

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS
Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Mestrado Profissional

**CONTRIBUIÇÕES DIDÁTICAS DE MALBA TAHAN PARA O
ENSINO DE MATEMÁTICA**

Alexandro José Correia Scopel

Belo Horizonte
2010

Alexandro José Correia Scopel

CONTRIBUIÇÕES DIDÁTICAS DE MALBA TAHAN PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Dimas Felipe Miranda

Belo Horizonte

2010

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Biblioteca da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais

S422c Scopel, Alexandro José Correia
Contribuições didáticas de Malba Tahan para o ensino de matemática /
Alexandro José Correia Scopel. Belo Horizonte, 2011.
116f. : Il.

Orientador: Dimas Felipe Miranda
Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de
Minas Gerais. Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Educação matemática. 3.
Tahan, Malba, 1895-1974. 4. Professores. I. Miranda, Dimas Felipe. II.
Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Programa de Pós-Graduação
em Ensino de Ciências e Matemática. III. Título.

CDU: 51:373



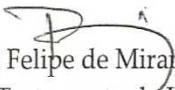
PUC Minas

Programa de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática

FOLHA DE APROVAÇÃO

ALEXANDRO JOSÉ CORREIA SCOPEL

Dissertação defendida e aprovada pela seguinte banca examinadora:


Prof. Dr. Dimas Felipe de Miranda – Orientador – (PUC Minas)
Doutorado em Tratamento da Informação Espacial – (PUC Minas)


Prof. Dr. Luiz Carlos Picoreli de Araújo – (CEFET/MG)
Doutorado em Tratamento da Informação Espacial – (PUC Minas)


Profª Drª Eliane Scheid Gazire (PUC Minas)
Doutorado em Educação (UNICAMP)

Belo Horizonte, 14 de dezembro de 2010.

A três mulheres que marcaram minha vida e, infelizmente, duas delas não se fazem mais presentes entre nós, minha mãe Juzenete e a minha avó Virgínia. A primeira por todo afeto e carinho destinados a mim no pouco tempo que pudemos compartilhar e a segunda por todos os exemplos de retidão e boa conduta, tão raros nos dias atuais. A terceira é a minha amada “boadrasta”, Nonoca, exemplos não me faltaram quanto a importância que o conhecimento tem na vida de um ser humano, minha grande incentivadora em prosseguir na carreira acadêmica.

AGRADECIMENTOS

Foram tantas as pessoas que me auxiliaram nesta caminhada que fica difícil fazer agradecimentos específicos, peço desculpas antecipadas aos que não forem citados.

A Deus, Pai Todo Poderoso, sem ele nenhum sonho é possível.

Ao competente corpo docente do programa deste mestrado, com toda franqueza, vocês apresentaram na prática como transformar momentos de aprendizagem em um momentos prazerosos. Proporcionaram profundas revoluções em meu intelecto e contribuíram sobre maneira para a formação de minha concepção de Educação. Em especial ao meu orientador, prof.: Dr. Dimas Felipe Miranda, que além do mencionado anteriormente, dedicou-me toda a atenção necessária à conclusão desta pesquisa e, não desistiu de mim, mesmo nos momentos em que eu acreditava não ser capaz.

Aos meus colegas do mestrado, por estarem ao meu lado nesta caminhada. Em especial a Raimundo e Dora, dois colegas que vieram a ser grandes amigos, agradeço imensamente pelas conversas que tínhamos.

Aos meus familiares, que de forma direta ou indireta, contribuíram para a minha formação. A Sinoélia, professora da Universidade do Estado da Bahia - Uneb, Campus X, em Teixeira de Freitas, Bahia. Pessoa que me apresentou textos sobre Educação Matemática e responsável por minha curiosidade em entender os processos cognitivos relacionados com a aprendizagem da Matemática.

A Bia, minha amada, por toda paciência e compreensão. A Faraday por sua disponibilidade em me hospedar.

Aos professores que colaboraram com esta pesquisa, tanto os que participaram do seminário quanto os que responderam ao questionário. Enfim, a todos, que de alguma forma contribuíram para que este trabalho chegasse a cabo.

“A educação do futuro deverá ser o ensino primeiro e
universal, centrado na condição humana.”
Edgar Morin

RESUMO

A proposta deste trabalho é realizar um estudo documental, levantando as contribuições didáticas de Júlio César de Melo e Souza, Malba Tahan (06/05/1895 – 18/06/1974), pontuando-as frente às idéias e concepções atuais da Educação Matemática e do Ensino de Matemática, numa tentativa de se responder à questão: *Como são percebidas as contribuições de Malba Tahan para a melhoria do Ensino de Matemática atual, dentro do enfoque da Educação Matemática?* Para encontrar uma possível resposta, foi produzida uma pesquisa em campo, na busca de aspectos instrumentais e/ou utilitários da ação de Malba Tahan condizentes com enfoques da Educação Matemática. No primeiro momento foram observadas as discussões realizadas por uma dupla de professores colaboradores, voluntários, sobre as ideias do Capítulo 8 do livro Didática da Matemática, volume 1, de Malba Tahan. No segundo momento, a observação recaiu sobre o trabalho de um grupo de professores que apreciou e comentou um bloco de questões analisadas e criticadas por Malba Tahan devido ao algebrismo, ou a algum tipo de erro. O referencial teórico está constituído por concepções e extratos da própria obra de Malba Tahan. Também há referência a vários autores da área de Ensino e Educação Matemática, como o educador Melo e Souza, em cuja obra encontramos abordagens que passam por discussões na área da Etnomatemática, uso de tecnologias em sala de aula, Filosofia da Matemática, História da Matemática, didática, ética profissional, postura do educador frente aos educandos e frente à sociedade, e com forte apelo ao papel social que a Matemática possui. Os resultados mostram que os textos de Malba Tahan, tomados para reflexão da prática docente, podem contribuir muito para formação de professores, tanto em serviço como em curso de licenciatura. O exercício de reflexão sobre textos, que não são de conteúdo específico, pode despertar o interesse do professor por conhecer experiências e pontos de vista de outros colegas e a iniciar-se em leituras de teorias educacionais.

Palavras Chaves: Malba Tahan. Educação Matemática. Prática Docente.

ABSTRACT

The purpose of this essay is to make a documentary study, raising the educational contributions of Julius Caesar de Mello e Souza, Malba Tahan (06/05/1895 - 18/06/1974), comparing them with the latest ideas and conceptions of Mathematics Education and Mathematics Teaching, in an attempt to answer the following question: What are the contributions of Malba Tahan to improve the current teaching of Mathematics within the focus on the Mathematics Education? To find a possible answer, it was produced in a research field to search for instrumental aspects and / or utilities of Malba Tahan actions consistent with the approaches in Mathematics Education. At first we observed some discussions placed by a pair of collaborating teachers, volunteers, about the ideas of chapter 8 of Mathematics Didactics, tome 1, by Malba Tahan. In the second, we observed the work of a group of teachers who commented and enjoyed a block of questions analyzed and criticized by Malba Tahan due to algebraic or some kind of error. The theoretical framework is composed of concepts and extracts from the work of Malba Tahan. There are also references of several authors in the field of education and Mathematics Education, like Mello e Souza, whose work shows some approaches that pass through the discussions about Ethnomathematics, the use of technology in the classroom, the Philosophy of Mathematics, the History of Mathematics, Teaching, professional ethics, attitude of the educator toward the student and the community, and strong appeal to the social role Mathematics has. The results show that the texts of Malba Tahan, taken for reflection of teaching practice, can contribute greatly to teacher training, both in service and on degree course. The act of thinking about texts that are not specific content, can arouse the interest of the teacher to know the experiences and views of other colleagues and start on readings of educational theories.

Key-words: Malba Tahan. Mathematics Education. Teaching Practice.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 Modelo de Placa Retangular.....	57
FIGURA 2 Modelo de Anteparo.....	58
FIGURA 3 Mapa da América do Sul.....	61
FIGURA 4 Cristo Redentor.....	62
FIGURA 5 Mapa Político do Brasil	63
FIGURA 6 Esquema de Construção das Estradas.....	65
FIGURA 7 Modelo Matemático para Cálculo da Distância Solicitada	66
FIGURA 8 Primeira Etapa do Modelo para Cálculo da Distância de um Ponto Acessível a um Ponto Inacessível.....	66
FIGURA 9 Segunda Etapa do Modelo para Cálculo da Distância de um Ponto Acessível a um Ponto Inacessível.....	67
FIGURA 10 Lixeiras Seletivas.....	78
FIGURA 11 Indecisão	80

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 Questões (críticas do Livro Didática da Matemática).....	50
---	----

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 Terceira opção.....	70
TABELA 2 A BARATEIRA - Tecidos em Geral.....	75
TABELA 3 Preços ao Consumidor	75

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

Ed.- Edição

Ex.- Exemplo

FAE- Fundação de Assistência ao Estudante

IBGE- Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

LEM- Laboratório para Ensino de Matemática

MEC- Ministério da Educação e Cultura

NTCM- National Council of Teachers of Mathematics

Org.- Organizador

p.- Página

PCN's- Parâmetros Curriculares Nacionais

PCNEM- Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio

v.- Volume

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	14
1.1 Elementos norteadores da pesquisa.....	16
1.2 Organização metodológica.....	17
2 MALBA TAHAN: MENSAGEIRO DE CULTURA E EDUCAÇÃO HUMANIZADORAS	20
3 MALBA TAHAN: EDUCADOR MATEMÁTICO POR NATUREZA	28
3.1 Um estudo documental.....	28
4 A PESQUISA DE CAMPO REALIZADA NESTE TRABALHO	38
4.1 Concepções de Malba Tahan debatidas com grupo de professores.....	39
4.2 A crítica ao algebrismo em obra de Malba Tahan apreciada por um grupo de docentes.....	46
4.2.1 Questão 1	51
4.2.1.1 Comentário.....	52
4.2.1.2 Reformulação	52
4.2.2 Questão 2	54
4.2.2.1 Comentário.....	54
4.2.2.2 Reformulação	55
4.2.3 Questão 3	56
4.2.3.1 Comentário.....	56
4.2.3.2 Reformulação	57
4.2.4 Questão 4	58
4.2.4.1 Comentário.....	59
4.2.4.2 Reformulação	60
4.2.5 Questão 5	63
4.2.5.1 Comentário.....	64
4.2.5.2 Reformulação	65
4.2.6 Questão 6	67
4.2.6.1 Comentário.....	68
4.2.6.2 Reformulação	69
4.2.7 Questão 7	71
4.2.7.1 Comentário.....	71
4.2.7.2 Reformulação	72
4.2.8 Questão 8	73
4.2.8.1 Comentário.....	74
4.2.8.2 Reformulação	74
4.2.9 Questão 9	76
4.2.9.1 Comentário.....	77
4.2.9.2 Reformulação	77
4.2.10 Questão 10	78
4.2.10.1 Comentário.....	79

4.2.10.2 Reformulação	80
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	82
REFERÊNCIAS.....	85
APÊNDICE A - SLIDES UTILIZADOS NO SEMINÁRIO	89
APÊNDICE B - QUADRO COMPARATIVO	94
APÊNDICE C - RESOLUÇÃO DAS QUESTÕES PROPOSTAS NO CAPÍTULO 04	102

1 INTRODUÇÃO

Ter a oportunidade de investigar, de alguma forma, a vida e a obra de um educador matemático da qualidade do professor Júlio César de Melo e Souza (06/05/1895-18/06/1974), é motivo de estímulo e oportunidade de aprendizagem para qualquer pesquisador, professor, ou estudioso que se interessa pelo Ensino e a Educação Matemática.

Um educador que na década de 60 e 70 do século passado, período onde reinava no Brasil um regime de ensino totalmente tradicional, levantou questões sobre o papel social da escola enquanto formadora de cidadãos autônomos, preocupando-se em suas obras em destacar a necessidade de uma formação moral e não apenas instrucional, onde enfatizava que a principal função do professor é contribuir para que os alunos atinjam, progressivamente, a autonomia de pensamento, para que assim possam melhorar qualitativamente sua condição de vida.

Tahan, em obra de sua autoria, O Mundo Precisa de Ti, Professor (1967), obra esta que versa em quase sua totalidade sobre a ética profissional do magistério, faz questão de diferenciar, de forma clara e sucinta, educação de instrução, para isto, cita o pedagogo francês Felix Antoine Dupanloup, que com sábias palavras explicita,

A educação e a instrução são conceitos profundamente distintos. A educação desenvolve as faculdades; a instrução dá conhecimentos. A educação eleva a alma; a instrução provê o espírito. A educação faz homens; a instrução faz sábios. A educação é o fim; a instrução é apenas um dos meios. A educação é, portanto, mais alta, mais profunda e mais extensa do que a instrução. (DUPANLOUP apud TAHAN, 1967, p. 29)

Além do mais, há de se falar sobre sua ideologia da necessidade de se tornar a Matemática atrativa e menos algebrizada, facilitando desta forma sua compreensão e despertando no alunado o interesse sobre esta ciência. Tahan (1960), no texto da obra Antologia da matemática (1960), lê-se uma dura crítica aos professores que abusam do uso da álgebra,

O professor de Matemática, quando é algebrista contumaz, afasta-se por completo da realidade e parece inspirado pela preocupação constante de torturar seus alunos com problemas absurdos, trabalhosos, ou com equações difíceis, atulhadas de denominadores e com largo sortimento de radicais, sem utilidade alguma. (TAHAN, 1960, p. 161-162).

No tocante a formação do educador, observa-se que o referido autor não põe em destaque a formação técnica (formação específica de área), nem a formação metodológica (didática). Estas duas são tratadas com igual importância e são complementares para uma boa prática escolar,

as escolas... devem exigir três coisas na qualificação de um professor:

- a) que conheça aquilo que vai ensinar;
- b) que saiba mais do que aquilo que vai ensinar;
- c) que saiba como ensinar.

O professor, sendo antes de tudo um educador, deve agir sob constante impulso idealista. A ação do professor imediatista deforma inteiramente a obra educacional. (TAHAN, 1967, p. 127, 1967).

Esta pesquisa não tem como não possuir a inquietação sobre qual o real motivo que levou um professor brasileiro, preocupado com a qualidade da formação cidadã de seus compatriotas, a ocultar-se sob um pseudônimo árabe e, com tal nome adotado, consagrar-se como um grande colaborador em abordagens e concepções sobre o Ensino de Matemática, que até nos dias atuais, destacam-se em discussões no campo da Educação Matemática.

