâmetros bem definidos, mas desconhecidos, para abordar a questão das chamadas “variáveis ocultas”, cuja existência faria da Mecânica Quântica uma teoria incompleta. Informamos que a análise baseada na violação das desigualdades de Bell [18] de experimentos de partículas emaranhadas [19] apontam para a impossibilidade de se adotar simultaneamente para estas partículas a concepção realista de parâmetros *a priori* bem definidos, mas ignorados, juntamente com a localidade einsteniana [20].

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nos cursos tradicionais de Mecânica Quântica geralmente é dada ênfase ao seu caráter pragmático e pouco se discute o seu lado filosófico-conceitual. Constata-se que mesmo os considerados bons estudantes de graduação têm um conhecimento conceitual dos fundamentos da Mecânica Quântica de forma superficial e fragmentada [21]. Vistas de forma fragmentada, várias idéias da Mecânica Quântica aparecem como que para atender apenas a exigências empíricas, descompromissadas do resto de seu corpo. Um exemplo, é a transição entre níveis de energia devido à absorção ou emissão de fóton, idéia já familiar aos estudantes desde o ensino médio, mas cuja explicação para o mecanismo, a perturbação dependente do tempo, geralmente aguarda pelo final da graduação ou mesmo a pós-graduação nos cursos de Física. Procuramos adotar no nosso curso uma filosofia em que estas idéias se apresentassem de uma forma concatenada e, portanto, mais natural, é claro, dentro dos quadros da Mecânica Quântica. Salientamos que esta naturalidade é buscada dentro dos quadros da própria Mecânica Quântica, através da familiarização com as suas regras e métodos.

Ao final da disciplina Tópicos de Física Moderna aplicamos aos estudantes mestrando uma prova contendo, ao lado de questões envolvendo o formalismo e conceitos da Mecânica Quântica, a seguinte questão: “Elabore um plano ou uma estratégia para introduzir a “superposição de estados”, observada na Mecânica Quântica, a alunos do ensino médio ou superior”. Embora a nossa amostra seja pequena, constituída de uma turma de 12 mestrando, verificamos que as soluções das questões envolvendo formalismo não apresentavam tendência para erro sistemático, ao contrário da questão acima explicitada. Na tentativa de elaborar ilustrações para a superposição de estados, os mestrando recorreram freqüentemente e erroneamente a casos que, na verdade, tratavam-se de misturas. Por exemplo, em um caso, na tentativa de ilustrar o desconhecimento por parte do observador das trajetórias das partículas

no experimento de duas fendas, distribuíam-se, de forma escondida, fichas a pessoas com autorização ou proibição para passar por determinadas portas (o fato das fichas estarem em um estado bem definido classicamente, de autorização ou proibição, implica em tratar-se de mistura). Isto parece apontar para uma tendência persistente de confundir a superposição quântica de estados com misturas, causada pela recorrência ao mundo da Física Clássica na tentativa de interpretar os fenômenos quânticos e corrobora a posição de se tomar cuidado ao usar exemplos semi-clássicos no ensino da Mecânica Quântica. Vislumbramos como solução correta para a questão apenas a ilustração da superposição quântica de estados pela exploração dos fenômenos de interferência, não à toa que bastante enfatizados nos livros de Feynman [4] e Pessoa [5, 6], por exemplo.

REFERÊNCIAS

1. www.pucminas.br/home/pagina.php?codigo=244
2. GRECA, I.M. & MOREIRA, M.A., “Uma revisão da literatura sobre estudos relativos ao ensino da Mecânica Quântica introdutória”, www.if.ufrgs.br/public/ensino/vol6/n1/v6_n1_a1.htm
3. MERZBACHER, E. “How shall we teach physics in the 21st century?” American Journal of Physics, Woodbury, v. 58, n. 8, p. 717, Aug. 1990.
4. FEYNMAN, R.P., LEIGHTON, R.B. and SANDS, M. *The Feynman Lectures on Physics*, Volume III. Addison-Wesley Pub. Co. Inc. 1966.
5. PESSOA Jr., O. *Conceitos de Física Quântica*, Volume I. Editora Livraria da Física, São Paulo. 2003.
6. PESSOA Jr., O. *Conceitos de Física Quântica*, Volume II. Editora Livraria da Física, São Paulo. 2006.
7. RÜDINGER, E. “On the teaching of introductory quantum mechanics”. American Journal of Physics, New York, v. 44, n. 2, p. 144-148, Feb. 1976.
8. FISCHLER, H., LICHTFELDT, M. “Modern physics and students' conceptions”. International Journal of Science Education, London, v. 14, n. 2, p. 181-190, Apr./June 1992.
9. STRNAD, J. “Photons in introductory quantum physics”. American Journal of Physics, College Park, v. 54, n. 7, p. 650-652, July 1986.
10. GOLDSTEIN, H. *Classical Mechanics*. Second edition, Addison-Wesley, 1980.
11. CHASSE, B., VICENTE, M. & ARNTZ, W. (diretores) “Quem Somos Nós?”, em inglês “What the Bleep do We Know?”. 2005.
12. PENROSE, R. *A mente nova do rei*. Rio de Janeiro, Editora Campus. 1991.

13. PENROSE, R. *O grande, o pequeno e a mente humana*. São Paulo, Editora da UNESP. 1998.
14. VERTCHENKO, L. & PEDROSO, H.K. *Frankenstein e a inteligência artificial*. Belo Horizonte, Editora PUC-Minas.
15. ZUREK, W. H. “Decoherence and the transition from quantum to classical”. *Physics Today*, oct. 1991. Revisto e atualizado em *Los Alamos Science*, N. 27, 2002.
16. ELITZUR, A.C. & VAIDMAN, L. “Quantum mechanical interaction-free measurements”. *Found. Phys.* 23, 987. 1993.
17. VAIDMAN, L. “The meaning of the intraction-free measurements”. *Found. Phys.* 33, 491. 2003.
18. BELL, J.S. “On the Einstein-Podolsky-Rosen Paradox”. *Physics* 1, 195. 1964
19. A demonstração das desigualdades de Bell e referências para experimentos de testes de teorias locais de parâmetros ocultos podem ser encontradas em BARATA, J.C. “Desigualdades de Bell”, in HUSSEIN, M.S. & SALINAS, S.R.A. (orgs.). *100 anos de Física Quântica*. São Paulo, Editora Livraria da Física.
20. D’ESPAGNAT, B. “The quantum theory and reality”. *Scientific American*, 241 (nov.), 1979.
21. JOHNSTON, I. D., CRAWFORD, K. and FLETCHER, P. R. “Student difficulties in learning quantum mechanics”. *International Journal of Science Education*, London, v. 20, n.4, p. 427, Apr./May 1998.