

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS  
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática

Lílian Cristine Camargos Silva

**RESSIGNIFICANDO A CONSTRUÇÃO DOS ALGORITMOS DA  
ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO**

Belo Horizonte  
2015



Lílian Cristine Camargos Silva

## **RESIGNIFICANDO A CONSTRUÇÃO DOS ALGORITMOS DA ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO**

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientadora: Dr<sup>a</sup> Eliane Scheid Gazire

Belo Horizonte  
2015

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Biblioteca da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais

S586r	<p>Silva, Lilian Cristine Camargos Ressignificando a construção dos algoritmos da adição e subtração / Lilian Cristine Camargos Silva. Belo Horizonte, 2015. 166 f.: il.</p> <p>Orientadora: Eliane Scheid Gazire Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática.</p> <p>1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Solução de problemas. 3. Professores de matemática. 4. Problemas, questões, exercícios. 5. Algoritmos. I. Gazire, Eliane Scheid. II. Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Programa de Pós- Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. III. Título.</p>
	<p>SIB PUC MINAS</p> <p>CDU: 51:373</p>

Lílian Cristine Camargos Silva

## **RESSIGNIFICANDO A CONSTRUÇÃO DOS ALGORITMOS DA ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO**

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

---

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Eliane Scheid Gazire - PUC Minas (Orientadora)

---

Prof. Dr. Dimas Felipe de Miranda - PUC Minas (Banca Examinadora)

---

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Maria do Carmo Vila - UFOP (Banca Examinadora)



A Deus, que escreveu o meu destino e me deu forças para seguir adiante e aos meus alunos, pela constante inspiração, que despertaram a motivação para o desenvolvimento desta pesquisa.



## AGRADECIMENTOS

Registro a minha profunda gratidão a todos aqueles que comigo compartilharam esse momento tão importante em minha vida:

A Deus, pela concretização deste sonho.

Às minhas avó, mãe, irmãs e aos meus filhos, pelo companheirismo e pela compreensão nos momentos de ausência.

A Drª. Eliane, pela disponibilidade, carinho e atenção durante toda a orientação.

Aos professores do Mestrado que me receberam de braços abertos e estiveram sempre dispostos a me auxiliar.

À Professora Rosane Crespo e à Professora Salete (in memoriam): pela oportunidade oferecida.

Em especial a Suely, Marilda e Déborah, coordenadoras, que gerenciaram as minhas ausências.

Às colegas de trabalho da Escola Municipal José Maria dos Mares Guia: Gláucia, Fabiana, Mara Lúcia, Linda, Emiliane, Rosilene, Carmelita, Iris, Luciana, Silvia, Regina, pela colaboração.

Às colegas de trabalho da Escola Municipal Carlos Lacerda: Evanir, Crêmona, Isabel, Marli, Dayse, Maria Antônia, Angela, Wagner e Suely.

Às colaboradoras da UMEI Heliópolis.

Aos colegas Vânia, Lana, Kátia, Lunard e José Geraldo, que estiveram o tempo todo a meu lado.

Aos alunos do Mares Guia.

Aos alunos do Curso de Meio Ambiente da Utramig.

Às minhas amigas Cleide, Erika, Georgina, Tereza e Zélia, que me apoiaram durante essa trajetória.

Aos amigos Jorge, Cássio e Eduardo Nahum pelo incentivo.



*“Não é o desafio com que nos deparamos que determina quem somos e o que estamos nos tornando, mas a maneira com que respondemos o desafio. Somos combatentes, idealistas, mas plenamente conscientes, porque o ter consciência não nos obriga a ter a teoria sobre as coisas, só nos obriga a ser conscientes. Problemas para vencer, liberdade para provar. E, enquanto acreditamos no nosso sonho, nada é por acaso”.* Henfil



## RESUMO

Foi percebendo como processos algorítmicos são cotidianamente trabalhados e não consolidados no espaço escolar e nas dificuldades que os alunos encontram na resolução das quatro operações matemáticas que essa pesquisa foi inicialmente pensada, com o objetivo de investigar as dificuldades apresentadas por um grupo de alunos do 2º ano do 2º ciclo, ao efetuar as operações de adição e subtração através dos processos algorítmicos. Propõe-se, como complemento, a construção de uma sequência didática, por meio de um caderno de atividades, para auxiliar professores das séries iniciais na reconstrução dos algoritmos da adição e subtração através da resolução de situações-problema que envolvam as ideias aditivas. Para tanto, essa pesquisa é de cunho qualitativo e contou com diferentes momentos, sendo eles: sondagem sobre a Matemática nos anos iniciais, elaboração e aplicação de avaliação diagnóstica, análise e categorização das dificuldades encontradas, oficinas de reconstrução dos algoritmos e a construção do material didático. Após analisar e categorizar as dificuldades apresentadas pelos estudantes, pesquisou-se autores, buscando abordagens didáticas dos números naturais e operações aritméticas ao longo da história do ensino da Matemática, em especial Vergnaud (2009), que subsidiaram a construção de um material didático para auxiliar professores do Ensino Fundamental na reconstrução dos algoritmos da adição e da subtração, tendo por base um aprofundamento sobre a Teoria dos Campos Conceituais, que consiste em ensinar conceitos e relações matemáticas através de resolução de problemas. Esse Caderno de Atividades, composto por uma sequência de situações-problema que envolve conteúdos inseridos no campo conceitual aditivo e enfatiza os cálculos operatórios através do processo algorítmico e acabaram por apontar, como conclusão inicial, de que o caminho da aprendizagem por meio da resolução de situações-problema, além de ser mais agradável ao aluno, também pode ser mais efetivo do que as grandes listas de exercícios presentes no dia a dia escolar.

**Palavras-chave:** Situação-problema. Campo Conceitual Aditivo. Teoria dos Campos Conceituais. Resolução de problemas.



## ABSTRACT

Was realizing how algorithmic processes are worked daily and not consolidated at school and in the difficulties that students encounter in the resolution of the four mathematical operations that this research was initially thought, in order to investigate the difficulties presented by a group of students of 2nd year the 2nd cycle, in performing the operations of addition and subtraction through algorithmic processes. It is proposed, in addition, the construction of a teaching sequence, through an activity book, to assist teachers in the early grades in reconstruction of the addition and subtraction algorithms by solving problem situations involving the additive ideas. Therefore, this research is a qualitative one and had different times, namely: survey of mathematics in the early years, development and implementation of diagnostic evaluation, analysis and categorization of the difficulties encountered, algorithms reconstruction of workshops and building material didactic. After analyzing and categorizing the difficulties presented by the students, was researched authors, seeking teaching approaches of natural numbers and arithmetic operations throughout the history of mathematics teaching, especially Vergnaud (2009), which supported the construction of a didactic material to assist elementary school teachers in the reconstruction of addition and subtraction algorithms, based on a deepening on the Theory of Conceptual Fields, which is to teach concepts and mathematical relationships through problem solving. This Activity Book, composed of a sequence of problem situations involving inserted content in the additive conceptual field and emphasizes the operative calculations through algorithmic process and eventually point as the initial conclusion that the path of learning through resolution problem situations, it is more pleasant to the student, can also be more effective than large gift registries exercises on the school day.

**Keywords:** Situation-problem. Conceptual Field additive. Theory of Conceptual Fields. Troubleshooting.



## **LISTA DE ABREVIATURAS**

EJA - Educação de Jovens e Adultos

MA - Manaus

PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais

PSE - Programa Saúde na Escola

QP - Quadro Posicional

QVL - Quadro Valor de Lugar

RJ - Rio de Janeiro

SND - Sistema de Numeração Decimal

UMEI - Unidade Municipal de Ensino Infantil

UTRAMIG - Fundação de Educação para o Trabalho de Minas Gerais



## **LISTA DE QUADROS**

<b>QUADRO 1</b> - Organização escolar da instituição.....	22
<b>QUADRO 2</b> - Dificuldades da Adição.....	28
<b>QUADRO 3</b> - Dificuldades da Subtração .....	29
<b>QUADRO 4</b> - Categorias do Campo Aditivo.....	52
<b>QUADRO 5</b> - Situações-problema e seus objetivos.....	70
<b>QUADRO 6</b> - Conceitos em cada atividade .....	71
<b>QUADRO 7</b> - Ícones e seus significados utilizados nas atividades.....	72
<b>QUADRO 8</b> - Padrão de apresentação das atividades .....	76



## LISTA DE FIGURAS

<b>FIGURA 1</b> - Esquema de introdução dos conceitos básicos.....	26
<b>FIGURA 2</b> - Erro na reserva I.....	33
<b>FIGURA 3</b> - Erro na reserva II.....	33
<b>FIGURA 4</b> - Erro na reserva III.....	34
<b>FIGURA 5</b> - Erro na reserva IV .....	34
<b>FIGURA 6</b> - Recurso de desenho .....	35
<b>FIGURA 7</b> - Domínio dos Fatos da Adição I .....	35
<b>FIGURA 8</b> - Domínio dos Fatos da Adição II .....	36
<b>FIGURA 9</b> - Armar a operação sem capricho .....	36
<b>FIGURA 10</b> - Distração nas reservas.....	37
<b>FIGURA 11</b> - Inversão dos termos da subtração I .....	38
<b>FIGURA 12</b> - Inversão dos termos da subtração II .....	38
<b>FIGURA 13</b> - Inversão dos termos da subtração III .....	39
<b>FIGURA 14</b> - Armar a operação da esquerda para a direita .....	39
<b>FIGURA 15</b> - Adicionar os termos da subtração .....	40
<b>FIGURA 16</b> - Erro nos Fatos Fundamentais da Subtração .....	40
<b>FIGURA 17</b> - Fatos Fundamentais envolvendo o zero I.....	41
<b>FIGURA 18</b> - Fatos Fundamentais envolvendo o zero II.....	41
<b>FIGURA 19</b> - Erro do segundo reagrupamento.....	42
<b>FIGURA 20</b> - Acrescentando 10 .....	42
<b>FIGURA 21</b> - Reagrupamento com zero intermediário .....	43
<b>FIGURA 22</b> - Reagrupamento da centena para a dezena .....	43
<b>FIGURA 23</b> - Subtraendo com ausência de algarismo .....	44
<b>FIGURA 24</b> - Reagrupamento da centena para dezena e unidade .....	44
<b>FIGURA 25</b> - Reagrupamento de centena exata I .....	45
<b>FIGURA 26</b> - Reagrupamento de centena exata II .....	45
<b>FIGURA 27</b> - Subtração com necessidade de 3 reagrupamentos I .....	46
<b>FIGURA 28</b> - Subtração com necessidade de 3 reagrupamentos II .....	46
<b>FIGURA 29</b> - Acréscimo de unidade de milhar sem necessidade .....	47
<b>FIGURA 30</b> - Funções dos participantes no jogo.....	59
<b>FIGURA 31</b> - Fichas do jogo .....	59
<b>FIGURA 32</b> - Tabuleiro do jogo.....	59



<b>FIGURA 33</b> - Tabuleiro com suas representações iniciais.....	61
<b>FIGURA 34</b> - Aluno fazendo a troca de fichas .....	62
<b>FIGURA 35</b> - Tabuleiro da 1 <sup>a</sup> partida completo.....	65
<b>FIGURA 36</b> - Tabuleiro da partida .....	66
<b>FIGURA 37</b> - Utilizando o flanelógrafo .....	67
<b>FIGURA 38</b> - Esquema conceitual das estruturas aditivas .....	74
<b>FIGURA 39</b> - Registro de informações situação-problema 1 .....	79
<b>FIGURA 40</b> - Registro da ideia da operação da situação-problema 1 .....	79
<b>FIGURA 41</b> - Alunos trabalhando com o flanelógrafo e as fichas coloridas.....	80
<b>FIGURA 42</b> - Representação no quadro posicional .....	81
<b>FIGURA 43</b> - Algoritmo da adição.....	82
<b>FIGURA 44</b> - Desenho de aluno para entender o problema .....	83
<b>FIGURA 45</b> - Registro da situação-problema 2.....	84
<b>FIGURA 46</b> - Ideias e a operação envolvida na situação-problema 2 .....	85
<b>FIGURA 47</b> - Alunos utilizando o flanelógrafo para a operação.....	85
<b>FIGURA 48</b> - Representação no quadro posicional II .....	87
<b>FIGURA 49</b> - Algoritmo da subtração I.....	88
<b>FIGURA 50</b> - Registro na folha de respostas das informações contidas na situação-problema .....	90
<b>FIGURA 51</b> - Flanelógrafo com a classe das unidades completa.....	91
<b>FIGURA 52</b> - Ficha verde trocada por 10 vermelhas no flanelógrafo .....	93
<b>FIGURA 53</b> - Operação realizada por um aluno .....	94
<b>FIGURA 54</b> - Registro de informações de aluno .....	95
<b>FIGURA 55</b> - Registro de aluno das ideias da situação-problema.....	96
<b>FIGURA 56</b> - Registro de representação e algoritmo realizado por aluno .....	98
<b>FIGURA 57</b> - Aluno fazendo a verificação na calculadora .....	99
<b>FIGURA 58</b> - Registro da operação a ser realizada por aluno .....	100
<b>FIGURA 59</b> - Registro após contagem realizadas pelos alunos .....	101
<b>FIGURA 60</b> - Passo a passo do registro II .....	101
<b>FIGURA 61</b> - Registro final no quadro posicional .....	102
<b>FIGURA 62</b> - Processo de reagrupamento realizado por aluno .....	102
<b>FIGURA 63</b> - Alunos trabalham com o flanelógrafo .....	103
<b>FIGURA 64</b> - A casa das dezenas vazia .....	104
<b>FIGURA 65</b> - Alunos trabalhando com o flanelógrafo .....	104



<b>FIGURA 66</b> - Registro das informações feito por um aluno .....	105
<b>FIGURA 67</b> - Quadro posicional e cálculo algorítmico realizado por aluno.....	106
<b>FIGURA 68</b> - Flanelógrafo com a unidade de milhar representada .....	107
<b>FIGURA 69</b> - Alunos trabalhando no flanelógrafo para tentar resolver a situação-problema .....	108
<b>FIGURA 70</b> - Registro do aluno diante da situação-problema apresentada e a sequência da resolução .....	109
<b>FIGURA 71</b> - Registro da situação-problema por aluno.....	110
<b>FIGURA 72</b> - Alunos trabalhando a nova ordem no flanelógrafo .....	111
<b>FIGURA 73</b> - Aluno fazendo a operação no flanelógrafo .....	113
<b>FIGURA 74</b> - Execução do algoritmo pelo aluno .....	113
<b>FIGURA 75</b> - Resolução da operação pelo aluno .....	114



## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>16</b>
<b>2. O PERCURSO DA PESQUISA.....</b>	<b>21</b>
<b>2.1 A escola pesquisada 21</b>	
<b>2.2 As turmas pesquisadas .....</b>	<b>22</b>
<b>2.3 Momentos da pesquisa.....</b>	<b>23</b>
<b>2.3.1 1º Momento: sondagem sobre a matemática nos anos iniciais na escola pesquisada.....</b>	<b>23</b>
<b>2.3.2 2º Momento: A elaboração das Avaliações Diagnósticas .....</b>	<b>28</b>
<b>2.3.3 3º Momento: Aplicação das Avaliações Diagnósticas .....</b>	<b>30</b>
<b>2.3.4 4º Momento: Análise e categorização das dificuldades .....</b>	<b>30</b>
<b>2.3.5 5º Momento: Oficinas .....</b>	<b>31</b>
<b>2.3.6 6º Momento: Construção do Material Didático Instrucional .....</b>	<b>31</b>
<b>3 ANÁLISE DAS AVALIAÇÕES DIAGNÓSTICAS E CATEGORIZAÇÃO DAS DIFICULDADES.....</b>	<b>32</b>
<b>3.1 Análise dos erros cometidos nas operações de adição .....</b>	<b>32</b>
<b>3.1.1 Categoria 1: Erro nas reservas .....</b>	<b>32</b>
<b>3.1.2 Categoria 2: Domínio dos fatos fundamentais da adição .....</b>	<b>34</b>
<b>3.2 Análise dos erros cometidos na subtração .....</b>	<b>37</b>
<b>3.2.1 Categoria 3: Armar a operação incorretamente .....</b>	<b>37</b>
<b>3.2.1.1 Inversão dos termos da subtração .....</b>	<b>38</b>
<b>3.2.1.2 Da esquerda para a direita .....</b>	<b>39</b>
<b>3.2.2 Categoria 4: Confundir subtração com adição .....</b>	<b>39</b>
<b>3.2.3 Categoria 5: Domínio dos fatos fundamentais da Subtração.....</b>	<b>40</b>
<b>3.2.4 Categoria 6: Erros de reagrupamento .....</b>	<b>41</b>
<b>4 REFERENCIAL TEÓRICO.....</b>	<b>48</b>
<b>4.1 Teoria dos Campos Conceituais .....</b>	<b>49</b>
<b>4.2 O Campo Conceitual Aditivo .....</b>	<b>51</b>
<b>5 APLICAÇÃO E ANÁLISE DAS OFICINAS .....</b>	<b>58</b>
<b>5.1 Oficina 1: O “Bazar Francês” .....</b>	<b>58</b>
<b>5.1.1O “Bazar Francês” .....</b>	<b>58</b>
<b>5.1.1.1 Peças do jogo.....</b>	<b>59</b>
<b>5.1.1.2 Como jogar.....</b>	<b>60</b>
<b>5.1.1.3 Tempo estimado.....</b>	<b>60</b>
<b>5.1.1.4 Material necessário .....</b>	<b>60</b>
<b>5.1.1.5 Desenvolvimento .....</b>	<b>60</b>
<b>5.1.2 1ª Partida .....</b>	<b>61</b>
<b>5.1.3 2ª Partida .....</b>	<b>65</b>
<b>5.2 Oficina 2: Reconstruindo algoritmos da adição e da subtração através de situações-problema .....</b>	<b>67</b>
<b>6. A CONSTRUÇÃO DA SEQUENCIA DIDÁTICA.....</b>	<b>69</b>
<b>6.1 As atividades .....</b>	<b>69</b>
<b>6.2 O apoio pedagógico do professor .....</b>	<b>73</b>



<b>6.3 Aplicação da sequência de atividades .....</b>	<b>77</b>
<b>6.3.1 Situação-problema 1 .....</b>	<b>78</b>
6.3.1.1 Da manipulação das fichas no flanelógrafo para a representação escrita .....	81
6.3.1.2 Da representação escrita para o algoritmo.....	81
6.3.1.3 Do algoritmo para a calculadora.....	82
<b>6.3.2 Situação-problema 2 .....</b>	<b>82</b>
6.3.2.1 Da manipulação das fichas para a representação escrita .....	85
6.3.2.2 Da representação escrita para o algoritmo.....	87
6.3.2.3 Do algoritmo para a calculadora.....	88
<b>6.3.3 Situação-problema 3 .....</b>	<b>88</b>
6.3.3.1 Da manipulação das fichas para a representação escrita e da representação escrita para o algoritmo.....	94
6.3.3.2 Do algoritmo para a calculadora.....	95
<b>6.3.4 Situação- problema 4 .....</b>	<b>95</b>
6.3.4.1 Da manipulação das fichas para a representação escrita e da representação escrita para o algoritmo.....	98
6.3.4.2 Do algoritmo para a calculadora.....	98
<b>6.3.5 Situação-problema 5 .....</b>	<b>99</b>
6.3.5.1 Dos registros iniciais para a representação escrita e da representação escrita para o algoritmo .....	100
<b>6.3.6 Situação-problema 6 .....</b>	<b>102</b>
6.3.6.1 Da manipulação das fichas para a representação escrita e da representação escrita para o algoritmo e do algoritmo para a calculadora .....	104
<b>6.3.7 Situação-problema 7 .....</b>	<b>105</b>
6.3.7.1 Da manipulação das fichas para a representação escrita e da representação escrita para o algoritmo .....	105
<b>6.3.8 Situação-problema 8 .....</b>	<b>106</b>
6.3.8.1 Da manipulação das fichas para a representação escrita e da representação escrita para o algoritmo .....	108
<b>6.3.9 Situação-problema 9 .....</b>	<b>110</b>
6.3.9.1 Da manipulação das fichas para a representação escrita e da representação escrita para o algoritmo .....	113
<b>6.3.10 Situação-problema 10 .....</b>	<b>114</b>
 <b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>115</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>119</b>
<b>APÊNDICES .....</b>	<b>121</b>
<b>APÊNDICE A - Orientações metodológicas para o professor .....</b>	<b>121</b>
<b>APÊNDICE B - Avaliações Diagnósticas aplicadas .....</b>	<b>129</b>
<b>APÊNDICE C- Roteiro de entrevista semiestruturada.....</b>	<b>132</b>
<b>APÊNDICE D - Modelo de autorização para uso de imagem dos sujeitos pesquisados .....</b>	<b>133</b>
<b>APÊNDICE E- Caderno de Atividades .....</b>	<b>134</b>



## 1 INTRODUÇÃO

Minha experiência como professora teve início no ano de 1992, quando assumi uma turma de alunos repetentes da 2<sup>a</sup> série primária (atualmente 1º ano do Ensino Fundamental). Havia alunos que estavam repetindo aquela série pela terceira vez, sendo que a idade deles variava de 8 a 15 anos. Em sua maioria, repetiam a série por não conseguirem ler, escrever e por não adquirirem as competências relacionadas aos conceitos fundamentais da Matemática: o sistema decimal de numeração e as ideias da adição e subtração.

Quatro anos mais tarde, em 1996, tive a oportunidade de lecionar a disciplina de Matemática para turmas de 7<sup>a</sup> e 8<sup>a</sup> séries (hoje 6º e 7º anos do Ensino Fundamental) na Rede Estadual de Ensino do Estado de Minas Gerais. Um desafio! Os alunos de ambas as séries apresentavam graus de maturidade diferentes e déficits em relação ao domínio dos conteúdos específicos de Matemática em cada série, que os impediam de avançar na construção de outros saberes matemáticos. Essa situação trazia grande desconforto para ambas as partes, um sentimento de frustração para os alunos e de impotência para mim: como resgatar conteúdos perdidos e promover a apreensão dos novos conhecimentos de cada série?

No mesmo ano, paralelamente, iniciei minhas atividades profissionais, também como professora no Ensino Médio e Técnico em Informática, ensinando a disciplina Lógica de Programação e cálculos em planilhas eletrônicas, onde identifiquei alunos que não desenvolveram o raciocínio lógico e que demonstravam insegurança na resolução de situações-problema relacionadas aos conteúdos matemáticos elementares.

Em 2004, iniciando trabalho na Rede Municipal de Ensino de Belo Horizonte, encontrei alunos com as mesmas deficiências detectadas no meu primeiro ano de docência, mas com um agravante: eram alunos que, apesar de estarem cursando o 3º ano do 1º Ciclo (do Ensino Fundamental de 9 anos<sup>1</sup>), o último ano do “Ciclo da alfabetização”, ainda não estavam alfabetizados. O trabalho foi muito intenso, a metodologia exigia uma dedicação maior e a utilização de materiais concretos que as crianças pudessem manipular e socializar com seus pares, construindo conceitos que, mais tarde, poderiam ser abstraídos, gerando, assim, o verdadeiro

---

<sup>1</sup> Dividido em 3 Ciclos com a duração de 3 anos cada.

aprendizado.

A história se repetia a cada ano que iniciava, e em 2005, transferida para a Escola Municipal José Maria dos Mares Guia, assumi uma turma projeto do 2<sup>a</sup> ano do 2<sup>º</sup> ciclo, recém-alfabetizada com alunos fora de faixa etária (a idade não era compatível com a etapa escolar no novo modelo de ensino da Escola Plural<sup>2</sup>). Na Matemática, conheciam apenas as duas primeiras ordens de nosso sistema de numeração e as operações simples de adição e subtração. No ano seguinte, trabalhei na mesma etapa escolar com alunos que tinham dificuldades de aprendizagem e alguns que apresentavam distúrbios mentais.

Há mais de 9 anos venho acumulando experiência como professora de 1<sup>º</sup> e 2<sup>º</sup> ciclos na rede pública da capital de Minas Gerais, sendo possível identificar uma deficiência na resolução de problemas que necessitem que o aluno tenha destreza na manipulação dos algoritmos das operações aritméticas e a compreensão do sistema de numeração decimal. Percebe-se, ainda, que o alunado nem sempre consegue compreender e interpretar o que realmente está fazendo, executando mecanicamente os cálculos por não compreenderem os conceitos que envolvem a resolução de situações-problema através da execução dos algoritmos das respectivas operações.

Assim, enfocando na minha experiência como professora do Ensino Fundamental e do Ensino Técnico profissionalizante, fiz uma comparação entre as dificuldades demonstradas pelo grupo de alunos das séries iniciais e pelo grupo de alunos do Ensino Médio e pós-médio, por meio da qual se pode perceber que as dificuldades de raciocínio são carregadas pelo indivíduo ao longo de sua trajetória escolar. Como exemplo, pode-se citar que, na disciplina de lógica de programação, os alunos não conseguem descrever, com desenvoltura, o passo a passo de um simples cálculo que envolva uma operação matemática, mesmo sendo esse procedimento de extrema necessidade para posterior codificação em uma linguagem de programação. A mesma dificuldade é encontrada na manipulação de dados editados em uma planilha eletrônica na disciplina de Informática Aplicada, ministrada na 1<sup>a</sup> etapa do Curso Técnico em Meio Ambiente da UTRAMIG – Fundação de Educação para o Trabalho de Minas Gerais, na qual os alunos não conseguem

---

<sup>2</sup> Escola Plural – Proposta Pedagógica implantada em Belo Horizonte na década de 90, que tem como objetivo central reduzir a evasão, reprovação e repetência. Os alunos são enturados por idade.

montar fórmulas que envolvam números decimais, cálculos de porcentagem ou fazer uso das funções já definidas no próprio software, pois a insegurança na execução de atividades que envolvem a Matemática básica evidencia a deficiência que apresentam na construção dos conceitos matemáticos básicos das séries iniciais.

Já a disciplina Matemática Aplicada ou Instrumental é ministrada em todos os cursos técnicos oferecidos pela instituição, na qual os conteúdos programáticos são direcionados para as demandas específicas de cada um. Espera-se que nesta fase da vida escolar, o aluno apresente as habilidades e competências básicas relacionadas à disciplina em questão, porém, não é o que acontece na realidade. A relação dos alunos na fase adulta com a aprendizagem da Matemática não é nada amigável. No curso de Meio Ambiente, onde parte do conteúdo programático é direcionada ao cálculo de medidas de comprimento, observa-se o analfabetismo matemático. Tanto que, ao armarem operações de adição ou subtração para um simples cálculo do perímetro de uma figura plana, vários alunos não conseguiram relacionar a posição correta dos algarismos na execução dos algoritmos das referidas operações ou não conseguem sequer fazer a conversão de uma unidade de medida ou, ainda, trabalhar com seus múltiplos e submúltiplos.

Esses alunos com dificuldades em Matemática, ao serem questionados sobre isso, relataram os motivos que os deixaram em tal situação: professores que simplesmente repassavam conteúdos, ou seja, não o dominavam e simplesmente repetiam da mesma forma como aprenderam, seguindo modelos mecanicamente, deixando uma barreira entre o que é ensinado e o que realmente é aprendido; conteúdos programáticos não concluídos ao longo do período letivo; relações turbulentas entre professores e alunos, muitas das vezes causadas pela falta de manejo de classe do primeiro, somada à indisciplina gerada pela não compreensão dos conceitos matemáticos básicos que comprometem todo o ensino da disciplina; ênfase na quantidade, com listas enormes de exercícios sem sentido, sem uma aplicação específica, que acabavam gerando um estado de esgotamento mental, além de distanciar o aprendiz do real aprendizado em Matemática. Dessa forma, portanto, os alunos chegam à fase adulta da vida sem saber aplicar no cotidiano os conceitos matemáticos fundamentais.

Daí, então, surge a necessidade de ressignificar a construção dos processos algorítmicos da adição e da subtração que foram trabalhados e não consolidados. O estudo dos erros e das dificuldades que os alunos encontram na resolução das

quatro operações é de extrema importância para o aprendiz. Ele nasceu em um momento histórico, no qual a tecnologia e o acesso aos mais variados meios de informação, como calculadoras, gráficos, e-mails, hipertextos, números e outros é fácil, tornando-se comum seu uso para a resolução dos cálculos existentes no seu dia a dia. Estamos na era da informação, conectados 24 horas por dia com o mundo, mas torna-se necessário entender que toda essa tecnologia está embasada em conceitos matemáticos.

O objetivo geral deste trabalho, portanto, é investigar as dificuldades apresentadas por um grupo de alunos que frequenta o 2º ano do 2º ciclo<sup>3</sup>, ao efetuar as operações de adição e subtração através dos processos algorítmicos. Buscar-se-á, também, identificar a forma como os alunos compreendem e constroem o algoritmo da adição e subtração, bem como os professores das séries iniciais promovem o desenvolvimento da construção dos conceitos de adição e subtração nas séries iniciais. Propõe-se, ainda, a construção de uma sequência didática para auxiliar professores das séries iniciais na reconstrução dos algoritmos da adição e subtração através da resolução de situações-problema que envolvam as ideias aditivas.

Para tanto, esta pesquisa realizada está dividida nos seguintes capítulos:

Neste primeiro capítulo, descrevo minha trajetória profissional no ensino da Matemática, enfatizando as dificuldades encontradas nos grupos em que ministrei a referida disciplina e em outras a ela diretamente relacionadas.

O segundo capítulo descreve o percurso da pesquisa, procurando detalhar o cenário, composto pelo espaço físico da escola e pelo traçamento das características das turmas participantes. Em seguida, são descritos os três primeiros momentos da pesquisa, quer sejam: verificação sobre como a Matemática é abordada nos anos iniciais, a elaboração das atividades diagnósticas e a aplicação de avaliações diagnósticas.

A análise das avaliações diagnósticas e a categorização das dificuldades encontradas estão descritas no terceiro capítulo.

No quarto capítulo é apresentada a fundamentação teórica, procurando entender a maneira como as crianças aprendem, embasada na abordagem da Teoria dos Campos Conceituais e suas implicações para o ensino dos algoritmos da

---

<sup>3</sup> Corresponde à 4ª série do Ensino Fundamental de 8 anos.

Adição e Subtração referenciadas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN - para o Ensino Fundamental.

No quinto capítulo, com base na análise das informações, são narrados, passo-a-passo, o processo de construção, aplicação e análise das atividades utilizadas na reconstrução dos algoritmos em duas oficinas, sendo a primeira em forma de jogo, com o objetivo de resgatar os fundamentos do Sistema de Numeração Decimal.

Já a segunda oficina é descrita no capítulo seis e diz respeito à aplicação de uma sequência didática, composta de dez situações-problema embasadas na abordagem da Teoria dos Campos Conceituais Aditivos, para ser usada em trabalho de intervenção pedagógica na reconstrução dos algoritmos da adição e subtração.

As considerações finais apontam os resultados da pesquisa e trazem algumas reflexões sobre a prática do ensino da Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental.

Nos apêndices são encontradas, inicialmente, orientações metodológicas para o professor para o uso do caderno de atividades, produto final dessa pesquisa, assim como uma sequência de 10 situações-problema envolvendo, gradualmente, as dificuldades encontradas nos algoritmos (Apêndice A), assim como as Avaliações Diagnósticas aplicadas (Apêndice B), o roteiro da estrevista semiestruturada (Apêndice C) e o modelo do documento de autorização do uso de imagem (Apêndice D). Por fim, ainda nesse bloco, no apêndice E consta o produto final dessa pesquisa, apresentado na forma de um Caderno de Atividades.