A relevância desta pesquisa baseia-se no fato de um professor e educador brasileiro, como já foi mencionado anteriormente, em um período que predominava um ensino tradicional, indicar o surgimento de linhas de pesquisa referentes à Etnomatemática, uso de tecnologias para o Ensino de Matemática, jogos didáticos, o papel social da Matemática, etc., que de forma direta ou indireta contribuem para a humanização do Ensino da Matemática.

Reforçando estas contribuições, temos em Oliveira (2001), parte da transcrição de uma entrevista concedida pelo professor Sérgio Lorenzato,

Alguns desses temas são: História, Filosofia, Epistemologia, Sociologia da Matemática, Matemática para não matemáticos, Etnomatemática e Modelagem, Matemática extra classe, Interdisciplinaridade, Matemática e Linguagem, Jogos Matemáticos, Educação Matemática e Cidadania, Arte e Matemática, Afetividade, Crenças e Concepções Matemáticas, Recursos Didáticos. Sem pretender considerar o que mudou (mudou?) na prática docente em sala de aula, pode-se afirmar que muito do que vem acontecendo na Moderna Educação Matemática Brasileira já era preconizado por Malba Tahan. (OLIVEIRA, 2001, p. 18).

Observa-se também em suas obras, a importância dispensada para a utilidade de se relacionar as diferentes áreas do saber com a Matemática, trabalhando-se com a ideia do currículo em rede, ou seja, sugeria que o livro didático deveria relacionar os temas estudados em Matemática com os conteúdos estudados em outras disciplinas e o interrelacionamento dos temas da disciplina Matemática.

Concebendo a Educação Matemática como um conjunto de temas que se relacionam com a arte de ensinar a ciência Matemática, podemos observar pelo exposto que Malba Tahan muito contribuiu para que se alcançassem os propósitos da atual Educação Matemática Brasileira.

1.1 Elementos norteadores da pesquisa

O objetivo geral deste trabalho é investigar a importância e alguns aspectos das contribuições do professor Júlio César de Melo e Souza (Malba Tahan) para o Ensino de Matemática, pontuando suas idéias à luz de princípios da Educação Matemática.

Como objetivos específicos, podemos listar:

- a. Destacar o perfil educador e levantar alguns aspectos da vida e da obra de Júlio César de Melo e Souza.
- b. Resgatar a importância das contribuições de Malba Tahan para o Ensino.
- c. Pontuar algumas de suas concepções e idéias acerca do Ensino de Matemática frente a princípios da Educação Matemática.

A questão principal de nossa pesquisa foi formulada da seguinte forma:

Como são percebidas as contribuições de Malba Tahan para a melhoria do Ensino de Matemática atual, dentro do enfoque da Educação Matemática?

Algumas questões complementares da pesquisa foram também listadas:

- a. O que levou um engenheiro a se dedicar ao ofício de educador?
- b. Quais foram os aspectos mais relevantes da vida e da obra de Malba Tahan para o Ensino de Matemática?
- c. Dentro do enfoque da Educação Matemática, quais são as principais concepções e idéias de Melo e Souza para o Ensino de Matemática?

Espera-se, ao tentar responder às questões formuladas, levantar aspectos da prática docente e da obra do professor Júlio César de Melo e Souza - Malba Tahan, verificando que são consoantes com a proposta da atual Educação Matemática Brasileira, chamando a atenção da comunidade acadêmica para a necessidade de estarmos sempre revendo a nossa prática em sala de aula.

Como a proposta desta investigação é de um estudo documental, levantando as contribuições didáticas de Malba Tahan e pontuando-as frente às idéias e concepções atuais da Educação Matemática e do Ensino de Matemática, o referencial teórico maior desta pesquisa é constituído por concepções e extratos da própria obra de Malba Tahan, presentes em todos os capítulos deste trabalho.

Quanto aos autores da área de Ensino e Educação Matemática, eles serão também referenciados ao longo desta dissertação, ao fazermos as pontuações, pois na obra do educador Melo e Souza encontramos abordagens que perpassam por discussões na área da Etnomatemática, uso de tecnologias em sala de aula, Filosofia da Matemática, História da Matemática, didática, ética profissional, postura do educador frente aos educandos, postura do educador frente a sociedade e com forte apelo ao papel social que a Matemática possui.

Desta forma, estaremos utilizando como referência textos de educadores com produções na área de Educação Matemática, tais como, D'Ambrósio, Borba, Pais, Ponte, Lorenzato, entre outros.

1.2 Organização metodológica

A abordagem metodológica desta pesquisa é qualitativa, pois, procuramos detectar e analisar possíveis contribuições deixadas por Malba Tahan para a atual

Educação Matemática Brasileira.

Levando-se em consideração que a investigação proposta tem como principal fonte livros escritos pelo educador Melo e Souza, e, escritos por outros autores, artigos publicados em revistas de circulação nacional e trabalhos de curso de pós-graduação stricto sensu, levantando questões sobre o referido educador, esta pesquisa enquadra-se em uma pesquisa bibliográfica, pois,

A pesquisa bibliográfica procura explicar um problema a partir de referências teóricas publicadas em documentos. Pode ser realizada independentemente ou como parte da pesquisa descritiva ou experimental. Em ambos os casos, busca conhecer e analisar as contribuições culturais ou científicas do passado existentes sobre um determinado assunto, tema ou problema. (CERVO; BERVIAN 1996, p. 48).

Quando fazemos uso do termo documento, estamos utilizando a concepção de Ludke e André (1986) para esta expressão. Para essas autoras,

São considerados documentos "quaisquer materiais escritos que possam ser usados como fonte de informação sobre o comportamento humano" (Phillips, 1974, p. 187). Estes incluem desde leis e regulamentos, normas, pareceres, cartas, memorandos, diários pessoais, autobiografias, jornais, revistas, discursos, roteiros de programas de rádio e televisão até livros, estatísticas e arquivos escolares. (LUDKE; ANDRÉ, 1986, p. 38).

Para Demo (2000), a pesquisa teórica, que aqui irei tratar como bibliográfica, é indispensável para a construção do conhecimento, uma vez que permite "[...] a formulação de quadros explicativos de referência, burilamento conceitual, domínio de alternativas, domínio de alternativas explicativas na história da ciência, capacidade de criação discursiva e analítica". (DEMO, 2000, p. 21).

Podemos notar que a confiabilidade de uma pesquisa bibliográfica (documental), baseia-se no fato de que as fontes da investigação, por se tratarem de documentos, estarão disponíveis para possíveis averiguações das idéias discutidas e também poderão servir de inspiração para futuras inquições sobre o tema momentaneamente abordado. Ludke e André (1986) respaldam esta afirmação quando citam Guba e Lincoln

Em primeiro lugar destacam o fato de que os documentos constituem uma fonte estável e rica. Persistindo ao longo do tempo, os documentos podem ser consultados várias vezes e inclusive servir de base a diferentes estudos, o que dá mais estabilidade aos resultados obtidos. (GUBA; LINCOLN apud LUDKE; ANDRÉ, 1986, p. 39).

Os capítulos 2 e 3 desta dissertação têm este caráter de estudo bibliográfico ou documental e apresentam elementos teóricos que já nos ajudariam a formular respostas para a pergunta principal de nossa pesquisa.

Porém, a nossa pesquisa insere-se em uma área de ensino de matemática de um Mestrado Profissional. Os mestrados profissionais visam a melhoria do ensino e a qualificação profissional docente, o seu caráter é instrumental e utilitário (CARNEIRO, 2008). Cientes destes princípios, para complementar o estudo documental, realizamos uma pesquisa em campo, na busca de aspectos instrumentais e/ou utilitários da ação de Malba Tahan que, condizentes com enfoques da Educação Matemática, refletem como contribuições para a melhoria do ensino de matemática hoje.

Assim, no capítulo 4, item 4.1, apresentamos o primeiro momento da pesquisa de campo. Neste momento, indicamos a leitura do Capítulo 8 do livro Didática da Matemática, volume 1, de Malba Tahan, a dois voluntários, ambos professores de Matemática, e, realizamos observações sobre as discussões realizadas.

No item 4.2, registramos o segundo momento da pesquisa de campo, quando coletamos algumas questões de uma obra de Malba Tahan, criticadas por ele devido ao algebrismo complexo, e as levamos para serem apreciadas e comentadas por outro grupo voluntário, composto por 11 professores de Matemática.

Dessa forma, constituem o produto desta pesquisa a elaboração de um material informativo e textual, registrado nos capítulos 3 e 4 deste trabalho, resultante do levantamento bibliográfico e do estudo documental, e, em especial, o capítulo 4, com a pesquisa de campo.

2 MALBA TAHAN: MENSAGEIRO DE CULTURA E EDUCAÇÃO HUMANIZADORAS

“Aquilo que não se entende, venera-se”
(COMTE)

Em 06 de maio de 1895, na cidade do Rio de Janeiro, àquela época Distrito Federal do Brasil, nasceu Júlio César de Melo e Souza, que anos mais tarde viria a se notabilizar como um dos maiores pensadores da Educação Matemática brasileira sob o pseudônimo de Malba Tahan.

Teve como pais o Senhor João de Deus de Melo e Souza e Dona Carolina Carlos de Melo e Souza, ambos professores. Foi o filho do meio de uma família constituída por nove crianças, como o próprio Júlio César afirmou em entrevista ao Museu da Imagem e do Som do Rio de Janeiro¹, datada de 25 de abril de 1973,

Éramos nove. Eu era o do meio. Quatro acima de mim e quatro abaixo. Já diziam os romanos que no meio está a virtude. Na mesma entrevista afirmou ter recebido este nome porque seu pai desejava que ele fosse militar: [...] Eu me chamo Júlio César porque papai queria que eu fosse militar. Então, já me botou um nome bélico, um nome que não é dos mais pacifistas; Júlio César.

Ainda muito pequeno, mudou-se com a família para a cidade Queluz, no Vale do Paraíba no estado de São Paulo. Nesta cidade passou sua infância, até alcançar a idade de ingressar no colégio militar. Seu irmão mais velho, João Batista de Melo e Souza, ficou encarregado de prepará-lo para o exame admissional.

Quando vivia em Queluz, às margens do Rio Paraíba do Sul, Júlio César tinha a exótica mania de colecionar sapos, chegando a ter uma criação de 50 destes anfíbios no quintal de sua casa, e todos devidamente nomeados. Um destes animais, chamado de Monsenhor, costumava acompanhá-lo por suas andanças pela região. Quando adulto, o professor Melo e Sousa continuou sua coleção de sapos, só que desta vez colecionava réplicas feitas de madeira, louça, metal, jade e cristal.

¹ Doravante denominada apenas como entrevista. A referida entrevista encontra-se transcrita em OLIVEIRA, Cristiane Coppe de. **Do Menino “Julinho” à “Malba Tahan”**: uma viagem pelo oásis do ensino da matemática. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)- UNESP, Rio Claro. 2001.

Em 1906, Júlio César ingressou no Colégio Militar e permaneceu nesta instituição por três anos, quando se transferiu para o Colégio Pedro II. Segundo o próprio Júlio César, em entrevista, o motivo da transferência foi

Porque o Colégio Militar era muito caro e papai não conseguiu gratuidade para mim e ficava muito pesado para ele, que tinha uma porção de filhos, pagar um colégio caro naquele tempo. Aí eu saí do Colégio Militar e arranjei uma gratuidade no Pedro II. Semi-gratuidade. E lá fiz meu curso de humanidades.

No Colégio Pedro II estudou em regime de internato, sendo liberado nos finais de semana para ir até a casa de uma tia. Com dificuldades financeiras, pois recebia de mesada apenas o suficiente para o transporte de ida e volta aos finais de semana e, apaixonado por chocolate, descobriu que poderia ganhar algum dinheiro com literatura naquela época. Podemos comprovar seu gosto acentuado por chocolate na entrevista concedida ao Museu da Imagem e do Som do Rio de Janeiro, em que declara:

Eu gostava muito de um chocolate [...] Então eu fazia uma coisa muito interessante. Eu ia a pé do campo São Cristóvão até a estação São Francisco Xavier, andava uma hora e meia a pé para economizar [...] No fim de duas semanas eu podia comprar um chocolate.

O seu professor de Português passava redações semanais como forma de avaliação, os alunos que não entregavam recebiam nota zero, então, Júlio César, muito engenhoso, começou a fazer mais de uma redação e a comercializá-las entre os colegas. Na mesma entrevista afirmou:

[...] como apareceram uns colegas muito malandros, vadios e o professor passava, por exemplo, “faça uma redação sobre esperança!”, eu fazia cinco, seis e de manhã começava a vender esperança para o pessoal... De modo que eu fiquei, mais ou menos, melhorado de situação [...] e isso permitia que eu fosse de bonde para casa, comprasse chocolate e pagava passagem para os colegas que estavam arrebitados.

Ainda no colegial, fundou seu próprio jornal, manuscrito, com tiragem limitada a um único exemplar e batizou com o curioso nome de ERRE.

Durante os anos que esteve no Colégio Pedro II decidiu-se pela carreira do magistério. Após sua saída do colégio entrou para a Escola Normal do antigo Distrito Federal, hoje Rio de Janeiro, onde obteve o diploma que o permitia começar suas

atividades profissionais como professor de Educação Básica. Antes de dedicar-se ao ensino de Matemática, lecionou História, Geografia e Física. Em 1913 formou-se em Engenharia Civil pela Escola Politécnica, podendo agora, estender sua carreira docente ao Ensino Superior.

Em 1918, quando estava trabalhando no jornal “*O Imparcial*” escreveu alguns contos e os apresentou ao diretor do referido jornal. Este, com descaso, reuniu-os e colocou-os em um canto de sua mesa. Os dias se passaram e Júlio César sempre os observava no mesmo local. Desta conjuntura surgiu a ideia de sua primeira mistificação literária², retirou a colaboração da mesa do diretor e a apresentou no dia seguinte assinada como R. S. Slady, nome que inventou, com nacionalidade norte americana, assumindo assim o posto de tradutor e não de escritor. O resultado não poderia ser melhor, no dia seguinte estava publicado na primeira página do jornal o primeiro conto de R. S. Slady. Deste modo percebeu que para ter sucesso no Brasil, como escritor, o caminho seria o de criar uma grande mistificação literária.

Nos sete anos seguintes dedicou-se ao estudo dos costumes, cultura e língua árabes. O heterônimo Malba Tahan foi criado tendo por inspiração o nome de uma de suas ex-alunas, Maria Zechsuk Tahan. Então, em 1925, procurou o dono do jornal *A Noite*, no Rio de Janeiro, Irineu Marinho, fundador da empresa que se tornou atualmente as Organizações Globo. Marinho aprovou a ideia e, o primeiro de uma série de contos assinados por Malba Tahan publicados pelo jornal, foi *Contos de Mil e Uma Noites*.

Casou-se em 1925, com uma de suas ex alunas da Escola Normal, Dona Nair de Melo e Souza e teve três filhos, Rubens Sérgio, Sônia Maria e Ivan Gil, o primeiro foi Comandante da Marinha do Brasil e o último, arquiteto.

Júlio César incorporou tão profundamente a personagem de Malba Tahan que criou uma biografia para esta. Em Tahan 1963, página 5, encontra-se o que será transcrito aqui, observe que Júlio César deu a Malba Tahan a mesma data de seu nascimento, havendo uma modificação apenas quanto ao ano, sendo o segundo dez anos mais velho.

² Mistificação literária é quando um escritor faz uma obra e a atribui a outro escritor, vivo, real ou imaginário. (OLIVEIRA, 2001, p. 161)

BIOGRAFIA DE MALBA TAHAN

(Do livro “Crestomathie Arabe”, do Dr. A. Van Gennepe)

Ali Yezid Izz-Eddin Ibn-Salin Hank Malba Tahan, famoso escritor árabe, descendente de tradicional família mulçumana, nasceu no dia 6 de maio de 1885, na aldeia de Muzalit, nas proximidades da antiga cidade de Meca.

Fez os seus primeiros estudos no Cairo, e, mais tarde, transportou-se para Constantinopla, onde concluiu oficialmente seu curso de ciências sociais. Datam dessa época seus primeiros trabalhos literários, que foram publicados, em idioma turco, em diversos jornais e revistas.

A convite de seu amigo, o Emir Abd el-Azziz bem Ibrahim, exerceu Malba Tahan, durante vários anos, o cargo de queimaçã³ na cidade de El-Medina, tendo desempenhado as suas funções administrativas com rara inteligência e habilidade conseguiu, mais de uma vez evitar graves incidentes entres peregrinos e as autoridades locais; e procurou sempre dispensar valiosa e desinteressada proteção aos estrangeiros ilustres que visitavam os lugares sagrados do Islã.

Pela morte de seu pai, em 1912, recebeu Malba Tahan⁴ valiosa herança; abandonou, então, o cargo que exercia em El-Medina e iniciou uma longa viagem através de várias partes do mundo. Atravessou a China, visitou o Japão, percorreu a Rússia e grande parte da Índia, observando os costumes e estudando as tradições dos diferentes povos.

Entre as suas obras mais notáveis, citam-se as seguintes: Roba-el-Khali, Al-Samir, Sama Ullah, Maktub, Lendas do Deserto, Mártires da Armênia e muitas outras. (TAHAN, 1963, p. 5-6).

Em Villamea (1985, p. 9) encontramos a data de morte da personagem Malba Tahan, *“Morreu em 1921, lutando pela libertação de uma tribo na Arábia Central”*.

As publicações de suas histórias eram feitas no jornal carioca *A Noite*, mas sempre assinadas como Malba Tahan. Com o passar dos anos passou a publicar livros, sempre tendo como autor a mistificação que fora criada; somente após a publicação de sua maior obra, a saber, *O Homem que Calculava*, é que Malba Tahan teve sua identidade revelada. Em Ferrari (2005, p. 34) encontramos a data desta revelação “[...] a identidade do autor só seria revelada em 1933, um ano após o lançamento de *O Homem que Calculava*”.

Essa descoberta foi feita por Rosalina Coelho Lisboa. Malba Tahan publicou o conto “Samulá, Contos Orientais”, porém trocou o nome do tradutor, utilizando-se de Radiales S. Este sendo um tradutor real, a referida poetisa entrou em contato com o tradutor e averiguou que se tratava de uma criação do professor Mello e Sousa.

³ Prefeito

⁴ Malba ou Malbe é o nome de uma pequena povoação que fica no Sul da Arábia; Tahan significa “o moleiro”. A tradução do nome seria, portanto: “O moleiro de Malba”.

Mesmo com a revelação da mistificação literária, Malba Tahan não teve seu prestígio abalado, pois, já alcançara fama e reconhecimento nacional e acima de tudo, tinha ganhado personalidade própria. Tanto que, anos mais tarde, o presidente Getúlio Vargas autorizou o uso dos dois nomes, Júlio César de Melo e Sousa e Malba Tahan, na mesma carteira de identidade, criando assim seu heterônimo.

Apesar de apresentar um conhecimento profundo sobre o Oriente e a cultura Árabe, Malba Tahan, nunca esteve lá, pois, conheceu apenas dois países estrangeiros, Lorenzato (2004, p. 64) afirma “[...] não viajou para além da Argentina e Portugal”.

Júlio César viveu no Rio de Janeiro, da adolescência à idade adulta, atuou como professor no Colégio Pedro II, na Escola Normal, no Instituto de Educação, na Escola Normal da Universidade do Brasil e na Faculdade de Educação, nesta última instituição recebeu o título de Professor Emérito.

Além disso, trabalhou como colaborador no jornal O Imparcial, nas Rádios Nacional, Clube e Mairynk Veiga, e na TV Tupi, todos no Rio de Janeiro. Trabalhou também no Canal 2 em São Paulo e editou três revistas: Al-Kharism e Lilavate, nestas duas abordavam temas sobre Matemática, e Damião, dirigida à causa dos hansenianos.

Quanto às vítimas do mal de Hansen, pode-se afirmar que Tahan dedicou-se veementemente a esta causa, colaborando para desmistificar esta doença, que àquela época portava pesado estigma social. Para tal, vale ressaltar que a revista Damião, dedicada a esta causa, foi editada por dez anos, sempre pregando o reajustamento social desses doentes. Além da revista, publicou dezenas de artigos e proferiu mais de duzentas conferências, algumas das quais foram assistidas e presididas por leprólogos brasileiros que possuíam renome internacional, tais como, Dr. Orestes Diniz, Dr. Nelson Souza Campos e Dr. Lauro de Souza Lima.

Júlio César e Malba Tahan publicaram “juntos” cerca de 120 livros, onde apareciam como autor, coautor ou organizador, e versava sobre os mais diferentes temas como, Matemática, Didática da Matemática, Educação, contos sobre o oriente, contos religiosos e morais, além de temas descentralizados sobre diversos assuntos de interesse brasileiro. Foi membro da Academia de Letras de Recife e da Academia Carioca de Letras, mas, na Academia Brasileira de Letras, não ocupou cadeira.

Sobre a relevância de suas obras basta observar o que Monteiro Lobato pronunciou a respeito *“Ela ficará a salvo da vassoura do tempo”* (LOBATO apud LORENZATO, 2004, p. 66).

Sobre sua metodologia de ensino, uma curiosidade vale ser ressaltada, em entrevista concedida ao Museu da Imagem e do Som do Rio de Janeiro ele afirma que não dava zero como nota aos seus alunos, *“Por que dar zero se há tantos números? Dar zero é uma tolice... Eu encarregava os melhores da turma para ajudarem os mais fracos. Em Junho, Julho, estavam todos na média.”* Como podemos ver aqui, esta metodologia de ensino preza pelo trabalho em equipe, qualidade extremamente necessária nos dias atuais. Uma antecipação ao seu tempo.

Após construir uma carreira onde a principal bandeira era a humanização da Matemática, Malba Tahan deixou o plano terrestre. De acordo com Lacaz e Oliveira (2009, p. 426) *“Morreu em 18 de junho de 1974 em Recife onde estava ministrando dois cursos no Colégio Soares Dutra, ‘A Arte de Contar Histórias’ e ‘Jogos e Recreações’.* Seu corpo foi sepultado no Rio de Janeiro”. Quando retornou ao hotel, sentiu-se mal e chegou a óbito, provavelmente de enfarte.

Malba Tahan escreveu um testamento, mais parece uma obra literária, dada a clareza e poesia com que ele se refere à morte, que para alguns representa o fim de tudo. Em Oliveira (2001, p. 36) encontramos o testamento que segue

Testamento

Tenho o pressentimento de que vou morrer de um momento para outro.

Para o caso de minha morte (queira Deus que seja repentina!) eis o pedido que faço.

à Nair
aos meus filhos
aos meus amigos
aos meus parentes
e aos meus colegas:

a. Desejo ser enterrado em caixão de terceira classe e na mesma sepultura em que foi enterrado o Rubens⁵.

Quero o enterro mais modesto que for possível

b. Não quero coroa

⁵ Rubens de Melo e Souza era seu irmão, foi um dos pioneiros da aviação no Brasil, era piloto de provas. Em 24 de abril de 1924 um dos aviões não estava em condições de voo e ele morreu em um desastre aéreo. (OLIVEIRA, 2001, p. 156)

Se alguém por acaso, enviar uma coroa, peço que a devolvam com um delicado cartão. Neste cartão o ofertante será informado do desejo do morto.

E ele (o ofertante) que faça o quiser. Considero a coroa...Ora, para que revelar agora o que penso das coroas...

c. Aceitarei flores

Sim, aceitarei, com prazer, as flores. Que sejam, porém, anônimas. Nada de frases feitas com dedicatórias, legendas... Acho horrível essa literatura funerária, sem expressão: *"Homenagem eterna"*, *"Recordação sincera"*, *"O último adeus"*, etc. depois de morto não quero mais saber de literatura. Disse que aceitaria "com prazer" as flores. É força de expressão. O sentido vulgar do prazer não pode atingir a tranquilidade infinita do além.

d. Não quero missa anunciada

Se algum católico piedoso quiser mandar rezar missa, pelo descanso de minha alma, que faça. Serei, em espírito, muito grato a essa caridosa homenagem. Mas que essa missa (peço encarecidamente) não seja precedida de convite, nem anunciada nos jornais. Que a presença de parentes e amigos (para o ato religioso) não seja solicitada de forma alguma.

e. Não mereço que sacerdote algum acompanhe meu enterro
"Senhor! Eu não sou digno!"

Peço, entretanto, que publiquem nos principais jornais a seguinte nota: Malba Tahan acaba de morrer e pede, a todos, perdão pelas faltas, erros, ingratidões e injustiças. E também pede, por amor de Deus, que todos os crentes rezem por ele. Este apelo é dirigido, especialmente, às inúmeras religiosas, pacientes e dedicadas, que foram suas alunas ou que ouviram as suas aulas.

f. Não quero luto

Peço que a Nair, filhos, netos, irmãos, sobrinhos, etc..., não ponham luto por minha causa. Lembrarei, neste momento, esta trova bastante expressiva de Noel Rosa: Roupa preta é vaidade, para quem se veste a rigor; o meu luto é a saudade, e a saudade não tem cor

g. No meu enterro (antes, durante ou depois) não quero discursos

No momento do meu corpo baixar à sepultura, o Dr. Orestes Diniz (ou outra pessoa indicada), dirá a todos os presentes, em meu nome, o seguinte:

- A lepra é uma moléstia curável.
- É uma moléstia como outra qualquer.
- O contágio da lepra é muito difícil.
- A sociedade culta precisa combater os preconceitos injustos e infames que pesam sobre o Mal de Hansen
- O doente de Hansen não precisa piedade.
- Não precisa compaixão.
- Precisa e precisa muito, de solidariedade e compreensão

Aos amigos (alguns até são parentes) abaixo indicados, solicito que se interessem no sentido de que meus desejos *Post mortem* sejam atendidos:

José Milliet

Pedro Soares de Meirelles

Renato Souza Lopes

Ademar Gomes Veloso

Humberto Mesentier

Dr. Orestes Diniz

Raul Milliet
José Alvarenga
Munir Hillal
Sebastião Ayres de Toledo

Apesar de Júlio César não ter feito grandes viagens internacionais com certeza Malba Tahan as fez, pois, foi condecorado pelo Governo da Síria com a Ordem do Mérito da Síria.

Em Queluz existe o Instituto Malba Tahan em funcionamento desde 2004. Neste museu encontra-se grande parte de suas obras, bem como, objetos pessoais e manuscritos inacabados. O objetivo dos organizadores é reunir e organizar o legado de um educador que esteve à frente de seu tempo, para que as gerações, contemporânea e futura, possam apreciar toda a contribuição, deste educador de vidas paralelas, para a melhoria qualitativa do Ensino de Matemática.

3 MALBA TAHAN: EDUCADOR MATEMÁTICO POR NATUREZA

“Nunca será um matemático verdadeiro aquele que não for um
pouco poeta”
(WEIRSTRASS)

Neste texto buscaremos apresentar algumas recomendações feitas por Malba Tahan para o Ensino de Matemática, realizadas, principalmente, na década de 1960, período no qual a Educação Matemática não estava instituída como área de pesquisa. O nosso objetivo é buscar diálogo com pesquisadores contemporâneos da supracitada área e documentos oficiais que norteiam a Educação e o Ensino de Matemática brasileiro.

Tentaremos esse diálogo no sentido de ponderar que tais recomendações elaboradas por Malba figuram como temas atuais de discussão entre Educadores Matemáticos.

3.1 Um estudo documental

Malba Tahan teve sua maior produção intelectual em um período em que o Ensino de Matemática estava assentado, basicamente, na estruturação lógica desta ciência, fazendo-se uso excessivo de sua simbologia. Em outras palavras, tratava-se de uma disciplina extremamente árida no tocante ao seu ensino, sendo quase que exclusivamente apresentada sob a forma de um emaranhado de teoremas e suas respectivas demonstrações, onde não havia vinculação alguma com a realidade encontrada pelos educandos no “*mundo real*”.

Na leitura das obras de Malba Tahan, principalmente, nos seus livros Didática da Matemática, volumes 1 e 2, fica evidente que este educador tinha uma visão muito à frente de seu tempo, pois, afirmava categoricamente que o Ensino de Matemática no primário, no ginásio e no ensino secundário⁶, deveria servir, no

⁶ Atualmente denominados Ensino Fundamental (primário e ginásio) e Ensino Médio (Ensino Secundário)

sentido de estar a serviço, para relacionar os conteúdos tratados por esta ciência com suas aplicações na vida corrente, e, ainda, dar suporte à estudos futuros.