## 2 O PERCURSO DA PESQUISA

Nesse trabalho, optou-se por uma abordagem qualitativa, pois essa, de acordo com Lüdke e André, citando Bogdan e Biklen (1982), “envolve a obtenção de dados descritivos, obtidos no contato direto do pesquisador com a situação estudada, enfatiza mais o processo do que o produto e retrata a perspectiva dos participantes”. (LÜDCKE; ANDRÉ, 1986, p. 13).

No início do ano letivo de 2013, na correção das primeiras atividades de Matemática, foi observado que vários alunos apresentavam dificuldade no processo algorítmico das operações aritméticas. Dessa forma, a necessidade de compreender o porquê de muitos alunos efetuarem operações matemáticas mecanicamente sem levar em consideração os procedimentos algorítmicos impulsionou o início dessa pesquisa.

### 2.1 A escola pesquisada

A pesquisa foi desenvolvida em uma Escola Municipal, pertencente à Regional Norte da Prefeitura de Belo Horizonte, capital de Minas Gerais.

Inaugurada em 1992, no bairro Heliópolis, a escola atende a população e os moradores dos bairros São Bernardo, Planalto, Heliópolis, Parque Aviação, Júlio Maria, São Tomaz e Vila Biquinhos, recebendo um público oriundo de comunidades carentes, com sérias dificuldades econômicas e culturais. São filhos de pessoas trabalhadoras, na sua maioria de baixa renda, que vivenciam a violência e o tráfico de drogas.

A escola possui um espaço físico de 7.800 m<sup>2</sup>, dividido nos seguintes ambientes: Sala da Direção, Sala da Coordenação, Sala dos Professores, Sala do Caixa Escolar, Sala de Projeção, Ginásio, Quadra aberta descoberta, Biblioteca, espaço gramado para atividades recreativas, Cantina e 14 salas de aula amplas e arejadas. Em um prédio a parte funciona a Unidade Municipal de Educação Infantil Heliópolis – UMEI, chamada de “UMEI Sol”. Tem ainda uma casa, anexa, alugada pela caixa escolar para atender as atividades da escola integrada.

A instituição oferece o Ensino Infantil, os três ciclos do Ensino Fundamental, escola integrada – Programa 2º tempo. O Ensino infantil atende crianças de 6 meses

a 5 anos. No horário noturno é oferecida a modalidade EJA - Educação de Jovens e Adultos, que atende adolescentes e adultos a partir de 15 anos de idade. Em paralelo, de acordo com a demanda, funcionam, no período matutino, dois projetos: o primeiro, denominado “Entrelaçando”, tem como objetivo atender alunos do segundo ciclo com distorção de idade e série; o segundo, denominado “Floração”, é destinado aos alunos do terceiro ciclo que também estão com distorção de idade e série para frequentar as turmas sequenciais. Os que conseguem avançar são enturados novamente de acordo com o ano, ciclo e idade, no Ensino Médio.

A organização escolar da instituição está descrita no quadro 1 a seguir:

**Quadro 1 - Organização escolar da instituição**

Estrutura	Idade	Ano escolar
UMEI - Ensino Infantil	6 meses a 1 anos	Berçário
	2 anos	Turma 2
	3 anos	Turma 3
	4 anos	Turma 4
	5 anos	Turma 5
1º Ciclo	6 anos	1º ano
	7 anos	2º ano
	8 anos	3º ano
2º Ciclo	9 anos	1º ano
	10 anos	2º ano
	11 anos	3º ano
3º Ciclo	12 anos	1º ano
	13 anos	2º ano
	14 anos	3º ano
EJA	A partir de 15 anos	-

Fonte: Dados da pesquisa

## 2.2 As turmas pesquisadas

O objeto de estudo dessa pesquisa foram duas turmas do 2<sup>a</sup> Ano do 2º Ciclo, nas quais a pesquisadora ministra aulas de Matemática, sendo elas a turma 22 RJ, com 28 alunos e a turma 22 MA, com 27 alunos; todos entre 10 e 11 anos de idade. O número 22 significa a identificação do ano escolar e as siglas representam as

capitais dos estados brasileiros do Rio de Janeiro e do Amazonas, que receberam turistas estrangeiros na Copa das Confederações e Copa do Mundo de 2014 que foram sediadas no Brasil. Essa nomenclatura foi decidida em Reunião Pedagógica<sup>4</sup>, um projeto que visava explorar os estados e cidades brasileiras que sediaram os jogos e os países que participaram dos dois eventos mundiais.

Nesse estabelecimento educacional as turmas são mistas, formadas por alunos com a mesma faixa etária de acordo com o modelo de ensino plural. Em algumas salas tem-se um ou mais alunos de inclusão, com as mais variadas deficiências. A pesquisa é descrita nos seis momentos, a seguir.

## **2.3 Momentos da pesquisa**

O desenvolvimento dessa pesquisa, contou com diferentes momentos: sondagem sobre a Matemática nos anos iniciais, elaboração e aplicação de avaliações diagnósticas, análise e categorização das dificuldades encontradas, oficinas de reconstrução dos algoritmos e a construção do material didático.

### **2.3.1 1º Momento: Sondagem sobre a Matemática nos anos iniciais na escola pesquisada**

Ao iniciar a pesquisa, foi sentida a necessidade de conhecer de perto como acontece na prática o processo de ensino e aprendizagem matemática na escola. Para isso, a pesquisadora visitou a UMEI – Unidade Municipal de Ensino Infantil ligada à escola, onde foram feitas entrevistas semiestruturadas com as educadoras infantis.

Na turma dos alunos de 4 anos da Unidade são abordados os conceitos de maior, menor, mais, menos, juntar, separar e outros. Essa abordagem é realizada através de atividades orientadas, por meio das quais as crianças escutam histórias infantis e, em seguida, as recontam manipulando brinquedos e massinhas de modelar. Percebe-se aí que o trabalho é voltado para a preparação do raciocínio lógico, já que, por meio da interação da criança com os objetos ao seu redor, as primeiras noções de número são introduzidas. A ideia de número, o real sentido do

---

<sup>4</sup> Reunião Pedagógica – reunião realizada mensalmente entre os professores para planejamento escolar.

que ele representa, então, é apresentada à criança através de histórias, como, por exemplo, “Os Três Porquinhos”.

Após ouvirem essa história contada pela professora, as crianças são motivadas a fazerem o seu registro por meio de desenhos. A construção do sentido numérico começa a ser trabalhada através das relações estabelecidas entre a quantidade de porquinhos e a quantidade de casas.

Também na turma com alunos de 5 anos, o conceito de número é abordado seguindo a mesma metodologia, sendo sua construção baseada na contextualização, na manipulação de material concreto e nos registros finais feitos pelas crianças. Nesse caso, elas formam coleções de objetos concretos como: carrinhos, animais, panelinhas, sucatas, blocos de construção infantil (Pequeno arquiteto), etc. Os agrupamentos das coleções são feitos por cor, tamanho ou quantidades diferentes. Nesse momento, os aprendizes são estimulados a organizarem e classificarem os objetos de formas variadas, sendo explorados os agrupamentos em diferentes bases (2, 3, 4, etc) como atividade preparatória para a introdução da base do nosso sistema de numeração.

Com a inserção do antigo pré-escolar no primeiro ciclo, a transição do Ensino Infantil para o Ensino Fundamental acontece de forma abrupta para as crianças, principalmente devido à estrutura física da escola, pois, as crianças saem um ano mais cedo de um espaço físico que apresenta um ambiente estruturado, familiar, agradável e aconchegante para uma nova estrutura física que é utilizada por todos que frequentam os nove anos do Ensino Fundamental, inclusive com mobiliário inadequado para o porte físico dos pequenos alunos recém-chegados.

Também o perfil das professoras do 1º ano do Ensino Fundamental é diferenciado das profissionais do Ensino Infantil, denominadas “Educadoras”, pelas funções inerentes à sua qualificação profissional, além de que o objetivo principal é a alfabetização da Língua Portuguesa, ficando, às vezes, a alfabetização matemática em segundo plano, acontecendo, então, pouca ênfase do trabalho de desenvolvimento dos conceitos matemáticos básicos realizados anteriormente.

Os alunos, no primeiro ano do Ensino Fundamental, são agrupados de acordo com a idade cronológica, sendo formadas turmas mistas contendo crianças, tanto que frequentaram a escola infantil, quanto com alunos ou que não frequentaram ou que apresentam apenas um ano de experiência escolar, unindo alunos com diferentes níveis de conhecimento e aprendizagem em Matemática. Uns chegam

sem nenhum conhecimento de número e sequer sabem representar com os dedos das mãos a idade que têm, não apresentam nenhuma noção de quantidade, sequência e outros conceitos básicos relacionados à alfabetização matemática, enquanto outros realizam cálculos simples mentalmente, mostrando trazerem consigo um conhecimento informal adquirido fora do contexto escolar. Existem, ainda, casos de crianças que apresentam maiores dificuldades, geralmente pertencentes ao grupo que não frequentou o Ensino Infantil e que não tem desenvolvida a coordenação motora, possuindo dificuldades em realizar os movimentos manuais necessários à escrita.

Nessa fase, os conceitos básicos como: perto, longe, maior, menor, atrás, dentre outros são revistos, sendo usados como referência o próprio corpo da criança e de seus colegas.

Os primeiros momentos das professoras referência das turmas de 1º ano com seus alunos foram marcados pela realização de atividades direcionadas para despertar as premissas elementares para a alfabetização matemática, sendo apresentadas às crianças letras e números para que, inicialmente, elas fizessem a distinção entre os mesmos. Após o reconhecimento dos números, inicialmente de 0 a 9, podendo incluir o 10, são estabelecidas relações entre as quantidades e suas representações simbólicas.

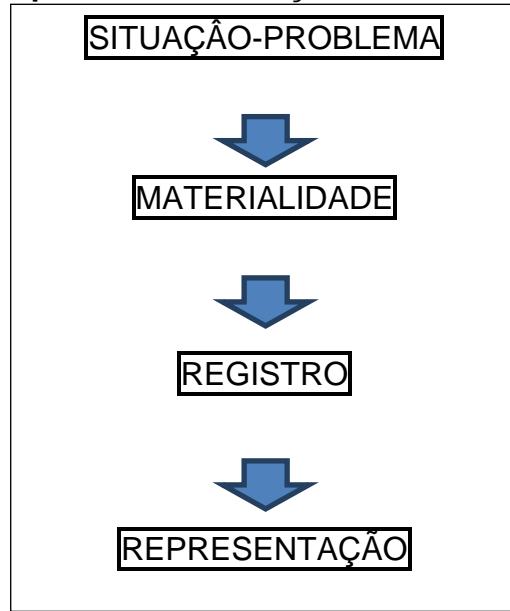
Na escola pesquisada, a distribuição de turmas é feita de acordo com as características profissionais das professoras nelas lotadas. As turmas de 1º ano do 1º Ciclo, por exemplo, são atribuídas às professoras alfabetizadoras, acompanhando suas turmas durante os três anos do ciclo da alfabetização. Acredita-se que a permanência dos alunos com a mesma professora durante esses três primeiros anos do Ensino Fundamental possibilite que eles adquiram as competências do processo da leitura e da escrita. O trabalho segue nos dois primeiros anos de maneira natural e é atropelado no último ano pela inserção dos alunos que não conseguiram concluir o processo de alfabetização, permanecendo por mais um ano retidos no primeiro ciclo. Esses alunos são, então, remanejados nas turmas de terceiro ano. O planejamento das professoras é readaptado para atendê-los, causando grande impacto no desenvolvimento das aulas e no aproveitamento escolar.

No contexto da escola pôde ser observado que apenas uma professora retoma o ensino da Matemática nos 3 primeiros anos do 1º ciclo, utilizando materiais

concretos diversificados e associando materiais manipuláveis como: bola, corda, lata, brinquedos, sucatas, dentre outros, a jogos e brincadeiras que possuem critérios estabelecidos e regras a serem seguidas por seus participantes. Entre os jogos, a professora utiliza o jogo “Nunca Dez” como suporte na construção de conceitos do sistema de numeração decimal: o valor posicional dos algarismos e a base dez, por meio do qual os alunos são estimulados a realizar cálculos mentais, desenvolver habilidades manuais e visuais através de comparações e equivalências e explorar as propriedades e relações existentes entre as ordens e classes numéricas.

A professora, por meio de uma entrevista semiestruturada (Apêndice C), relata que os conceitos de unidade, dezena e centena são introduzidos através de situação-problema e que, para o seu entendimento são utilizados materiais concretos (canudinhos, palitos, feijão, macarrão, material dourado). Em seguida, é feito o registro pelos alunos em seus cadernos através de desenhos. Na ultima fase, as quantidades são representadas no quadro posicional (QP), também denominado por alguns autores como Quadro Valor de Lugar (QVL), utilizando os símbolos que representam os algarismos no sistema de numeração decimal. A imagem a seguir mostra a sequência didática adotada por essa professora.

**Figura 1- Esquema de introdução dos conceitos básicos**



Fonte: Dados da pesquisa

Como pode-se verificar, são essas as fases para a introdução dos conceitos

básicos pelos quais perpassa a professora:

**SITUAÇÃO-PROBLEMA:** A contextualização do conteúdo a ser trabalhado, como, por exemplo, o conceito da unidade.

**MATERIALIDADE:** Manipulação do material concreto, onde a criança manuseia objetos com a finalidade de construir seu aprendizado e absorvê-lo.

**REGISTRO:** A fase onde a criança abandona o material concreto e é capaz de abstrair as ideias do saber proposto e representá-las através de desenhos.

**REPRESENTAÇÃO:** A representação é a apropriação da escrita matemática através de seus símbolos.

Na adição, são trabalhadas as ideias de juntar, acrescentar e na subtração as ideias de tirar, diminuir, sempre seguindo a metodologia descrita acima.

As operações de adição e subtração são trabalhadas gradativamente durante os três anos do 1º Ciclo, sendo que alguns alunos compreendem as ideias da adição e da subtração e realizam as operações com eficiência. Porém, existem casos em que o aluno não acompanha o ritmo do ensino escolar em sua totalidade, ou seja, não concluem o processo da alfabetização da Língua Portuguesa, mas compreendem e realizam as operações de adição e subtração corretamente. Ainda é encontrado um terceiro grupo que conclui todo o processo de alfabetização da Língua Portuguesa, mas apresenta grande dificuldade no raciocínio lógico que o impede de avançar na alfabetização matemática. No ano final do 1º Ciclo da Educação Básica são introduzidas apenas as noções da multiplicação e divisão.

Apesar da tentativa da professora de ensinar Matemática através de situações-problema e da utilização de materiais concretos com a participação dos alunos, os três anos em que permanece com a turma ainda é pequeno e a quantidade de alunos que ela consegue atender é limitado.

As demais professoras observadas ou entrevistadas e ouvidas demonstram grande resistência em trabalhar com os conteúdos matemáticos, limitando-se à alfabetização matemática voltada apenas ao reconhecimento dos números e à resolução de operações simples de adição e subtração.

Com a alfabetização matemática em segundo plano, os conhecimentos matemáticos se perdem e os estudantes não conseguem avançar no aprendizado dos conteúdos em Matemática. Eles não compreendem o processo da adição e muito menos da subtração. A Matemática se torna um “monstro” e, cada dia que passa, pode aumentar o desinteresse, deixando os avanços imperceptíveis. Cada

estudante tem seu próprio ritmo de aprendizagem, fator que impossibilita identificar o momento ou a etapa da alfabetização matemática em que essa deficiência surge.

### **2.3.2 2º Momento: A elaboração das Avaliações Diagnósticas**

Nesse segundo momento, foi feito um diagnóstico, através de atividades, realizado em duas partes, sendo a primeira com o objetivo de avaliar as dificuldades encontradas pelos alunos no algoritmo da adição, e a segunda, avaliar as dificuldades encontradas no algoritmo da subtração.

As duas avaliações, conforme consta no Apêndice B, foram divididas em sequências envolvendo um crescente grau de dificuldade nas operações a serem realizadas. Cada sequência era composta de 3 operações. Os alunos teriam que armar e efetuar os cálculos das operações através dos processos algorítmicos. Dessa forma, seria possível verificar se os alunos eram capazes de armar e efetuar as operações corretamente.

As dificuldades no algoritmo da adição avaliadas estão detalhadas no quadro 2, a seguir:

**Quadro 2 - Dificuldades da Adição**

Graduação das dificuldades da Adição		
Sequência	Dificuldade	Exemplo
1	Adição elevada difícil - a 1ª parcela formada de 2 algarismos, a 2ª parcela com 1 algarismo e a resposta com reserva.	$\begin{array}{r} 15 \\ + 7 \\ \hline \end{array}$
2	Adição com reserva das unidades para as dezenas.	$\begin{array}{r} 349 \\ + 214 \\ \hline \end{array}$
3	Adição com reserva das dezenas para as centenas.	$\begin{array}{r} 362 \\ + 252 \\ \hline \end{array}$
4	Adição com reserva das centenas para os milhares	$\begin{array}{r} 2\,834 \\ + 4\,721 \\ \hline \end{array}$

Fonte: CASTILHO, 1987, p.25-27.

Já as dificuldades do algoritmo da subtração estão dispostas no quadro 3, a seguir, podendo-se verificar que, diferentemente do que ocorre na adição, na

subtração, por ser mais complexa, exigiu uma subdivisão nas dificuldades apresentadas:

**Quadro 3 - Dificuldades da Subtração**

Graduação das dificuldades da Subtração		
Sequência	Dificuldades	Exemplo
1	Subtração de números representados por dois algarismos significativos, sem necessidade de reagrupamento.	97 - <u>82</u>
	Subtração representada por dois ou três algarismos significativos, sendo o número de algarismos do subtraendo menor que o do minuendo.	368 - <u>37</u>
	Subtração de números representados por dois ou três algarismos significativos, com necessidade de reagrupamento das dezenas para as unidades.	782 - <u>235</u>
2	Subtração de números representados por dois ou três algarismos, com necessidade de reagrupamento das dezenas para as unidades, sendo zero o algarismo das unidades no minuendo.	870 - <u>432</u>
	Subtração de números representados por dois ou três algarismos, com necessidade de reagrupamento das centenas para as dezenas.	859 - <u>472</u>
3	Subtração de números representados por três algarismos, com necessidade de reagrupamento, aparecendo no resultado um zero na ordem em que houve a dificuldade.	945 - <u>638</u>
	Subtração de números representados por três algarismos, com necessidade de dois reagrupamentos.	853 - <u>487</u>
4	Subtração com dificuldade na ordem das unidades, sendo zero o algarismo das dezenas do subtraendo.	752 - <u>407</u>
	Subtração com necessidade de dois reagrupamentos, sendo zero o algarismo das dezenas no minuendo.	502 - <u>347</u>
	Subtração com necessidade de dois reagrupamentos, sendo o minuendo formado de centenas exatas.	900 - <u>427</u>
5	Subtração com necessidade de dois reagrupamentos, sendo 9 o algarismo das dezenas do subtraendo.	634 - <u>198</u>
	Subtração com necessidade de dois reagrupamentos, sendo o número de algarismos do subtraendo menor que o número de algarismos do minuendo.	305 - <u>97</u>
6	Subtração com a necessidade de dois reagrupamentos, sendo o número de algarismos do subtraendo menor que o número de algarismos do minuendo, onde há também um zero intermediário.	703 - <u>58</u>

Graduação das dificuldades da Subtração		
Sequência	Dificuldades	Exemplo
	Subtração com necessidade de dois ou mais reagrupamentos e zeros intermediários no minuendo.	8 005 - <u>5 629</u>
7	Subtração com necessidade de dois ou mais reagrupamentos e zeros intermediários no subtraendo.	8 235 - <u>4 007</u>
8	Subtração com necessidade de reagrupamentos e zeros intermediários nos dois termos.	5 002 - <u>1 004</u>
9	Subtração com necessidade de quatro reagrupamentos, sendo o minuendo formado de dezenas de milhar exatas.	50 000 - <u>7 645</u>
	Subtração com necessidades de mais de um reagrupamento, com zeros intermediários no minuendo e/ou subtraendo formado por menos algarismos que o minuendo.	10 101 - <u>8 976</u>

Fonte: Adaptado de CASTILHO, 1970; 1987.

### 2.3.3 3º Momento: Aplicação das Avaliações Diagnósticas

As avaliações foram aplicadas nas duas turmas de 2º ano do 2º Ciclo já descritas anteriormente, sendo ambas resolvidas individualmente por todos os estudantes com a finalidade de identificar os alunos que realmente apresentavam dificuldades na execução dos algoritmos e quais eram essas dificuldades. Para a Avaliação Diagnóstica da Adição foi reservado um horário para a sua aplicação e para a Avaliação Diagnóstica da Subtração foram reservados dois horários<sup>5</sup>. As avaliações foram aplicadas em dias diferentes com intervalo de dois dias entre cada uma delas.

### 2.3.4 4º Momento: Análise e categorização das dificuldades

Após a correção das atividades diagnósticas aplicadas, foi possível fazer uma análise dos erros cometidos com maior frequência pelos alunos e classificá-los em seis categorias de acordo com as dificuldades apresentadas e que serão apresentadas mais a frente nesse trabalho.

<sup>5</sup> Cada horário tem a duração de 60 minutos.

### **2.3.5 5º Momento: Oficinas**

Esse momento da pesquisa foi marcado por duas oficinas, ambas aplicadas pela pesquisadora. A primeira delas direcionada para o resgate dos princípios que regem o nosso sistema de numeração decimal: a base dez e o valor posicional dos algarismos em um número e a segunda com o objetivo de reconstruir os algoritmos do campo aditivo a partir de situações-problema contextualizadas na vivência das crianças associadas às relações que elas constroem dos conteúdos matemáticos.

### **2.3.6 6º Momento: Construção do Material Didático Instrucional**

O trabalho de investigação e pesquisa descrito a seguir subsidiou a construção de um material didático para auxiliar professores do Ensino Fundamental na reconstrução dos algoritmos da adição e da subtração, composto por uma sequência de situações-problema que envolve conteúdos inseridos no campo conceitual aditivo e enfatiza os cálculos operatórios através do processo algorítmico.

### 3 ANÁLISE DAS AVALIAÇÕES DIAGNÓSTICAS E CATEGORIZAÇÃO DAS DIFÍCULDADES

Após a correção das atividades, a partir do resultado apresentado foi possível identificar os erros mais frequentes cometidos pelos estudantes e classificá-los em 2 grandes grupos: os erros cometidos nas operações de adição e os erros cometidos nas operações de subtração. O primeiro grupo foi subdividido em duas categorias e o segundo em 4 categorias, de acordo com as dificuldades apresentadas e já descritas no capítulo anterior.

#### 3.1 Análise dos erros cometidos nas operações de adição

A análise da correção da avaliação diagnóstica da adição apontou para os erros mais comuns cometidos pelos estudantes: erro nas reservas e a falta de domínio dos fatos fundamentais aditivos. Para preservar o anonimato dos participantes da pesquisa, a cada aluno foi atribuído um codinome, representado por uma letra escolhida aleatoriamente.

##### 3.1.1 *Categoria 1: Erro nas reservas*

Na primeira sequência da Avaliação Diagnóstica da Adição, as operações eram compostas de duas parcelas, onde o número da primeira parcela era composto de dois algarismos e o da segunda por apenas um. Porém, a forma como o aluno W. as resolveu, chamou muito a atenção, pois, apesar de ele iniciar a operação corretamente, pela ordem das unidades, fazer a reserva normalmente da ordem das unidades para a ordem das dezenas, na hora de finalizar a operação, devido à ausência do algarismo na ordem das dezenas da segunda parcela, o fator dificultador em questão, o aluno finalizou sua operação somando a reserva com o valor da ordem das dezenas da primeira parcela acrescida do valor que havia na segunda parcela, obtendo a soma de  $15 + 7$  igual a 92, como é demonstrado na figura 2, a seguir:

**Figura 2 - Erro na reserva I**

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 1 \ 5 \\
 + \ 7 \\
 \hline
 9 \ 2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 5 + 7 = 12 \\
 1 + 1 + 7 = 9
 \end{array}$$

Fonte: Elaborado pelo aluno W.

O aluno segue a mesma linha de raciocínio para resolver as outras duas operações da sequência 1 com esse mesmo nível de dificuldade, como pode ser percebido na figura 3:

**Figura 3 - Erro na reserva II**

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 6 \ 4 \\
 + \ 9 \\
 \hline
 16 \ 3
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 4 + 9 = 13 \\
 1 + 6 + 9 = 16
 \end{array}$$
  

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 4 \ 8 \\
 + \ 3 \\
 \hline
 8 \ 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 8 + 3 = 11 \\
 1 + 4 + 3 = 8
 \end{array}$$

Fonte: Elaborado pelo aluno W.

Pode-se, então, notar, que ele, além de não executar corretamente o algoritmo da adição, também não comprehende o valor posicional de cada algarismo no número.

Outro fato que chamou a atenção foi o procedimento utilizado pelo aluno L., que subtrai da dezena a reserva. Ele inicia fazendo a adição corretamente e finaliza subtraindo a reserva da ordem das dezenas, enquanto deveria somá-la, conforme é explicitado na imagem seguinte (FIG. 4).

**Figura 4 - Erro na reserva III**

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 4 \ 8 \\
 + \ 3 \\
 \hline
 3 \ 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 8 + 3 = 11 \\
 4 - 1 = 3
 \end{array}$$

Fonte: Elaborado pelo aluno L.

Na sequência 2, apenas o aluno L. apresentou dificuldades. Ele somou as unidades normalmente, com sua reserva, mas depois inverteu a operação na ordem das dezenas: cortou o número 2 da primeira parcela como se estivesse fazendo um reagrupamento. Somou as dezenas das duas parcelas ( $1 + 5$ ) que totalizou 6, e, em seguida, somou com o valor 5 da dezena da 2<sup>a</sup> parcela, encontrando o resultado 112 (FIG. 5).

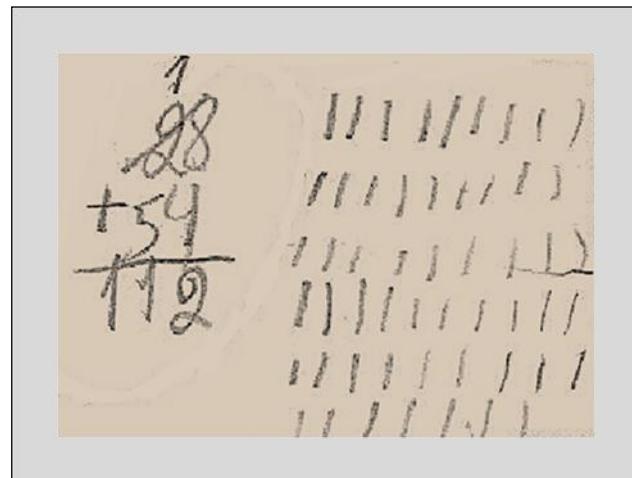
**Figura 5 - Erro na reserva IV**

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 2 \ 8 \\
 + \ 5 \ 4 \\
 \hline
 11 \ 2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 1 + 5 = 6 \\
 6 + 5 = 11
 \end{array}$$

Fonte: Elaborado pelo aluno L.

### **3.1.2 Categoria 2: Domínio dos fatos fundamentais da adição**

Por meio da avaliação realizada, pode-se verificar que o aluno M. apresenta erros na reserva, não tem domínio dos fatos fundamentais da adição, usando ainda a estratégia de desenho, e não consegue fazer a adição, como mostra a figura 6, a seguir:

**Figura 6 - Recurso de desenho**

Fonte: Elaborado pelo aluno M.

Já o aluno B. demonstra habilidades de cálculo mental ao efetuar a operação: ele não tem a necessidade de registrar a reserva, “vai uma dezena”, mas erra ao calcular o fato fundamental “4 + 9”, considerando que a soma é 12 e não 13, e registra 2 na ordem das unidades (FIG. 7). Vale afirmar que, ao chegar a essa conclusão, o aluno foi questionado a fim de ser verificado se houve falta de atenção na execução da operação ou se o aluno possuía dificuldades para realizá-la. Porém, ao serem tomados os fatos, o aluno também não soube responder à pesquisadora a soma em questão.

**Figura 7 - Domínio dos Fatos da Adição I**

A photograph of a child's handwritten addition problem. The problem is  $64 + 9 = 72$ . The digits are written in blue, except for the 2 in 72 which is written in red. The entire image is framed by a light gray border.

Fonte: Elaborado pelo aluno B.

O aluno C. também apresenta, assim como o aluno anterior, erro relacionado ao domínio dos fatos fundamentais, como mostra a figura 8, a seguir:

**Figura 8 - Domínio dos Fatos da Adição II**

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 2. \quad 8 \quad 3 \quad 4 \\
 + \quad 4. \quad 7 \quad 2 \quad 1 \\
 \hline
 7. \quad 5 \quad 6 \quad 5
 \end{array}$$

Fonte: Elaborado pelo aluno C.

Já na operação “153 + 671”, o aluno P. esqueceu de somar a reserva da dezena com a centena. Observa-se que ela não armou a operação colocando adequadamente os algarismos, o que pode ter influenciado em seu resultado (FIG. 9).

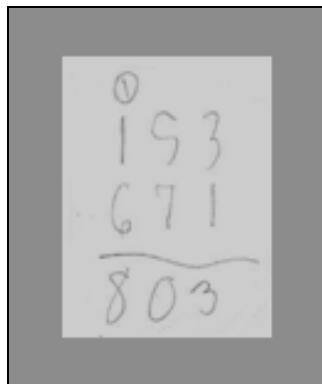
**Figura 9 - Armar a operação sem capricho**

$$\begin{array}{r}
 153 \\
 +671 \\
 \hline
 724
 \end{array}$$

Fonte: Elaborado pelo aluno P.

O aluno M., por sua vez, não efetuou corretamente a operação, colocando a soma das unidades  $3 + 1 = 3$  e na hora de concluir a reserva, considerou que havia uma centena exata e desprezou as dezenas colocando um zero em sua posição, no resultado, como mostra a figura 10, a seguir:

**Figura 10 - Distração nas reservas**



Fonte: Elaborado pelo aluno M.

Porém, ao ser perguntado a ele como chegou a tal resultado, foi constatado, através de sua resposta, que o erro cometido estava relacionado à falta de atenção, pois o aluno não apresentava nenhuma dificuldade no domínio do algoritmo da adição.

Na última sequência das operações de adição, a pesquisadora ficou surpresa com a performance apresentada pelos alunos na adição de números, já que não apresentaram dificuldades, apesar de os números envolvidos apresentarem quatro ordens.

### **3.2 Análise dos erros cometidos na subtração**

A análise da correção da avaliação diagnóstica da subtração mostrou que os erros cometidos pelos alunos estão relacionados à forma incorreta de armar a operação e de fazer os reagrupamentos, de confundir a subtração com a adição, além de não dominarem os fatos fundamentais subtrativos.

#### **3.2.1 Categoria 3: Armar a operação incorretamente**

A adição e a subtração são operações que pertencem ao campo conceitual aditivo, envolvendo uma relação de parte e todo.

A adição é uma operação matemática de simples compreensão, que associa dois números naturais dados (parcelas) a um número natural, que é a sua soma. Quando se adiciona dois números naturais, a ordem das parcelas não altera o resultado. Trata-se da propriedade comutativa da adição:  $2 + 3 = 3 + 2$ .