Só a cultura matemática torna o indivíduo (mesmo um não-matemático) capaz de compreender e debater os problemas que surgirem como corolários da complexidade da vida moderna; viagens interplanetárias, energia atômica, a Química da saúde, as distâncias siderais, as crises econômicas, a carestia da vida, os prodígios da Cibernética, etc. (TAHAN, 1961, p. 178)

É preciso que os professores vejam na Matemática, na Escola Secundária, não um fim em si, um instrumento, que devem manejar com a técnica, a inspiração, a vocação e a aptidão de um virtuose da Educação. Seu objetivo deve ser ensinar o educando a pensar e então formá-lo e não apenas informá-lo⁷. (TAHAN, 1969, p. 79)

Ou seja, afirmava que o Ensino de Matemática, nesses níveis educacionais, deve contribuir para a formação de verdadeiros cidadãos e não apenas a reprodução de indivíduos. Quando faço uso da palavra indivíduo é no sentido estrito de ser (verbo) apenas mais um ser (adjetivo) na nossa espécie e, como cidadão, considero uma pessoa que possa fazer uso de seus direitos e deveres, tanto políticos, cívicos e sociais, utilizando-se para tal a análise crítica das situações que nos rodeiam. (D'AMBRÓSIO, 2002, p. 5)

Observe a semelhança entre a concepção da relevância do Ensino de Matemática de Malba Tahan e a de Ubiratan D'Ambrósio,

Vejo a disciplina *matemática* como uma estratégia desenvolvida pela espécie humana ao longo de sua história para explicar, para entender, para manejar e conviver com a realidade sensível, perceptível, e com seu imaginário, naturalmente dentro de um contexto natural e cultural. (D'AMBRÓSIO, 2002, p. 7)

Ainda temos a judiciosa posição do professor Lorenzato (2006) para este fato, observando com significância a diferença que deve existir entre a Matemática desenvolvida por Matemáticos e a Matemática ensinada por Professores de Matemática

Para aqueles que são ou pretendem ser matemáticos, essa ciência pode ser concebida como um fim em si mesmo, porque o fato de fazer ou criar matemática lhes proporciona deleite e isso acontece por opção de vida. No entanto, os professores de matemática do ensino fundamental ou médio

⁷ Esta crítica pertence a Eleonora Lobo Ribeiro (Nota do autor).

têm como objetivo maior em seu exercício profissional proporcionar aos seus alunos a aprendizagem da matemática elementar, para que estes possam melhorar suas condições de vida através da utilização de conhecimentos matemáticos. Assim sendo, a matemática deve ser interpretada pelos professores como instrumento para a vida e não um fim em si mesmo. (LORENZATO, 2006, p. 51)

Para que o ensino de Matemática satisfizesse o proposto anteriormente, Melo e Sousa pregava que seu ensino deve ser atraente e vivo e não apresentado como algo estanque. Desse modo defendia a criação de Laboratórios de Ensino de Matemática (LEM) nas instituições educacionais afirmando que o ensino deveria partir do concreto para somente depois, com os conceitos bem estabelecidos, passasse ao abstrato, e, indicava também, esta metodologia como um facilitador quanto a possibilidade de motivação dos alunos.

De acordo com o chamado *método do laboratório*, o ensino da Matemática é apresentado ao vivo, com auxílio de material adequado à maior eficiência da aprendizagem.

O professor de Matemática, que dispõe de um bom *Laboratório* poderá, com a maior facilidade, motivar seus alunos por meio de experiências e orientá-los, mais tarde, com a maior segurança, pelo caminho das pesquisas mais abstratas. (TAHAN, 1962, p. 61-62)

Atualmente vemos a necessidade do ensino de Matemática praticar a transição do concreto para o abstrato, pois a possibilidade de verificar visual ou manualmente uma proposição Matemática é uma eficiente estratégia de ensino, contudo, não deve ser considerada como suficiente. O ensino de Matemática necessita, *a priori*, partir do concreto, para um primeiro contato e formulação de hipóteses sobre a teoria que se deseja ensinar até alcançar a possibilidade de formulações abstratas, que emergem na forma de definições, teoremas, corolários ou postulados. A respeito disto temos as palavras seguintes

Palavras não alcançam o mesmo efeito que conseguem objetos ou imagens, estáticos ou em movimento. Palavras auxiliam, mas não são suficientes para ensinar.

O concreto palpável possibilita apenas o primeiro conhecimento, isto é, o concreto é necessário para a aprendizagem inicial, embora não seja suficiente para que aconteça a abstração matemática. (LORENZATO 2006, p. 17; 20)

Tahan, em sua obra, *Didática da Matemática*, (1962), destinou um capítulo, o de número 18, para a discussão da importância e eficiência para o Ensino de

Matemática que a metodologia laboratorial possui, afirmando que o LEM, deve ser bem instalado e possuir quantidade adequada de materiais, sendo estes de gêneros bem variados, possuindo desde recortes de revistas a materiais de tecnologia de informática. Elaborou uma lista com 68 itens que considerava não poder estar ausente em um LEM. Há de se destacar que estes itens versavam sobre diversos conteúdos matemáticos.

Sugeria o uso de Tecnologias em sala de aula, a utilização da História da Matemática, apresentação de Matemática Recreativa, Jogos Matemáticos e, principalmente, o uso de Situações Problemas como ponto de partida para a introdução de conteúdos matemáticos. Observe que a utilização dessas metodologias de ensino estão consoantes com o que nos é recomendado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's), e, são pontos de discussão entre Educadores Matemáticos.

Melo e Sousa defendia que o ensino de Matemática deve partir de situações problemas, porém, problemas reais, com dados reais e não simplesmente problemas hipotéticos que não possuem vinculação com a realidade. Durante muitos anos (e ainda hoje) as situações problemas eram utilizadas somente ao final de discussões teóricas como verificação de aplicação de conceitos específicos trabalhados previamente, quando o ensino se faz desta maneira notamos que o que há de mais importante no uso de problemas em sala de aula, dar significado à Matemática, não é atingido e a resolução dos problemas restringe-se apenas à aplicação de técnicas de cálculos e a resposta a um número, muitas vezes não cabendo nem a interpretação do resultado encontrado.

Quando um problema conduz o aluno à reflexão e análise dos dados fornecidos e do resultado encontrado o ensino de Matemática deixa de ser algo especulativo (quanto ao domínio de técnicas de cálculos), pois, para sua resolução o educando desenvolve estratégias, formula hipóteses, faz tentativas e simulações. Em outras palavras, a Matemática ganha significado e seu ensino deixa de ser apresentado como algo pronto, que foi descoberto há anos sem possuir vinculação alguma com a realidade encontrada no mundo exterior à escola e, as diferentes áreas de conhecimento que compõe a ciência Matemática passam a interagir entre si. Desse modo, o processo aplicado à resolução detém maior importância do que o resultado encontrado.

Os PCN's para as séries finais do Ensino Fundamental nos asseguram que a resolução de problemas

[...] possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade de gerenciar as informações que estão ao seu alcance. Assim, os alunos terão oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como de ampliar a visão que têm dos problemas, da Matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança. (BRASIL, 1998, p. 40).

Embasado nesta concepção acreditamos que, através desta metodologia, estaremos contribuindo significativamente para a construção da autonomia dos estudantes e, conseqüentemente, para a formação de cidadãos capazes de utilizar a Matemática para interagir com o meio em que vive.

Criticava de forma veemente os profissionais do magistério, que possuem como área de atuação a Matemática, que contribuem de forma exaustiva para o desprezo dos educandos pelo estudo desta valorosa ciência e põem em dúvida sua utilidade prática

Muitos professores, dedicados e eficientes, orientam os seus trabalhos de classe na ilusão de que devem ensinar o difícil (que não tem aplicação) a fim de que os estudantes aprendam bem o simples, o fácil (que tem aplicação). Essa maneira de encarar o ensino da matemática é anti-didática e errônea. Deve-se ensinar bem o fácil, o que é básico e fundamental; insistir nas noções conceituais importantes; obrigar o estudante a ser correto em sua linguagem; seguro e preciso em seus cálculos, impecável em seus raciocínios. É um crime, porém, atormentar o aluno com teorias inúteis, difíceis ou trabalhosas. As teorias complicadas e obscuras fazem no espírito do aluno verdadeira aversão e intolerância pela matemática. (TAHAN, 1960, p. 194)

Chamando de algebristas os profissionais que se prestam a este papel

A meu ver, a desestima que há, pela nobre ciência dedutiva, é obra de um inimigo roaz e pernicioso; um inimigo que é para a matemática o que a broca é para o café, a lagarta para o algodão, e a saúva para todo o Brasil. Esse inimigo perigoso e implacável é o "algebrista". A denominação de "algebrista" é dada, em sentido pejorativo, a todo aquele que vive possuído da preocupação mórbida de complicar, enegrecer e lacerar a matemática. (TAHAN, 1960, p. 160)

Como algebrismo no ensino de Matemática Tahan (1960) nos esclarece sua definição

Denomina-se, de um modo geral, de *algebrismo* a esse acervo imenso:

- a. de teorias intrincadas;
 - b. de problemas complicados, sem a menor aplicação;
 - c. de cálculos numéricos trabalhosos, reloucados, dos quais o estudante nada aproveita;
 - d. de questões cerebrinas fora da vida real;
 - e. de demonstrações longas, complicadas, cheias de sutilezas;
- tudo, enfim, que o professor apresenta, em matemática, fora dos objetivos reais dessa ciência, com finalidade única de complicar, dificultar e tornar obscuro o ensino da matemática. (TAHAN, 1960, p. 161 e 162)

Para que se pudesse diminuir o efeito que a utilização do uso abusivo da álgebra causa na Educação Básica e, dessa forma, melhorar a qualidade do Ensino de Matemática no Brasil, Malba Tahan, recomendava que o órgão oficial responsável pela regulamentação do ensino deveria adotar algumas medidas, a saber:

- a. revisão dos programas;
- b. apresentação analítica dos programas;
- c. regulamentação rigorosa das provas orais e escritas;
- d. supressão das unidades inusitadas;
- e. supressão dos problemas em falso;
- f. limitação do cálculo algébrico. (TAHAN, 1961, p. 129)

Nos PCN's de Matemática lançados em 1998 verificamos a adoção destas medidas. E mais, à página 116, temos uma recomendação explícita para o ensino de álgebra, textualmente temos:

Para uma tomada de decisões a respeito do ensino da Álgebra, deve-se ter, evidentemente, clareza de seu papel no currículo, além da reflexão de como a criança e o adolescente constroem o conhecimento matemático, principalmente quanto à variedade de representações. Assim, é mais proveitoso propor situações que levem os alunos a construir noções algébricas pela observação de regularidades em tabelas e gráficos, estabelecendo relações, do que desenvolver o estudo da Álgebra apenas enfatizando as "manipulações" com expressões e equações de uma forma meramente mecânica. (BRASIL, 1998, p. 116).

Para o ensino de Matemática, Malba (1961) destacava duas finalidades, na primeira vemos a contribuição da Matemática para o desenvolvimento de processos cognitivos e na segunda observamos a relevância do desenvolvimento da habilidade de relacionar os estudos matemáticos com outras áreas de conhecimento, para desta forma atuar criticamente em seu cotidiano. Pode ser notado o cuidado que este educador possuía tanto com o desenvolvimento do raciocínio abstrato (típico da

Matemática) quanto com sua aplicação prática na resolução de problemas. Ou seja, a Matemática deve dar suporte a formação completa do cidadão, não bastando apenas informá-lo, mas sim formá-lo.

Na Matemática duas finalidades devemos ter, constantemente, em vista. Para a primeira dessas finalidades destacamos:

- a. o estímulo da faculdade inventiva;
- b. o exercício da crítica;
- c. o desenvolvimento do raciocínio lógico;
- d. o hábito da linguagem concisa;

Dentro da segunda finalidade cumpre salientar:

- a. o inter-relacionamento dos diversos ramos da Matemática;
- b. as relações entre a Matemática e as ciências aplicadas; (TAHAN, 1961, p. 153)

Inserido nesta concepção de ensino, Tahan (1961) nos apresenta uma antecipação do que é debatido atualmente sobre a importância das conexões entre os conteúdos matemáticos e, entre esses conteúdos e as diferentes áreas de conhecimento. Fazendo uma sugestão direta de relacionar os ensinamentos de Matemática com os de Física

Parece fora de dúvida - acentua o Prof. Euclides Roxo - que a Matemática e a Física devem ser ensinadas lado a lado, ao invés de se iniciar o estudo da Física só depois de abandonada a Matemática.

As teorias matemáticas e as aplicações físicas seriam, assim, justapostas, de modo que a experiência da Física conduziria, muitas vezes, a um problema da Matemática. (TAHAN, 1961, p. 20-21)

Para que os educandos compreendam a Matemática como um conjunto composto por áreas de conhecimento interrelacionadas e não apenas como partes isoladas que a compõem (aritmética, álgebra, geometria, trigonometria, etc.) Lorenzato observa que "[...] para fazer essa integração é preciso identificar pontos de conexão entre os campos, bem como respeitar as características de cada campo [...]" (LORENZATO, 2006, p. 60).

E, ainda, nos lembra que os conhecimentos não são construídos de forma linear e direta, ou seja, durante a construção do conhecimento Matemático o protagonista deste encontra-se inserido em um contexto histórico e possui obstáculos epistemológicos. Porém toda esta epistemologia é deixada de lado quando da validação do conhecimento perante a comunidade científica. Isto é, foge

a lógica do pensamento humano raciocinar de forma isolada quando todo o conhecimento está conectado.

"Considerando que os conceitos não são construídos em sequência linear nem de forma isolada, não é recomendável que sejam apresentadas separadamente ao aluno as noções de aritmética, geometria e álgebra". (LORENZATO, 2006, p. 69).

No que respeita as duas finalidades, para o ensino de Matemática, apontadas por Tahan em 1961, apenas 38 anos mais tarde, com o lançamento dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM), publicados em 1999, temos uma menção explícita dessas duas finalidades em um documento oficial que proclama

A Matemática no Ensino Médio tem um valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, porém desempenha um papel instrumental, pois é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas. (BRASIL, 1999, p.251)

Tahan (1961), em sua Didática da Matemática, indica que devemos observar que além dos objetivos gerais que a educação possui, a Matemática, como disciplina curricular, detém seus objetivos específicos, listando os que considerava de maior importância

- a. desenvolver o conhecimento e compreensão de certas definições e relações da Matemática;
- b. fazer com que os alunos saibam aplicar os conhecimentos obtidos através do estudo da Matemática, nos trabalhos de oficina e nos conhecimentos correntes da vida em geral;
- c. desenvolver a habilidade de calcular, generalizar, analisar, induzir, deduzir, sistematizar gráficos, usar a linguagem algébrica e familiarizar-se com a mensuração;
- d. desenvolver a habilidade de empregar o pensamento lógico e a visão de conjunto;
- e. despertar o interesse pela resolução de problemas, leitura de revistas e livros de matemática, formar coleções, etc. (TAHAN, 1961, p. 154)

No artigo "O 'Mundo-Real' e o Dia-a-Dia no Ensino de Matemática", Luciano Meira afirma que considerando a Psicologia da Educação Matemática, o ensino desta ciência deve atender a três objetivos principais

- a. o desenvolvimento, nos alunos, da compreensão do significado, estrutura e função dos conceitos matemáticos;
- b. o desenvolvimento da competência para construir abordagens matemáticas para problemas e situações;
- c. a apreciação da atividade matemática enquanto prática cultural. (MEIRA, 2004, p. 19)

Como pode ser facilmente notado, apesar de Tahan (1961) ter listado um número maior de objetivos específicos para o Ensino de Matemática os que Meira (2004) lista abordam-no em sua completude, apresentando-os sintetizados e com uma “roupagem” moderna.