Porém, a subtração não apresenta a mesma simplicidade, já que nem sempre é possível achar um número natural que seja a diferença (resto ou excesso) de outros dois números naturais. Portanto, a ela não se aplica a propriedade comutativa:  $7 - 6 \neq 6 - 7$ .

### 3.2.1.1 Inversão dos termos da subtração

Ao analisar a forma como os alunos armam as operações de subtração, foi observado que alguns inverteram os termos, erro específico da subtração. Armando desta forma, o minuendo apresenta números menores que o subtraendo, ou seja, o aluno efetua "subtraendo menos minuendo" (FIG. 11).

**Figura 11 - Inversão dos termos da subtração I**

$$\begin{array}{r}
 9 \ 2 \\
 - 9 \ 7 \\
 \hline
 0 \ 5
 \end{array}$$

Fonte: Elaborado pelo aluno B.

Em alguns casos, além da inversão dos termos, o cálculo é realizado sempre pegando o algarismo de maior valor menos o de menor valor, independente de estar no minuendo ou subtraendo, como mostra a Figura 12, a seguir:

**Figura 12– Inversão dos termos da subtração II**

$$\begin{array}{r}
 2 \ 3 \ 5 \\
 - 7 \ 8 \ 2 \\
 \hline
 5 \ 5 \ 3
 \end{array}$$

Fonte: Elaborado pelo aluno B.

Além disso, alguns alunos armaram corretamente, porém, não realizaram o reagrupamento, simplesmente subtraindo inversamente quando o algarismo maior se encontrava no subtraendo, ou seja, subtraendo menos minuendo (FIG. 13).

**Figura 13 - Inversão dos termos da subtração III**

$$\begin{array}{r}
 7 \ 8 \ 2 \\
 - 2 \ 3 \ 5 \\
 \hline
 5 \ 5 \ 3
 \end{array}$$

Fonte: Elaborado pelo aluno S.

### 3.2.1.2 Da esquerda para a direita

Além da inversão dos termos, existem, ainda, casos em que o aluno, ao amar a operação, organiza os algarismos dos termos da subtração da esquerda para a direita, violando a organização espacial dos mesmos de acordo com os critérios que regem o sistema de numeração decimal.

Dessa forma, o aluno subtrai dezena de unidade e centena de dezena e não obtém o resultado correto da operação, como mostra a figura 14. A operação proposta era 368 – 37.

**Figura 14 - Armar a operação da esquerda para a direita**

$$\begin{array}{r}
 3 \ 7 \\
 - 3 \ 6 \ 8 \\
 \hline
 0 \ 1 \ 8
 \end{array}$$

Fonte: Elaborado pelo aluno B.

### 3.2.2 Categoria 4: Confundir subtração com adição

Outra categoria de erros identificada diz respeito a que, em alguns casos, o aluno arma a operação corretamente, mas ignora o sinal da subtração e, ao efetuá-la, faz uma adição, como é indicado na figura 15, a seguir:

**Figura 15 - Adicionar os termos da subtração**

$$\begin{array}{r}
 5000 \\
 - 7645 \\
 \hline
 57645
 \end{array}$$

Fonte: Elaborado pelo aluno D.

### 3.2.3 Categoria 5: Domínio dos fatos fundamentais da Subtração

A compreensão e o domínio dos fatos fundamentais da adição/subtração configuram uma estratégia de cálculo que permite efetuar com confiança e segurança as operações. Portanto, sua memorização é importante na execução dos processos algorítmicos. Nesse sentido, de acordo com Van de Walle (2009, p.191), “o domínio dos fatos fundamentais significa que a criança pode dar uma resposta rápida (em cerca de 3 segundos) sem recorrer a meios não eficientes, tais como a contagem”.

Porém, conforme visto, os alunos que os praticam mecanicamente apresentam erros nos cálculos e, consequentemente, no resultado das operações (FIG. 16).

**Figura 16 - Erro nos Fatos Fundamentais da Subtração**

$$\begin{array}{r}
 216 \\
 - 839 \\
 \hline
 608
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 216 \\
 - 839 \\
 \hline
 507
 \end{array}$$

Fonte: Elaboradas pelos alunos A. e J., respectivamente.

Portanto, nesse sentido, ainda de acordo com o autor:

A fluência com fatos fundamentais permite a facilidade de cálculos, especialmente o cálculo mental, ajudando na habilidade de raciocinar numericamente em todas as áreas relacionadas a números. Embora

calculadoras e contagens tediosas estejam disponíveis aos estudantes que não têm domínio dos fatos, a dependência desses métodos para combinações numéricas simples é impedimento sério ao desenvolvimento matemático. (WALLE, 2009, p.191).

Além disso, o zero se apresenta como um dificultador na realização do algoritmo, tanto da adição quanto da subtração. Mesmo alguns alunos que somam e subtraem números de maneira correta, cometem erros quando essas operações envolvem o algarismo zero, já que eles consideram que a soma ou subtração de algum número por zero tem como resultado o próprio zero, como é demonstrado na figura 17, a seguir:

**Figura 17- Fatos Fundamentais envolvendo o zero I**

$$\begin{array}{r}
 8. \ 2 \ 3 \ 5 \\
 - 4. \ 0 \ 0 \ 7 \\
 \hline
 4. \ 0 \ 0 \ 8
 \end{array}$$

Fonte: Elaborado pelo aluno G.

Em outras situações, em que o zero deveria aparecer no resultado, os alunos T., K. e S. consideraram que um número subtraído dele mesmo é igual ao próprio número (FIG. 18).

**Figura 18 - Fatos Fundamentais envolvendo o zero II**

$$\begin{array}{r}
 2 \ 16 \\
 - 2 \ 2 \ 9 \\
 \hline
 5 \ 2 \ 8
 \end{array}$$

Fonte: Elaborado pelo aluno T.

### **3.2.4 Categoria 6: Erros de reagrupamento**

Na análise das atividades aplicadas, foi possível observar que os alunos em sua totalidade utilizam o processo de recurso à ordem superior, usando termos

como “emprestar” ou “pegar emprestado” com o “vizinho” para efetuar as operações e desconhecem o processo de compensação para a realização das operações propostas. Além disso, pode-se verificar que alguns alunos não compreendem bem esse processo de empréstimos, ou seja, de reagrupamento e trocas, onde se pede 1 emprestado e recebe 10. Eles não fazem a associação entre os valores posicionais do nosso SND, onde 10 unidades correspondem a uma dezena, 10 dezenas correspondem a uma centena e assim por diante.

Nas operações em que há a necessidade de dois reagrupamentos, como, por exemplo, em “853 – 487”, os discentes iniciam bem a operação fazendo o primeiro reagrupamento da ordem das dezenas para a ordem das unidades e se esquecem do segundo reagrupamento da ordem das centenas para as dezenas e simplesmente acrescentam 10 à ordem das dezenas, como mostra a figura 19, a seguir:

**Figura 19 - Erro do segundo reagrupamento**

$$\begin{array}{r}
 14 \ 13 \\
 8 \ 5 \ 3 \\
 - 4 \ 8 \ 7 \\
 \hline
 4 \ 6 \ 6
 \end{array}$$

Fonte: Elaborado pelo aluno S.

Outros alunos simplesmente acrescentam 10 nas ordens em que o algarismo que está no minuendo é menor que o algarismo que está no subtraendo e efetuam a operação (FIG. 20).

**Figura 20 - Acrescentando 10**

$$\begin{array}{r}
 15 \ 13 \\
 8 \ 5 \ 3 \\
 - 4 \ 8 \ 7 \\
 \hline
 4 \ 7 \ 6
 \end{array}$$

Fonte: Elaborado pelo aluno N.

Já nas subtrações entre dois números compostos de 3 ordens, nas quais há a necessidade de dois reagrupamentos e o zero ocupa a ordem das dezenas do

minuendo, alguns alunos efetuam corretamente o reagrupamento da ondem das centenas para as dezenas e esquecem de fazê-lo das dezenas para as unidades. Eles simplesmente acrescentam “10” às unidades e finalizam a operação, como pode ser notado na figura 21.

**Figura 21 - Reagrupamento com zero intermediário**

$$\begin{array}{r}
 4 \ 10 \ 12 \\
 5 \ 0 \ 2 \\
 - \ 3 \ 4 \ 7 \\
 \hline
 1 \ 6 \ 5
 \end{array}$$

Fonte: Elaborado pelo aluno C.

Em outros casos, o reagrupamento foi feito direto da ordem das centenas para a ordem das unidades, ignorando o valor posicional do zero que existe na ordem das dezenas, indicando que o aluno não comprehende que uma centena equivale a 100 unidades, e que, por isso, teria que realizar dois reagrupamentos: de uma centena em dez dezenas para, em seguida, reagrupar uma dezena em 10 unidades. É possível observar, também, que o aluno ainda faz uma adição ( $0 + 4$ ) ou inversão dos termos na ordem das dezenas ( $4 - 0$ ), cometendo um erro já descrito anteriormente. (FIG. 22).

**Figura 22 - Reagrupamento da centena para a dezena**

$$\begin{array}{r}
 4 \ 10 \ 12 \\
 5 \ 0 \ 2 \\
 - \ 3 \ 4 \ 7 \\
 \hline
 1 \ 4 \ 5
 \end{array}$$

Fonte: Elaborado pelo aluno M.

O reagrupamento direto da ordem das centenas para a ordem das unidades é também evidenciado nas subtrações em que o número de algarismos do subtraendo é menor que o número de algarismos do minuendo, no qual existe a necessidade de dois reagrupamentos, além, ainda, de haver o zero intermediário no primeiro termo,

como é mostrado na figura 23, a seguir:

**Figura 23 - Subtraendo com ausência de algarismo**

$$\begin{array}{r}
 6 \quad 13 \\
 7 \quad 0 \quad 3 \\
 - \quad 5 \quad 8 \\
 \hline
 7 \quad 0 \quad 5
 \end{array}$$

Fonte: Elaborado pelo aluno M.

Uma resolução de alguns alunos que chamou muita atenção foi o reagrupamento da ordem das centenas diretamente para a ordem das dezenas e para a ordem das unidades, respectivamente, sem levar em consideração os valores dos algarismos em cada ordem. Dessa forma, como demonstrado no exemplo a seguir (FIG. 24), o aluno subtrai duas centenas e as distribui para as ordens inferiores.

**Figura 24 - Reagrupamento da centena para dezena e unidade**

$$\begin{array}{r}
 3 \quad 10 \quad 12 \\
 5 \quad 0 \quad 2 \\
 - \quad 3 \quad 4 \quad 7 \\
 \hline
 0 \quad 6 \quad 5
 \end{array}$$

Fonte: Elaborado pelo aluno V.

Já nas operações em que o minuendo é representado por uma centena exata, observa-se o reagrupamento da ordem das centenas para a dezena corretamente e o acréscimo de “10” na ordem das unidades mecanicamente que, para o aluno, permite a conclusão do cálculo, mesmo de maneira errada, como é indicado na figura 25, a seguir:

**Figura 25 - Reagrupamento de centena exata I**

$$\begin{array}{r}
 8 \ 10 \ 10 \\
 0 \ 0 \ 0 \\
 \hline
 4 \ 2 \ 7 \\
 \hline
 4 \ 8 \ 3
 \end{array}$$

Fonte: Elaborado pelo aluno L.

Em outra forma de execução da operação, houve o reagrupamento de duas centenas, uma para cada ordem inferior, dezena e unidade, respectivamente. O interessante é que, na visão do aluno, as ordens que receberam os empréstimos ficaram com “9” unidades. Ele ignora o reagrupamento existente das dezenas para as unidades e que esta não é reagrupada, devendo ficar com 10, valor equivalente a “10” unidades e não de “9”, como ele colocou (FIG. 26).

**Figura 26 - Reagrupamento de centena exata II**

$$\begin{array}{r}
 7 \ 9 \ 9 \\
 0 \ 0 \ 0 \\
 \hline
 4 \ 2 \ 7 \\
 \hline
 5 \ 7 \ 2
 \end{array}$$

Fonte: Elaborado pelo aluno R.

Fato similar ocorre nas subtrações compostas por termos formados por quatro algarismos e zeros intermediários no minuendo, como, por exemplo, a operação 8.005 – 5.629. Nelas, é realizado um reagrupamento retirando 3 unidades de milhar e distribuindo para as ordens inferiores, ao mesmo tempo em que aparece, na ordem das centenas e das dezenas, o algarismo “9”, como se o reagrupamento entre elas tivesse sido realizado, como mostra a figura 27, a seguir:

**Figura 27 - Subtração com necessidade de 3 reagrupamentos I**

$$\begin{array}{r}
 5 \ 9 \ 9 \ 15 \\
 8 \ 0 \ 0 \ 5 \\
 \hline
 0 \ 3 \ 7 \ 6
 \end{array}$$

Fonte: Elaborado pelo aluno R.

Nas subtrações em que havia a necessidade de mais de dois reagrupamentos e os dois termos da operação eram compostos de quatro algarismos (onde 2 eram zeros intermediários), alguns estudantes se perderam. Na figura 28, o aluno P. acrescenta 2 unidades à quarta ordem, enquanto deveria subtrair uma unidade de milhar para o reagrupamento. Assim, ele executa corretamente os reagrupamentos da centena para a dezena e na hora do reagrupamento da dezena para a unidade ele esqueceu ou se distraiu, ignorando o valor que havia na primeira ordem.

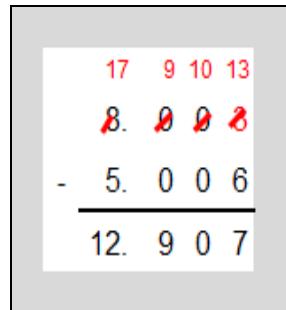
**Figura 28 - Subtração com necessidade de 3 reagrupamentos II**

$$\begin{array}{r}
 10 \ 9 \ 9 \ 10 \\
 8 \ 0 \ 0 \ 8 \\
 \hline
 5 \ 9 \ 9 \ 4
 \end{array}$$

Fonte: Elaborado pelo aluno P.

Em outra situação, como ilustra a figura 29, o aluno G. acrescentou dez unidades em cada ordem, inclusive à ordem das unidades de milhar, apesar de realizar o reagrupamento corretamente da quarta ordem para a terceira e desta para a segunda, não realizando corretamente o reagrupamento da ordem das dezenas para a da unidade. Nesse sentido, tem-se, de acordo com Pires (2013, p.53), que “o princípio fundamental do Sistema de Numeração Decimal é que dez unidades de uma ordem qualquer formam uma unidade de ordem imediatamente superior”, o que não foi realizado pelo aluno em questão.

**Figura 29 - Acréscimo de unidade de milhar sem necessidade**



A handwritten subtraction problem in a light gray box. The problem is:

$$\begin{array}{r} 17 \ 9 \ 10 \ 13 \\ 8. \ \cancel{0} \ \cancel{0} \ \cancel{8} \\ - \ 5. \ 0 \ 0 \ 6 \\ \hline 12. \ 9 \ 0 \ 7 \end{array}$$

The digit 8 in the tens column is crossed out with a red line, and the digit 8 in the ones column is also crossed out with a red line. The result is 12. 9 0 7.

Fonte: Resolução feita pelo aluno G.

## 4 REFERENCIAL TEÓRICO

Após analisar e categorizar as dificuldades apresentadas pelos estudantes, prossegue-se o desenvolvimento desse trabalho pesquisando em Pires (2013), Kamii e DeClark (1991), Smole e Diniz (2012), Van de Walle (2009), Nunes e Bryant (1997), Bigode e Gimenez (2009), Toledo e Toledo (2010), Vergnaud (2009), entre outros algumas abordagens didáticas dos números naturais e operações aritméticas ao longo da história do ensino da Matemática. Essas leituras, em especial Vergnaud (2009), pesquisador da área da Didática da Matemática, traz contribuições para subsidiar professores no ensino da Matemática, e, com isso, conduz a um aprofundamento sobre a Teoria dos Campos Conceituais. Para esse estudo, foram utilizados, ainda, os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCNs (BRASIL, 1998).

Há décadas, o ensino da Matemática era focado nas técnicas operatórias e na compreensão dos algoritmos das operações aritméticas. Porém, os conceitos matemáticos envolvidos nesses cálculos não eram evidenciados ou recebiam pouca atenção. Como destacam Bigode e Gimenez (2009):

Para muitos professores, o ensino da Aritmética se reduz ao ensino dos passos dos algoritmos. Não há dúvida de que é mais simples ensinar regras fechadas do que desenvolver ideias, o sentido numérico e explorar os vários significados das operações. (BIGODE; GIMENEZ, 2009, p.67).

Porém, segundo Toledo e Toledo (2010, p. 8), “hoje é importante saber por que os algoritmos funcionam e quais são as ideias e os conceitos neles envolvidos”.

Assim, os algoritmos, instrumentos desenvolvidos para tornar o cálculo escrito mais simples e rápido, eram executados de forma mecanizada. A sua utilização seguindo regras prontas contribui apenas para tornar o aluno passivo e desinteressado, afastando-o da real construção de seus conhecimentos matemáticos. Portanto, pode-se inferir que a importância da utilização do algoritmo nas operações aritméticas elementares (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) vai além de seus significados, pois configura um processo fundamentado nos princípios e nas propriedades do Sistema de Numeração Decimal e, implicitamente, tem como objetivo consolidar a compreensão deste sistema. (BRASIL, 2014, p.7).

Outro aspecto ressaltado por Toledo e Toledo (2010) é que:

[...] a fórmula como a maioria dos livros didáticos adota para desenvolver os conteúdos. Ao abordar uma operação, por exemplo, estes livros didáticos seguem sempre a mesma ordem: o conceito, as propriedades, o algoritmo que resolve e, por fim, uma série de problemas que envolvem essa operação. (TOLEDO; TOLEDO, 2010, p.83).

Diante desse cenário, as situações-problema propostas nas listas de exercícios aos alunos, segundo Toledo e Toledo (2010), apresentavam todas as informações necessárias para resolvê-las em seu enunciado e possuíam uma única solução. Dessa maneira, o que acontecia era que os alunos percebiam, a partir do segundo ou terceiro problema, que era necessário apenas retirar os números do texto e fazer a conta de acordo com o que estavam estudando.

#### **4.1 Teoria dos Campos Conceituais**

A Teoria dos Campos Conceituais de Gerárd Vergnaud (1982), citado por Moreira (2002), consiste em ensinar conceitos e relações matemáticas através de resolução de problemas explorando várias noções relacionadas. Para Vergnaud, “o conhecimento está organizado em campos conceituais, cujo domínio, por parte do aprendiz, ocorre ao longo de um largo período de tempo, através de experiência, maturidade e aprendizagem” (MOREIRA, 2002, p.8).

Toledo e Toledo (2010, p. 99), da mesma forma, ressaltam que “cada indivíduo vai construindo esses campos conceituais aos poucos, [...] não só na escola como também por meio de situações da vida prática e da resolução de problemas [...] que envolve conceitos, procedimentos e representações”. Além disso, para Vergnaud (2009, p.16), “a Matemática forma um conjunto de noções, de relações, de sistemas relacionais que se apoiam uns sobre os outros”. Seus conteúdos compreendem conceitos, estruturas e operações de pensamento que interferem no processo de aquisição de conhecimento. Porém, o autor deixa claro que a ordem de complexidade em que a criança absorve suas noções não obedece a uma hierarquia, isto é, ela não precisa, necessariamente, aprender um conteúdo para depois aprender outro, já que existem conceitos que independem uns dos outros e podem ser assimilados simultaneamente. Assim, não existe uma ordem sequencial crescente específica de conceitos matemáticos a serem explorados através de situações-problema, tendo como referência a forma como os alunos

compreendem os conceitos dentro dessa abordagem. Nesse sentido, para Vergnaud (2009):

Os conhecimentos que essa criança adquire devem ser construídos por ela em relação direta com as operações que ela, criança, é capaz de fazer sobre a realidade, com as relações que é capaz de discernir, de compor e de transformar, com os conceitos que ela progressivamente constrói. (VERGNAUD, 2009, p.15).

Dessa forma, de acordo com Van de Walle (2009, p. 46), “ensinar para uma compreensão rica ou relacional requer muito empenho e esforço. Os conceitos e as conexões se desenvolvem com o passar do tempo e não em apenas um dia ou uma aula”. Para tanto, as atividades devem ser bem elaboradas, materiais educativos devem ser produzidos e a sala de aula deve ser organizada para um trabalho em grupo e para a máxima interação com e entre as crianças. Cabe lembrar, então, nesse sentido, que o desenvolvimento dessas atividades foram sempre orientadas e mediadas pelo professor.

Segundo Moreira (2002, p.7-8), “Vergnaud reconhece ainda a importância da teoria de Piaget em sua teoria, quando destaca as ideias de adaptação, desequilíbrio e reequilíbrio como eixo para a investigação em didática da Matemática”, mas acredita que a grande “pedra angular” colocada por Piaget foi o conceito de esquema. Ainda segundo o autor (Moreira, p.12), “esquema é um conceito introduzido por Piaget para dar conta das formas de organização, tanto das habilidades sensório-motoras, como das habilidades intelectuais”. Esse esquema precisa conter regras para que possam ser gerados comportamentos, de acordo com as situações. O autor ainda chama a atenção para o fato de que todos os algoritmos são esquemas, mas nem todos os esquemas são algoritmos.

Ainda para Moreira (2002):

Vergnaud reconhece igualmente que sua teoria dos campos conceituais foi desenvolvida também a partir do legado de Vygotsky. Isso se percebe, por exemplo, na importância atribuída à interação social, à linguagem e à simbolização no progressivo domínio de um campo conceitual pelos alunos” (MOREIRA, 2002, p.8)

Salienta-se, porém, que cada criança apresenta um ritmo próprio de construção de conhecimentos a partir das relações que estabelece com o mundo real e que esta pode ser intensificada através da interação social.

Assim, de acordo com Van de Walle (2009):

Enquanto Piaget possibilitou nos concentrarmos sobre a atividade cognitiva da criança e começar a compreender como um indivíduo usa ideias de maneira reflexiva para construir e compreender novo conhecimento, Vygotsky abordou a interação social como um componente essencial no desenvolvimento do conhecimento. (VAN DE WALLE, 2009, p.49).

#### 4.2 O Campo Conceitual Aditivo

O campo conceitual aditivo, também referenciado como estruturas aditivas, pode ser definido como um conjunto de conhecimentos sobre relações ternárias ou situações que podem ser montadas de diferentes maneiras envolvendo quantidades diversas para oferecer problemas variados que permitem a aquisição de novos saberes. A adição e a subtração são consideradas pelos matemáticos como operações da mesma família, pertencem ao campo das estruturas aditivas e, portanto, devem ser trabalhadas juntas. “Os conceitos de número, as ações de ordenar, seriar, juntar, reunir, acrescentar, tirar, comparar, transformar”, bem como as diversas relações aditivas e subtrativas estão inseridas nesse campo, conforme afirma Toledo e Toledo (2010, p. 99).

Dessa forma, para Vergnaud (2009):

[...] dar, perder, descer, diminuir, etc. são transformações que têm uma significação própria, que vão de par com as transformações opostas, receber, ganhar, subir, aumentar, etc., mas não lhe são, de modo algum, subordinadas. [...] a subtração não precisa ser definida como a inversa da adição. Ela tem uma significação própria; e o problema que se impõe ao professor é o de mostrar o caráter oposto ou recíproco da adição e da subtração, e não da segunda em relação à primeira. (VERGNAUD, 2009, p.209).

Ainda de acordo com Vergnaud (2009, p. 197), entende-se por “problema de tipo aditivo”, [...] todos aqueles problemas cuja solução exige somente adições ou subtrações”.

Em sua abordagem dos campos conceituais aditivos, Vergnaud (2009) divide os problemas em seis grandes categorias, que, por sua vez, estão subdivididas em classes de problemas que envolvem as ações de transformar (positivamente e negativamente), compor, comparar, completar e combinar. As características de cada uma delas podem ser percebidas pela forma como é elaborado o enunciado. É

através das relações que a criança estabelece entre os conteúdos e o significado das ideias de adição e subtração nas situações-problema, que ela percebe que algumas delas podem ser resolvidas usando uma mesma operação. O quadro 4, a seguir, descreve os problemas aditivos.

**Quadro 4 - Categorias do Campo Aditivo**

PROBLEMAS ADITIVOS			
Categoria	Descrição	Classes de problemas	Exemplos
1 Composição de Medidas	Duas medidas se compõem para resultar numa terceira.	Conhecendo-se duas medidas, encontrar a composta; Conhecendo-se a composta e uma das elementares, encontrar a outra;	Paulo tem 6 balas de maçã e 8 balas de morango. Quantas balas ele tem ao todo?
2 Transformação de Medidas	Uma transformação opera sobre uma medida para resultar em outra medida.	Conforme seja a transformação b positiva ou negativa; Conforme seja a pergunta concernente ao estado final e (conhecendo-se a e b), à transformação b (conhecendo-se a e c), ao estado inicial (conhecendo-se b e c).	Paulo tinha 7 bolinhas de gude antes de jogar. Ganhou 4 bolinhas. Com quantas ficou?
3 Relação de Medidas	Uma relação liga duas medidas.	Os dois precedentes correspondem a transformação em uma relação estática;	Paulo tem 8 bolinhas de gude. Tiago tem 5 a menos que Paulo. Quantas bolinhas de gude Tiago tem?
4 Composição de Transformações	Duas transformações se compõem para resultar em uma transformação.	Conhecendo as duas transformações elementares, encontrar a composta; Conhecendo-se a composta e uma das elementares, encontrar a outra;	Paulo ganhou 6 bolinhas de gude ontem e hoje perdeu 9 bolinhas. Com quantas bolinhas de gude Paulo ficou?
5 Transformação de Relação	Uma transformação opera sobre um estado relativo (uma relação) para resultar em um estado relativo.	Idem ao da segunda categoria	Paulo devia 6 bolinhas de gude para Henrique. Ele devolveu 4. Quantas bolinhas Paulo ainda deve a Henrique?

PROBLEMAS ADITIVOS			
Categoría	Descrição	Classes de problemas	Exemplos
6 Composição de Relação	Dois estados relativos (relações) se compõem para resultar em um estado relativo.	Idem da categoria	Paulo deve 6 bolinhas de gude a Henrique, mas Henrique lhe deve 4. Quantas bolinhas de gude Paulo deve a Henrique?

Fonte: Adaptado de VERGNAUD, 2009, p.197-222.

De acordo com a categorização e classificação dos problemas propostas na abordagem dos campos conceituais aditivos de Vergnaud (2009), a forma de resolver uma situação-problema começa pelo enunciado e, nele, a incógnita pode estar em qualquer parte. Para tanto, a criança precisa analisar todas as informações contidas na situação-problema, criar estratégias através dos diversos procedimentos oferecidos pelo campo aditivo e escolher a melhor para chegar a uma solução. Assim, ela está livre para exercer sua autonomia, explorar seu pensamento através de conhecimentos construídos anteriormente e socializar suas soluções discutindo erros e acertos que sustentarão a construção de novos conhecimentos.

Então, pode-se afirmar, diante do exposto, que a Teoria do campo aditivo estimula o aluno a pensar nas complexidades da adição e da subtração e entendê-las como operações complementares. Segundo Van de Walle (2009, p.168), “a adição nomeia o todo em termos das partes e a subtração nomeia uma parte que falta”. A adição e a subtração, portanto, estão conectadas.

Além disso, os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) abordam as situações que envolvem adição e subtração a serem exploradas nos dois primeiros ciclos do Ensino Fundamental e destacam quatro grupos: a ideia de combinar dois estados para obter um terceiro (juntar), a ideia de transformação, ou seja, alteração de um estado inicial, a ideia de comparação e as situações que supõem a compreensão de mais de uma transformação (positiva ou negativa).

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental (BRASIL, 1998) encontramos uma série de recomendações baseadas nas contribuições de Vergnaud, tanto que o documento propõe o trabalho pedagógico pautado em resolução de problemas do campo aditivo juntamente com a construção dos conceitos preliminares no sistema de numeração nas séries iniciais.

Toledo e Toledo (2010, p. 99-100.) citam os problemas característicos desse

campo aditivo da seguinte forma:

- a) **Problemas de composição:** compreendem as situações que envolvem parte-todo – juntar uma parte com outra parte para obter o todo, ou subtrair uma parte do todo para obter a outra parte.
- b) **Problemas de transformação:** são aqueles que tratam de situações em que a ideia temporal está sempre envolvida – no estado inicial tem-se uma quantidade que se transforma (por acréscimo ou decréscimo), chegando ao estado final com outra quantidade.
- c) **Problemas de comparação:** dizem respeito aos problemas que comparam duas quantidades, uma denominada referente e a outra, o referido. (TOLEDO; TOLEDO, 2010, p.99-100).

Em todos os casos que se pode definir uma classe de problemas é possível recorrer aos algoritmo; no caso dessa pesquisa, algoritmos da adição e subtração para a sua solução. Logo, eles se tornam uma regra de ação para a criança que está solucionando uma situação-problema.

Uma situação-problema em Matemática, portanto, deve propiciar que as crianças estabeleçam relações entre as informações nela propostas e possam significar seus procedimentos de resolução construindo conceitos matemáticos e sentido para os cálculos e operações que realizam, já que os algoritmos trabalhados de forma isolada, apenas na resolução das operações, não têm nenhuma aplicação direta na vida fora dos limites da escola. Assim, dentro do campo conceitual aditivo, as técnicas algorítmicas envolvem a compreensão dos conceitos dos conteúdos nele inseridos.

Dessa forma, de acordo com Kamii e Declarck, citados por Gonçalves (2011), no âmbito escolar, a utilização do algoritmo não está diretamente ligada à resolução de problemas. Este exige, primeiramente, uma interpretação, seguida de um raciocínio lógico do mesmo para chegar a uma determinada resposta, caso exista, enquanto o algoritmo configura uma estratégia de cálculo escrito para a obtenção de sua solução, afirmação que é corroborada por Vergnaud (2009), quando este coloca que as crianças não resolvem problemas só quando já têm um modelo pronto. As estratégias encontradas por elas, a maneira como defendem ou validam o que fizeram e a comparação com as soluções dos colegas da classe têm tanto ou mais valor que o resultado certo para o aprendizado.

Ainda para Gerard Vergnaud (1996) *apud* Mariano e Curi (2012, p. 2) “cada conceito matemático está inserido em um campo conceitual, e este é constituído por um conjunto de situações de diferentes naturezas”. Para as autoras, para tanto, “não

basta o professor ensinar aos seus alunos adição e subtração pela estratégia do algoritmo, pois esses cálculos precisam estar relacionados a situações-problema de contexto variados". O trabalho deve envolver cálculos pensados e refletidos, por meio de procedimentos mentais e escritos em função dos números e da operação envolvida na resolução de uma situação-problema, apoiados nas propriedades do sistema de numeração decimal e nas propriedades das operações, entendendo o funcionamento dos processos algorítmicos aditivos.

Na resolução de um problema, então, a criança, pode fazer uma representação verbal, uma escrita através de esquemas, algebricamente, ou utilizar-se dos algoritmos para chegar à solução. O pensamento trabalha em diferentes níveis e utiliza diferentes formas de representação ao mesmo tempo. "É com a ajuda simultânea dessas diferentes representações que a criança raciocina, passando de um plano a outro em função de necessidades e relações com as quais ela tem que tratar", o que se entende por raciocínio aditivo. (VERGNAUD, 2009 p. 301).