Quando Tahan falava sobre o uso de História da Matemática em sala de aula temos duas vertentes, a primeira no que diz respeito às histórias sobre Matemática, inserido no conjunto denominado de Matemática Recreativa, sendo utilizado deste modo como um motivador ao aluno, para que se possa quebrar a rigidez que a Matemática possui, e, a segunda é no que respeita à história da construção do conhecimento matemático ao longo dos tempos, pois quando o conhecimento é produzido este está inserido em um contexto histórico onde seu elaborador passa por momentos de desenvolvimento e também de entraves e não se encontra despidido de sentimentos, porém todo este contexto é deixado de lado quando da validação do conhecimento. A forma final que este conhecimento adquire encontra-se sobre maneira distanciada de como foi gerado. Pois bem, a escola sendo uma estrutura onde as pessoas que a frequentam são seres históricos, que produzem suas histórias diariamente, não é surpresa o desinteresse que a disciplina Matemática tem em relação aos estudantes quando esta é apresentada apenas como um emaranhado de definições e teoremas, totalmente descontextualizada e sem utilidade.

Quando se retira de qualquer conhecimento matemático a sua origem, quando se omite o contexto em que surgiu e os motivos que levaram à sua construção, o que resta é apenas uma estratégia abstrata, um amontoado de fórmulas sem sentido, que nada representam para o aluno e que nele só desenvolvem o hábito de repetir passos mecânicos. (ROCHA, 2001, p. 27).

No que tange ao ensino de teorias que nada representam aos educandos, teorias completamente desconectadas da realidade que nos cerca, Malba, citando Montessori nos adverte que

Grande mal no ensino - assinala a Dra. Montessori - é quando o aluno compreende a explicação do professor, mas a parte assimilada só envolve noções inúteis para o educando, noções que não vão despertar energias construtivas de interesse e entusiasmo. (TAHAN, 1961, p. 144)

Considerando que a Educação Básica deve estar a serviço de atender à população inserindo-a no mundo do conhecimento e desenvolvendo a capacidade de utilizá-lo para interagir criticamente no meio em que vive, se o ensino for baseado apenas em conhecimentos descontextualizados, ou seja, desprovido de ligação com o real, acarretará na inutilidade deste para lidar com situações reais. Desta forma, notamos que a escola deixa de cumprir com seu principal papel, desenvolver habilidades nos educandos para que estes possam interagir no meio social que vive, para assim, melhorar sua qualidade de vida.

4 A PESQUISA DE CAMPO REALIZADA NESTE TRABALHO

“O que importa não é ensinar muito, mas ensinar bem, com orientação adequada, evitando fatos e problemas puramente especulativos.” (TAHAN)

Como dissemos no capítulo introdutório deste trabalho, os capítulos 2 e 3, possuem características de estudo bibliográfico ou documental, pois, no capítulo 2, intitulado “Malba Tahan: Mensageiro de Cultura de Educação Humanizadora”, traçamos sua biografia, e para tal, utilizamos como referências livros, dissertações, artigos de revistas e sites da internet. No capítulo 3, denominado “Malba Tahan: Educador Matemático por Natureza”, buscamos o diálogo de Malba com educadores matemáticos contemporâneos e documentos oficiais, objetivando a discussão das recomendações, que posteriormente vieram a se tornar influências, sugeridas por Tahan com o que é debatido atualmente em Educação Matemática e os parâmetros educacionais para o ensino de Matemática estabelecidos pelo governo brasileiro. Novamente, embasamos nosso texto com a utilização de livros, dissertações, artigos de revistas especializadas e sites da internet.

Os documentos para estudo apresentam-se estáveis no tempo e ricos como fonte de informação, pois incluem: filmes, fotografias, livros, propostas curriculares, provas (testes), cadernos de alunos, autobiografias, revistas, jornais, pareceres, programas de TV, listas de conteúdos de ensino, planejamentos, dissertações ou teses acadêmicas, diários pessoais, diários de classe, entre outros documentos. (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p. 102).

Estes dois capítulos apresentam elementos que já respondem, no nível teórico, à pergunta principal de nossa pesquisa: *Como são percebidas as contribuições de Malba Tahan para a melhoria do Ensino de Matemática atual, dentro do enfoque da Educação Matemática?*

Pelo estudo documental realizado, percebemos, em primeiro lugar, a sua contribuição através de suas críticas, de sua atuação docente e de toda a sua produção escrita, funcionando como um rompimento com um modelo estabelecido. Em segundo lugar, todos estes elementos anunciam, propõem e iniciam as bases de

uma matemática voltada para a formação de cidadãos, princípio assumido pela Educação Matemática.

Porém, como também salientamos, a nossa pesquisa insere-se em uma área de ensino de matemática de um Mestrado Profissional. Conduzimos, então, uma pesquisa de campo, orientando-nos pela metodologia da Observação Participante, na busca de aspectos instrumentais e/ou utilitários da ação de Malba Tahan, que já influenciaram e que ainda possam trazer contribuições para a melhoria do ensino de matemática hoje. Pois, "A coleta de dados é realizada junto aos comportamentos naturais das pessoas quando essas estão conversando, ouvindo, trabalhando, estudando em classe, brincando, comendo [...]" (FIORENTINI; LORENZATO 2006, p. 102).

Devemos tomar cuidado com a utilização do termo participante aqui empregado, pois tratam-se de participações pontuais, com momentos e público específicos. Neste capítulo, apresentamos os dois momentos desta pesquisa de campo. No primeiro, item 4.1, um grupo de professores debate concepções didáticas de Malba Tahan. No segundo momento, item 4.2, um grupo de professores comenta questões matemáticas condenadas e criticadas por ele, devido ao acentuado algebrismo.

4.1 Concepções de Malba Tahan debatidas com grupo de professores

O objetivo desta parte da pesquisa foi levar para o campo (meio docente/discente) as ideias e práticas do professor Tahan, do início da década de 1960, e, à luz de nossa questão de pesquisa, observá-las submetidas à discussão e apreciação de professores que lecionam, hoje, no final da década de 2010.

Para o desenvolvimento desta parte do trabalho, contamos com a participação voluntária de dois professores de Matemática, doravante denominados de professores A e B, que atuam na educação básica pública do município de Linhares, Espírito Santo. Foi realizado um encontro com duração aproximada de uma hora e trinta minutos.

Quanto ao nível de formação e experiência dos docentes envolvidos nesta fase da pesquisa, temos que, a professora A possui Licenciatura Plena e Especialização em Matemática atuando profissionalmente há 8 anos nas séries finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio e o professor B possui licenciatura Plena e Especialização em Matemática, é licenciando em Física e atua há 5 anos como docente nas séries finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio.

O encontro, doravante denominado de seminário, com os professores aconteceu no dia 23/12/2008, sendo solicitado aos envolvidos a leitura prévia do capítulo VIII do livro Didática da Matemática volume 1 de autoria do próprio Malba Tahan. Esse seminário foi gravado em áudio.

A metodologia utilizada no seminário foi, conforme descrita a seguir, dividida em três momentos:

1º Momento:

O pesquisador apresentou a biografia de Júlio César perfazendo o caminho de sua vida, desde o nascimento até sua morte, e, apresentando algumas curiosidades, como seu hábito de colecionar sapos, a criação do Jornal Erre (em sua infância), o comércio de redações, a inclusão (autorizada pelo então presidente brasileiro Getúlio Vargas) em sua carteira de identidade do pseudônimo Malba Tahan. Fizemos questão de destacar, especialmente, como se deu a criação de sua maior mistificação literária (Malba Tahan) e citação dos locais em que atuou profissionalmente tanto como docente quanto como colaborador.

2º Momento:

Este foi destinado à apresentação das concepções que Malba possuía sobre o Ensino de Matemática e a Educação Geral, tais como, criação e utilização de Laboratório para o Ensino de Matemática (LEM) nas instituições de ensino, uso de História da Matemática, Jogos Matemáticos, Matemática Recreativa e Situações Problemas (práticos ou teóricos) como gerador de discussão para a introdução de novos conteúdos, buscando um diálogo com o que é debatido atualmente na academia e nos cursos de formação continuada de professores de Matemática.

Destacando principalmente a concepção que Tahan possuía de que a escola na educação básica deve contribuir para a formação de cidadãos e que esta concepção é consoante com o que a Educação Matemática defende.

3º Momento:

Foram apresentado 8 questionamentos, a saber:

A) Malba Tahan possuía uma definição própria de álgebra:

- a. Denomina-se, de um modo geral, de *algebrismo* a esse acervo imenso:
- b. - de teorias intrincadas;
- c. - de problemas complicados, sem a menor aplicação;
- d. - de cálculos numéricos trabalhosos, relucados, dos quais o estudante nada aproveita;
- e. - de questões cerebrinas fora da vida real;
- f. - de demonstrações longas, complicadas, cheias de sutilezas;
- g. - tudo, enfim, que o professor apresenta, em matemática, fora dos objetivos reais dessa ciência, com finalidade única de complicar, dificultar e tornar obscuro o ensino da matemática.

Isso ainda é praticado nos dias atuais?

B) Atualmente o que se entende por álgebra?

C) A álgebra é danosa ao ensino?

D) Qual a finalidade de se ensinar Matemática?

E) Qual a relação existente entre a “Matemática Utilitária” e a “Matemática Formal”?

F) Como é o ensino de Matemática atual? Ele está assentado sobre a estruturação lógica desta ciência ou visa sua utilização na formação humana das

pessoas?

G) Como deve ser o ensino de Matemática?

H) Como a Matemática pode colaborar para a formação crítica dos educandos?

Foi feita uma triagem dos momentos considerados como mais relevantes da fala dos professores/colaboradores nesta parte da pesquisa, a qual foi realizada em forma de Seminário.

- Seminário com os Professores A e B

Como escrito anteriormente, foi solicitado aos participantes a leitura prévia do capítulo VIII do livro Didática da Matemática volume 1 de autoria do próprio Malba Tahan, porém o professor B não realizou a leitura completa, mas tomou conhecimento do contexto do capítulo.

Durante o primeiro momento do seminário, a apresentação da história de vida do Júlio César, tudo transcorreu como planejado, os participantes acharam interessante toda a trajetória de vida pessoal e profissional do referido educador.

No segundo momento, as concepções de Malba para a Educação e o Ensino de Matemática, os participantes consideraram pertinentes as idéias apresentadas por Tahan e bem divergentes da concepção de Educação e Ensino de Matemática que, no momento da escrita daquele texto, era praticado. Quando tratamos da concepção do uso de tecnologias em sala de aula, a discussão voltou-se, quase que automaticamente, à utilização da calculadora. Após um breve debate, os participantes formularam que o uso da calculadora é importante em sala de aula, porém, devem ser destinados momentos específicos para tal, ou seja, afirmaram que o uso indiscriminado da calculadora é prejudicial ao ensino de matemática, uma vez que pode condicionar o aluno a sempre recorrer a este recurso, inclusive para cálculos aritméticos simples e, ainda, devido a não possibilidade de utilização da mesma durante os exames vestibulares. Quando ressaltaram que devem existir momentos específicos para a utilização deste recurso, enfatizaram que esta

necessidade é devido ao fato de que muitos alunos não seguem a carreira acadêmica e ingressam na vida profissional como funcionários do comércio e, como tal, devem fazer uso desta ferramenta, daí, emerge a necessidade de saber operá-la corretamente. Resumindo as idéias, chegamos a seguinte conclusão, este recurso deve ser usado quando o educando já domina as operações e devem se restringir a atividades específicas para que o educador possa ensiná-los a manusear esta ferramenta.

Para o primeiro questionamento do terceiro momento, apresentação da definição de Malba Tahan como algebrismo e sobre a sua utilização nos dias atuais, houve certa discordância com o que Tahan pregava. O participante B afirma acreditar que deve existir o cálculo maçante, com exercícios do tipo *resolva*, onde os itens não tenham vinculação com nenhuma aplicação e esclarece que mantém esta posição por não serem raros os momento que o estudante, diante de um problema com contextualização, interpreta a questão, consegue o entendimento necessário para a elaboração da estratégia de resolução, transforma este entendimento em linguagem matemática e, por fim, muitas vezes, acaba por não concluir a resolução por não dominar as técnicas necessárias para a execução do modelo que encontrou. Neste aspecto, a participante A nos traz que questões do tipo, *resolva*, são mais simples de serem concluídas porque “*o aluno não precisa pensar, ele só precisa repetir*”, e afirma que os professores utilizam isto como estratégia em suas avaliações para diminuir o índice de reprovação, ou seja, se o educando for avaliado com questões contextualizadas, onde tenha a necessidade de encontrar o modelo que traduz a questão para a linguagem matemática e só após aplicar as técnicas de resolução o índice de reprovação será alto.

No segundo questionamento, “Hoje em dia o que a gente entende por álgebra?”, a princípio argumentaram ser difícil conceituar álgebra, que esta ideia não está muito clara para eles. No entanto, após alguma discussão, concluíram que existe uma separação entre aritmética e álgebra, a aritmética seria puramente numérica e, muitas vezes, álgebra é entendida quando ocorre a inserção de letras (variáveis ou parâmetros) em expressões matemáticas e que a chamada álgebra praticada nas escolas é muito diferente da álgebra estudada em nível superior.