Esse desenvolvimento do raciocínio aditivo pode ser observado quando são apresentados aos alunos problemas mais complexos, que exigem que utilizem raciocínios que vão além da aplicação direta de algoritmos.

Nesse sentido, portanto, de acordo com Bigode e Gimenez (2009), entende-se que formar alunos para enfrentar e resolver problemas é mais do que treiná-los a estabelecer relações, a problematizar, a fazer conexões, a formular hipóteses, a experimentar. Na visão dos autores:

As situações-problema são o ponto de partida da atividade matemática para que os alunos possam reconhecer regularidades, propriedades e conceitos que os levem à aplicação em novas situações e à construção de novos conhecimentos por meio de atividades significativas. (BIGODE; GIMENEZ, 2009, p.9)

Porém, ressalta Brasil (2014, p.43) que "enfatizar o raciocínio não significa deixar de lado o cálculo na resolução de problemas, significa calcular compreendendo as propriedades das estruturas aditivas e das operações de adição e de subtração". No entanto, como se pode concluir diante do exposto, não é fácil organizar uma sequência didática que conduza o aluno na reconstrução dos algoritmos dentro dessa abordagem. Na verdade, a utilização dos algoritmos deve estar associada à compreensão pelos alunos dos significados conceituais nele envolvidos e deve estar fundamentada na compreensão das propriedades do

sistema de numeração decimal que o sustenta (BRASIL, 2014). A reconstrução dos algoritmos através de resolução de situações-problema dentro do campo conceitual aditivo, portanto, permitirá que as crianças estabeleçam diferentes estratégias de resolução que impliquem na construção, compreensão e consolidação de conceitos que darão sentido aos cálculos escritos efetuados.

Ainda de acordo com o documento (BRASIL, 2014):

Uma proposta pedagógica pautada na Resolução de Problemas possibilita que as crianças estabeleçam diferentes tipos de relações entre os objetos, ações e eventos a partir do modo de pensar de cada uma, momento em que estabelecem lógicas próprias que devem ser valorizadas pelo professor. (BRASIL, 2014, p.8).

Na visão do que é exposto no documento, um problema matemático é uma situação que requer a construção de sua solução pelo aluno, sendo esse processo fundamental para a aprendizagem e dará sentido para os cálculos e operações que efetuará. Portanto, o documento propõe que o trabalho com cálculos deve ser efetivado, na sala de aula, inserido nas atividades de resolução de problemas.

Portanto, a partir desta fundamentação teórica, propõe-se a elaboração de um caderno de atividades utilizando a resolução de problemas como mola impulsionadora para a reconstrução dos algoritmos da adição e subtração, sendo utilizados, como material concreto auxiliar, o Quadro Posicional, construído sobre feltro e sobre o qual são manipuladas fichas coloridas, o qual denominar-se-á de flanelógrafo e um jogo matemático no resgate dos conceitos que estruturam esses cálculos escritos.

Partindo da premissa de que a compreensão dos algoritmos está atrelada à compreensão das regras que regem o sistema de numeração decimal e que os números e as operações ocupam grande parte das aulas de Matemática do Ensino Fundamental e da vida fora dos limites escolares, torna-se, portanto, necessário colocar os estudantes em contato com material concreto para que possam manipular, explorar, analisar e consolidar as competências do cálculo escrito através das relações que estabelecem entre os conceitos matemáticos e sua aplicação.

O recurso ao material didático manipulativo nas aulas de Matemática auxilia professores no desenvolvimento de seu trabalho diário facilitando a aprendizagem dos conteúdos matemáticos elementares que apresentam natureza abstrata, tornando-os significativos para os aprendizes. Para tanto, ele deve ser motivador, ao

mesmo tempo em que propiciem bases para a abstração de ideias e conceitos matemáticos claramente definidos dentro de um conteúdo específico.

Bigode e Gimenez (2009, p.142) alertam que os materiais manipuláveis devem ser utilizados com cuidado. Para eles: “A seleção dos materiais para as atividades em sala de aula deve levar em conta fatores como complexidade dos conceitos, saberes dos alunos, os objetivos matemáticos”.

Os autores também referenciam um conjunto de materiais didáticos fundamentais para o ensino da Aritmética, subdividindo-o em 3 categorias, quer sejam:

- a) Instrumentos de construção: dobraduras, aparatos de medição direta e indireta;
- b) Instrumentos de cálculo: ábaco, calculadoras;
- c) Materiais estruturados: ábaco, material dourado, réguas Cuisenaire, Tangran. (Bigode, Gimenez; 2009, p.143).

No lugar do ábaco, instrumento de cálculo milenar que auxilia alunos a compreender o valor posicional dos algarismos na representação dos números e significado do zero, optou-se pela utilização do flanelógrafo é a representação do quadro posicional ou quadro valor de lugar, confeccionado em feltro composto de pregas horizontais para acomodar as fichas coloridas e colunas definidas como em uma tabela organizada para a representação das unidades, dezenas e centenas simples, permitindo, também, a representação das ordens da classe de milhar. As cores diferenciadas das fichas têm a finalidade de representar o valor e a posição específica no flanelógrafo.

Como parte integrante do universo escolar e tecnológico, a calculadora também foi utilizada nessa pesquisa no sentido de potencializar a capacidade de compreensão dos cálculos escritos. Ela foi explorada ao final de cada atividade proposta com a finalidade de evidenciar a reconstrução do cálculo escrito dentro do campo conceitual aditivo.

## 5 APLICAÇÃO E ANÁLISE DAS OFICINAS

Embasadas na investigação de como os conceitos matemáticos são introduzidos na Educação Infantil e nas séries iniciais do Ensino Fundamental, nos diagnósticos realizados e na fundamentação teórica discutida no capítulo anterior, foram desenvolvidas duas oficinas. A primeira, denominada pela pesquisadora como “Bazar Francês”, teve como objetivo resgatar conceitos matemáticos elementares pertencentes ao campo conceitual aditivo. A segunda, por sua vez, tem como objetivo a reconstrução dos algoritmos da adição e da subtração através de situações-problema que envolviam uma crescente graduação de dificuldades associada aos conceitos e relações existentes entre os conteúdos do referido campo. Enquanto a primeira será descrita nesse capítulo, a segunda oficina será delineada no capítulo subsequente a este.

### 5.1 Oficina 1: O “Bazar Francês”

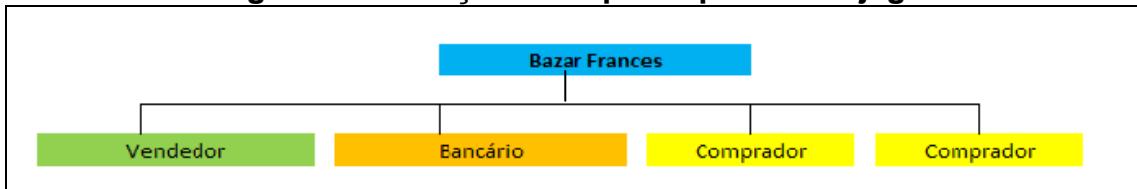
Antes de iniciar a reconstrução dos algoritmos, foi necessário resgatar os conceitos fundamentais que regem o sistema de numeração decimal, sendo trabalhado com os alunos um jogo adaptado do livro Matemática: “Soluções para dez desafios do professor”, da série “Nós da Educação”, de Bigode e Frant (2011).

O propósito dessa atividade foi trabalhar a compreensão das ideias que envolvem o Sistema de Numeração Decimal, os agrupamentos de 10 em 10 e o valor posicional de um algarismo em diferentes posições, como pré-requisito para o cálculo algorítmico.

#### 5.1.1 O “Bazar Francês”

O “Bazar Francês” consiste em um jogo de compra e venda para quatro participantes: um vendedor, um bancário e dois compradores (FIG. 30).

**Figura 30 – Funções dos participantes no jogo**

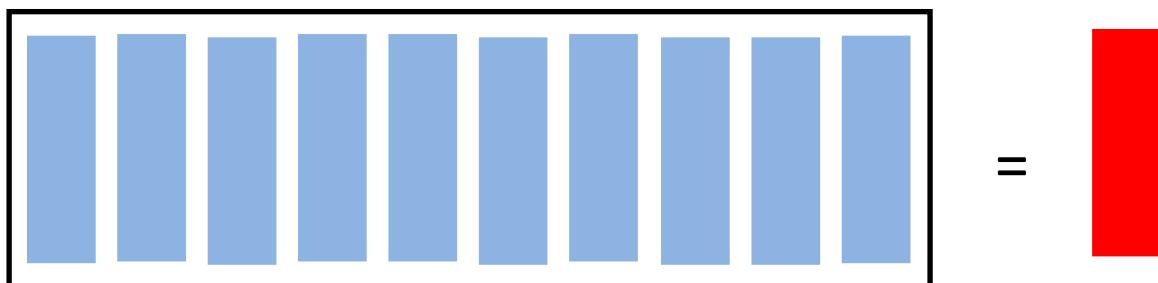


Fonte: Adaptado de BIGODE; FRANT (2011)

#### 5.1.1.1 Peças do jogo

A moeda de troca utilizada no jogo são fichas coloridas retangulares feitas em papel colorset nas cores vermelha e azul. Cada ficha vermelha equivale a 10 fichas azuis, como mostra a figura 31, a seguir:

**Figura 31 - Fichas do jogo**



Fonte: Elaborado pela pesquisadora

Cada grupo de quatro crianças recebe 20 fichas vermelhas, 60 fichas azuis e um tabuleiro retangular, de acordo com a imagem seguinte:

**Figura 32 - Tabuleiro do jogo**

OBJETO	PREÇO	FICHAS VERMELHAS	FICHAS AZUIS

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

Os registros são feitos no tabuleiro, de acordo com a quantidade de fichas de cada cor utilizada nas compras e vendas. As colunas “FICHAS VERMELHAS” e “FICHAS AZUIS” devem ser preenchidas com apenas um algarismo e no caso de ficarem vazias devem ser preenchidas com o algarismo 0 (zero).

#### *5.1.1.2 Como jogar*

Cada um dos quatro membros do grupo deverá assumir uma tarefa. Após a distribuição das tarefas, o bancário ficará com as fichas vermelhas e será o responsável pelas trocas das fichas. Os compradores ficam com as fichas azuis e a tarefa de avaliar que objetos poderão comprar. A tarefa do vendedor será a de preencher o tabuleiro no momento da compra, mas todos os jogadores podem participar, discutindo qual número deve ser utilizado para o preenchimento do tabuleiro.

#### *5.1.1.3 Tempo estimado*

02 horas/aula.

#### *5.1.1.4 Material necessário*

- Tabuleiro, 60 fichas azuis e 20 fichas vermelhas.
- Três objetos (podem ser usados: carrinho, bola, materiais escolares, outros.).
- Lápis.

#### *5.1.1.5 Desenvolvimento*

Para participar da oficina do “Bazar Francês”, foram selecionados alguns alunos das 2 turmas participantes, tendo, como critério de seleção, aqueles que apresentaram maiores dificuldades nas operações que exigiam um ou mais reagrupamentos.

As crianças foram organizadas, então, em um grupo de 4 alunos. O material (tabuleiro e fichas) foi distribuído ao grupo, que recebeu as orientações das regras que deveriam seguir. Os objetos utilizados foram um carrinho, duas caixas de lápis de cor e uma bola. Suas imagens e preços foram informados no tabuleiro de acordo

com a figura 33, a seguir.

**Figura 33 – Tabuleiro com suas representações iniciais**

OBJETO	PREÇO	FICHAS VERMELHAS	FICHAS AZUIS
	27 AZUIS		
	13 AZUIS		
	20 AZUIS		

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

As fichas vermelhas, as fichas azuis e o tabuleiro foram distribuídos de acordo com as tarefas assumidas por cada participante e o jogo começou.

No texto que se segue é relatado o comportamento dos estudantes do grupo durante duas partidas do jogo:

### **5.1.2 1<sup>a</sup> Partida**

**Vendedor:** O que vocês vieram comprar hoje?

**Comprador A:** A bola. Quanto custa?

**Vendedor:** Vinte fichas azuis.

**Comprador A:** Vinte fichas azuis?

**Vendedor:** Sim.

O aluno comprador separou, então, 20 fichas azuis para pagar pela bola, porém, a professora alertou sobre as regras do jogo, segundo as quais o vendedor só poderia preencher a coluna das fichas com apenas um algarismo, e o questionou como ele resolveria a situação. O comprador, então, após refletir por alguns instantes, diz:

**Comprador A:** Espera um pouco. Eu vou ter que ir ao banco.

**Professora:** O que você vai fazer no banco?

**Comprador A:** Trocar vinte fichas azuis.

**Professora:** Por quantas?

**Comprador A:** Duas vermelhas.

Assim, o comprador foi até o banco, como é mostrado na figura 34, e trocou 20 fichas azuis por 2 fichas vermelhas e finalizou a compra.

**Figura 34 – Aluno fazendo a troca de fichas**



Fonte: Arquivo da pesquisadora

Então, o vendedor entregou a bola e registrou o número 2 na coluna das fichas vermelhas do tabuleiro, deixando a coluna das fichas azuis vazia. No momento seguinte, outro comprador, então, diz ao vendedor:

**Comprador B:** Eu quero comprar o carrinho.

**Vendedor:** Custa 27 fichas azuis.

**Professora:** E aí? Como você poderá pagar esse carrinho? Confira suas fichas.

**Comprador B:** Vou trocar.

**Professora:** E como você vai trocar?

Silêncio.

**Professora:** Você precisa de 27 e tem duas formas de trocar essas fichas. A primeira como seria? Você pode trocar de modo que o vendedor tenha que te dar troco. Como seria?

Silêncio novamente.

**Professora:** Olha só: 27 (o aluno havia contado e separado 27 fichas azuis) dá para trocar por quantas fichas vermelhas? Quanto vale uma ficha vermelha?

**Comprador B:** Dez.

**Professora:** Então, conte 10 fichas azuis e troque por uma vermelha.

Silêncio. O aluno fez a troca.

**Professora:** Isso. Agora você tem uma ficha vermelha e as fichas azuis. Vai dar para comprar o carrinho?

O Comprador B tem muita dificuldade. Então, a professora pediu que os demais componentes do grupo o ajudassem.

**Professora:** O que está faltando?

**Vendedor:** Está faltando dezessete fichas azuis.

**Professora:** Você concorda com ele?

O comprador faz sinal positivo com a cabeça e separa 1 ficha vermelha e 17 azuis.

**Professora:** O que mais você pode fazer com suas fichas? O vendedor não pode registrar o número 17 na coluna das fichas azuis.

**Bancária:** Pode dar a dica?

Todos acenaram que sim.

**Bancária:** Pode dar 30 fichinhas azuis e eu troco por 3 vermelhas.

**Professora:** O que você acha? Vai dar para pagar?

**Comprador B:** Vai.

O aluno contou 10 fichas azuis e trocou por mais uma ficha vermelha, ficando agora com duas fichas vermelhas.

**Professora:** Quanto você tem agora?

**Comprador B:** Esqueci quanto vale a vermelha.

**Professora:** Vale 10 fichas azuis.

**Comprador B:** Então tenho 20.

**Professora:** Vai dar para comprar?

**Vendedor:** Não.

**Professora:** Quanto está faltando?

**Vendedor:** Sete fichas azuis.

Silêncio. O comprador está contando as fichas.

**Professora:** E a sugestão da bancária? Experimente.

A professora pede para que a aluna (bancária) repita para o aluno

(Comprador B) sua sugestão.

**Bancária:** Me dê mais dez fichas azuis que eu trocarei por mais uma vermelha e você ficará com 3. Cada uma vale dez fichas azuis, então, você terá o equivalente a 30 e poderá comprar o carrinho.

Os alunos fazem as trocas e o comprador paga o carrinho com 3 fichas vermelhas.

**Professora:** E agora, vendedor, o que você precisa fazer?

**Vendedor:** Tenho que dar um troco para ele.

**Professora:** Quanto você tem que dar de troco?

**Vendedor:** Três fichas azuis.

**Professora:** E como você vai fazer para dar o troco para ele? Confira seu caixa. O que você tem?

**Vendedor:** Cinco fichas vermelhas.

Silêncio.

**Professora:** Como você vai dar o troco? Você terá que ir ao banco. E o que fará no banco?

**Vendedor:** Eu vou pedir três fichas azuis.

**Professora:** Você vai pedir? O banco vai te dar? O que o comprador fez para conseguir te pagar?

Silêncio.

**Vendedor:** Eu tenho que ir lá (no banco), trocar uma ficha vermelha por 10 azuis.

A professora comenta a troca, lembrando que uma ficha vermelha equivale a dez fichas azuis. O vendedor efetua a troca, entrega o carrinho e o troco.

**Professora:** Como você vai registrar o valor que você recebeu pelo carrinho? Conte quantas fichas vermelhas e quantas fichas azuis você recebeu pelo carrinho e anote no tabuleiro.

O aluno registra no tabuleiro 2 fichas vermelhas e 7 azuis.

**Professora:** E agora, compradores, as fichas que vocês têm dá para comprar mais alguma coisa?

Silêncio. Os compradores contam as fichas restantes.

**Comprador A:** Ainda temos treze fichas azuis. Dá para comprar a caixa de lápis de cor.

Eles efetuam a compra utilizando as treze fichas azuis.

**Professora:** Como você vai registrar no tabuleiro, as fichas que você recebeu?

A professora alerta que só pode ficar um algarismo na coluna das fichas azuis e um na coluna das fichas vermelhas e ele possui 13 fichas azuis.

**Vendedor:** Eu vou ter que trocar por fichas vermelhas.

**Professora:** Por quantas fichas vermelhas?

**Vendedor:** Duas.

**Professora:** Duas? Quanto vale cada ficha vermelha?

**Vendedor:** Cada ficha vermelha vale 10 fichas azuis. Então, vai dá para trocar por apenas uma e vão sobrar três fichas azuis.

**Professora:** Agora você pode registrar o que você recebeu. O que você recebeu?

**Vendedor:** Uma ficha vermelha e três fichas azuis.

**Professora:** Com quantas fichas o banco ficou?

Todos ajudam a contar a quantidade de fichas que ficaram com o banco e a quantidade de fichas que ficaram com o vendedor. Após a partida, o tabuleiro ficou como mostra a figura 35, abaixo:

**Figura 35 – Tabuleiro da 1<sup>a</sup> partida completo**

OBJETO	PREÇO	FICHAS VERMELHAS	FICHAS AZUIS
	27 AZUIS	2	7
	13 AZUIS	1	3
	20 AZUIS	2	0

Fonte: Arquivo da pesquisadora

### 5.1.3 2<sup>a</sup> Partida

Os alunos mudaram de posições, as fichas foram redistribuídas de acordo

com a nova tarefa de cada um e o jogo começou.

**Comprador A:** Quero comprar o carrinho.

**Vendedor:** O carrinho custa 27 fichas azuis.

O comprador contou 2 grupos de 10 fichas azuis, trocou por duas vermelhas com o banco, juntou mais sete fichas azuis e pagou o carrinho. O vendedor anotou corretamente no tabuleiro o que recebeu.

**Comprador B:** Eu quero comprar as duas caixas de lápis de cor.

**Vendedor:** Se cada caixa custa 13 fichas azuis, então as duas caixas custarão 26 fichas azuis.

O segundo comprador, contou dois montes de 10 fichas azuis, trocou com o banco por 2 fichas vermelhas, juntou mais seis fichas azuis, e efetuou a sua compra. Novamente o vendedor registrou corretamente no tabuleiro o que havia recebido, como é indicado na imagem a seguir (FIG. 36).

**Figura 36 – Tabuleiro da partida**

OBJETO	PREÇO	FICHAS VERMELHAS	FICHAS AZUIS
	27 AZUIS	2	7
	13 AZUIS	3	6
	20 AZUIS		

Fonte: Arquivo da pesquisadora

Finalizada a compra das caixas de lápis de cor, foi apresentado a eles o flanelógrafo, com o cuidado de explicar que a ficha azul correspondia a uma unidade e a ficha vermelha a uma dezena. Então, foi pedido a todos que ajudassem o vendedor a efetuar a soma das vendas no flanelógrafo, seguindo as mesmas regras do jogo, o que é demonstrado na figura 37, a seguir:

**Figura 37 – Utilizando o flanelógrafo**



Fonte: Arquivos da pesquisadora

Eles representaram, então, no flanelógrafo o valor do carrinho e das caixas de lápis de cor utilizando as fichas.

**Professora:** Quantas fichas azuis têm ao todo?

**Vendedor:** 13.

**Professora:** Essas 13 fichas azuis podem ficar na ordem das unidades?

**Todos:** Não.

**Professora:** O que pode ser feito?

**Bancária:** Pode trocar 10 fichas azuis por uma vermelha.

Um dos alunos, imediatamente, retirou 10 fichas azuis, trocou por uma vermelha e a inseriu no flanelógrafo.

**Professora:** Qual foi a situação final do vendedor? Com quantas fichas azuis e quantas fichas vermelhas ele ficou?

**Comprador A:** 3 azuis e 5 vermelhas.

## **5.2 Oficina 2: Reconstruindo algoritmos da adição e da subtração através de situações-problema**

Após a realização do “Bazar Francês”, os alunos participaram de uma segunda oficina, sendo essa elaborada com o objetivo de reconstruir os algoritmos da adição e da subtração e desenvolvida ao longo de duas semanas. Cada atividade foi aplicada em um dia e teve a duração de duas horas.

De acordo com George Polya, citado por Bigode e Gimenez (2009), “resolver problemas é fazer Matemática, e é isto o que leva o aluno a pensar” (BIGODE; GIMENEZ, 2009, p.11). Ainda de acordo com Polya (1995, p.3), ao tentarmos

resolver problemas, temos de observar e imitar o que fazem outras pessoas quando resolvem os seus e, por fim, aprendemos a resolver problemas, resolvendo-os.

Para tanto, Polya (1995), em seu livro “A arte de resolver problemas”, descreve quatro etapas a serem seguidas para resolver um problema: Compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução do plano e retrospecto, enquanto Toledo e Toledo (2010, p. 88) apontam alguns procedimentos que devem tornar-se familiares à criança após a compreensão de uma situação-problema: reler o problema, sublinhando a pergunta; verificar se o problema tem informações desnecessárias; listar as informações importantes do problema; fazer uma figura, um esquema ou uma representação com material de manipulação.

Porém, para que a resolução realmente aconteça, segundo Bigode e Gimenez (2009, p.11), “os alunos devem ser colocados diante de problemas reais, com seus números malcomportados e sua multiplicidade conceitual e procedural”, pois um problema matemático é uma situação “que requer a descoberta de informações desconhecidas para obter um resultado, ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto, é possível construí-la”. (BRASIL, 2014, p.8).

Assim, diante do exposto, foi pensada a construção de uma sequência didática, com a posterior aplicação de suas dez situações-problema, como parte dessa 2<sup>a</sup> oficina, a fim de contextualizar a utilização do algorítimo pelos alunos sujeitos dessa pesquisa na sua resolução, como é descrito no capítulo seguinte. Essa sequência didática resultou, então, na elaboração de um caderno de atividades e que se encontra, na íntegra, no apêndice B desse trabalho.

Fazem parte dessa oficina a construção e a aplicação das atividades. A partir de uma situação-problema proposta, os alunos eram orientados a ler, interpretar e registrar todas as informações e ideias contidas no seu enunciado, para, em seguida, traçar estratégias de resolução, efetuar os cálculos escritos, conferir o resultados das operações com o auxílio da calculadora e compartilhar entre os colegas.

## 6. A CONSTRUÇÃO DA SEQUENCIA DIDÁTICA

Para a construção do Caderno de Atividades, foram elaboradas 10 situações-problema embasadas na abordagem da teoria dos campos conceituais aditivos de Gerard Vergnaud, já estudada. A sequência de atividades obedeceu a um grau crescente de dificuldades algorítmicas explicitadas anteriormente e os enunciados dos problemas, conforme preconiza Polya (1995), trazia situações vivenciadas pelos alunos no seu dia a dia.

A fim de consultar conceitos dos conteúdos envolvidos, além do referencial teórico estudado, foi utilizado o livro didático Matemática, de Bianchine, 6º Ano (2011), além da calculadora para conferir o resultado após os cálculos efetuados. Como material concreto, foi utilizado o flanelógrafo e as fichas coloridas que representavam as ordens e os valores posicionais dos algarismos no sistema de numeração decimal, da mesma maneira em que foram utilizados esses materiais na oficina descrita no capítulo anterior. Ao final de cada atividade, os resultados e estratégias utilizadas eram socializados e discutidos em grupo com intervenções e mediações da professora pesquisadora.

Faz-se mister, porém, enfatizar que, apesar de serem apresentadas as situações-problema, é importante ser ressaltada a necessidade de o professor criar seu próprio material didático, adequando os exercícios à demanda de seus aprendizes.

### 6.1 As atividades

As atividades elaboradas, portanto, diante do exposto, estão diretamente relacionadas à reconstrução dos algoritmos aditivos e subtrativos através da resolução de problemas e podem ser aplicadas a partir do 1º ano do 2º Ciclo do Ensino Fundamental. Os objetivos de cada situação-problema encontram-se no quadro 4, a seguir:

**Quadro 5- Situações-problema e seus objetivos**

<b>PROPOSTA DAS SITUAÇÕES-PROBLEMA PARA A OFICINA DE RECONSTRUÇÃO DOS ALGORITMOS DO CAMPO ADITIVO</b>	
<b>Atividade</b>	<b>Objetivo</b>
<b>1</b>	<i>Resolver uma situação-problema através de uma adição com reserva difícil – a 1<sup>a</sup> parcela formada por dois algarismos, a 2<sup>a</sup> com um algarismo e a resposta com reserva.</i>
<b>2</b>	<i>Resolver uma situação-problema utilizando uma subtração com reagrupamento da dezena para a unidade.</i>
<b>3</b>	<i>Resolver uma situação-problema através de uma subtração com necessidade de dois reagrupamentos, sendo o número de algarismos do subtraendo menor que o número de algarismos do minuendo, onde há também um zero intermediário.</i>
<b>4</b>	<i>Resolver uma situação-problema através de uma subtração com necessidade de dois reagrupamentos, sendo zero o algarismo das dezenas no minuendo.</i>
<b>5</b>	<i>Resolver uma situação-problema envolvendo uma subtração de números representados por três algarismos, com necessidade de reagrupamento das dezenas para as unidades.</i>
<b>6</b>	<i>Resolver uma situação-problema envolvendo uma subtração com necessidade de reagrupamento e zero intermediário no resultado.</i>
<b>7</b>	<i>Resolver uma situação-problema envolvendo uma subtração de números representados por três algarismos, com necessidade de dois reagrupamentos.</i>
<b>8</b>	<i>Resolver uma situação-problema envolvendo uma subtração de números representados por quatro algarismos, com necessidade de três reagrupamentos e zeros intermediários.</i>
<b>9</b>	<i>Resolver uma situação-problema através de uma subtração com necessidade de mais de um reagrupamento, com zeros intermediários no minuendo e subtraendo formado por menos algarismos que o minuendo.</i>
<b>10</b>	<i>Resolver uma situação-problema envolvendo uma subtração com necessidade de quatro reagrupamentos, sendo o minuendo formado de dezenas de milhar exatas.</i>

Fonte: Dados da pesquisa

Para a elaboração deste caderno, foram consultados, entre outros, Bigode e Gimenez (2009), Vergnaud (2009), Toledo e Toledo ( 2010), Bianchini (2011), Polya (1995), Smole e Diniz (2001), além dos documentos Brasil (2008) e (2014).

Smole e Diniz (2001) afirmam que:

o aluno, enquanto resolve situações-problema, aprende Matemática, desenvolve procedimentos e modos de pensar, desenvolve habilidades básicas como verbalizar, ler, interpretar e produzir textos em Matemática e nas áreas do conhecimento envolvidas nas situações propostas. Este material didático, portanto, nesse sentido, ao mesmo tempo em que desafia o estudante, estimula também seu raciocínio matemático e permite a interação entre os alunos, ou seja, a troca de experiências, o que significa que uns aprendem com os outros. (SMOLE; DINIZ, 2001, p.95).

Pensando nesse direcionamento das autoras, as situações-problema elaboradas são intercaladas com pequenos textos que abordam conceitos de conteúdos matemáticos relacionados ao campo das estruturas aditivas. Estes textos permitem aos alunos recordarem e esclarecerem dúvidas que os poderiam impedir de avançarem na apreensão dos conhecimentos matemáticos.

Outra preocupação apresentada foi a de incentivar as crianças a falar e escrever utilizando a linguagem matemática, já que a linguagem escrita torna a Matemática menos abstrata, conforme é colocado no documento do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (BRASIL, 2014). Neste sentido, a resolução de uma situação-problema induz a discussões coletivas, produção escrita, investigação e o falar e o fazer Matemática, inclusive com a utilização de tecnologias.

Os conceitos matemáticos abordados nas atividades estão descritos no quadro 6:

**Quadro 6 - Conceitos em cada atividade**

<b>CONCEITOS EXPLORADOS EM CADA ATIVIDADE</b>	
<b>Situação-problema</b>	<b>Conteúdo</b>
<b>Atividade 1</b>	<b>Adição - Relembrando alguns conceitos</b>
<b>Atividade 2</b>	<b>Subtração - Relembrando alguns conceitos</b>
<b>Atividade 3</b>	<b>Relação entre a adição e a subtração</b>
<b>Atividade 4</b>	<b>Reservas e Reagrupamentos</b>
<b>Atividade 5</b>	<b>Fatos Fundamentais</b>
<b>Atividade 6</b>	<b>Sistema de Numeração Decimal</b>
<b>Atividade 7</b>	<b>A importância do zero</b>
<b>Atividade 8</b>	<b>Estratégias para solucionar problemas</b>
<b>Atividade 9</b>	<b>A função dos números na sociedade</b>
<b>Atividade 10</b>	<b>As várias formas de calcular</b>

Fonte: Dados da pesquisa

Para a realização das atividades da oficina, os estudantes foram orientados a seguir as seguintes instruções:

- 1º Ler atentamente o problema, quantas vezes forem necessárias;
- 2º Fazer o registro escrito de todas as informações importantes que o problema traz;
- 3º Registrar a ideia sugerida pelo problema e qual a estratégia para solucioná-lo (operação ou raciocínio);
- 4º Executar o cálculo com o auxílio de material concreto (flanelógrafo e fichas coloridas);
- 5º Executar o cálculo no quadro posicional (Da manipulação das fichas para a representação escrita);
- 6º Executar o cálculo escrito, o algoritmo (Da representação escrita para a conta armada);
- 7º Utilizar a calculadora para conferir o resultado do cálculo.
- 8º Socializar o resultado com os colegas.

Para melhor orientar o trabalho a ser desenvolvido nesse material, ele foi estruturado em passos que devem ser seguidos em todas as atividades, sendo, cada um, identificado com um ícone de acordo com o quadro 7:

**Quadro 7 - Ícones e seus significados utilizados nas atividades**

ESTRUTURA DAS ATIVIDADES		
Figura	Significado	Ação
	Leitura do problema	Ler o problema quantas vezes for necessário.
	Registrando informações	Registros de todas as informações contidas no enunciado do problema de formas variadas.
	Refletindo sobre o problema	Compreendendo a ideia principal envolvida no enunciado do problema.
	Executando cálculos	Cálculos efetuados pelo processo algorítmico.
	Conferindo resultados	Utilização da calculadora para conferência dos resultados.
	Socialização dos resultados	Troca de experiências com os colegas

Fonte: Dados da pesquisa

## 6.2 O apoio pedagógico do professor

Além do material do estudante, foi também proposto o Caderno do Professor em forma de manual. Nele, além das atividades apresentadas no caderno do aluno, são colocadas explicações a respeito do campo conceitual aditivo, procurando fazer referências aos conteúdos a ele relacionados e detalha o padrão das atividades.

Esse material tem como objetivo auxiliar professores do Ensino Fundamental em suas práticas diárias no que diz respeito ao ensino das operações matemáticas da adição e subtração. Embasado na graduação das dificuldades dessas duas operações e na abordagem da Teoria dos Campos Conceituais Aditivos de Gerard Vergnaud, também tem-se, como objetivo, a reconstrução de seus respectivos algoritmos, por meio de resolução de problemas.

Vergnaud (2009), como já dito, afirma que um conceito para a criança só faz sentido através de situações-problemas, que podem ser teóricas ou práticas. Porém, os conceitos dos conteúdos se tornam significativos quando são contextualizados e experimentados pela criança por meio das relações que ela estabelece para resolvê-los.

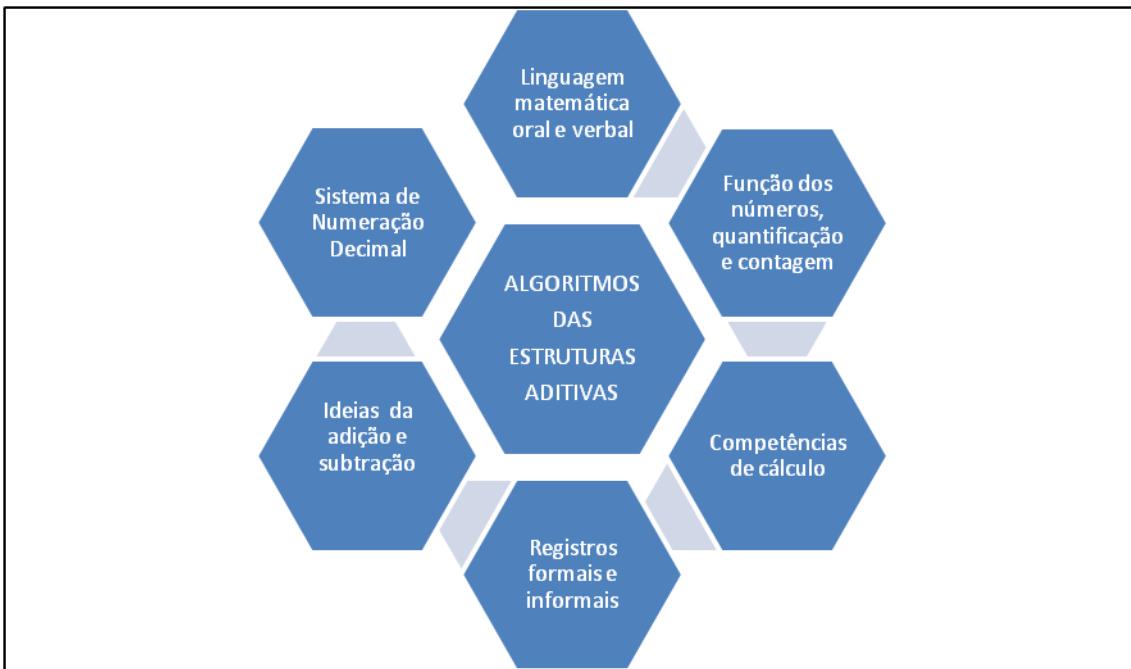
Ainda de acordo com o estudado, pode-se definir campos conceituais como um conjunto de conceitos e situações que, através de suas relações, permitem a construção de novos conhecimentos. Dessa forma, as operações de adição e subtração pertencem ao campo das estruturas aditivas, e, por serem elas da mesma família, devem ser trabalhadas juntas.

O algoritmo, por sua vez, é um instrumento utilizado para tornar o cálculo mais simples e que, aplicado às operações aritméticas, obedece ao princípio posicional de nosso sistema de numeração e ao conceito do zero.

Assim, partindo das dificuldades encontradas na execução dos algoritmos da adição e da subtração, foi criado um esquema conceitual com todos os conteúdos matemáticos elementares envolvidos para reconstruí-lo, contextualizando suas aplicações através de situações-problema.

O esquema representado na figura 38 mostra os conceitos básicos relacionados à compreensão dos “Algoritmos das estruturas aditivas”, que estão inseridos dentro do campo conceitual aditivo.

**Figura 38 – Esquema conceitual das estruturas aditivas**



Fonte: Adaptado de BRASIL (2014).

O campo conceitual “Algoritmos das estruturas aditivas”, em destaque no centro, é rodeado de competências e habilidades que devem ser verificadas, trabalhadas e consolidadas para uma efetiva aprendizagem desse conteúdo matemático, as quais serão descritas a seguir.

a) Linguagem matemática oral e verbal

Diz respeito ao uso da linguagem universal, utilizando a fala para conversar, dialogar e expressar os pensamentos matemáticos e através dos signos e símbolos realizar os registros escritos.

b) Função dos números: quantificação e contagem

Diz respeito à compreensão de que os números estão presentes no dia a dia e possuem várias funções e sentidos, sendo uma delas dar sentido às quantidades e permitir ao homem quantificar e enumerar os objetos a seu redor.

Os números apresentam sentidos cardinal e ordinal, são utilizados no sistema de medidas que envolvem comprimento, largura, altura, espessura, superfície, volume, capacidade, massa, tempo, etc., e em outras situações são usados para representar códigos, como número de telefone, placas de veículo, senha de banco e

outros.

c) Competências de cálculo

Trata-se da apropriação de várias estratégias de cálculo: o cálculo mental, memorização dos fatos fundamentais, cálculos orais, estimativas, arredondamentos e processos algorítmicos.

d) Registros formais e informais

Diz respeito à conscientização de que o cálculo pode ser realizado através de registros escritos padronizados, de, no caso em questão, processos algorítmicos, ou de registros espontâneos de esquemas que representem o raciocínio.

e) Ideias da adição e subtração

Trata-se da compreensão, interpretação e aplicação correta das ideias contidas no campo aditivo que envolve as operações de adição e subtração, sendo elas: juntar, acrescentar, tirar, completar, comparar, combinar, transformar e compor.

f) Sistema de Numeração Decimal

Trata-se da aprendizagem das ideias que envolvem o sistema de numeração decimal, quer sejam:

- A base decimal;
- A notação posicional;
- Dez signos que possibilitam representar qualquer valor numérico.

Portanto, a junção de todos esses saberes possibilitou a elaboração de um padrão de apresentação das atividades, informando como elas foram estruturadas. O quadro 8, a seguir, descreve a estruturação das atividades.

### Quadro 8 - Padrão de apresentação das atividades

Padrão das Atividades	
Categoria do problema	Ideia do campo aditivo envolvida.
Classe do problema	Posicionamento da incógnita na situação.
Objetivo	Especifica a dificuldade da operação envolvida.
Situação-problema	Enunciado da situação-problema.
Metodologia	Leitura da situação-problema, reflexão, registros, cálculo através do processo algorítmico e conferência dos resultados com o auxílio de dispositivos eletrônicos (calculadora, celular, tablet e etc.).
Avaliação	Socialização das estratégias utilizadas

Fonte: Dados da pesquisa

Para tanto, assim será identificada cada etapa da construção de cada uma das atividades do caderno (APÊNDICE B), com seus respectivos ícones:



*Leitura do problema*

- Espaço reservado para o enunciado do problema.



*Registrando informações*

- Registre os **dados importantes** que você identificou.



*Refletindo sobre o problema*

- Escreva a **ideia** envolvida na situação-problema.



### *Executando o algoritmo*

- Esse espaço é destinado aos cálculos no quadro posicional e através do **processo algorítmico**.




### *Conferindo resultados*

- Agora, com o auxílio de uma **calculadora**, confira o resultado dos cálculos efetuados e registre neste espaço suas conclusões.



### *Socializando resultados*

- Discuta com seus colegas e professores as estratégias utilizadas para resolução da atividade e registre aqui **outras formas** de resolver a situação-problema.

A aplicação da sequência de atividades é descrita a seguir.

## **6.3 Aplicação da sequência de atividades**

As atividades foram aplicadas ao grupo em horários extra-turno, uma por dia, com a duração de duas horas. O relatado de cada uma delas e a reconstrução dos algoritmos aditivos pode ser conferido no texto a seguir.

### 6.3.1 Situação-problema 1

A oficina iniciou com a leitura em voz alta da primeira situação-problema: "Wendel tem em seu estojo 48 lápis de cor e 3 lápis de escrever. Quantos lápis ele tem no estojo?"

Após várias leituras, foi realizada a interpretação oral do problema:

**Professora:** Primeiro vamos pensar a respeito dessa situação-problema. O que o problema diz? O que Wendel tem?

**Alunos:** 48 lápis de cor.

**Professora:** E o que mais ele tem?

**Aluno L.:** 3 lápis de escrever.

**Professora:** E o que está perguntando no problema?

**Aluno L.:** Quantos lápis ele tem ao todo.

**Professora:** E quando lemos a pergunta, quantos lápis ele tem ao todo no estojo, qual é a ideia envolvida nesse problema?

**Aluno B.:** Adição.

**Professora:** Adição. Mas nessa adição, o que estamos fazendo?

**Aluno B.:** Somando.

**Professora:** E esse somando quer dizer o quê?

**Aluno B.:** Os lápis de cor mais os lápis de escrever.

**Professora:** E nessa soma o que estamos fazendo?

**Aluno L.:** Juntando.

Os alunos, então, registram as reflexões que fizeram sobre o problema na folha de resposta. Em um primeiro momento, eles escreveram as informações relevantes contidas no enunciado do problema, o que é enfatizado por Polya (1995, p.4), o qual afirma que "o enunciado verbal do problema precisa ficar bem entendido". O registro de um dos alunos pode ser visualizado na figura a seguir (FIG. 39).

**Figura 39 – Registro de informações situação-problema 1**



*Registrando informações*

48 lápis de cor

3 lápis de escrita

quanto lápis irão ter em todos

Fonte: Registro do aluno L.

Em seguida, os alunos foram orientados a registrarem o nome da operação que será utilizada para resolver o problema bem como a ideia envolvida no mesmo. Nesse momento, então, é estabelecida uma estratégia de resolução: comprehende-se o problema e sabe-se quais os cálculos são necessários executar para encontrar o resultado, como é indicado na figura 40, a seguir.

**Figura 40 – Registro da ideia da operação da situação-problema 1**



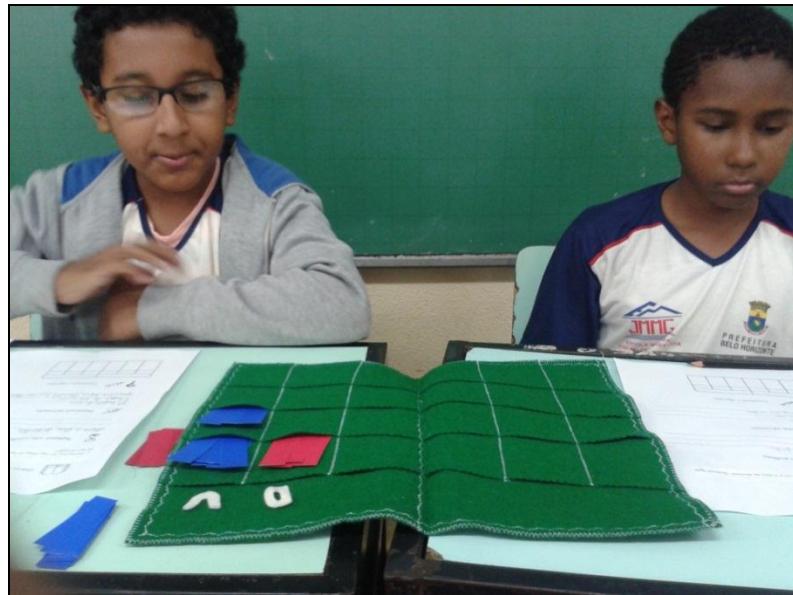
*Refletindo sobre a problema*

ordene a ideia de juntar

Fonte: Registro do aluno B.

Após os registros de todas as informações e a compreensão do problema, passou-se ao momento da execução do cálculo, sendo esse, primeiramente, realizado com o auxílio de material concreto: o flanelógrafo e fichas coloridas, que já era conhecido pelos alunos, como mostra a figura 41.

**Figura 41 – Alunos trabalhando com o flanelógrafo e as fichas coloridas**



Fonte: Arquivo da pesquisadora

Esse momento resultou no seguinte diálogo entre professora e alunos:

**Professora:** Qual operação nós vamos efetuar, mesmo?

**Alunos:** Adição.

**Professora:** Mas quais números nós vamos adicionar?

**Alunos:** 48 mais 3.

**Professora:** Então, vamos representar as duas parcelas no flanelógrafo.

Os alunos representaram, então, as duas parcelas no flanelógrafo, sendo cada uma em uma linha. A professora continuou:

**Professora:** Agora observem: vocês representaram o número 48, quantidade de lápis de cor, na primeira linha e na segunda linha o 3, correspondente à quantidade de lápis de escrever. Lembrem-se do Bazar Francês! Observem quantas fichas azuis! Se vocês contarem, quantas fichas azuis têm ao todo?

**Alunos:** 11.

**Professora:** Podem ficar 11 fichas azuis na ordem das unidades?

**Aluno:** Não.

**Professora:** O que vocês podem fazer?

**Aluno L.:** Com as 11? A gente deixa uma azul e troca por uma vermelha.

**Professora:** Você troca por uma vermelha e as outras azuis?

**Aluno C.:** Fica uma azul e eu troco 10 azuis por uma vermelha.

**Professora:** Então, conte as fichas e faça as trocas.

Silêncio. Os alunos efetuam a troca. O diálogo ainda continua:

**Professora:** E onde você colocará essa ficha vermelha? E a azul?

**Alunos:** Fica uma azul aqui (mostra a ordem das unidades) e a vermelha fica aqui (coloca a ficha na ordem das dezenas).

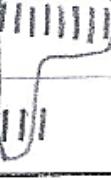
**Professora:** Agora, contem quantas fichas azuis e quantas fichas vermelhas.

#### 6.3.1.1 Da manipulação das fichas no flanelógrafo para a representação escrita

A professora orienta os alunos a representarem a operação realizada no flanelógrafo no quadro posicional, explicando que por se tratar de uma adição, é necessário dividir o quadro em duas linhas, sendo uma para cada parcela. Torna-se necessário afirmar que durante todo o processo foram trabalhados os conceitos de unidade, dezena, dos termos da adição, das propriedades da adição, dos valores posicionais dos algarismos, da reserva e dos procedimentos a serem seguidos no processo algorítmico.

Primeiramente, então, foi representada a primeira e depois a segunda parcelas utilizando tracinhos verticais correspondentes aos valores dos algarismos de cada número envolvido. A troca de uma ficha vermelha por dez fichas azuis, ou seja, a reserva, é representada, através de um limite circular (balãozinho) levando as dez unidades para a ordem das dezenas por meio de uma setinha e representada na nova ordem por apenas um palitinho, como é indicado na figura 42, a seguir:

**Figura 42 – Representação no quadro posicional**

				<i>d</i>	<i>u</i>
					
					

Fonte: Registro do aluno L.

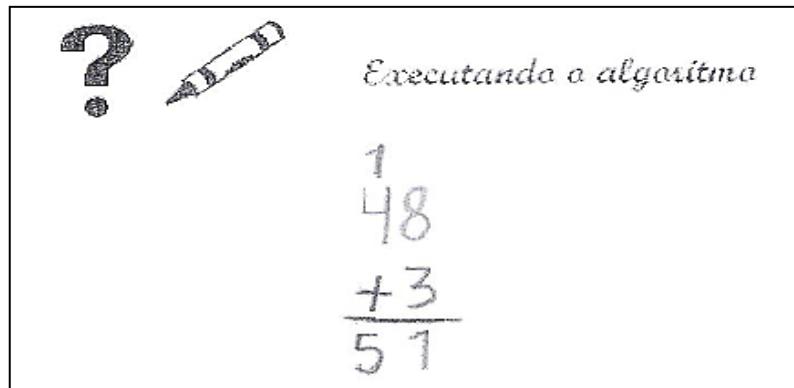
#### 6.3.1.2 Da representação escrita para o algoritmo

Após realizar os cálculos no flanelógrafo e no quadro posicional, a operação

foi efetuada, no segundo momento, sem o auxílio de material concreto e sem o apoio do quadro posicional. Os alunos, então, registraram no caderno a representação algorítmica da operação, começando da ordem das unidades:

**Aluno:** oito mais três, dá onze. Fica uma unidade e (“vai um”) sobe uma dezena. Uma dezena mais quatro é igual a cinco (FIG. 43).

**Figura 43 – Algoritmo da adição**



Fonte: Registro do aluno L.

#### 6.3.1.3 Do algoritmo para a calculadora

A operação em questão foi efetuada na calculadora simplesmente para conferência do resultado, sendo, primeiramente, digitada a primeira parcela 48, depois o operador da adição "+", e, em seguida, a segunda parcela, sendo pressionada a tecla "=" . O resultado 51 aparece no visor da calculadora. Percebe-se, nesse momento, que alguns alunos relacionam o uso da calculadora com os cálculos escritos e comentam que ela apresenta apenas o resultado final, não os auxiliando quando têm dúvidas ao efetuar o algoritmo da operação.

#### 6.3.2 Situação-problema 2

Seguindo as orientações iniciais, o primeiro passo para a realização da atividade foi a leitura do enunciado do problema:

“O avô de Júlia é agricultor. Ele tem 82 ha de terras dos quais 28 ha em floresta. O resto é cultivável. Qual a área cultivável que ele tem disponível?”

Foi necessário além de várias leituras do enunciado, recorrer à estratégia do desenho, já que, de acordo com Smole e Diniz (2001, p.127), o desenho serve como recurso de interpretação do problema e como registro da estratégia de solução.

Assim, deu-se o seguinte diálogo:

**Professora:** O que o problema informa?

**Alunos:** O avô de Júlia tem 82 ha de terra e 28 ha é floresta. O resto é cultivável.

**Professora:** Vamos desenhar o terreno do avô de Júlia?

**Aluno B.:** Eu não sei desenhar!

**Professora:** Desenhe um retângulo e escreva acima a área dele. Dos 82 ha, o que fala o problema?

**Aluno L.:** Que 28 ha é floresta.

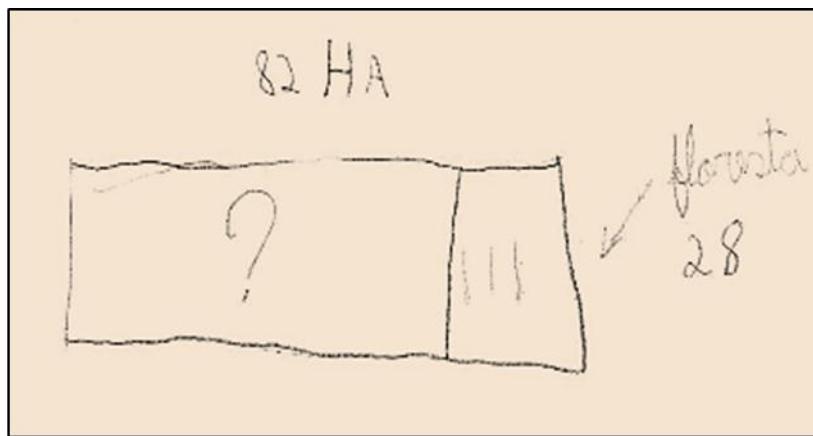
**Professora:** Então, representem a floresta. Dividam o retângulo com um traço, calculem o tamanho de modo a representar os 28 ha da floresta.

Os alunos fizeram o desenho, separaram uma parte e indicaram que a mesma correspondia à floresta.

**Professora:** Qual é a parte cultivável que ele tem disponível?

Os alunos identificaram, então, no desenho que a parte restante do retângulo era a área cultivável, ou seja, o que se desejava calcular. Para tanto, eles colocaram uma interrogação para indicar o valor a ser encontrado, da maneira como é demonstrada na figura 44, a seguir:

**Figura 44 - Desenho de aluno para entender o problema**



Fonte: Registro do aluno B.

A partir daí, abre-se novo diálogo entre a professora e os alunos:

**Professora:** Qual é a ideia que temos representada nesse desenho? O que queremos saber? Observem o desenho. Qual é a operação que vamos utilizar para descobrir quanto vale a interrogação?

**Aluno B.:** Adição.

**Professora:** Você acha que é uma adição?

**Aluno B.:** Não. Subtração.

**Professora:** Pode ser adição. O que vocês acham?

**Aluno L.:** Uma subtração.

Entendeu-se, com a dúvida surgida, então, que aquele seria o momento oportuno para explicar a relação existente entre a adição e a subtração, já que são operações que se completam e que pertencem ao campo das estruturas aditivas. As ideias do campo aditivo, então, foram reforçadas. Assim, enquanto a **adição** sugere as ideias de juntar, acrescentar, aumentar, receber, ganhar, subir, etc., a **subtração** indica transformações opostas: tirar, diminuir, dar, perder, descer, etc:

**Professora:** Se vocês forem resolver com a subtração, como seria essa operação? Observe o desenho, o terreno todo, a parte da floresta...

**Aluno M.:** 82 – 28.

**Professora:** E qual seria a ideia? Estamos juntando, como na atividade anterior?

**Alunos:** Não.

Através desse diálogo, os alunos foram estimulados a refletir e a discutir sobre cada uma das possíveis operações. E, juntos, chegaram à conclusão de que a ideia é de completar. Assim, a interrogação mais 28 ha de floresta correspondiam ao terreno todo, como mostra a figura 45.

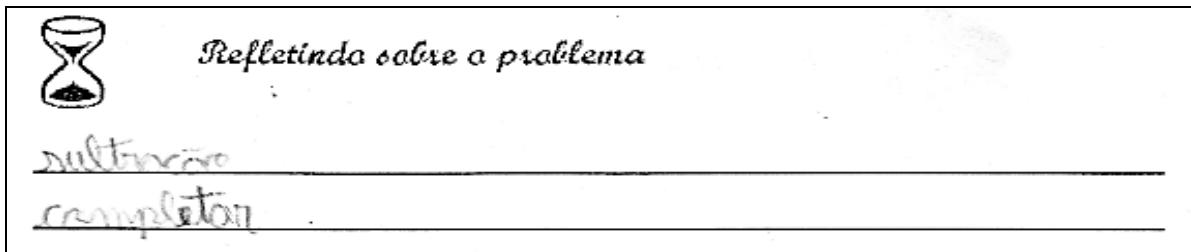
**Figura 45 – Registro da situação-problema 2**

	<i>Registrando informações</i>
<u>terreno todo = 82 ha</u>	
<u>floresta 28 ha</u>	
<u>área cultivável ?</u>	

Fonte: Registro do aluno B.

Então, os alunos puderam concluir que a operação para solucionar a situação seria  $82 - 28$  (FIG. 46).

**Figura 46 – Ideias e a operação envolvida na situação-problema 2**



Fonte: Registro do aluno M.

#### 6.3.2.1 Da manipulação das fichas para a representação escrita

A professora explicou aos alunos que por se tratar de uma subtração, apenas o minuendo é representado no flanelógrafo, relembrando os valores das fichas azuis e das fichas vermelhas e orientando a atividade:

**Professora:** Quantas unidades o número 82 tem?

**Alunos:** duas.

Os alunos contam duas fichas azuis e colocam na ordem das unidades.

**Professora:** E quantas dezenas?

**Alunos:** oito.

**Professora:** Qual a cor da ficha que representa a dezena?

**Alunos:** vermelha.

Os alunos contaram, então, oito fichas vermelhas e colocaram na ordem das dezenas no flanelógrafo, como indicado na imagem 47:

**Figura 47 – Alunos utilizando o flanelógrafo para a operação**



Fonte: Arquivo do pesquisador

Nesse momento de montagem da operação no flanelógrafo, iniciam o diálogo:

**Professora:** Quanto vocês têm que subtrair do número 82?

**Alunos:** 28.

**Professora:** Vocês conseguem tirar oito unidades de duas?

**Alunos:** Não.

**Professora:** O que vocês vão fazer?

**Aluno B.:** Tirar uma ficha vermelha.

**Professora:** Tirar?

**Aluno B.:** Não, trocar.

**Professora:** E quando você troca uma ficha vermelha, de que forma você faz essa troca?

**Aluno L.:** Por 10 azuis.

Assim, os alunos trocam uma ficha vermelha por dez fichas azuis.

**Professora:** Onde vocês vão colocar essas fichas azuis?

**Alunos:** Na unidade.

**Professora:** O que vocês fizeram mesmo?

**Alunos:** Trocamos uma dezena por dez unidades.

**Professora:** Com quantas unidades vocês ficaram?

**Alunos:** Doze.

**Professora:** E quantas dezenas?

**Alunos:** Sete.

**Professora:** Agora vocês podem tirar 8 unidades?

Os alunos balançam a cabeça positivamente. A professora os instrui a tirar as oito unidades e pergunta quantas sobraram. Eles respondem que sobraram quatro.

**Professora:** Agora vocês vão fazer da mesma forma com as dezenas.

Quantas dezenas têm, mesmo?

**Alunos:** Sete.

**Professora:** Quantas vocês têm que tirar?

**Alunos:** Duas.

**Professora:** Quantas sobraram? Contem.

**Alunos:** uma, duas, três, .., cinco. Cinco.

Já no quadro posicional, então, os alunos representaram, inicialmente, o número 82 correspondente ao minuendo. A troca de uma dezena por dez unidades, ou seja, o reagrupamento foi representado por uma dezena circulada apontando, através de uma seta, para dez unidades que foram acrescentadas à ordem das unidades. O subtraendo, o número 28, é, então, registrado no quadro posicional com oito unidades e duas dezenas cortadas, representando que foram subtraídas. O resultado da operação é registrado abaixo do quadro contando a quantidade de unidades e dezenas que sobraram (FIG. 48).

**Figura 48 – Representação no quadro posicional II**

				D	U
				11**	XXXXXX
				11①	*X*111

Fonte: Registro do aluno L.

### 6.3.2.2 Da representação escrita para o algoritmo

## Verbalização:

**Aluno M.:** De duas unidades não posso tirar 8. Então, eu pego uma dezena e troco por dez unidades. Eu fico com 12 unidades e sete dezenas. Doze unidades menos oito é igual a quatro unidades e sete dezenas menos duas dezenas é igual a cinco dezenas, o que é representado na figura 49.

**Figura 49 - Algoritmo da subtração I**

Fonte: Registro do aluno B.

Nesse momento, a professora aproveitou para trabalhar o conceito de reagrupamento, no qual uma dezena pode ser representada através de dez unidades. A expressão “pegar emprestado” é, então, abolida com a explicação de que não é o termo adequado, pois, na realidade, o que se pega emprestado deve ser devolvido e não é o que acontece:

**Professora:** Vamos utilizar a linguagem matemática. Eu não consigo tirar oito unidades de duas, “não irei pegar nada emprestado”, afinal de contas, não vou devolver!

Risos.

**Alunos:** Vai fazer o quê?

**Professora:** Um reagrupamento. Vou reagrupar uma dezena para a ordem das unidades. Uma dezena equivale a dez unidades que somadas às duas unidades existentes, dará um total de doze unidades e conseguirei efetuar a subtração. Como estou reagrupando uma dezena, ficarei com sete dezenas, pois havia oito e eu reagrupei uma. Logo, oito menos uma sobrarão sete.

#### 6.3.2.3 Do algoritmo para a calculadora

Para finalizar a atividade, os alunos efetuaram a operação utilizando a calculadora.

#### 6.3.3 Situação-problema 3

Apesar de a folha de respostas com os ícones ter sido apresentada e

explicada aos alunos a partir da primeira atividade, a partir dessa atividade foram acrescentados outros ícones na folha de respostas para enfatizar as ações a serem executadas durante as atividades, a fim de verificar as habilidades dos alunos também com relação à interpretação do problema apresentado, entre outros. Os fatos acontecidos são descritos a seguir:



### *Leitura do problema*

“Mariana tem 703 ingressos para a Festa Junina. Ela distribuiu esses convites entre as pessoas da comunidade de seu bairro. Sobrando-lhe 58. Quantos convites foram distribuídos?”

A situação-problema foi lida em voz alta por cada um dos alunos participantes e a interpretação do problema pode ser acompanhada através do seguinte diálogo:

**Professora:** Vamos refletir sobre esse problema. O que Mariana tinha?

**Aluno L.:** Convite.

**Professora:** Quantos convites?

**Aluno B.:** Setecentos e três.

**Professora:** O que ela fez com os convites?

**Aluno C.:** Distribuiu.

**Aluno L.:** No bairro dela.

**Professora:** Depois que ela distribuiu os convites, o que aconteceu?

**Aluno M.:** Sobrou 58 convites.

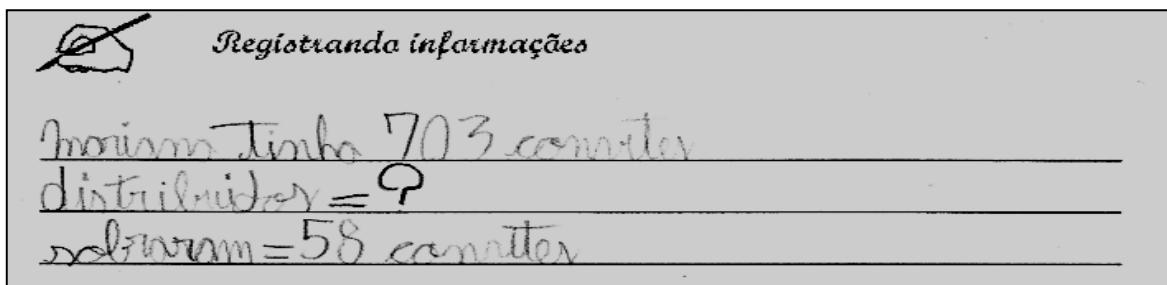
**Professora:** E qual é a pergunta do problema? O que queremos saber?

**Alunos:** Quantos convites foram distribuídos.

**Professora:** Prestem atenção em quais as informações que o problema traz.

Os alunos, após analisarem e discutirem sobre as informações relevantes trazidas pelo enunciado da situação-problema, fizeram os registros na folha de resposta, como mostra a figura 50, a seguir:

**Figura 50 - Registro na folha de respostas das informações contidas na situação-problema**



*Registrando informações*

Mariana tinha 703 convites  
distribuídos = ?  
sobraram = 58 convites

Fonte: Registro do aluno C.