Quando lançamos o terceiro questionamento, “A álgebra é danosa ao ensino?”, a participante A nos diz que:

Danosa não [...] É necessária a parte algébrica, porque por si só aquela parte às vezes tão abstrata, como o conteúdo da sétima série, às vezes é tão abstrato e o menino pergunta pra que serve e você não sabe responder pra que serve, por que ali não serve pra nada mesmo. Mas você tenta sair dizendo, você vai usar na oitava porque você vai precisar resolver problemas que tem isso. Enfim, enquanto não tiver aplicação, você não ver aplicação direta daquele assunto, ele tem que entender a matemática como uma arte de um modo geral. Por que só perguntar pra que serve isso nos problemas de matemática? Por que não se pergunta então pra que serve um poema? Pra que eu quero saber a história da mesopotâmia? Então por que se pergunta isso só pra matemática? Pra que serve isso? Então eu acho que danosa ela não é não. Pode não ter uma aplicação imediata, pode ser totalmente abstrata, mas ela serve pra depois. Serve pra uma outra situação que depende daquilo. Ao contrário de danosa, ela é benéfica.

O pesquisador insistiu na pergunta, questionando se os conteúdos algébricos que se tem na Educação Básica, do 6º ano do ensino fundamental ao 3º ano do ensino médio, são em demasia. Para tal indagação a participante A esclarece, que não considera exagerada, mas se analisar detalhadamente todo o programa de matemática que se trabalha do sexto ano do ensino fundamental ao terceiro ano do ensino médio pode ser que tenham alguns conteúdos que possam ser retirados, porém não muitos, pois, a maior finalidade da escola é formar cidadãos,

que incluem cidadãos que vão para o comércio, que vão viver daquilo ali, e incluem cidadãos que vão pra carreira acadêmica. Então você tem que ajudar a formar os dois tipos. Pra vida cotidiana e pra vida acadêmica também, ele tem que ter um embasamento.

No tocante ao quarto e quinto questionamentos que tratam da finalidade de se ensinar matemática e da relação existente entre matemática formal e matemática utilitária, os dois participantes afirmaram que existe uma boa relação, porém, em alguns conteúdos encontra-se grande dificuldade para que esta relação seja trabalhada a contento, isto é, existem conteúdos que a aplicação prática requer um grande arcabouço de conhecimentos e, em determinadas séries, que estes tópicos são estudados pela primeira vez, os educando não possuem o alicerce necessário para que se faça esta ligação. Esclarecem ainda que esta relação é dependente do professor responsável pela turma, e que buscar esta relação é trabalhosa, demanda tempo, e, muitos professores não querem ter este trabalho.

As três últimas indagações fazem referência a como a matemática deve/pode contribuir para a formação crítica da população, colhemos a seguinte reflexão da

participante A:

A gente tenta fazer a nossa parte. Então a gente tenta fazer que ele pense por si só. Quando ele consegue pensar sozinho e tirar as próprias conclusões, eu acho que você já tá contribuindo”, e completa “é quando se consegue fazer a ligação entre as coisas que se estuda na escola e as coisas que aparecem no cotidiano. Enquanto o aluno vir a matemática como duas coisas diferentes (a utilitária e a formal), a gente ainda não conseguiu ajudar ninguém a ser crítico.

Diante das falas dos professores colaboradores, algumas reflexões e observações pertinentes podem ser feitas.

Podemos ver a Educação Matemática como um movimento em direção a formas cada vez mais propícias de se ensinar e aprender matemática, e era isto que Malba Tahan também buscava e defendia. A fala dos dois professores no nosso Seminário indica que eles também participam, de alguma forma, deste movimento, obviamente por serem professores. Mas, o que caracteriza a Educação Matemática é ter propostas para este movimento, advindas da reflexão e da prática embasada teoricamente. Uma proposta geral e importante deste movimento, coincidente com as de Tahan, é que os professores de matemática lecionem de forma a se aproximar cada vez mais de uma matemática de docentes e não de uma matemática de matemáticos.

Neste contexto, percebe-se que a retomada de textos de Malba Tahan para reflexão podem contribuir muito para formação de professores, tanto em serviço como em curso de licenciatura. O exercício de reflexão sobre o ensino, a partir de textos que não são de conteúdo específico, pode despertar o interesse do professor por conhecer experiências e pontos de vista de outros colegas e a iniciar-se em leituras de teorias educacionais.

Malba Tahan, com seus textos teóricos e de conteúdo matemático, com a dedicação à Matemática, com seu exemplo de professor educador e com um, até polêmico, espírito crítico, permitiu aos professores levantarem questões da sua prática profissional, ainda que não explicitadas, as quais os incomodarão ao longo de suas carreiras. As respostas nunca serão absolutas e definitivas, como na matemática; mas, virão através de avanços, recuos e aproximações, como são as coisas da vida.

4.2 A crítica ao algebrismo em obra de Malba Tahan apreciada por um grupo de docentes

Submetemos outro texto de Malba Tahan à reflexão e à apreciação de mais um grupo voluntário de professores. Em janeiro de 2009 contamos, em um encontro de 3 horas, com a colaboração de 11 professores. Dentre estes existem profissionais que atuam na educação básica, em cursos preparatórios para concursos públicos e no ensino superior. A coleta dos dados foi realizada em Belo Horizonte, Minas Gerais. Esta colaboração foi no sentido de responderem a um questionário aberto contendo 10 questões relacionadas a conteúdos matemáticos.

Estas questões foram selecionadas do livro “Didática da Matemática”, volume 1, de Malba Tahan (1961). Nesta obra Tahan critica o algebrismo e utiliza algumas questões para exemplificar seus argumentos. Nosso trabalho, a princípio, foi selecionar 10 questões versando sobre diferentes temas de ensino em Matemática, tais como, Matemática Financeira, Aritmética, Álgebra, Geometria Plana e Espacial, Razão e Proporção, Funções, Derivadas e Trigonometria. Há de se destacar que todas as questões encontram-se assentadas no que Malba definia como algebrismo e eram apontados como contendo problemas de elaboração, contextualização e/ou objetivos em sua aplicação, ou seja, são questões que possuem caráter puramente algebrístico e, desse modo, contribuem para a reprodução de pessoas sem senso crítico, em outras palavras, são questões que desvirtuam o real sentido da educação, a formação de cidadãos.

O questionário continha em sua primeira parte um pequeno texto onde destacava-se que Malba Tahan pregava um Ensino de Matemática voltado para a formação do cidadão e, para isso defendia que este deveria ser vivo, mais humano e menos teórico. Ao conjunto de teorias, que atrapalham o real Ensino de Matemática, Tahan chamava de algebrismo, apresentamos, também, a definição dada por Malba para algebrismo. Os professores não tiveram acesso ao texto em que Tahan tece as críticas.

Trata-se de um questionário aberto, pois lançamos questionamentos e colhemos opiniões. Essas opiniões são as colaborações que recebemos e eram voltadas a três itens principais:

- a. Criticar tais questões, enfatizando os motivos destas não serem úteis a formação do cidadão.
- b. Reformulação das mesmas (levando-se em consideração as críticas tecidas), sempre que possível.
- c. Reflexão se questões deste gênero constam nos livros didáticos atuais.

Muitos dos educadores que responderam ao questionário emitiram opiniões semelhantes as de Malba Tahan, principalmente quando se trata da má elaboração das questões, a falta de contextualização das mesmas, a ausência de aplicação prática dos conteúdos discutidos e, em algumas tentativas de contextualização, um verdadeiro despautério, apresentando situações completamente equivocadas em relação ao que se encontra no cotidiano, outros colaboradores apresentaram críticas diferentes das apresentadas por Malba, são comentários que ressaltam a não contemporaneidade da linguagem utilizada nas questões, provavelmente por não ter havido a percepção de que tratavam-se de questionamentos realizados na década de 1960.

Quanto a reformulação solicitada, nenhum dos colaboradores a efetivou. Por reformulação, entende-se aqui a sugestão de alguma questão própria ou de algum autor atual que pudesse satisfazer a um ou mais itens da crítica efetuada, ou que abordasse o conteúdo de forma menos algébrica. Os colaboradores justificaram que não a fizeram devido à falta de recursos de realização no momento em que respondiam o questionário, no entanto, sugeriram algumas ideias para a realização das reformulações, como a utilização de modelagem Matemática ou a introdução dos conteúdos via atividades de investigação Matemática. Então, pesquisamos em livros de matemática atuais algumas questões que foram formuladas por autores contemporâneos (já na era da Educação Matemática) e destinadas aos alunos da presente geração.

Para a triagem de questões que vêm compor a gama de possíveis reformulações levamos em consideração as sugestões emitidas pelos colaboradores, as críticas tecidas pelos mesmos e, logicamente, as opiniões emitidas por Malba Tahan. Buscamos, sobretudo, selecionar questionamentos que contribuam para a formação de seres pensantes, e, deste modo, contribuindo para a formação de cidadãos. São itens que possuem aplicação prática e/ou teórica, onde

os ensinamentos são realizados apresentando a Matemática com sentido, como uma ciência útil para uma melhor compreensão do mundo que nos rodeia, quer seja de uma forma direta, como a aplicação de um conceito na resolução de um questionamento vigente no cotidiano, ou indiretamente, via desenvolvimento do raciocínio lógico - dedutivo - argumentativo.

Para um maior esclarecimento, segue abaixo o questionário submetido aos 11 professores colaboradores nesta segunda etapa da pesquisa de campo.

Questionário:

Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais - PUC Minas

Mestrado em Ensino de Matemática

Mestrando: Alexandro José Correia Scopel

Orientador: Prof. Dr. Dimas Felipe Miranda

Malba Tahan (06/05/1895-18/06/1974) foi um professor à frente de seu tempo. Viveu em um período em que a Matemática escolar na educação básica era ministrada de maneira desvinculada da realidade, porém, pregava a Humanização da Matemática, ou seja, a Matemática e a Educação em geral devem contribuir para a formação completa do cidadão, isto é, deve formar e não apenas informar os educandos.

Defendia a criação e utilização de Laboratório para o Ensino de Matemática (LEM) nas instituições de ensino, uso de História da Matemática, Jogos Matemáticos, Matemática Recreativa e Situações Problemas (práticos ou teóricos) como gerador de discussão para a introdução de novos conteúdos. Note que tais temas são atualmente discutidos em Educação Matemática.

Como grande mal ao Ensino de Matemática destacava o algebrismo que definia como:

Denomina-se, de um modo geral, de *algebrismo* a esse acervo imenso:

- a. de teorias intrincadas;
 - b. de problemas complicados, sem a menor aplicação;
 - c. de cálculos numéricos trabalhosos, reloucados, dos quais o estudante nada aproveita;
 - d. de questões cerebrinas fora da vida real;
 - e. de demonstrações longas, complicadas, cheias de sutilezas;
- tudo, enfim, que o professor apresenta, em matemática, fora dos objetivos reais dessa ciência, com finalidade única de complicar, dificultar e tornar obscuro o ensino da matemática. (TAHAN, 1960, p. 161-162)

A pesquisa que está sendo apresentada possui como princípio norteador a discussão que Malba travava em torno dos danos que o uso abusivo da álgebra causava ao Ensino de Matemática.

No Quadro 1 seguinte estão apresentadas algumas das questões que Tahan criticou em seu livro Didática da Matemática, volume 1, publicado no início da década de 1960. A sua colaboração será no sentido de criticar tais questões:

- a)
- b) enfatizando os motivos destas não serem úteis a formação do cidadão
- c) dizendo se questões deste gênero constam nos livros didáticos atuais
- d) reformulando as mesmas (considerando-se as críticas tecidas).

(Serei muito grato!)

QUESTÃO	CRÍTICA E REFORMULAÇÃO
Mostrar, graficamente, que a equação $ x + x - 5 = 7$ admite duas raízes reais e desiguais, e determinar essas raízes com o auxílio de uma equação do 2º grau. (Ensino Fundamental séries finais)	
Calcular a derivada da função y sendo $y = \arctg \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ (Ensino Superior)	
Um quadrado e um triângulo estão inscritos num círculo. Sabendo-se que a soma da área do quadrado com o lado do triângulo é igual ao comprimento da circunferência, calcular a área do círculo.	
Um dono de estábulo vendia diariamente 185 litros de leite. Destes litros uns eram misturados com água ou de 2ª qualidade. Vendeu 11 litros da 1ª qualidade e 34 da 2ª e assim ficou com partes iguais das duas qualidades. Que porção de leite tinha de cada espécie?	
Em um triângulo retângulo, dá-se $c = 348\,228,43\,m$ e $B = 48^\circ 35' 27''$. Calcular b. Calcular, em seguida, de que quantidade deve-se aumentar B para que c, conservando-se constante, b seja aumentado de $20\,m$. (Vestibular da Escola Nacional de Engenharia - 1945)	
Qual o capital que em 2 anos e 2 meses produz juros de Cr\$ 10 400,00 à taxa de: $\frac{17}{2} - \frac{1}{3} - \frac{7}{8} - \frac{5}{12} - \frac{1}{5} - \frac{3}{5} \% ?$ (Ensino Fundamental séries iniciais)	
Uma pessoa colocou uma quantia em um banco a 6%. No fim de dois anos liquidou a sua conta tendo recebido Cr\$ 22 400,00. Que capital havia depositado no banco? (Resposta Cr\$ 20 000,00)	
Quantas caixinhas de $0,000\,758\,m^3$ podem ser postas numa caixa de $0,216\,030\,m^3$? (Ensino Fundamental séries iniciais)	
Um quitandeiro distribuiu 1 855 maçãs em quatro caixas cujos volumes são inversamente proporcionais aos números 6, 8, 12 e 15. Quantas maçãs colocou em cada uma?	
1 200 litros de chumbo, com 7 800 000 centímetros cúbicos de algodão, mais 500 quilogramas de água destilada, quantos quilolitros pesam? (Ensino Fundamental séries iniciais)	

Quadro 1: Questões (críticas do Livro Didática da Matemática)

Fonte: TAHAN, 1960

Após coleta de dados, compilados num quadro comparativo do Apêndice B, fizemos a seleção por item (questão) pesquisado e elaboramos o texto apresentado a seguir.

Este texto seguirá a seguinte ordem. Primeiramente apresentaremos a questão com as críticas de Malba Tahan (não disponibilizadas para os colaboradores), em seguida os comentários tecidos pelos colaboradores e, finalmente, uma possível reformulação ou a substituição da mesma por outra que contenha os objetivos educacionais preconizados por Tahan.

Para a seleção das questões substitutivas, pesquisas foram feitas em livros de autores diversos e foram observadas as recomendações que Malba Tahan fazia ao ensino de Matemática (apresentadas no capítulo 3 desta dissertação), as críticas tecidas por ele no livro *Didática da Matemática* e as críticas e sugestões tecidas pelos colaboradores.