Depois dos registros, a professora volta a dialogar com os alunos:

**Professora:** Como vamos resolver esse problema, para saber quantos convites foram distribuídos?

**Aluno L.:** 703 – 58?

**Professora:** Isso mesmo! E a ideia nessa situação, qual é? Estou tirando?

**Aluno B.:** Não.

**Professora:** Comparando?

**Alunos:** Não.

**Professora:** Completando?

**Alunos:** Sim.

**Aluno L.:** Somando os 58 convites que sobraram mais os que foram distribuídos, vai dar os 703 que Mariana tinha.

**Professora:** Então, qual a operação vocês vão fazer?

**Alunos:** Subtração.

**Professora:** Então, registrem a operação que vocês vão efetuar e também qual a ideia sugerida pelo problema.

Nesse momento, os registros são feitos na folha de respostas. A professora pede para que todos armem a operação ao lado do quadro posicional na folha de respostas e observem que o primeiro termo da operação, o minuendo, é formado de 3 ordens. Nesse momento, é construído, com o auxílio do flanelógrafo, o valor posicional da terceira ordem e apresentado o seu nome. Para representar o algarismo da centena foram usadas fichas na cor verde, uma novidade para os alunos, o que pode ser verificado no diálogo:

**Professora:** Quanto vale a ficha azul?

**Alunos:** Uma unidade.

**Professora:** E a ficha vermelha que está na ordem das dezenas?

**Alunos:** Dez azuis.

**Professora:** Então, eu vou pedir para vocês contarem 10 fichas vermelhas.

**Alunos:** 1, 2, ..., 10.

**Professora:** Nós vamos trocar essas 10 fichas vermelhas por uma verde. A ficha verde vale 10 fichas vermelhas. Se cada ficha vermelha vale dez fichas azuis, quanto vale uma ficha verde em fichas azuis?

**Alunos:** Cem.

A partir da conscientização do valor da ficha verde, então, o nome da terceira ordem é apresentado para o grupo de alunos: a centena. Dessa forma, no flanelógrafo passou a ser acrescentada a letra “c”, na terceira coluna, representando a centena. Com a primeira parte do flanelógrafo preenchido, foi explicado aos alunos que a centena completava a primeira classe do sistema de numeração decimal: a classe das unidades e que, para representá-la seria colocado um “U” acima da identificação das ordens. Após essas explicações, foi feita a representação do minuendo, o número 703, no flanelógrafo (FIG. 51).

**Figura 51 - Flanelógrafo com a classe das unidades completa**



Fonte: Arquivo do pesquisador

Após a representação do minuendo, os integrantes do grupo foram orientados a seguir uma sequência de passos, sob orientação da professora:

**Professora:** Quantas unidades vocês têm?

**Alunos:** Três.

**Professora:** Quantas vocês tem que tirar?

**Alunos:** Oito.

**Professora:** Dá?

**Alunos:** Não.

**Professora:** O que vocês têm que fazer?

**Aluno L.:** Trocar.

**Professora:** Prestem atenção, como vocês farão esta troca? Tem como trocar uma ficha vermelha por fichas azuis?

**Alunos:** Não.

**Professora:** O que tem de diferente?

**Aluno B.:** Não tem ficha vermelha.

**Professora:** O que vocês terão que fazer para ter fichas vermelhas?

Silêncio.

A professora, então, percebendo a dúvida dos alunos, explica novamente que uma ficha azul corresponde a uma unidade, 10 fichas azuis equivalem a uma vermelha (dezena) e que 10 vermelhas equivalem a uma verde (centena). Além da conscientização dos valores dos algarismos em cada ordem, é falado aos alunos sobre a importância do algarismo “0” (zero) na escrita dos números, desempenhando um papel-chave e indispensável ao sistema decimal, fazendo muita diferença quando aparece na composição de um número, sendo, portanto, um símbolo numérico usado para representar a ausência de valor.

Após alguns instantes, os alunos resolveram trocar uma ficha verde por dez vermelhas, como mostra a figura 52, a seguir.

**Figura 52 – Ficha verde trocada por 10 vermelhas no flanelógrafo**



Fonte: Arquivo do pesquisador

Prosseguindo o passo a passo, a professora diz:

**Professora:** E agora, dá para trocar uma ficha vermelha por dez azuis?

**Aluno L.:** Não.

**Professora:** Não? Observem ai? Olhem quantas fichas vermelhas vocês têm agora!

**Alunos:** Dá.

Os alunos, então, fazem a troca de uma ficha vermelha por dez azuis e as acrescentam na ordem das unidades.

**Professora:** Agora dá para tirar oito unidades?

**Aluno L.:** Dá

**Professora:** Então, tirem 8 unidades e contem quantas sobraram.

**Aluno M.:** Cinco.

**Professora:** E agora, quantas dezenas têm que tirar? Olhem na operação.

**Aluno M.:** Cinco.

**Professora:** Então, tirem 5 fichas vermelhas. Quantas sobraram?

**Aluno M.:** Quatro.

**Professora:** E quantas centenas têm que tirar?

**Alunos:** Nenhuma.

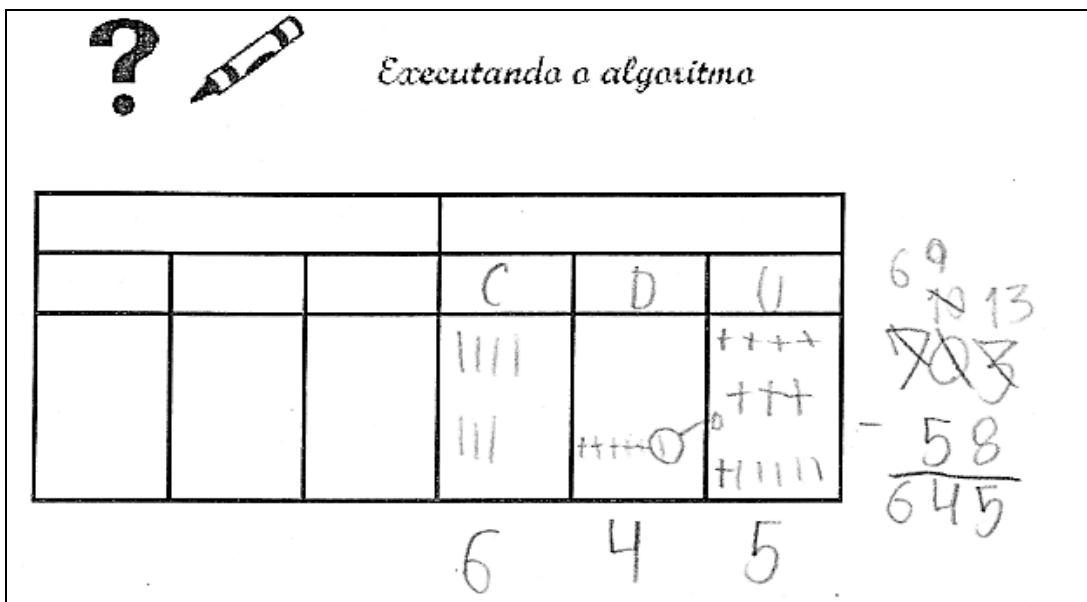
**Professora:** E quantas centenas têm?

**Aluno M.?** Seis.

### 6.3.3.1 Da manipulação das fichas para a representação escrita e da representação escrita para o algoritmo

A partir dessa atividade, foi pedido aos alunos que efetuassem a operação simultaneamente no quadro posicional e na conta armada ao lado do mesmo, verbalizando os passos algorítmicos, conforme é apontado pela figura 53:

**Figura 53 – Operação realizada por um aluno**



Fonte: Registro do aluno L.

#### Verbalização:

O aluno M., a pedido da professora, verbaliza em voz alta para que todos ouçam como foi efetuada a operação:

Setecentos e três menos cinquenta e oito. De três unidades eu não posso tirar oito. Vou reagrupar uma dezena em unidades, mas não tenho nenhuma dezena. Então, vou reagrupar uma centena em dez dezenas (tenho sete centenas, tiro uma, fico com seis centenas e dez dezenas). Em seguida, posso reagrupar uma dezena em dez unidades (agora tenho dez dezenas, tiro uma e fico com nove dezenas e somo as dez unidades reagrupadas com as três que eu tenho e fico com treze unidades). Tiro oito unidades de treze e sobram cinco. Tiro cinco dezenas de nove e sobram quatro. Não tem nenhuma centena para tirar, continuo com seis centenas.

### 6.3.3.2 Do algoritmo para a calculadora

Após a execução do cálculo escrito no quadro posicional e da conta armada, a operação foi feita na calculadora.

Durante a socialização, os alunos manifestaram suas opiniões e corrigiram uns aos outros:

**Aluno L.:** Com as fichas coloridas eu consigo entender melhor.

**Aluno M.:** Só na calculadora não dá para aprender.

**Aluno B.:** Se a gente não sabe a matéria, a calculadora não resolve.

### 6.3.4 Situação- problema 4



#### *Leitura do problema*

“No início do ano letivo, o número total de alunos matriculados no 1º turno era de 502. Depois do feriado de Carnaval, alguns alunos foram transferidos para o 2º turno e a quantidade de alunos do 1º turno passou a ser de 347. Quantos alunos foram transferidos para o 2º turno?”

Nessa atividade, os alunos fizeram várias leituras do enunciado da situação-problema e após as discussões fizeram os registros, de acordo com a figura 54 abaixo:

**Figura 54 – Registro de informações de aluno**

	<i>Registrando informações</i>
<u>1º 502 alunos</u>	
<u>Transferidos = ?</u>	
<u>giraram no 1º Turno = 347</u>	

Fonte: Registro do aluno M.

Para auxiliar os alunos, a professora conversou com eles:

**Professora:** O que desejamos saber?

**Aluno L.:** Quantos alunos foram transferidos.

**Professora:** O que vocês acham? Qual a operação nós vamos usar para resolver esse problema?

**Aluno B.:** Adição.

**Professora:** Vamos voltar nas anotações. No 1º turno havia 502 alunos. Alguns foram transferidos para o 2º turno e ficaram 347. Qual é a pergunta do problema?

**Aluno M.:** Quantos alunos foram transferidos para o 2º turno.

**Professora:** Nós vamos adicionar?

**Aluno L.:** Subtrair.

**Professora:** E qual a ideia dessa subtração?

**Aluno L.:** Completar.

**Professora:** Completar? Havia 502 alunos no 1º turno, alguns foram transferidos... Estamos completando?

**Aluno B.:** Não. Tirando.

Assim, o registro da ideia de “tirar” envolvida na situação-problema foi anotada na folha de resposta acompanhada do nome da operação pelo aluno sugerida: subtração (FIG. 55).

**Figura 55 – Registro de aluno das ideias da situação-problema**

	<i>Refletindo sobre a problema</i>
<u>subtração</u>	
<u>ideia de Tirar</u>	

Fonte: Registro do aluno B.

A professora, então, continuou o diálogo com os alunos:

**Professora:** Como será a operação?

**Alunos:** 502 menos 347.

Assim, antes de efetuar a operação com o auxílio do flanelógrafo, todos os conceitos vistos até o momento foram revisados: os termos das operações da adição e subtração, suas propriedades, as ideias que cada uma dessas operações

pode representar, o valor posicional dos algarismos de acordo com a ordem ocupada, o quanto vale uma unidade, uma dezena e uma centena.

Após representarem o minuendo no flanelógrafo, além de serem observados os procedimentos adotados pelos alunos, foram feitas intervenções para avaliar a apreensão dos conhecimentos até o momento:

**Professora:** Por onde vocês vão começar essa operação?

**Aluno B.:** Pela unidade.

**Professora:** Mas quantas unidades vocês têm que tirar?

**Aluno B.:** sete.

**Professora:** Vocês conseguem tirar sete unidades?

**Aluno L.:** Não.

**Professora:** Por quê?

**Aluno M.:** Só tem duas.

**Professora:** E como vocês vão resolver essa situação?

**Aluno L.:** Vamos trocar.

**Professora:** Trocar o que?

**Aluno B.:** Trocar uma ficha verde por vermelha.

**Professora:** Pensa direito.

**Aluno M.:** Uma centena (ficha verde) por dez dezenas (fichas vermelhas).

**Professora:** E por que você vai fazer essa troca?

**Aluno M.:** Porque não tem nenhuma dezena e eu vou precisar de dezena para tirar 4.

**Aluno L.:** Mas primeiro tem que tirar as sete unidades.

**Professora:** Seu colega falou que primeiro tem que tirar as sete unidades para depois tirar as quatro dezenas. O que você precisa fazer?

**Aluno M.:** Vou trocar uma ficha vermelha por dez azuis.

**Professora:** E agora?

**Aluno M.:** Agora eu vou tirar sete fichas azuis.

**Professora:** Isso. Conta quantas sobraram! E agora?

**Aluno M.:** Vou tirar quatro dezenas.

**Professora:** Hummm! E agora?

**Aluno M.:** Vou tirar três centenas.

### *6.3.4.1 Da manipulação das fichas para a representação escrita e da representação escrita para o algoritmo*

Percebe-se que os passos seguidos para o cálculo escrito estão em processo de abstração e que os participantes já entendem quanto vale cada ordem, ou seja, que a ordem imediatamente superior equivale a dez vezes a anterior. Além disso, já se verifica que os alunos já entendem que a operação começa da ordem de menor valor. Essa percepção acontece pelo fato de que os reagrupamentos, “trocas de fichas”, são feitas naturalmente pelos colaboradores. Dessa forma, a transição do flanelógrafo para a representação escrita no quadro posicional começa a ficar automática, indicando que os alunos já estão bem familiarizados com o procedimento e conseguem verbalizar o passo a passo do algoritmo escrito a seu lado, como mostra a figura 56, a seguir:

**Figura 56 – Registro de representação e algoritmo realizado por aluno**

Fonte: Registro do aluno L.

#### 6.3.4.2 Do algoritmo para a calculadora

Outro fato que chama a atenção é que os alunos já conseguem explicar utilizando a linguagem matemática como foi feito o reagrupamento da centena para a dezena e da dezena para a unidade, anteriormente. Assim, após o cálculo algorítmico dessa situação-problema, é possível notar que os alunos verificam, com grande satisfação, o resultado da operação junto à calculadora (FIG. 57).

**Figura 57 – Aluno fazendo a verificação na calculadora**



Fonte: Arquivo do pesquisador

### **6.3.5 Situação-problema 5**



#### *Leitura do problema*

“Em 2013, 945 alunos da Escola Amanhecer participaram da OBMEP Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas. Em 2012, o total de alunos participantes foi de 638. Quantos alunos a menos participaram da Olimpíada no ano de 2012?”

Após a leitura, compreensão e registro dos dados fornecidos pelo problema, passou-se à fase de interpretação, com o seguinte diálogo:

**Professora:** Quais as informações vocês anotaram?

**Aluno L.:** Em 2013, 945 alunos participaram da Olimpíada.

**Aluno B.** E em 2012, 638 alunos.

**Professora:** O que precisamos encontrar? Qual é a pergunta do problema?

**Aluno L.:** Quantos alunos participaram a menos em 2012.

**Professora:** Em 2012 foram menos? Foi ou não?

Os alunos balançam a cabeça positivamente.

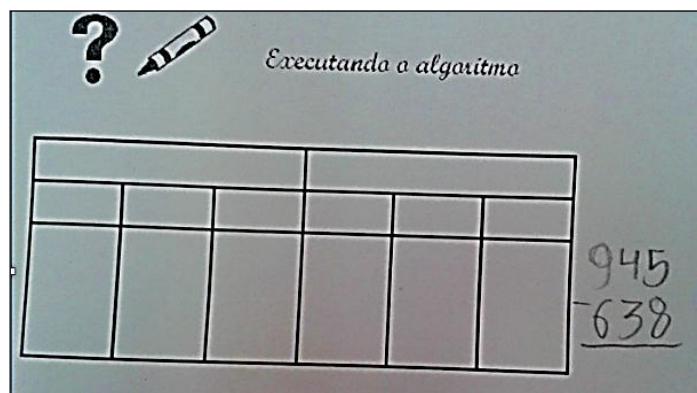
**Professora:** Que ideia o problema sugere?

**Aluno M.:** Comparação.

**Professora:** Então, temos que encontrar a diferença da quantidade de alunos

dos dois anos. Como será a operação? Escrevam ao lado do quadro posicional (FIG.58).

**Figura 58 - Registro da operação a ser realizada por aluno**



Fonte: Registro do aluno L.

#### 6.3.5.1 Dos registros iniciais para a representação escrita e da representação escrita para o algoritmo

Enquanto os alunos registravam, a professora questionou:

**Professora:** Como vocês começarão a resolver essa operação?

**Alunos:** Pela unidade.

**Professora:** Quantas unidades vocês têm?

**Alunos:** Cinco.

**Professora:** E dá?

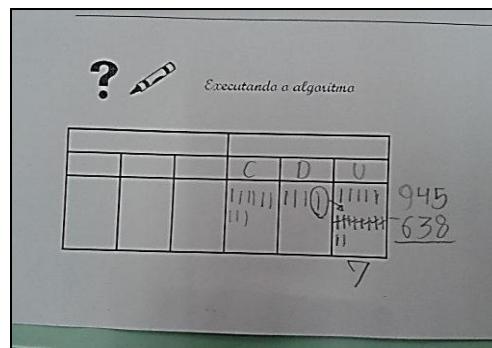
**Alunos:** Não.

**Aluno L.:** Tem que trocar uma ficha vermelha (dezena) por dez azuis (unidades).

**Professora:** Vamos registrar, então, no quadro posicional e na operação todos os procedimentos que estamos executando.

Os alunos fizeram o reagrupamento no flanelógrafo e em seguida registraram o procedimento no quadro posicional da folha de respostas. Reagrupando uma dezena em dez unidades que, somadas às cinco que havia, formam quinze e é possível tirar oito. Eles contaram, após, quantas sobraram e registraram o resultado abaixo da coluna das unidades (FIG. 59).

**Figura 59 – Registro após contagem realizada pelos alunos**



Fonte: Registro do aluno L.

Procurando direcioná-los no passo-a-passo do registro, a professora pergunta:

**Professora:** Qual próximo passo, para efetuar a operação?

**Aluno B.:** Tirar três dezenas.

**Professora:** Vocês têm três dezenas para tirar?

**Alunos:** Sim.

**Professora:** Então, retirem as fichas vermelhas (que representam as dezenas) e contem quantas sobraram.

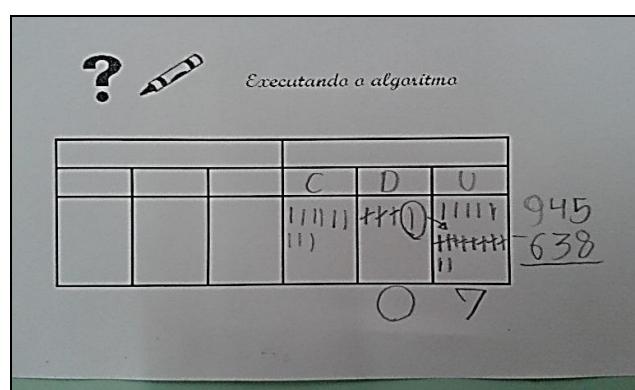
**Aluno M.:** Nenhuma.

**Professora:** Que número representa “nenhuma”?

**Alunos:** O Zero!

**Professora:** Então registrem o resultado (FIG. 60).

**Figura 60 – Passo a passo do registro II**



Fonte: Registro do aluno L.

Os alunos concluíram o cálculo a operação retirando seis fichas verdes (centenas) do flanelógrafo e registram o procedimento no quadro posicional (FIG.

61).

**Figura 61 – Registro final no quadro posicional**

			C	D	U	
			1111	1111 1	1111	945
			1111	1111 1	1111	638

Fonte: Registro do aluno L.

Depois de finalizado o procedimento do cálculo escrito no quadro posicional, foi pedido que todos efetassem a operação utilizando o algorítmico, sendo possível verificar que o grupo havia apreendido o processo do reagrupamento, como mostra a figura 62, a seguir:

**Figura 62 – Processo de reagrupamento realizado por aluno**

			C	D	U	
			1111	1111 1	1111	945
			1111	1111 1	1111	638

Fonte: Registro do aluno L.

### 6.3.6 Situação-problema 6



*Leitura da problema*

O problema proposto nessa atividade foi: “A mãe de Gustavo vende produtos da Avon. Na primeira quinzena do mês de dezembro, ela teve um lucro de 836 reais. Na segunda quinzena, ela teve um prejuízo de 229 reais. Qual foi o lucro real da mãe de Gustavo no mês de dezembro?”

Durante as várias leituras que foram feitas do enunciado do problema, foi discutido com os alunos sobre o que era “lucro” e o que era “prejuízo”, associando os conceitos às ideias de ganhar e perder, respectivamente, como é indicado no diálogo:

**Professora:** O que temos que calcular para encontrar a solução dessa situação-problema?

**Aluno B.:** O lucro real da mãe de Gustavo.

**Professora:** E para encontrar esse real lucro da mãe de Gustavo, o que vocês vão fazer?

**Aluno M.:** Subtrair.

**Professora:** Subtrair o quê?

**Aluno C.:** O lucro menos o prejuízo.

**Professora:** Qual é a ideia que está envolvida nessa situação-problema?

**Aluno B.:** Tirar, porque ela perdeu, teve prejuízo.

Eles, então, efetuaram a operação 836 Reais menos 229 Reais no flanelógrafo, representando o minuendo (836) e iniciando o cálculo pela ordem das unidades. Os alunos, para tanto, reagruparam uma dezena em dez unidades, totalizando dezesseis e, em seguida, retiraram nove, ficando com sete unidades, como pode ser visto na imagem seguinte:

**Figura 63 – Alunos trabalham com o flanelógrafo**



Fonte: Arquivo do pesquisador

Em seguida, subtraíram duas dezenas de duas e a casa das dezenas ficou vazia (FIG. 64).

**Figura 64 – A casa das dezenas vazia**



Fonte: Arquivo do pesquisador

Os alunos, ainda para resolver a situação-problema, subtraíram duas centenas da ordem das centenas e retiraram duas fichas verdes das oito que ocupavam a ordem das centenas, restando seis no flanelógrafo (FIG. 65).

**Figura 65 – Alunos trabalhando com o flanelógrafo**



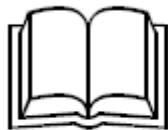
Fonte: Arquivo do pesquisador

#### *6.3.6.1 Da manipulação das fichas para a representação escrita e da representação escrita para o algoritmo e do algoritmo para a calculadora*

Depois de efetuarem a subtração com o auxílio das fichas no flanelógrafo, os alunos foram capazes de resolvê-la no quadro posicional e já foi possível observar que todos, na hora de registrarem a conta armada, fizeram uso do cálculo mental para registrar os reagrupamentos e os resultados, o que tornou possível inferir que os alunos perceberam a importância de saberem e dominarem os fatos fundamentais da adição e da subtração, já que, muito entusiasmados, disputavam quem conferia o resultado da operação na calculadora primeiro.

### 6.3.7 Situação-problema 7

A situação-problema de número 7 trazia um cálculo que exigia dois reagrupamentos sem a presença do zero:

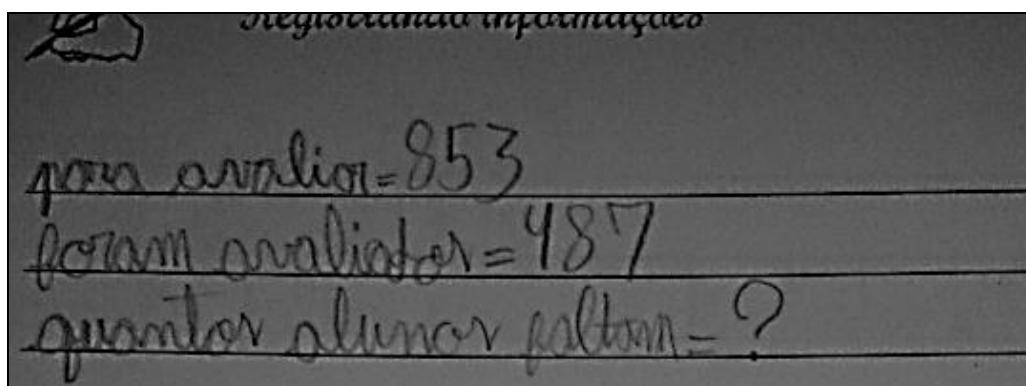


#### *Leitura do problema*

“O PSE – Programa Saúde na Escola tem que avaliar 853 alunos da escola Novo Horizonte no ano corrente. Um total de 487 crianças foi avaliado. Quantos alunos ainda faltam para passar pela avaliação médica?”

Para resolver a situação-problema, foi pedido aos alunos que fizessem o registro das informações do problema (FIG. 66) e que efetuassem o cálculo primeiro no flanelógrafo.

**Figura 66 – Registro das informações feito por um aluno**



Fonte: Registro do aluno M.

#### 6.3.7.1 Da manipulação das fichas para a representação escrita e da representação escrita para o algoritmo

Após resolverem a operação com o auxílio do material concreto, os alunos, então, resolveram-na no quadro posicional e, logo ao lado, o cálculo algorítmico, como demonstra a figura 67:

**Figura 67 – Quadro posicional e cálculo algorítmico realizado por aluno**

Fonte: Registro do aluno M.

### 6.3.8 Situação-problema 8

O problema proposto nessa atividade trás um cálculo envolvendo algarismos de quatro ordens e a necessidade de três reagrupamentos:



*Leitura da problema*

“No início do ano de 2013, a biblioteca da Escola Horizonte Belo emprestou 8.003 livros aos alunos, mas 5.006 livros foram devolvidos antes do final do ano letivo. Quantos livros os alunos devem para a biblioteca?”

Essa situação-problema demandou uma atenção especial pedida pela professora:

**Professora:** Observem os números que aparecem nesse problema! Quantas ordens eles têm?

**Aluno L.:** Quatro.

É pedida, então, a atenção de todos. Assim, a professora, com o auxílio do flanelógrafo, as cores e os valores correspondentes a cada ficha são relembrados: a ficha azul claro vale uma unidade, dez fichas azul claro valem uma vermelha que corresponde a uma dezena; dez fichas vermelhas valem uma ficha verde clara, que corresponde a uma centena. Nesse momento foi apresentada ao grupo a ficha azul escuro e a ela foi atribuído o valor de 10 fichas verde clara.

Juntos, alunos e professora, somaram o valor das dez fichas verde claro que totalizou 1.000, correspondente ao valor de uma ficha azul escuro. A partir dessa explicação, a quarta ordem passou a ser nomeada como unidade de milhar e recebeu como identificação a letra “u” no quadro posicional. A professora ainda disse aos alunos que ela pertencia à segunda classe do sistema de numeração decimal, denominada, classe dos milhares, que foi representada no flanelógrafo pela letra “M”, como mostra a figura 68, abaixo:

**Figura 68 – Flanelógrafo com a unidade de milhar representada**



Fonte: Arquivo do pesquisador

Após a explicação, os alunos representaram o minuendo no flanelógrafo, começando pelas três unidades e, em seguida, as oito unidades de milhar, o que ocasionou o seguinte diálogo:

**Professora:** Como vocês vão começar a resolver essa operação?

Silêncio, pois os alunos observaram que de 3 unidades não seria possível tirar 6 e, ainda, que não teria nenhuma dezena para ser reagrupada, não havendo, também, nenhuma centena para reagrupar. Foi quando um aluno sugeriu:

**Aluno L.:** Troca pela unidade de milhar.

**Aluno B.:** Troca uma ficha azul escura por dez verdes.

**Professora:** E onde vão ficar as verdes?

**Aluna L.:** Na centena.

**Professora:** E agora, qual o próximo passo?

Silêncio. Os alunos ficaram pensando.

**Aluno B.:** Trocar uma verde por dez vermelhas.

**Professora:** Onde vocês vão colocar as dez vermelhas?

**Aluno C.:** Na dezena.

**Professora:** E agora, qual o próximo passo?

**Aluno B.:** Trocar uma vermelha por dez azuis claras.

**Figura 69 – Alunos trabalhando no flanelógrafo para tentar resolver a situação-problema**



Fonte: Arquivo do pesquisador

#### *6.3.8.1 Da manipulação das fichas para a representação escrita e da representação escrita para o algoritmo*

Os alunos fizeram várias leituras do problema em grupo e discutiram sobre suas informações, concluindo que a ideia envolvida na situação é de completar e, por isso, a operação a ser efetuada seria a subtração: 8.003 menos 5.006, pois ela permitiria encontrar a quantidade de livros a serem devolvidos para a biblioteca para totalizar os 8.003 livros que foram emprestados no início do ano. O reagrupamento no quadro posicional e no cálculo escrito é realizado simultaneamente à representação no flanelógrafo. Todas as informações foram, assim, registradas na folha de respostas, como mostra a figura 70, a seguir:

**Figura 70 – Registro do aluno diante da situação-problema apresentada e a sequência da resolução**

						 <i>Registrando informações</i>												
<u>emprestados = 8.003</u> <u>devolvidos = 5.006</u> <u>quantos faltam para ser devolvidos = ?</u>																		
						  <i>Executando o algoritmo</i>												
<table border="1"> <tr> <td></td> <td></td> <td>U</td> <td>C</td> <td>D</td> <td>V</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>     </td> <td></td> <td></td> <td>   </td> </tr> </table>								U	C	D	V							<u>8003</u> <u>5006</u>
		U	C	D	V													
<table border="1"> <tr> <td></td> <td></td> <td>U</td> <td>C</td> <td>D</td> <td>V</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>     0</td> <td>     0</td> <td>     0</td> <td>   </td> </tr> </table>								U	C	D	V			0	0	0		<u>7 9 10</u> <u>8003</u> <u>5006</u>
		U	C	D	V													
		0	0	0														
<table border="1"> <tr> <td></td> <td></td> <td>U</td> <td>C</td> <td>D</td> <td>V</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>     0</td> <td>     0</td> <td>     0</td> <td>   </td> </tr> </table>								U	C	D	V			0	0	0		<u>7 9 10 13</u> <u>8003</u> <u>5006</u>
		U	C	D	V													
		0	0	0														
<table border="1"> <tr> <td></td> <td></td> <td>U</td> <td>C</td> <td>D</td> <td>V</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>     0</td> <td>     0</td> <td>     0</td> <td>   </td> </tr> </table>								U	C	D	V			0	0	0		<u>7 9 10 13</u> <u>8003</u> <u>5006</u> <u>2997</u>
		U	C	D	V													
		0	0	0														
						<u>2 9 9 7</u>												

Fonte: Registros do aluno C.

Com a resolução dessa situação-problema, pode-se verificar o entusiasmo, a alegria e a satisfação das crianças, o que evidenciavam a segurança com que elas

se apropriavam do processo algorítmico. A partir daí a calculadora foi colocada de lado, pois já não tinha nenhuma importância naquele momento.

### 6.3.9 Situação-problema 9

Essa situação-problema envolvia número formado por cinco ordens, presença de zeros intermediários e a necessidade de mais de dois reagrupamentos.



#### *Leitura do problema*

“Camily viajou de carro com sua família no Carnaval. Ao sair de Belo Horizonte, o velocímetro do carro de seu pai marcava 8.976 km. Na volta, ele marcava 10.101 km. Quantos quilômetros o carro da família de Camily percorreu durante o carnaval?”.

Após diversas leituras do enunciado, foi pedido aos estudantes que registrassem as informações relevantes da situação-problema: a quilometragem que o velocímetro marcava no início da viagem, no final da viagem e o que realmente se desejava saber, o que foi realizado da seguinte forma (FIG. 71):

**Figura 71 – Registro da situação-problema por aluno**

	<i>Registrando informações</i>
<u>início = 8.976</u>	
<u>final = 10.101</u>	
<u>qual a quilometragem total = ?</u>	

Fonte: Registro do aluno C.

Após fazerem o registro inicial, a professora questiona:

**Professora:** Qual é a operação que vamos usar para saber a quilometragem percorrida pelo carro da família de Camily?

**Aluno B.:** Adição.

**Professora:** Por que adição? Leiam o problema novamente e as informações

que vocês anotaram.

Leitura.

**Aluno B.:** Subtrair.

**Professora:** Por que subtrair?

**Aluno C.:** Porque estou comparando.

**Professora:** Muito bem. Se somar os dois valores, o total será um valor maior que o velocímetro marcou no retorno da viagem. Então, qual é a operação que vamos fazer?