As resoluções das questões de Reformulações estão disponibilizadas no Apêndice C.

4.2.1 Questão 1

Malba Tahan:

E, agora, vamos ingressar no largo e fertilíssimo campo da Álgebra Elementar. Vejamos, de relance, esta jóia preciosa da quinta-essência do algebrismo:

Mostrar, graficamente, que a equação

$$|x| + |x - 5| = 7$$

admite duas raízes reais e desiguais, e determinar essas raízes com o auxílio de uma equação do 2º grau.

Essas questões e outras, muito mais difíceis, enfrondecidas de sutilezas, poderiam ser ensinadas, com muito interesse numa Faculdade de Filosofia (Curso Superior de Matemática); tais problemas caberiam, perfeitamente, como assunto de prova prática, num concurso para Catedrático de Matemática; seriam admissíveis, talvez, num Curso de Aperfeiçoamento de Professores de Matemática. Apresentadas, porém, a estudantes do Curso Ginásial degeneram em puro e autêntico *algebrismo*. (TAHAN, 1961, p. 63)

4.2.1.1 Comentário

A questão não está bem elaborada, apresentando diversos problemas em seu texto, tais como: não possuir contextualização, não apresentar aplicação alguma e não promover o entendimento do significado de equação modular. Além do mais, possui aspectos puramente algébricos. Poderia possibilitar a exploração das propriedades do valor absoluto e os movimentos de translação de gráficos, curvas e planos. Hoje, este tipo de exploração pode ser feito com muito sucesso, usando softwares computacionais gratuitos, o que não existia naquela época.

Como ponto positivo destacamos a conexão existente entre os conteúdos matemáticos, a saber, plano cartesiano, equações e inequações do 1º e 2º graus e equação modular.

Ficou notadamente explícito que questões desse gênero trazem mazelas para o processo ensino/aprendizagem não contribuindo para a formação pessoal dos educandos (note que este posicionamento é coerente com o de Malba Tahan). Exercícios desse tipo não constam nos livros atuais do Ensino Fundamental (antigamente chamado de Curso Ginasial) e sim nos livros do Ensino Médio, porém, não trazem conexões entre conteúdos, restringindo-se a questões do tipo: “Resolva a equação modular que segue...”

4.2.1.2 Reformulação

- Primeira opção⁸

Dois veículos estão em uma mesma reta. Um deles parte de um ponto **A** com velocidade média de 80km/h. No mesmo instante e em sentido oposto, outro veículo parte de **B** com velocidade média de 90km/h. Sabendo que a distância AB é de 340km, determine:

⁸ Questão extraída de Dante (2003b, p. 192).

a) As equações horárias dos dois veículos;

A ————— B

b) O instante e a posição do encontro dos dois veículos;

c) Os instantes em que a distância que os separa é de 170 km.

- Segunda opção⁹

Um metalúrgico precisa fabricar um eixo de ferro cujo diâmetro deve ter 5 cm. O torno pode provocar um pequeno erro x nessa medida, com $|x| \leq 0,008$ cm. Qual a maior e qual a menor medida que o diâmetro dessa peça pode ter depois de pronta?

- Terceira opção¹⁰

Márcia e Lurdinha estavam resolvendo um problema. Nele, era procurado um número par, ao qual ambas chamaram de x . Trabalhando com uma condição fornecida pelo problema, Márcia chegou à conclusão que deveria ocorrer isto: $|3x - 2| < 10$. Trabalhando com outra condição fornecida pelo problema, Lurdinha chegou à conclusão que deveria ocorrer isto: $|5 - 2x| < 5$. Ambas estavam certas. Qual o valor de x ?

Observa-se que estas são três opções de questões que enfocam mais o conceito de módulo, ou criam a necessidade de se resolver uma equação modular, satisfazendo ao nível escolar indicado. Em especial, a primeira opção sugere o relacionamento do ensino de Matemática com o de Física, esta conexão era sugerida por Tahan.

⁹ Questão retirada de Paiva (2002a, p. 185).

¹⁰ Questão extraída de Bianchini e Paccola (2003, p. 121).

4.2.2 Questão 2

Malba Tahan:

Passemos para o campo da Análise Matemática. Vejamos o seguinte:

Calcular a derivada da função y sendo

$$y = \operatorname{arc\,tg} \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$$

Trata-se de um belo exercício de cálculo para um matemático que deseja aprimorar-se no curso de Análise na Faculdade Nacional de Filosofia. Apresentada, entretanto, para um acadêmico de Engenharia ou de Arquitetura é de natureza puramente algebrística. Não existe problema algum, em ciência alguma, que leve o engenheiro ou o arquiteto a calcular a derivada do logaritmo neperiano de um arco cuja tangente é uma função hiperbólica. Convém esclarecer: Para o engenheiro, o arquiteto, para o técnico em geral, a Matemática é um *meio*, um instrumento, e não um *fim*. Logo o algebrismo, dentro dos cursos técnicos, deve ser evitado e inteiramente abolido. Que poderá adiantar, para o técnico, o peso morto de teorias inúteis, das fórmulas e problemas sem aplicação? (TAHAN, 1961, p. 64)

4.2.2.1 Comentário

Trata-se de um exercício teórico, pois, apresenta-se descontextualizado, sendo despido de aplicação o que recai em puro adestramento, não contribuindo para a formação do cidadão, pois, privilegia aspectos puramente técnicos (algébricos).

Como opinião contrária a emitida no parágrafo anterior, foi destacado que trata-se de uma questão simples, desde que os alunos conheçam o Teorema da Função Inversa para Derivadas e técnicas de derivação.

Continuam a figurar nos livros de Cálculo Diferencial e Integral, podendo ser considerada uma questão típica. Mas, em geral, os livros indicam o uso de instrumental eletrônico, calculadora ou computador, para resolver este tipo de questão. Note que o uso de recursos computacionais trás a possibilidade de se trabalhar mais o raciocínio, no sentido de interpretação e tomada de decisão para o

próximo passo a ser dado, que as técnicas de cálculo.

4.2.2.2 Reformulação

- Primeira opção¹¹

O custo para produzir x unidades de um certo produto é $C(x) = \frac{1}{3}x^2 + 4x + 53$ reais e o número de unidades produzidas em t horas de trabalho é $x(t) = 0,2t^2 + 0,03t$ unidades. Qual é a taxa de variação do custo com o tempo após 4 horas de trabalho?

- Segunda opção¹²

Um estudo ambiental realizado em certo bairro sugere que a concentração média diária de monóxido de carbono no ar é $c(p) = \sqrt{0,5p^2 + 17}$ partes por milhão quando a população é p milhares de residentes. Estima-se que daqui a t anos a população do bairro será $p(t) = 3,1 + 0,1t^2$ mil pessoas. Qual será a taxa de variação com o tempo da concentração de monóxido de carbono daqui a 3 anos?

Observa-se que estas são duas opções de questões com abordagens mais apropriadas a um curso técnico. A questão original, hoje, seria resolvida com facilidade por calculadoras ou computadores. Em um período que se discute de forma direta a questão ambiental, a segunda opção propicia a discussão sobre tal assunto.

¹¹ Questão retirada de Hoffmann e Bradley (2008, p. 117).

¹² Questão extraída de Hoffmann e Bradley (2008, p. 121).

4.2.3 Questão 3

Malba Tahan:

O algebrismo, quando exagerado, na sua permanente conspiração contra o bom senso, pode impelir o matemático aos perigosos desvios do erro. Observemos com a devida atenção o seguinte problema de Geometria, formulado pelo Prof. J. J. Neves Rodrigues e incluído, com o maior destaque, em seu compêndio:

Um quadrado e um triângulo estão inscritos num círculo. Sabendo-se que a soma da área do quadrado com o lado do triângulo é igual ao comprimento da circunferência, calcular a área do círculo.

Pergunta-se: Como pretende o precaríssimo Dr. Neves Rodrigues somar a área de um quadrado com o lado de um triângulo? Como obter, com essa soma absurda, de quantidades heterogêneas, o comprimento de uma circunferência? O algebrismo pertinaz levou o professor a praticar a proeza de encaixilhar um erro grave num problema banalíssimo de Geometria Elementar. O erro, no enunciado do problema, é tão óbvio, tão palpável que surpreende o leitor. (TAHAN, 1961, p. 80)

4.2.3.1 Comentário

Como pontos negativos, os colaboradores, destacaram que: o enunciado da questão está confuso não trazendo nenhuma contextualização, sua resolução restringe-se ao ato mecânico da aplicação de fórmulas, além disso, propõe a soma da área de uma figura geométrica com a medida do comprimento do lado de outra. Como somar medidas de gêneros diferentes?

Como aspectos positivos, os colaboradores, apontaram que incentiva o desenvolvimento do raciocínio matemático, pois abrange vários conceitos, propriedades e elementos de geometria. Afirmaram ainda que questões desse tipo continuam a figurar nos livros de 8º e 9º anos do Ensino Fundamental e em livros voltados a concursos e vestibulares.

4.2.3.2 Reformulação

- Primeira opção¹³

Uma indústria utiliza as placas retangulares mostradas na figura, nas quais toda a região sombreada, que está fora dos círculos, é desperdiçada. Qual é a área desperdiçada, em centímetros quadrados? (Observação: em seus cálculos, considere $\pi=3,14$).

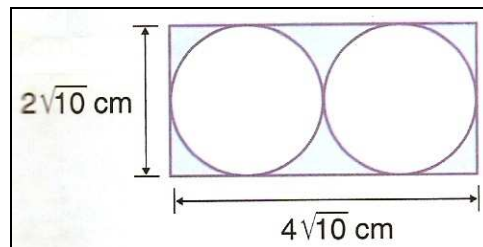


Figura 1: Modelo de Placa Retangular
Fonte: BIANCHINI; MIANI (2000), p. 223

- Segunda opção¹⁴

Dois raios de luz saem de um foco, tangenciam dois círculos de metal e vão projetar uma sombra num anteparo de madeira encostado no maior deles.

¹³ Questão extraída de Bianchini e Miani (2000, p. 223).

¹⁴ Questão retirada de Spinelli e Souza (2001, p. 242).

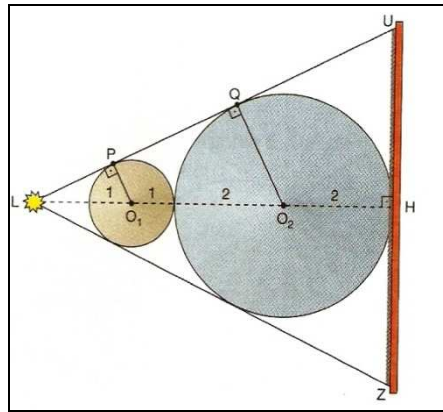


Figura 2: Modelo de Anteparo
Fonte: SPINELLI; SOUZA, 2001, p. 242

O raio do círculo maior é 2m e o do menor é 1m.

- O triângulo LUZ é isósceles? Por quê?
- Qual é a distância do foco de luz ao centro do círculo menor?
- Qual a distância do foco de luz ao anteparo?
- Qual é o comprimento do raio de luz do foco até o ponto de tangência da circunferência maior?
- Qual é o tamanho aproximado da sombra?

Observa-se que estas são duas opções de questões contextualizadas, com mais significado para o aluno e, a segunda opção propicia a abordagem de vários conceitos de Geometria Plana. O mérito da questão original é estar formulada em forma de problema, mas o erro conceitual é imperdoável.

4.2.4 Questão 4

Malba Tahan:

Prosseguindo nesse roteiro, trilhado e retrilhado pelo mundo fabuloso do algebrismo, podemos admirar este monumento de impropriedade Didática que se encontra no livro *Mil Problemas*, da Prof. Julieta Capanema:

Um dono de estábulo vendia diariamente 185 litros de leite. Destes litros uns eram misturados com água ou de 2ª qualidade. Vendeu 11 litros da 1ª qualidade e 34 da 2ª e assim ficou com partes iguais das duas qualidades. Que porção de leite tinha de cada espécie?

A ilustre Prof. Julieta Capanema, autora dessa originalíssima questão aritmética, parece aceitar como coisa certa, legal e perfeitamente admissível, que um leiteiro procure aumentar os seus pingues proventos vendendo o chamado leite de 2ª qualidade (leite com água). A ação é criminosa, e quem a pratica, de forma tão celerada, atentando contra a saúde pública, está sujeito às penalidades da lei. Que importa tudo isso? A Prof. Capanema inspirou-se no ato torpe do leiteiro delinqüente e, tomando-o por tema, formulou um problema para os seus jovens educandos.

O algebrismo nesse caso é positivamente risível e infeliz. E mais do que risível e infeliz: É amoral e deseducativo! (TAHAN, 1961, p. 83)

4.2.4.1 Comentário

Esta questão foi uma das que configuraram maior divergência entre os colaboradores, tivemos duas vertentes:

Os “*contra*” destacaram que a questão está descontextualizada e possui linguagem confusa, dificultando a interpretação, apresenta aspectos de resolução fechado, não possibilitando o desenvolvimento do raciocínio e não contribuindo para a formação de seres pensantes, e, além disso, fere de forma direta a ética nas relações profissionais (mistura de água com leite).

Os “*a favor*” destacaram que a questão possui enunciado claro e está bem elaborada. A sua resolução provoca o espírito investigativo nos estudantes, apresentando conectivos lógicos interessantes e é condizente com a realidade de grande parte dos alunos interioranos. E, permite que o professor realize o resgate histórico do processo de migração brasileiro (do campo para a cidade) abordando as mudanças e dilemas em nosso país, cada vez mais urbano.

Questões desse tipo constam nos livros de 7º e 8º anos do Ensino Fundamental e 1º e 2º anos do Ensino Médio, porém, não com este nível de complexidade.

4.2.4.2 Reformulação

- Primeira opção¹⁵

Use a escala indicada no mapa, faça medidas e responda:

- a. A distância aproximada do monte Caburaí ao Arroio Chuí.
- b. A distância aproximada da serra Contamana (AC) à Ponta do Seixas (PB).
- c. Quantos centímetros têm o litoral brasileiro nesse mapa, sabendo-se que, na realidade, ele tem aproximadamente 7350 km.
- d. Que oceano banha o litoral brasileiro?
- e. Que países da América do Sul não fazem fronteira com o Brasil?
- f. Em que estado fica a Ponta do Seixas?
- g. A fronteira terrestre do Brasil é mais ou menos extensa que a do litoral?

¹⁵ Questão adaptada de Dante (2001a, p. 243).