**Aluno L.:**  $8.976 - 10.101$ .

**Professora:** O que eu tenho que fazer? Não é o valor final do velocímetro menos o inicial?

Silêncio.

**Alunos:** Sim.

**Professora:** Então, vamos representar o minuendo no flanelógrafo!

Porém, vale ressaltar que antes da representação do minuendo no flanelógrafo, foi construído junto com as crianças o valor da quinta ordem, a ordem das dezenas de milhar, representada pela ficha da cor laranja. Assim, dez fichas azuis escuras escuro valem uma ficha laranja. Logo, cada ficha laranja vale dez mil, como mostra a figura 72, a seguir:

**Figura 72 – Alunos trabalhando a nova ordem no flanelógrafo**



Fonte: Arquivo do pesquisador

Para iniciar o debate acerca da situação-problema, a professora questiona aos alunos:

**Professora:** Como vocês começarão a efetuar a operação?

**Aluno B.:** Pela unidade.

**Professora:** Dá?

**Alunos:** Não.

**Professora:** O que vocês vão fazer?

**Aluno B.:** Pegar emprestado.

**Professora:** Pegar emprestado?

**Aluno L.:** Não. Trocar com a dezena.

**Professora:** E tem dezena?

**Aluno C.:** Não.

**Professora:** Então, como você vai fazer essa troca?

**Aluno M.:** Vou trocar com a centena. Vou trocar essa ficha verde por dez vermelhas e vou colocar nas dezenas.

**Professora:** E agora?

**Aluno M.:** Eu vou pegar uma ficha vermelha e trocar por dez azuis claro.

Os alunos, então, subtraíram as seis unidades, contaram quantas sobraram e, em seguida, subtraíram as sete dezenas e contaram quantas dezenas restaram. Porém, ao tentarem subtrair as nove centenas, observaram que não havia nenhuma.

**Professora:** E agora?

**Aluno M.:** vou trocar uma unidade de milhar por dez centenas.

**Professora:** Olha no flanelógrafo. Tem alguma unidade de milhar?

**Aluno M.:** Não.

**Professora:** Como vocês vão fazer?

**Aluno C.:** Trocar uma ficha laranja por dez azuis escuras e uma azul escura por dez verdes.

Assim, após as trocas feitas, foi possível finalizar a operação com o apoio do flanelógrafo (FIG. 73).

**Figura 73 – Aluno fazendo a operação no flanelógrafo**



Fonte: Arquivo do pesquisador

**6.3.9.1 Da manipulação das fichas para a representação escrita e da representação escrita para o algoritmo**

Depois da montagem no flanelógrafo, eles refizeram a mesma operação no quadro posicional e, para finalizar, executaram o algoritmo no cálculo escrito, como mostra a figura 74, abaixo:

**Figura 74 - Execução do algoritmo pelo aluno**

Fonte: Registro do aluno L.

Verbalização:

**Aluno M.:** De uma unidade eu não posso tirar 6. Então, eu tenho que reagrupar uma dezena, mas não tenho nenhuma. Então, terei que recorrer à ordem das centenas, fazer um reagrupamento de uma centena em dez dezenas e, depois, fazer o reagrupamento de uma dezena em 10 unidades. Como reagrupei a única centena e não tenho nenhuma unidade de milhar,

vou precisar reagrupar uma dezena de milhar em 10 unidades de milhar para, depois, reagrupar uma unidade de milhar em dez centenas e finalizar a operação.

### 6.3.10 Situação-problema 10



#### *Leitura do problema*

“Em um jogo de Xbox 360, Artur conquistou 50.000 pontos. Luiz Diego conquistou 7.645 pontos a menos que Artur no mesmo jogo. Quantos pontos conquistou Luiz Diego?”

Para o início do registro, foi pedido a eles que seguissem todos os passos: leitura, registro das informações relevantes, registros da ideia envolvida no problema e a operação que seria utilizada. Porém, ao efetuarem o cálculo, eles não utilizariam mais o flanelógrafo e nem o quadro posicional. O resultado obtido está representado na figura abaixo, mostrando que todos os alunos resolveram a operação através do algoritmo corretamente. (FIG. 75).

**Figura 75 – Resolução da operação pelo aluno**

Handwritten student work showing the subtraction algorithm for 50,000 minus 7,645, resulting in 42,355. The work is done in pencil on a light-colored background. The numbers are written in a cursive style, and the subtraction line is clearly marked with a horizontal line and a minus sign.

Fonte: Registro do aluno C.

No final da aplicação de todas as atividades, pode-se notar que os alunos passaram a fazer os registros de forma mais independente, o que permite inferir que esses discentes já passaram a dominar os conceitos e procedimentos envolvidos nos algoritmos da adição e da subtração.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao final dessa pesquisa, podem ser tecidas algumas considerações acerca do contexto em que a investigação desse trabalho foi desenvolvida: a reconstrução dos processos algorítmicos da adição e da subtração está inserida em um campo conceitual que envolve o conhecimento prévio do aluno, o entendimento do sistema de numeração decimal e o conhecimento das ideias da adição e da subtração, de suas propriedades, dos fatos fundamentais das referidas operações aplicadas em situações-problema reais. A compreensão do significado desses conteúdos constitui a base para o entendimento dos processos algorítmicos e vários outros saberes matemáticos que serão desfrutados na escola e aplicados no decorrer da vida, tornando o indivíduo um ser matemático capaz de realizar cálculos algorítmicamente, mentalmente ou através de dispositivos eletrônicos, de raciocinar criticamente diante das diversidades do mundo moderno e exercitar a sua cidadania autônoma.

A proposta foi reconstruir o algoritmo da adição e da subtração, resgatando conceitos matemáticos elementares através da resolução de problemas dentro do campo conceitual aditivo. Situações-problema desviam a atenção dos alunos das extensas listas de operações que efetuam automaticamente seguindo instruções pré-definidas para a reflexão das ideias nelas contidas, aproximando-os da Matemática que realmente faz sentido. Nessa reconstrução, os alunos encontram espaço para representar, através de material concreto ou desenho, seus pensamentos, discutir e avaliar suas estratégias de resoluções com os colegas e com o professor.

Por meio das investigações e avaliações diagnósticas realizadas, pôde-se identificar e categorizar os erros mais comuns cometidos pelos alunos bem como as deficiências envolvidas nos mesmos e elaborar um roteiro de atividades que seguiam uma graduação crescente de dificuldades algorítmicas.

O desenvolvimento das atividades contextualizadas possibilitou a compreensão dos processos algoritmos através da interação dos múltiplos caminhos, registros e estratégias utilizadas. O estudante pôde significar a Matemática com seus próprios pensamentos, ao mesmo tempo em que estabelecia relações entre os conceitos envolvidos em cada uma das atividades propostas.

A conferência dos resultados através da utilização de dispositivos eletrônicos,

em especial, a calculadora, foi muito positiva. Após a interpretação do enunciado da situação-problema proposta, eram registradas as ideias envolvidas, os cálculos eram executados com o apoio do material concreto, depois efetuados manualmente, verbalizados e conferidos na calculadora. As crianças concluíram que não basta ter e saber utiliza-la, é necessário ter conhecimento dos conteúdos para compreender o seu funcionamento.

Portanto, verificou-se, ainda, que a Matemática não pode ser resumida em representações numéricas e operações mecanizadas. Ela deve ser compreendida e construída gradativamente no decorrer dos anos iniciais do Ensino Fundamental atrelada às noções de corpo, orientação espacial, organização temporal, ritmo, coordenação viso-motora, além de buscar o desenvolvimento da linguagem matemática: a escrita matemática. O conhecimento é construído pela criança através das relações que ela estabelece com os objetos e as situações que estão ao seu redor e que compõem a realidade em que vive.

O profissional da Educação Matemática, portanto, deve trabalhar de maneira em que a criança construa e solidifique os conceitos fundamentais das operações aritméticas que são a base para o desenvolvimento e aquisição de outros conteúdos que estão, direta ou indiretamente, ligados aos princípios matemáticos, além de auxiliar na compreensão do sistema de numeração decimal. O trabalho do professor em sua prática deve ser graduado de acordo com as dificuldades a serem vencidas em cada operação aritmética (adição e subtração, no caso específico desta pesquisa), mediando a construção do conhecimento de seus aprendizes através da elaboração de seu próprio material didático, envolvendo, dentro de um campo conceitual, conhecimentos inter-relacionados, através de situações-problema desafiadoras que serão interpretadas, solucionadas e socializadas por seus alunos, propiciando o aprendizado em Matemática. Para tanto, o professor dever ter um conhecimento profundo do conteúdo que se dispõe a ensinar. Em sua prática diária, é necessário, diante do pesquisado, que ele apresente um perfil reflexivo, motivador, colaborador e socializador, estando atento tanto aos erros como aos acertos de seus aprendizes, pois os mesmos configuram um termômetro, um instrumento de medida que irá direcionar sua prática. Não basta, nesse sentido, apenas saber Matemática. É preciso deter o conhecimento não somente o conteúdo matemático, como também a didática desse conteúdo e o conhecimento de todo o currículo escolar.

Constatou-se, também, no decorrer do trabalho, que a reconstrução dos

algoritmos da adição e subtração através da contextualização de situações-problema dentro do campo conceitual aditivo, explorando o conceito de todos os conteúdos a ele relacionados, foi muito produtiva e apresentou excelentes resultados, já que, além de envolver a realidade das crianças, foi possível estabelecer relações entre os conceitos dos conteúdos envolvidos em cada uma das atividades propostas. A apreensão das técnicas algorítmicas pelas crianças era evidenciada ao término de cada atividade, com a socialização das várias formas de pensar, sem desprezar o conhecimento prévio de cada uma (experiências vivenciadas fora do ambiente escolar).

As situações-problema, pôde-se perceber, portanto, não podem ser vistas como modismo ou uma modalidade de atividade em que o aluno aplica, de forma mecânica, um algoritmo ou um conteúdo matemático específico, mas uma orientação para a aprendizagem que proporcione apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas. O verdadeiro aprendizado tem significado e aplicação prática e, para tanto, a criança deve ser estimulada a pensar e não a seguir modelos. As discussões, as exposições orais, bem como a utilização da tecnologia devem ser valorizadas. A socialização ocupa um lugar de destaque, pois enfatiza a qualidade e não a quantidade. Existem várias maneiras de alcançar um resultado, todos aprendem com todos, e o professor é o moderador de todo o processo de aprendizagem.

Portanto, verificou-se que, através de atividades desafiadoras contextualizadas, as situações-problema, o aluno é estimulado, também, a desenvolver seu raciocínio crítico para além dos limites escolares.

Destarte, espera-se que este trabalho possa contribuir para auxiliar professores no ensino e no resgate dos conteúdos matemáticos das séries iniciais do Ensino Fundamental, bem como almeja-se que os mesmos se proponham a criar suas próprias atividades didáticas dentro da concepção dos campos conceituais e da resolução de problemas que podem ser aplicados de maneira produtiva não só na Matemática como também em outras disciplinas, pois entende-se que ensinar através da resolução de problemas é muito divertido! A experiência vivenciada neste trabalho mostrou que a Matemática pode ser ensinada de maneira prazerosa longe da exposição de regras impostas.

Entende-se, ainda, que esse trabalho não termina aqui, já que toda pesquisa não possui um fim em si mesma, ao contrário: abre novas formas de pensamento e

de entendimento acerca do tema discutida, ampliando ainda mais os horizontes e os questionamentos acerca dele. Dessa forma, acredita-se que essa pesquisa possa auxiliar nessa abertura de novas possibilidades e de novas formas de perceber o tema estudado.

## REFERÊNCIAS

- BIANCHINE, Edwaldo. **Matemática**. 6º ano. São Paulo: Ed. Moderna, 2011.
- BIGODE, Antônio José Lopes; FRANT, Janete Bolite. **Matemática: soluções para dez desafios do professor**. São Paulo: Ática Educadores, 2011.
- BIGODE, Antônio José Lopes; GIMENEZ, Joquim. **Metodologia para o ensino da aritmética: competência numérica no cotidiano**. São Paulo: FTD, 2009.
- BODGAN, Robert; BIKLEN, Sari. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 1994.
- BELO HORIZONTE. Prefeitura Municipal. Secretaria Municipal de Educação. **Proposta Político Pedagógica da Escola Plural**. Belo Horizonte: PBH, 1994. Disponível em: <<http://www.pbh.gov.br/smed/cape/outras/public/plural.htm>>. Acesso em: 8 dez. 2014.
- BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Avaliação Nacional da Alfabetização (ANA)**: documento básico. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2014.
- BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Elementos conceituais e metodológicos para a definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização**. Brasília: MEC, 2012.
- BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Alfabetização matemática**. Ministério da Educação. Brasília: MEC, 2014.
- BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/ SEF, 1998.
- CASTILHO, Sônia Rocha Fiúza. **As quatro operações**: Graduação das dificuldades. Revista Amae Educando, Belo Horizonte, p. 24, Ago. 1987.
- COSTA, Carolina. Somar e subtrair: operações irmãs. **Revista Nova Escola**, encarte especial. Disponível em: <<http://revistaescola.abril.com.br/matematica/fundamentos/somar-subtrair-operacoes-irmas-500497.shtml>>. Acesso em: 28 nov. 2013.
- GONÇALVES, Alex Olesndro. **Algoritmos das quatro operações**: com a palavra o professor. Curitiba: Pontifícia Universidade Católica do Paraná. 2011.
- LEME, Helena Alessandra Scavazza. Algoritmos de cálculo com as quatro operações e seus significados para os licenciandos em matemática. Encontro Nacional de Educação Matemática, 8. **ANAIIS...** Recife, Jul, 2004.
- LUDKE, Menga; ANDRÉ Marli E.D. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: Ed. EPU, 1986.
- MOREIRA, Marco Antônio. **Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, o**

**ensino de ciências e a pesquisa nesta área.** Investigações em Ensino de Ciências, Porto Alegre, 2002. Disponível em: [http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo\\_ID80/v7\\_n1\\_a2002.pdf](http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo_ID80/v7_n1_a2002.pdf). Acesso em: 27 jan. 2014.

**NOGUEIRA, Cléria Maria Ignatus, SIGNORINI, Marcela Boccoli.** **Crianças, algoritmos e o sistema de numeração decimal.** Investigações em Ensino de Ciências, 2010.

**NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter.** Trad. Sandra Costa. **Crianças fazendo matemática.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

**OLIVEIRA, Catharina Adelino,** Teoria dos campos conceituais: contribuições das estruturas aditivas para a prática docente. Encontro de Pesquisa em Educação em Alagoas, 6. **ANAIIS...,** Alagoas, 2012.

**PIRES, Célia Maria Carolino.** **Números naturais e operações.** São Paulo: Melhoramentos, 2013.

**POLYJA, George.** **A arte de resolver problemas.** 6. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

**SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez.** **Ler, escrever e resolver problemas:** Habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artimed, 2001.

**TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro.** **Teoria e prática de matemática:** Como dois e dois. São Paulo: FTD, 2010.

**VAN de WALLE, John. A.** **Matemática no Ensino Fundamental, Formação de professores e aplicação em sala de aula.** 6 ed. Porto Alegre: Ed. Artmed, 2009.

**VERGNAUD, Gerard** **A criança, a matemática e a realidade:** problemas de ensino da matemática na escola elementar. Curitiba: Ed. da UFPR, 2009.

## APÊNDICES

### APÊNDICE A - Orientações metodológicas para o professor

Esse material tem como objetivo auxiliar professoras do Ensino Fundamental em suas práticas diárias no que diz respeito ao ensino das operações matemáticas da adição e subtração, embasado na graduação das dificuldades dessas duas operações e na abordagem da Teoria dos Campos Conceituais Aditivos de Gerard Vergnaud, procurando reconstruir seus respectivos algoritmos, por meio de resolução de problemas.

Vergnaud pega como referência o conteúdo do conhecimento e a análise do domínio desse conhecimento. Um conceito para a criança só faz sentido através de situações-problemas, situações essas que podem ser teóricas ou práticas, pois, de acordo com o autor, os conceitos dos conteúdos se tornam significativos quando são contextualizados e experimentados pela criança por meio das relações que estabelece para resolvê-los.

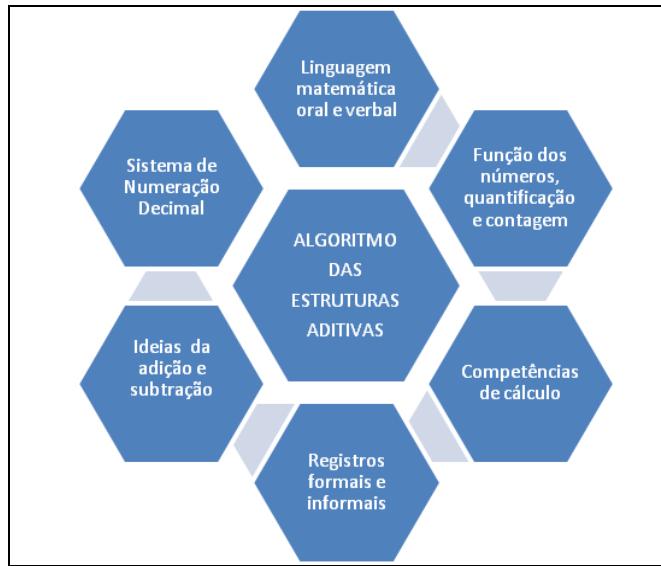
Podemos definir campos conceituais como um conjunto de conceitos e situações que através de suas relações permitem a construção de novos conhecimentos.

As operações de adição e subtração pertencem ao campo das estruturas aditivas, sendo da mesma família e, por isso, torna-se necessário que sejam trabalhadas juntas.

O algoritmo é um instrumento utilizado para tornar o cálculo mais simples. Aplicado às operações aritméticas, que obedece ao princípio posicional de nosso sistema de numeração e ao conceito do zero.

Dessa forma, partindo das dificuldades encontradas na execução dos algoritmos da adição e da subtração, criamos um esquema conceitual com todos os conteúdos matemáticos elementares envolvidos para reconstruí-lo, procurando contextualizar suas aplicações através de situações-problema.

Tratando inicialmente sobre os conceitos básicos necessários relacionados ao Campo Conceitual “ALGORITMO DAS ESTRUTURAS ADITIVAS”, tem-se o esquema a seguir, que mostra os conceitos envolvidos no ensino dos algoritmos da subtração.



## Linguagem matemática oral e verbal

Utilização da linguagem universal, utilizando a fala para conversar, dialogar e expressar os pensamentos matemáticos e através dos signos e símbolos realizar os registros escritos.

## Função dos números: quantificação e contagem

Compreender que os números estão presentes em nosso dia a dia e possuem várias funções e sentidos. Uma delas é dar sentido às quantidades e permitir ao homem quantificar e enumerar os objetos a seu redor.

Os números apresentam sentidos cardinal e ordinal e são utilizados no sistema de medidas que envolvem comprimento, largura, altura, espessura, superfície, volume, capacidade, massa, tempo etc., e, em outras situações, são usados para representar códigos como número de telefone, placa de veículo, senha de banco e outros.

## Competências de cálculo

Apropriação de várias estratégias de cálculo: o cálculo mental, memorização dos fatos fundamentais, cálculos orais, estimativas, arredondamentos e processos algorítmicos.

## Registros formais e informais

Conscientizar que o cálculo pode ser realizado através de registros escritos padronizados, no caso em questão, processos algorítmicos, ou de registros espontâneos de esquemas que representem o raciocínio.

## Ideias da adição e subtração

Compreender, interpretar e aplicar corretamente as ideias contidas no campo aditivo que envolve as operações de adição e subtração. São elas: juntar, acrescentar, tirar, completar, comparar, combinar, transformar e compor.

## Sistema de Numeração Decimal

Apreender as ideias que envolvem o sistema de numeração decimal:

- A base decimal;
- A notação posicional;
- Dez signos que possibilitam representar qualquer valor numérico.

Professor: agora, você conhecerá os ícones que aparecerão ao longo desse material didático, o que eles significam e qual a ação deve ser realizada quando ele aparecer.

ORIENTAÇÕES METODOLÓGICAS		
Figura	Significado	Ação
	Leitura do problema	Ler o problema quantas vezes for necessário.
	Refletindo sobre o problema	Compreendendo a ideia principal envolvida no enunciado do problema.
	Registrando informações	Registros de todas as informações contidas no enunciado do problema de formas variadas.
	Executando cálculos	Cálculos efetuados pelo processo algorítmico.
	Conferindo resultados	Utilização da calculadora para conferência dos resultados.
	Socialização dos resultados	Troca de experiências com os colegas

Esse caderno de atividades será composto de 10 itens que contemplarão as classes dos problemas dentro das categorias do campo conceitual aditivo. As situações-problema serão contextualizadas com fatos vivenciados pelos alunos associados às dificuldades encontradas nas avaliações diagnósticas realizadas previamente para sua construção. Os cálculos deverão ser efetuados através dos processos algorítmicos e conferidos através da utilização de dispositivos eletrônicos. Todas as atividades seguirão o seguinte padrão:

Padrão das Atividades	
Categoria do problema	Ideia do campo aditivo envolvida.
Classe do problema	Posicionamento da incógnita na situação.
Objetivo	Especifica a dificuldade da subtração envolvida.
Metodologia	Leitura da situação-problema, reflexão, registros, cálculo através do processo algorítmico e conferência dos resultados com o auxílio de dispositivos eletrônicos (calculadora, celular, tablete e etc.)
Situação-problema	Enunciado da situação-problema.
Avaliação	Socialização das estratégias utilizadas

A seguir, você conhecerá a lista de situações-problema proposta e o formato padrão das atividades.

ATIVIDADE 1	
Categoria do problema	Duas medidas se compõem para resultar numa terceira. (Composição)
Classe do problema	Conhecendo-se duas medidas, encontrar a composta.
Conteúdo abordado	Adição elevada difícil – a 1 <sup>a</sup> parcela formada por dois algarismos, a 2 <sup>a</sup> com um algarismo e a resposta com reserva.
Situação-problema	Wendel tem em seu estojo 48 lápis de cor e 3 lápis de escrever. Quantos lápis ele tem no estojo?

ATIVIDADE 2	
Categoria do problema	Duas medidas se compõem para resultar numa terceira. (Composição)
Classe do problema	Conhecendo-se a composta e uma das elementares, encontrar a outra.
Conteúdo abordado	Subtração com reagrupamento da dezena para a unidade
Situação-problema	O avô de Júlia é agricultor. Ele tem 82 ha de terras dos quais 28 ha em floresta. O resto é cultivável. Qual a área cultivável que ele tem disponível?

ATIVIDADE 3	
Categoria do problema	Uma transformação opera sobre uma medida para resultar em outra medida. (Transformação)
Classe do problema	Transformação negativa
Conteúdo abordado	Subtração com necessidade de mais de um reagrupamento, com zeros intermediários no minuendo e subtraendo formado por menos algarismos que o minuendo.
Situação-problema	1. Camily viajou de carro com sua família no Carnaval. Ao sair de Belo Horizonte, o velocímetro do carro de seu pai marcava 8.976 km. Na volta, ele marcava 10.101 km. Quantos quilômetros o carro da família de Camily percorreu durante o carnaval?

ATIVIDADE 4	
Categoria do problema	Uma transformação opera sobre uma medida para resultar em outra medida. (Transformação)
Classe do problema	Conforme seja a pergunta concernente ao estado final (conhecendo as informações elementares).
Conteúdo abordado	Subtração com necessidade de dois reagrupamentos, sendo o número de algarismos do subtraendo menor que o números de algarismos do minuendo, onde há também um zero intermediário.
Situação-problema	Mariana tem 703 ingressos para a Festa Junina. Ela distribuiu esses convites entre as pessoas da comunidade de seu bairro. Sobraram-lhe 58. Quantos convites foram distribuídos?

ATIVIDADE 5	
Categoria do problema	Uma transformação opera sobre uma medida para resultar em outra medida. (Transformação)
Classe do problema	Conhecendo o estado final e o estado inicial, encontrar a transformação.
Conteúdo abordado	Subtração com necessidade de dois reagrupamentos, sendo zero o algarismo das dezenas no minuendo.
Situação-problema	No início do ano letivo, o número total de alunos matriculados no 1º turno era de 502. Depois do feriado de Carnaval, alguns alunos foram transferidos para o 2º turno e a quantidade de alunos do 1º turno passou a ser de 347. Quantos alunos foram transferidos para o 2º turno?

ATIVIDADE 6	
Categoria do problema	Uma transformação opera sobre uma medida para resultar em outra medida. (Transformação)
Classe do problema	Conhecendo o estado final e a transformação, encontrar o estado inicial.
Conteúdo abordado	Subtração de números representados por três algarismos, com necessidade de reagrupamento das centenas para as dezenas.
Situação-problema	Em 2013, 945 alunos da Escola Amanhecer participaram da OBMEP Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas. Em 2012, o total de alunos participantes foi de 638. Quantos alunos a menos participaram da Olimpíada no ano de 2012?

ATIVIDADE 7	
Categoria do problema	Uma relação liga duas medidas. (Comparação)
Classe do problema	Os dois precedentes correspondem à transformação em uma relação estática.
Conteúdo abordado	Subtração com necessidade de quatro reagrupamentos, sendo o minuendo formado de dezenas de milhar exata.
Situação-problema	Em um jogo de Xbox 360, Artur conquistou 50.000 pontos. Luiz Diego conquistou 7.645 pontos a menos que Artur no mesmo jogo. Quantos pontos conquistou Luiz Diego?

ATIVIDADE 8	
Categoria do problema	Duas transformações se compõem para resultar em uma transformação.
Classe do problema	Conhecendo as duas transformações elementares, encontrar a composta.
Conteúdo abordado	Subtração de números representados por três algarismos, com necessidade de dois reagrupamentos.
Situação-problema	A mãe de Gustavo vende produtos da Avon. Na primeira quinzena do mês de dezembro, ela teve um lucro de 836 reais. Na segunda quinzena, ela teve um prejuízo de 229 reais. Qual foi o lucro real da mãe de Gustavo no mês de dezembro?

ATIVIDADE 9	
Categoria do problema	Uma transformação opera sobre um estado relativo (uma relação) para resultar em um estado relativo. (Transformação)
Classe do problema	Conhecendo-se a composta e uma das elementares, encontrar a outra.
Conteúdo abordado	Subtração de números representados por três algarismos, com necessidade de dois reagrupamentos.
Situação-problema	O PSE – Programa Saúde na Escola tem que avaliar 853 alunos da escola Novo Horizonte no ano corrente. Um total de 487 crianças foi avaliado. Quantos alunos ainda faltam para passar pela avaliação médica?

ATIVIDADE 10	
Categoria do problema	Uma transformação opera sobre um estado relativo (uma relação) para resultar em um estado relativo. (Composição)
Classe do problema	Dois estados relativos (relações) se compõem para resultar em um estado relativo.
Conteúdo abordado	Subtração com necessidade de reagrupamentos e zeros intermediários.
Situação-problema	No início ano de 2013, a biblioteca da Escola Horizonte Belo emprestou 8.003 livros aos alunos, mas 5.006 livros foram devolvidos antes do final do ano letivo. Quantos livros os alunos devem para a biblioteca?



*Leitura do problema*

- Espaço reservado para o **enunciado** do problema.



*Registrando informações*

- Espaço destinado ao registro das **informações relevantes** da situação-problema.



*Refletindo sobre o problema*

- Refletir e anotar a **ideia** envolvida na situação-problema.



*Executando o algoritmo*

- Esse espaço é destinado aos cálculos no quadro posicional e através do **processo algorítmico**.




*Conferindo resultados*

- Agora, com o auxílio de uma **calculadora**, confira o resultado dos cálculos efetuados e registre neste espaço suas conclusões.



*Socializando resultados*

- Discuta com seus colegas e professores as estratégias utilizadas para resolução da atividade e registre aqui **outras formas** de resolver a situação-problema.

## APÊNDICE B - Avaliações Diagnósticas aplicadas

### Avaliação Diagnóstica da Adição

<i>Escola Municipal José Maria dos Mares Guia</i>		
Professor (a): Lílian Cristine Camargos Silva	Turma:	
Disciplina: Matemática	Data: ___/___/___	
Objetivo: Verificar dificuldades da Adição		
Sequência 1 – Arme e efetue:		
a) $15 + 7 =$	b) $64 + 9 =$	c) $48 + 3 =$
Sequência 2 – Arme e efetue:		
a) $47 + 36 =$	b) $28 + 54 =$	c) $349 + 214 =$
Sequência 3 – Arme e efetue:		
a) $271 + 384 =$	b) $153 + 671 =$	c) $362 + 252 =$
Sequência 4 – Arme e efetue:		
a) $1.643 + 3.513 =$	b) $2.834 + 4.721 =$	c) $1.361 + 2.923 =$

Avaliação Diagnóstica da Subtração

*Escola Municipal José Maria dos Mares Guia*

Professor(a): Lílian Cristine Camargos Silva

Turma:

Disciplina: Matemática

Data:

Objetivo: Verificar dificuldades (Subtração)

Aluno (a):

**Sequencia 1 – Arme e efetue**

a) $97 - 92 =$	b) $368 - 37 =$	c) $782 - 235 =$

**Sequencia 2 – Arme e efetue**

a) $870 - 432 =$	b) $859 - 472 =$	c) $935 - 173 =$

**Sequencia 3 – Arme e efetue**

a) $945 - 638 =$	b) $836 - 229 =$	c) $853 - 487 =$

**Sequencia 4 – Arme e efetue**

a) $752 - 407 =$	b) $502 - 347 =$	c) $900 - 427 =$

**Sequencia 5 – Arme e efetue**

a) $634 - 198 =$	b) $821 - 496 =$	c) $305 - 97 =$

**Sequencia 6 – Arme e efetue**

a) $703 - 58 =$	b) $4\,007 - 2\,639 =$	c) $8\,005 - 5\,629 =$

**Sequencia 7 – Arme e efetue**

a) $8\,235 - 4\,007 =$	b) $9\,341 - 6\,800 =$	c) $7\,256 - 3\,090 =$

**Sequencia 8 – Arme e efetue**

a) $4\,008 - 2\,009 =$	b) $5\,002 - 1\,004 =$	c) $8\,003 - 5\,006 =$

**Sequencia 9 – Arme e efetue**

a) $50\,000 - 7\,645 =$	b) $10\,101 - 8\,976 =$	c) $12\,001 - 6\,408 =$

## APÊNDICE C - Roteiro de entrevista semiestruturada

### Perguntas direcionadas às professoras da Educação Infantil

Como é trabalhado o conceito de número e o sistema de numeração decimal na educação infantil.

Já começam com as ideias da adição e subtração?

Qual a faixa de idade em que trabalhou os conteúdos acima referidos acima?

Trabalhou com outras bases decimais, como 2, 3, 4 ou outras?

Como é a integração UMEI e Mares Guia?

### Perguntas direcionadas às professoras do 1º Ciclo

Como é a integração UMEI e Mares Guia?

Como os alunos que frequentaram a educação infantil chegam para você em relação aos conteúdos matemáticos?

E os que não frequentaram a educação infantil?

Como trabalham a matemática no 1º ano do ensino fundamental?

Vcs que tiveram experiência de acompanhar uma turma durante os três anos do 1º Ciclo, como conduziram seus trabalhos em relação ao ensino da matemática?

Utilizaram quais recursos didáticos? (material concreto, material dourado, quadro posicional ou barras de Cuisenaire)

Como introduziu os conceitos de unidade, dezena e centena?

Como trabalhou as ideias da adição?

Como trabalhou as ideias da subtração?

Eles compreendem as ideias da adição, subtração, multiplicação e divisão?

Dominam os fatos fundamentais?

Compreendem o algoritmo das quatro operações?

### Perguntas direcionadas às professoras do 2º Ciclo (apenas do 1º ano deste ciclo)

Como foi desenvolvido a matemática 1º ano do 2º Ciclo?

Quais os principais problemas na aprendizado da matemática você identificou?

Qual a visão que você tem desses alunos no conteúdo de matemática?

Eles compreendem as ideias da adição, subtração, multiplicação e divisão?

Dominam os fatos fundamentais?

Compreendem o algoritmo das quatro operações?

**APÊNDICE D - Modelo de autorização para uso de imagem dos sujeitos  
pesquisados**



**Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática**

**AUTORIZAÇÃO DE USO DE IMAGEM**

Eu, \_\_\_\_\_ RG \_\_\_\_\_

nº \_\_\_\_\_, responsável pelo (a) estudante \_\_\_\_\_,

participante da pesquisa em ensino da matemática, frequente no 2<sup>º</sup>Ano/2<sup>º</sup>Ciclo da Escola Municipal José Maria dos Mares Guia, permito que suas fotos ou imagens em vídeo relacionadas às atividades pedagógicas seja (m) disponibilizadas para a apresentação da Tese

\_\_\_\_\_ da mestrand(a) Lílian Cristine Camargos Silva.

Assinatura: \_\_\_\_\_

Data: \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_.

## APÊNDICE E - Caderno de Atividades

**1 2 3 4 5 6 7 8 9 0****CADERNO****DE****ATIVIDADES**

Explorando situações-problema e reconstruindo  
algoritmos dentro do Campo das Estruturas  
Aditivas

**Lílian Cristine Camargos Siva  
Eliane Scheid Gazire**

**0 9 8 7 6 5 4 3 2 1**

# CADERNO DE ATIVIDADES

Caro estudante,

Seja

bem vindo ao Caderno de Atividades – Explorando situações-problema e reconstruindo algoritmos dentro do Campo das Estruturas Aditivas.

Existem diversas formas de executar cálculos em Matemática. Um dos métodos mais praticados, na educação básica, é o algoritmo, conjunto de regras a serem seguidas para tornar os cálculos mais fáceis. Porém, sua aplicação isolada, em sequências de exercícios repetitivos, não apresenta sentido significativo.

O trabalho com as operações aritméticas vai além da utilização e da memorização das técnicas operatórias, envolvendo conceitos matemáticos que servirão de base para a construção de outros cálculos e novos conhecimentos.

As atividades apresentadas neste caderno fazem parte de um Projeto de Pesquisa de Mestrado, cujo objetivo é reconstruir os processos algorítmicos da adição e subtração, utilizando-se da abordagem dos Campos Conceituais Aditivos através da resolução de situações-problema e do uso de dispositivos eletrônicos para conferir os resultados.

Trabalhe com dedicação, seguindo a metodologia proposta.

Bom estudo!

Um grande abraço,

As autoras

## SUMÁRIO

Proposição das atividades .....	5
Atividade 1 .....	7
Situação-problema 1 .....	7
Adição - Relembrando alguns conceitos .....	8
Atividade 2 .....	9
Situação-problema 2 .....	9
Subtração – Relembrando alguns conceitos .....	10
Atividade 3 .....	11
Situação-problema 3 .....	11
Relação entre a adição e a subtração .....	12
Atividade 4 .....	13
Situação-problema 4 .....	13
Reservas e Reagrupamentos .....	14
Atividade 5 .....	16
Situação-problema 5 .....	16
Fatos Fundamentais .....	17
Atividade 6 .....	18
Situação-problema 6 .....	18
O Sistema de Numeração Decimal .....	19
Atividade 7 .....	20
Situação-problema 7 .....	20
A importância do Zero .....	21
Atividade 8 .....	22
Situação-problema 8 .....	22
Estratégias para solucionar problemas .....	23
Atividade 9 .....	24
Situação-problema 9 .....	24
A função dos números na sociedade .....	25
Atividade 10 .....	26
Situação-problema 10 .....	26

# CADERNO DE ATIVIDADES

As várias formas de calcular.....	27
Bazar Francês.....	28

## Proposição das Atividades

As atividades apresentadas a seguir relacionam-se às dificuldades encontradas pelos alunos na execução dos algoritmos da adição e da subtração contextualizadas em situações-problemas dentro do campo conceitual aditivo.

A Atividade 1 envolve a adição elevada difícil, onde a primeira parcela é formada por dois algarismos e a segunda por apenas um e a resposta com reserva. Tem como objetivo resolver uma situação-problema do campo aditivo que abrange a ideia de reunir, juntar ou compor. São informadas duas medidas para encontrar uma terceira.

A Atividade 2 tem o propósito de resolver uma situação-problema envolvendo duas medidas, sendo informada a medida composta e uma das elementares para encontrar a outra, através de uma subtração com reagrupamento da dezena para a unidade.

A Atividade 3 tem como objetivo a resolução de uma situação-problema envolvendo a transformação de uma medida para resultar em outra, através de uma subtração com necessidade de dois reagrupamentos, sendo o número de algarismos do subtraendo menor que o números de algarismos do minuendo, onde há também um zero intermediário.

A Atividade 4 tem como objetivo resolver uma situação-problema envolvendo uma transformação, conhecendo-se o estado inicial e o estado final, através de uma subtração com necessidade de dois reagrupamentos, sendo zero o algarismo das dezenas no minuendo.

A Atividade 5 tem como objetivo resolver uma situação-problema envolvendo uma transformação sobre uma medida, conhecendo-se estado final e a transformação, encontrar o estado inicial, através de uma subtração de números representados por três algarismos, com necessidade de reagrupamento das centenas para as dezenas.

A Atividade 6 tem por objetivo resolver uma situação-problema envolvendo duas transformações que se compõem para formar uma outra, envolvendo uma subtração de números representados por três algarismos, com necessidade de dois reagrupamentos.

# CADERNO DE ATIVIDADES

A Atividade 7 tem como objetivo resolver uma situação-problema envolvendo uma transformação negativa sobre uma medida para resultar em outra, através de uma subtração com necessidade de mais de um reagrupamento e com zeros intermediários no minuendo e subtraendo formado por menos algarismos que o minuendo.

A atividade 8 tem por objetivo resolver uma situação-problema envolvendo uma transformação que opera sobre um estado relativo para resultar em outro estado relativo, através de uma subtração com necessidade de reagrupamentos e zeros intermediários.

A atividade 9 tem por objetivo resolver uma situação-problema envolvendo uma transformação que opera sobre um estado relativo para resultar em outro estado relativo, através de uma subtração de números representados por três algarismos, com necessidade de dois reagrupamentos.

A atividade 10 tem por objetivo resolver uma situação-problema envolvendo uma relação que liga duas medidas, através de uma subtração com necessidade de quatro reagrupamentos, sendo o minuendo formado de dezenas de milhar exata.

O conceito dos conteúdos relacionados ao campo conceitual aditivo está distribuído ao longo das atividades.

## ATIVIDADE 1



*Leitura do problema*

Wendel tem em seu estojo 48 lápis de cor e três lápis de escrever.

Quantos lápis ele tem no estojo?



*Registrando informações*

---

---

---



*Refletindo sobre o problema*

---

---

---



*Executando o algoritmo*

- Esse espaço é destinado aos cálculos no quadro posicional e através do processo algorítmico.

# CADERNO DE ATIVIDADES



*Conferindo resultados*



*Socializando resultados*

## Leitura Complementar

### Adição – Relembrando alguns conceitos

A adição é uma operação matemática ligada a situações que envolvem as ideias de juntar e acrescentar. Ela associa a dois números dados (chamados de parcelas) um número natural que é a sua soma.

### Termos da Adição

$$\begin{array}{r}
 5 \quad 1^{\text{a}} \text{ Parc} \text{a} \\
 + \quad 3 \quad 2^{\text{a}} \text{ Parc} \text{a} \\
 \hline
 8 \quad \text{Soma ou Total}
 \end{array}$$

### Propriedades da Adição

**Fechamento** – É possível encontrar um número natural que é a soma de outros dois números. Exemplo:  $5 + 3 = 8$

**Comutativa** - A ordem das parcelas não altera a soma. Exemplo:  $5 + 3 = 3 + 5$ .

**Associativa** – Em uma adição de três ou mais números naturais, podemos associar as parcelas de modos diferentes sem alterar a soma. Exemplo:  $5 + (3 + 2) = (5 + 3) + 2$ .

**Elemento Neutro** – A adição de um número natural qualquer com zero (ou o zero com qualquer número natural) é o próprio número. Exemplo:  $5 + 0 = 0 + 5 = 5$ .

## ATIVIDADE 2



### *Leitura do problema*

**O avô de Júlia é agricultor. Ele tem 82 ha de terras dos quais 28 ha em floresta. O resto é cultivável. Qual a área cultivável que ele tem disponível?**



### *Registrando informações*

---

---

---



### *Refletindo sobre o problema*

---

---

---



### *Executando o algoritmo*

- Esse espaço é destinado aos cálculos no quadro posicional e através do **processo algorítmico**.

# CADERNO DE ATIVIDADES



*Conferindo resultados*



*Socializando resultados*

## Leitura Complementar

### Subtração – Relembrando alguns conceitos

A subtração é uma operação matemática ligada a situações que envolvem as ideias de tirar (subtrair), completar ou comparar. Ela permite encontrar a diferença entre dois valores.

### Termos da Subtração

$$\begin{array}{r}
 5 \quad \text{Minuendo} \\
 - \frac{3}{2} \quad \text{Subtraendo} \\
 2 \quad \text{Resto ou Diferença}
 \end{array}$$

### Observações:

**A Subtração não tem a propriedade do fechamento** – nem sempre é possível encontrar um número natural que seja a diferença de outros dois números naturais<sup>6</sup>. Exemplo:  $5 + 8 = ?$

**Não é comutativa**, pois  $5 - 3 \neq 3 - 5$ . No Conjunto dos Números Naturais é impossível tirar 5 de 3.

**Consequentemente, não se aplica à subtração as propriedades associativa e elemento neutro.**

<sup>6</sup> Regra válida dentro do Conjunto dos Números Naturais.

## ATIVIDADE 3



### *Leitura do problema*

Mariana tem 703 ingressos para a Festa Junina. Ela distribuiu esses convites entre as pessoas da comunidade de seu bairro. Sobraram-lhe 58. Quantos convites foram distribuídos?



### *Registrando informações*

---

---

---



### *Refletindo sobre o problema*

---

---

---



### *Executando o algoritmo*

- Esse espaço é destinado aos cálculos no quadro posicional e através do **processo algorítmico**.


# CADERNO DE ATIVIDADES



*Conferindo resultados*



*Socializando resultados*

## Leitura Complementar

### Relação entre a Adição e a Subtração

As operações de Adição e Subtração pertencem ao mesmo campo conceitual, denominado campo conceitual aditivo. Elas envolvem uma relação de parte-todo. Diremos que são operações complementares, pois uma não está subordinada a outra, nem é uma o contrário da outra.

A adição, como a subtração, possui seus próprios significados. A **adição** sugere as ideias de juntar, acrescentar, aumentar, receber, ganhar, subir, etc., enquanto a **subtração** indica transformações opostas: tirar, diminuir, dar, perder, descer, etc.

Observe a adição a seguir:

$$5 + 3 = 8$$

Podemos associar a ela duas subtrações:

$$8 - 3 = 5 \text{ e } 8 - 5 = 3$$

## ATIVIDADE 4



### *Leitura do problema*

No início do ano letivo, o número total de alunos matriculados no 1º turno era de 502. Depois do feriado de Carnaval, alguns alunos foram transferidos para o 2º turno e a quantidade de alunos do 1º turno passou a ser de 347. Quantos alunos foram transferidos para o 2º turno?



### *Registrando informações*

---

---

---



### *Refletindo sobre o problema*

---

---

---



### *Executando o algoritmo*

- Esse espaço é destinado aos cálculos no quadro posicional e através do **processo algorítmico**.


# CADERNO DE ATIVIDADES



*Conferindo resultados*



*Socializando resultados*

## Leitura Complementar

### Reserva e Reagrupamento

#### Reserva

Na adição abaixo, o agrupamento pontilhado corresponde à **reserva** de uma dezena. O máximo de unidades que pode conter na ordem das unidades são nove. Então, é feito um agrupamento a cada vez que completam 10 unidades (reserva) que correspondem a uma dezena e é adicionada às dezenas.

d	u
2	3
+ 48	

Diagrama de reagrupamento para a adição 23 + 48. A coluna de dezenas (d) tem 2 e a de unidades (u) tem 3. Adicionando 48 a 23, a soma das unidades é 11. Isso é representado por 1 unidade pontilhada (reserva) e 1 unidade sólida. A soma das dezenas é 6, representada por 6 unidades sólidas. Um círculo vermelho redondo engloba as 10 unidades pontilhadas da unidade das dezenas, e uma seta aponta para o lado, indicando que elas são adicionadas às dezenas.

### Reagrupamento

Na subtração ao lado, não é possível retirar “8” unidades de “1” unidade, adotamos o procedimento de recorrer à ordem superior e fazemos um **reagrupamento**, pois uma unidade da ordem superior imediatamente equivalente a dez unidades.

71	7	1
- 48		
23	2	3

Diagrama de reagrupamento para a subtração 71 - 48. A coluna de dezenas (d) tem 7 e a de unidades (u) tem 1. Subtraindo 48 de 71, a subtração das unidades resulta em 3 unidades sólidas e uma unidade pontilhada. A subtração das dezenas resulta em 2 dezenas sólidas e uma dezena pontilhada. Um círculo vermelho redondo engloba a unidade pontilhada das unidades, e uma seta aponta para o lado, indicando que ela é subtraída de uma unidade da ordem superior.

Observações:

| representa uma unidade

□ representa uma dezena.

## ATIVIDADE 5



### *Leitura do problema*

Em 2013, 945 alunos da Escola Amanhecer participaram da OBMEP Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas. Em 2012, o total de alunos participantes foi de 638. Quantos alunos a menos participaram da Olimpíada no ano de 2012?



### *Registrando informações*

---

---

---

---



### *Refletindo sobre o problema*

---

---

---



### *Executando o algoritmo*

- Esse espaço é destinado aos cálculos no quadro posicional e através do **processo algorítmico**.


# CADERNO DE ATIVIDADES



*Conferindo resultados*



*Socializando resultados*

## Leitura Complementar

Fato Fundamental é a operação onde somente um dos termos pode possuir 2 ordens.

Exemplos:

$$12 - 6 = 6$$

$$12 - 10 = 2$$

## FATOS FUNDAMENTAIS DA ADIÇÃO

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
$0 + 0$	$0 + 1$	$0 + 2$	$0 + 3$	$0 + 4$	$0 + 5$	$0 + 6$	$0 + 7$	$0 + 8$	$0 + 9$	$1 + 9$	$2 + 9$	$3 + 9$	$4 + 9$	$5 + 9$	$6 + 9$	$7 + 9$	$8 + 9$	$9 + 9$
$1 + 0$	$2 + 0$	$3 + 0$	$4 + 0$	$5 + 0$	$6 + 0$	$7 + 0$	$8 + 0$	$9 + 0$	$9 + 1$	$9 + 2$	$9 + 3$	$9 + 4$	$9 + 5$	$9 + 6$	$9 + 7$	$9 + 8$		
$1 + 1$	$2 + 1$	$3 + 1$	$2 + 3$	$5 + 1$	$6 + 1$	$7 + 1$	$8 + 1$	$8 + 2$	$8 + 3$	$8 + 4$	$8 + 5$	$8 + 6$	$8 + 7$	$8 + 8$				
$1 + 2$	$1 + 3$	$1 + 4$	$1 + 5$	$1 + 6$	$1 + 7$	$1 + 8$	$2 + 8$	$3 + 8$	$4 + 8$	$5 + 8$	$6 + 8$	$7 + 8$						
$2 + 2$	$3 + 2$	$4 + 2$	$5 + 2$	$6 + 2$	$7 + 2$	$8 + 2$	$9 + 2$	$10 + 2$	$11 + 2$	$12 + 2$	$13 + 2$	$14 + 2$	$15 + 2$	$16 + 2$	$17 + 2$	$18 + 2$		
$1 + 3$	$1 + 4$	$1 + 5$	$1 + 6$	$1 + 7$	$1 + 8$	$2 + 7$	$3 + 7$	$4 + 7$	$5 + 7$	$6 + 7$	$7 + 7$	$8 + 7$	$9 + 7$	$10 + 7$	$11 + 7$	$12 + 7$	$13 + 7$	$14 + 7$
$2 + 3$	$3 + 3$	$4 + 3$	$5 + 3$	$6 + 3$	$7 + 3$	$8 + 3$	$9 + 3$	$10 + 3$	$11 + 3$	$12 + 3$	$13 + 3$	$14 + 3$	$15 + 3$	$16 + 3$	$17 + 3$	$18 + 3$		
$3 + 2$	$4 + 2$	$5 + 2$	$6 + 2$	$7 + 2$	$8 + 2$	$9 + 2$	$10 + 2$	$11 + 2$	$12 + 2$	$13 + 2$	$14 + 2$	$15 + 2$	$16 + 2$	$17 + 2$	$18 + 2$			
$2 + 4$	$3 + 4$	$4 + 4$	$5 + 4$	$6 + 4$	$7 + 4$	$8 + 4$	$9 + 4$	$10 + 4$	$11 + 4$	$12 + 4$	$13 + 4$	$14 + 4$	$15 + 4$	$16 + 4$	$17 + 4$	$18 + 4$		
$3 + 1$	$4 + 1$	$5 + 1$	$6 + 1$	$7 + 1$	$8 + 1$	$9 + 1$	$10 + 1$	$11 + 1$	$12 + 1$	$13 + 1$	$14 + 1$	$15 + 1$	$16 + 1$	$17 + 1$	$18 + 1$			
$4 + 0$	$5 + 0$	$6 + 0$	$7 + 0$	$8 + 0$	$9 + 0$	$10 + 0$	$11 + 0$	$12 + 0$	$13 + 0$	$14 + 0$	$15 + 0$	$16 + 0$	$17 + 0$	$18 + 0$				

## FATOS FUNDAMENTAIS DA SUBTRAÇÃO

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$1 - 1$	$2 - 1$	$3 - 1$	$4 - 1$	$5 - 1$	$6 - 1$	$7 - 1$	$8 - 1$	$9 - 1$	$10 - 1$
$2 - 2$	$3 - 2$	$4 - 2$	$5 - 2$	$6 - 2$	$7 - 2$	$8 - 2$	$9 - 2$	$10 - 2$	$11 - 2$
$3 - 3$	$4 - 3$	$5 - 3$	$6 - 3$	$7 - 3$	$8 - 3$	$9 - 3$	$10 - 3$	$11 - 3$	$12 - 3$
$4 - 4$	$5 - 4$	$6 - 4$	$7 - 4$	$8 - 4$	$9 - 4$	$10 - 4$	$11 - 4$	$12 - 4$	$13 - 4$
$5 - 5$	$6 - 5$	$7 - 5$	$8 - 5$	$9 - 5$	$10 - 5$	$11 - 5$	$12 - 5$	$13 - 5$	$14 - 5$
$6 - 6$	$7 - 6$	$8 - 6$	$9 - 6$	$10 - 6$	$11 - 6$	$12 - 6$	$13 - 6$	$14 - 6$	$15 - 6$
$7 - 7$	$8 - 7$	$9 - 7$	$10 - 7$	$11 - 7$	$12 - 7$	$13 - 7$	$14 - 7$	$15 - 7$	$16 - 7$
$8 - 8$	$9 - 8$	$10 - 8$	$11 - 8$	$12 - 8$	$13 - 8$	$14 - 8$	$15 - 8$	$16 - 8$	$17 - 8$
$9 - 9$	$10 - 9$	$11 - 9$	$12 - 9$	$13 - 9$	$14 - 9$	$15 - 9$	$16 - 9$	$17 - 9$	$18 - 9$

Fatos subtrativos com soma até 10

Fatos subtrativos com soma maiores que 10

## ATIVIDADE 6



### *Leitura do problema*

**A mãe de Gustavo vende produtos da Avon. Na primeira quinzena do mês de dezembro, ela teve um lucro de 836 reais. Na segunda quinzena, ela teve um prejuízo de 229 reais. Qual foi o lucro real da mãe de Gustavo no mês de dezembro?**



### *Registrando informações*

---

---

---



### *Refletindo sobre o problema*

---

---

---



### *Executando o algoritmo*

- Esse espaço é destinado aos cálculos no quadro posicional e através do **processo algorítmico**.


# CADERNO DE ATIVIDADES



*Conferindo resultados*



*Socializando resultados*

## Leitura Complementar

### Sistema de Numeração Decimal

Sistema de numeração é um conjunto de princípios que define a classificação em grupos e subgrupos as unidades que formam os números. Os sistemas de numeração recebem o nome de acordo com sua base. O Sistema de numeração decimal tem base 10 e utiliza dez signos que possibilitam representar qualquer número. Seu princípio fundamental (notação posicional) é que 10 unidades de uma ordem qualquer formam uma unidade de ordem imediatamente superior, ou seja, uma ordem superior é dez vezes maior que a ordem anterior. Depois das ordens, as unidades são agrupadas em classes, em que cada uma tem três ordens. Cada ordem possui uma denominação especial, idêntica à denominação das mesmas ordens em outras classes.

A leitura de um número com muitos algarismos é feita agrupando os algarismos de 3 em 3, da direita para esquerda, e podemos identificar facilmente as classes e ordens que o compõem. Observe o exemplo:

Classes		5 <sup>a</sup> classe			4 <sup>a</sup> classe			3 <sup>a</sup> classe			2 <sup>a</sup> classe			1 <sup>a</sup> classe			
		Trilhões			Bilhões			Milhões			Milhares			Unidades			
Ordens		15 <sup>a</sup>	14 <sup>a</sup>	13 <sup>a</sup>	12 <sup>a</sup>	11 <sup>a</sup>	10 <sup>a</sup>	9 <sup>a</sup>	8 <sup>a</sup>	7 <sup>a</sup>	6 <sup>a</sup>	5 <sup>a</sup>	4 <sup>a</sup>	3 <sup>a</sup>	2 <sup>a</sup>	1 <sup>a</sup>	
...	...	...	C	D	U	C	D	U	C	D	U	C	D	U	C	D	U
								2	3	9	4	5	0	7	2	0	0

Lemos: dois bilhões, trezentos e noventa e quatro milhões, quinhentos e sete mil e duzentos.

## ATIVIDADE 7



*Leitura do problema*

O PSE – Programa Saúde na Escola tem que avaliar 853 alunos da escola Novo Horizonte no ano corrente. Um total de 487 crianças foi avaliado. Quantos alunos ainda faltam para passar pela avaliação médica?



*Registrando informações*

---

---

---



*Refletindo sobre o problema*

---

---

---



*Executando o algoritmo*

- Esse espaço é destinado aos cálculos no quadro posicional e através do **processo algorítmico**.




### Conferindo resultados



### Socializando resultados

## Leitura Complementar

### A importância do número zero<sup>7</sup>

*A invenção do zero foi uma das maiores aventuras intelectuais da humanidade - e não só para a Matemática*

por Maria Fernanda Vomero

As regras que valem para todos os outros não servem para ele. Só as obedece como e quando bem entende. “Assim faço a diferença”, costuma dizer. Mas não é nem um pouco egoísta. Pelo contrário. Quanto mais à direita ele vai, mais aumenta o valor do colega da esquerda, multiplicando-o por dez, 100 ou 1000. Trata-se de um revolucionário. Com ar de bonachão, dá de ombros quando é comparado ao nada. “Sou mesmo”, diz. “Mas isso significa ser tudo.” Com vocês, o número zero – que ganha, nestas páginas, o papel que lhe é de direito: o de protagonista de uma odisséia intelectual que mudou o rumo das ciências exatas e trouxe novas reflexões para a história das ideias. [...] O símbolo “0” e o nome zero estão relacionados à ideia de nenhum, não-existente, nulo. [...] “O ponto principal é o fato de o zero ser e não ser. Ao mesmo tempo, indicar o nada e trazer embutido em si algum conteúdo”, diz o astrônomo Walter Maciel, professor da Universidade de São Paulo. [...]

Na matemática, por mais que pareça limitado a um ou dois papéis, a função do zero também é “especial” – como ele mesmo faz questão de mostrar – porque, desde o primeiro momento, rebelou-se contra as regras que todo número precisa seguir. O zero viabilizou a subtração de um número natural por ele mesmo ( $1 - 1 = 0$ ). Multiplicado por um algarismo à escolha do freguês, não deixa de ser zero ( $0 \times 4 = 0$ ). Pode ser dividido por qualquer um dos colegas ( $0 \div 3 = 0$ ), que não muda seu jeitão. Mas não deixa nenhum número – por mais pomposo que se julgue – ser dividido por ele, zero. Tem ainda outros truques. Você pensa que ele é inútil? “Experimente colocar alguns gêmeos meus à direita no valor de um cheque para você ver a diferença”, diz o zero. No entanto, mesmo que todos os zeros do universo se acomodem no lado esquerdo de um outro algarismo nada muda. Daí a expressão “zero à esquerda”, que provém da matemática e indica nulidade ou insignificância.

<sup>7</sup> Fonte: VOMERO, Maria Fernanda. A importância do número zero. **Revista Super Interessante**. Disponível em: <http://super.abril.com.br/ciencia/importancia-numero-zero-442058.shtml>. Acesso em: 27 abr.2014.

## ATIVIDADE 8



### *Leitura do problema*

**No início do ano de 2013, a biblioteca da Escola Horizonte Belo emprestou 8.003 livros aos alunos, mas 5.006 livros foram devolvidos antes do final do ano letivo. Quantos livros os alunos devem para a biblioteca?**



### *Registrando informações*

---

---

---



### *Refletindo sobre o problema*

---

---

---



### *Executando o algoritmo*

- Esse espaço é destinado aos cálculos no quadro posicional e através do **processo algorítmico**.


# CADERNO DE ATIVIDADES



*Conferindo resultados*



*Socializando resultados*

## **Leitura Complementar**

### **Estratégias para solucionar problemas**

- Leia atentamente quantas vezes for necessário até que você compreenda a situação proposta no problema.
- Registre qual a ideia a situação-problema envolve: juntar, tirar, comparar ou completar.
- Faça um esquema de todas as informações contidas no problema.
- Registre a estratégia utilizada para resolver o problema: cálculo mental, algoritmo ou calculadora.
- Compartilhe seu raciocínio com seus colegas e registre outras maneiras de solucionar a situação-problema.

## ATIVIDADE 9



### *Leitura do problema*

Camily viajou de carro com sua família no Carnaval. Ao sair de Belo Horizonte, o velocímetro do carro de seu pai marcava 8.976 km. Na volta, ele marcava 10.101 km. Quantos quilômetros o carro da família de Camily percorreu durante o carnaval?



### *Registrando informações*

---

---

---



### *Refletindo sobre o problema*

---

---

---



### *Executando o algoritmo*

- Esse espaço é destinado aos cálculos no quadro posicional e através do **processo algorítmico**.


# CADERNO DE ATIVIDADES



## *Conferindo resultados*



## *Socializando resultados*

### **Leitura Complementar**

#### **A função dos números na sociedade**

Os números estão presentes em nossas atividades diárias e apresentam várias funções:

- Dizer quantos anos, altura e peso uma pessoa tem;
- Informar a numeração do calçado, da calça, camisa ou vestido que se usa;
- Identificar números de telefones, carros através das placas e chassis, produtos através de códigos de barras;
- Documentos: CPF, RG, Título de Eleitor, Bancos, Contas Corrente, Poupança e outros;
- Medir: comprimento, área, volume, tempo, velocidade, consumo de energia, etc.;
- Comunicar: tratamento de informações através de gráficos e tabelas;
- Localizar: endereços;
- Estimar, quantificar, ordenar, calcular, comparar, etc.;
- Manipular dinheiro: nas compras em geral e no pagamento das despesas mensais.

## ATIVIDADE 10



### *Leitura do problema*

Em um jogo de Xbox 360, Artur conquistou 50.000 pontos. Luiz Diego conquistou 7.645 pontos a menos que Artur no mesmo jogo. Quantos pontos conquistou Luiz Diego?



### *Registrando informações*

---

---

---

---



### *Refletindo sobre o problema*

---

---

---



### *Executando o algoritmo*

- Esse espaço é destinado aos cálculos no quadro posicional e através do **processo algorítmico**.


# CADERNO DE ATIVIDADES



*Conferindo resultados*



*Socializando resultados*

## Leitura Complementar

### As várias formas de calcular

**Cálculo mental** – Envolve a memorização de contas simples como dobro, triplo, metade, o domínio dos fatos fundamentais. Auxilia na compreensão do sistema de numeração decimal e na execução dos cálculos escritos.

**Estimativa** – Obter resultados aproximados ou através de arredondamentos para dezena, centena exata ou outro número exato com o objetivo de facilitar o cálculo mental ou escrito.

**Algoritmo** – Sequencia finita de passos que devem ser seguidos para executar cálculos escritos.

**Calculadora** – Dispositivo eletrônico que auxilia na execução de cálculos que envolvem quantidades numéricas grandes. Na resolução de situações-problema, permite que se gaste mais tempo analisando as variáveis do problema do que executando cálculos. A sua utilização de maneira consciente contribui para a formação de indivíduos aptos a intervir em uma sociedade que está inserida na era da informação, cercada de tecnologias.

## Bazar Francês

### Regras

O Bazar Francês consiste em um jogo de compra e venda para quatro participantes: um vendedor, um bancário e dois compradores. A moeda de troca utilizada são fichas. No tabuleiro de registros, as colunas “FICHAS VERMELHAS” e “FICHAS AZUIS” devem ser preenchidas com apenas um algarismo. Uma ficha vermelha equivale a dez fichas azuis.

### Como jogar:

Cada membro do grupo deverá assumir uma tarefa. Após a distribuição das tarefas, o bancário ficará com as fichas vermelhas e será o responsável pelas trocas das fichas. Os compradores ficam com as fichas azuis e a tarefa de avaliar que objetos poderão comprar. A tarefa do vendedor será a de preencher o tabuleiro no momento da compra, mas todos os membros do grupo devem participar e discutir qual número deve ser utilizado para o preenchimento.

### Material necessário:

- Tabuleiro, 60 fichas azuis e 20 fichas vermelhas.
- Três objetos (carrinho, bola, materiais escolares, etc.).
- Lápis.

### Observações:

1. Dez fichas azuis equivalem a uma ficha vermelha.
2. As colunas vazias do tabuleiro devem ser preenchidas com o número **0** (zero)

# CADERNO DE ATIVIDADES

## Tabuleiro

OBJETO	PREÇO	FICHAS VERMELHAS	FICHAS AZUIS

# CADERNO DE ATIVIDADES

| 162

Fichas



# CADERNO DE ATIVIDADES

Fichas



# CADERNO DE ATIVIDADES

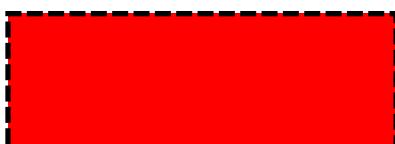
| 164

Fichas



# CADERNO DE ATIVIDADES

Fichas



# CADERNO DE ATIVIDADES

166

Objetos