Figura 3: Mapa da América do Sul

Fonte: Adaptado de Fundação de Assistência ao Estudante (FAE), Atlas geográfico. Dados numéricos do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE)

- Segunda opção¹⁶

O Cristo Redentor, no alto do morro do Corcovado, no Rio de Janeiro, mede 38 metros de altura. Que escala devemos usar para desenhar esse monumento com altura de 10 centímetros?

¹⁶ A questão acima foi extraída de Bianchini e Miani (2000, p. 238).

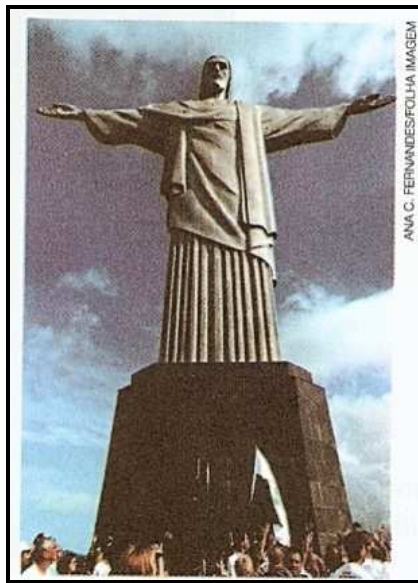


Figura 4: Cristo Redentor
Fonte: BIANCHINI; MIANI (2000), p. 238

- Terceira opção¹⁷

No mapa abaixo meça a distância de Brasília a Manaus. Na realidade, essa distância é aproximadamente de quantos quilômetros?

¹⁷ Questão retirada de Spinelli e Souza (2001, p. 264).



Figura 5: Mapa Político do Brasil
 Fonte: BIANCHINI; MIANI (2000), p. 238

Observa-se que estas três opções oferecem contextualizações interessantes, pode-se fazer remissões a outras áreas de conhecimento, principalmente Geografia, e não ferem a ética. A questão original não oferece algebrismo pesado, como sugere a crítica. Pode ser resolvido com apelo aritmético, algébrico ou geométrico. Recebe condenação pelo seu contexto não ético.

4.2.5 Questão 5

Malba Tahan:

Não hesita o algebrista inescrupuloso, sem consciência em exigir de seus alunos problemas que envolvem dados e situações irreais, fantasiosas e até disparatadas. E o imperdoável, nessa atitude, é que tais problemas

incongruentes e desconchavados, com as dificuldades aferidas pelo algebrismo, são apresentados com o firme propósito de reprovar estudantes, eliminar candidatos e afastar pretendentes dos cursos técnicos.

Vejamos como exemplo típico, uma questão dada em nossa tão conceituada Escola Nacional de Engenharia (apontada como um Estabelecimento Padrão), para os candidatos ao exame vestibular, no ano de 1945. Ei-la, com seu enunciado completo, letra por letra:

Em um triângulo retângulo, dá-se $c = 348\,228,43\text{ m}$ e $B = 48^\circ 35' 27''$.
Calcular b .

Calcular, em seguida, de que quantidade deve-se aumentar B para que c , conservando-se constante, b seja aumentado de 20 m.

Observe o leitor, com a maior atenção, a rigidez do dislate e a péssima redação do problema. Tudo vulgar e em estilo ralasso.

...

O absurdo, ou melhor, o gilvaz do algebrismo transparece no parâmetro principal do problema, isto é, no valor do cateto c que foi dado. Valor inadmissível, visivelmente errado. É de assombrar.

...

Para essa distância que exprime o lado c do triângulo (com mais de 348 quilômetros de comprimento) o algebrista levou a precisão de sua medida até o centímetro!

...

Já se viu alguém, numa distância superior a 348 quilômetros, medida ou calculada, apurar três centímetros?

...

Onde se encontra esse abatado triângulo de 348 quilômetros de lado? No planeta Júpiter? Sobre a superfície da Terra?

Neste último caso (na Terra) o raleadíssimo triângulo deixa de ser plano. O problema já não pertence mais ao domínio da Trigonometria Plana; é uma questão muito séria de Geodesia.

...

Conclusão: O problema trivialíssimo dado, na Escola Nacional de Engenharia, por ilustres e acatados engenheiros a futuros engenheiros, é disparatado e absurdo. É um problema mal redigido, errado e irreal. (TAHAN, 1961, p. 88-91)

4.2.5.1 Comentário:

Este problema é mal elaborado, sem sentido e possui enunciado confuso. A sua resolução é metódica, com números extensos e contas cansativas possuindo características puramente algébricas. Estas características se evidenciam quando verificamos que o referido problema explora mais a manipulação algébrica que os conceitos geométricos. Como trata-se de um problema teórico e desvinculado da realidade não contribui em nada para a formação crítica dos alunos, e, além disso,

para se entender o conteúdo “Trigonometria no Triângulo Retângulo” não há necessidade de se trabalhar com ‘números tão quebrados’¹⁸, distantes da realidade.

Felizmente este tipo de questão foi abolida dos livros didáticos atuais.

4.2.5.2 Reformulação

- Primeira opção¹⁹

A figura mostra parte de um projeto de duas estradas que serão construídas de modo a se encontrarem em um ponto do outro lado do rio.

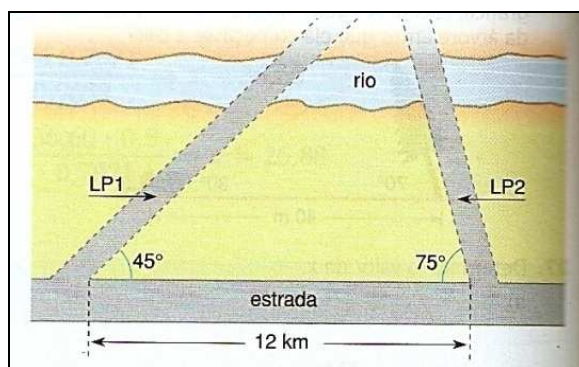


Figura 6: Esquema de Construção das Estradas
Fonte: BIANCHINI; PACCOLA (2003), p. 276

Determine a medida aproximada, em quilômetros, das estradas LP1 e LP2.

- Segunda opção²⁰

Observe a ilustração e, com a utilização do triângulo, calcule a menor distância entre a praia e a ilha.

¹⁸ ‘Números quebrados’ é uma expressão equivocada para se referir a números fracionários ou decimais.

¹⁹ Questão extraída de Bianchini e Paccola (2003, p. 276).

²⁰ Questão retirada de Smole e Diniz (2003, p. 350).

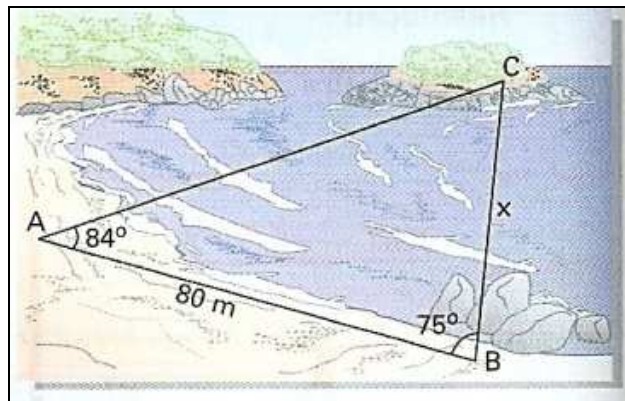


Figura 7: Modelo Matemático para Cálculo da Distância Solicitada
Fonte: SMOLE; DINIZ (2003, p. 350)

-Terceira opção²¹

Medida da distância de um ponto **A** (onde está o observador) a um ponto **P** inacessível.

Vamos supor que um observador está no ponto A e quer saber a distância entre A e P, que é o ponto onde se localiza uma árvore do outro lado de um rio, conforme representado na figura.

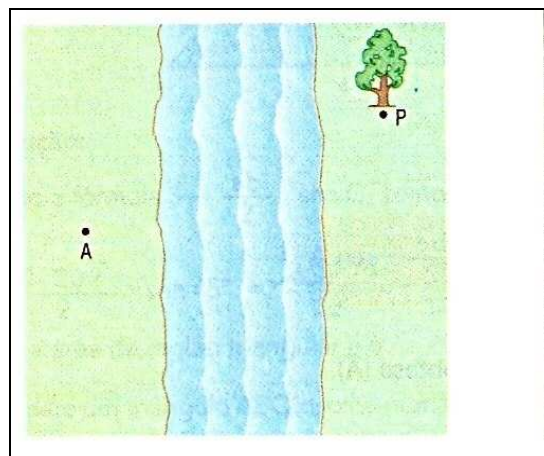


Figura 8: Primeira Etapa do Modelo para Cálculo da Distância de um Ponto Acessível a um Ponto Inacessível
Fonte: DANTE (2003cb, p. 19)

²¹ Questão extraída de Dante (2003bc, p. 19).

O observador se locomove de A para B, de onde pode ver também o ponto P.

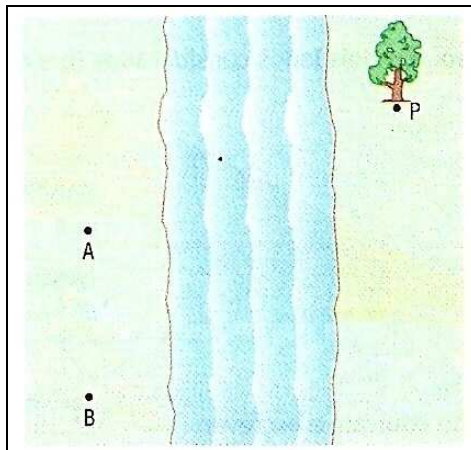


Figura 9: Segunda Etapa do Modelo para Cálculo da Distância de um Ponto Acessível a um Ponto Inacessível
Fonte: DANTE (2003cb, p. 19)

Qual a distância de A a P sabendo que a distância de A a B é 2 km, a medida do ângulo $B\hat{A}P$ é igual a 120° e a medida do ângulo $A\hat{B}P$ é igual a 45° ?

Observa-se que estas são três opções de problemas do mundo real, com dados coerentes, que objetivam o despertar da curiosidade dos alunos para a utilização da Matemática para a resolução de problemas que possam vir a encontrar em alguma situação apresentada pela vida. A questão original não se aproveita nem como enunciado de um problema que permitisse alguma investigação.

4.2.6 Questão 6

Malba Tahan:

A lição antididática, disparatada, proporcionada pelos precaríssimos lentes da Escola Naval, depois de fragatear entre os aspirantes, foi acolhida com carinho por elemento de destaque em nosso magistério primário. Eis um modelo perfeito no seguinte aritmético destinado especialmente a atucanar os infelizes meninos do Curso Primário:

Qual o capital que em 2 anos e 2 meses produz juros de Cr\$ 10 400,00 à taxa de:

$$\frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{7}{8} - \frac{5}{12}}{17} - \frac{7\frac{1}{5}}{3\frac{3}{5}}\%$$

Para o estudante achar, neste caso, a taxa de juros deve calcular, não um simples m.m.c. (como na Escola Naval), mas um autêntico carroção. O valor numérico do carroção é 6. Conclusão: O capital foi colocado a 6%.

Uma vez calculada a taxa de juros surge outra dúvida. Sabe-se pelo enunciado que o capital foi colocado a juros de 6%.

Mas *colocado* aonde? Num Banco? Numa Casa Bancária? Na Caixa Econômica?

Em qualquer caso a solução anti-econômica apresentada pela Autora está errada. Redondamente errada. Num Banco, ou na Caixa Econômica o capital (no fim de 2 anos e 2 meses) renderia juros acumulados, e não juros simples como a Autora ingenuamente pretende ensinar a seus alunos.

O problema está, portanto, inteiramente fora da vida bancária, fora da realidade.

Vemos assim o ensino de Matemática capeado de questiúnculas irreais, mentirosas, emalhetadas pela imaginação mórbida dos algebristas.

É muito expressiva a advertência do Prof. Bento de Andrade Filho:
O currículo de ser expurgado de expressões e idéias arcaicas, assim como de problemas sobre praticas que não mais se usem. (TAHAN, 1961, p. 93)

4.2.6.1 Comentário

Este exercício apresenta-nos basicamente três destaques:

- (1) Não está explícito o regime de capitalização (simples ou composta?).
- (2) Subtende-se o uso de juros simples, outro erro, os investimentos são capitalizados de forma composta.
- (3) A expressão utilizada para a taxa tira toda a riqueza que a questão poderia ter, chegando a ser ridícula.

Do exposto acima concluímos que a questão privilegia as operações aritméticas com frações e não a apreensão do significado de Juros, Capital e Montante, real objetivo da questão.

Atualmente estas questões figuram em livros destinados a concursos.

4.2.6.2 Reformulação

- Primeira Opção²²

Um carro popular semi novo custa numa revendedora R\$14.500,00 à vista. Numa promoção de Natal, realizada em dezembro de 2008, com R\$8.000,00 de entrada, um comprador tem o valor restante financiado em 36 prestações mensais, sendo que as prestações pagas num mesmo ano são iguais e que a cada ano a prestação sofre um aumento de 10% em relação a do ano anterior. Sabendo que o valor da primeira prestação – a ser paga em janeiro de 2009 – é R\$200,00, determine:

- a) Quanto o comprador do carro desembolsará ao fim de cada ano, excluindo-se a entrada;
- b) Qual o valor total do carro.

- Segunda Opção²³

(FGV-SP) Um terreno será vendido através de um plano de pagamentos mensais em que o primeiro pagamento de R\$500,00 será feito 1 mês após a compra, o segundo de R\$550,00 será feito 2 meses após a compra, o terceiro de R\$600,00 será feito 3 meses após a compra, e assim por diante (isto é, cada pagamento mensal é igual ao anterior acrescido de R\$50,00). Sabendo que o preço total do terreno é de R\$19.500,00, calcule o número de prestações mensais que

²² A questão foi adaptada de Dante (2003bc, p. 328). Há de se destacar que a questão é indicada, atualmente, para a 1ª série do Ensino Médio, e, não para o Ensino Fundamental, como a questão que Malba Tahan apresentou.

²³ A questão foi extraída de Paiva (2002a, p. 11). Há de se destacar que a questão é indicada, atualmente, para a 2ª série do Ensino Médio, e, não para o Ensino Fundamental, como a questão de Malba Tahan. E, consta inclusive, como questão de vestibular. É importante frisar também que o autor deste livro utiliza esta questão que um ponto em que promove a integração de Progressão Aritmética com Matemática Financeira, mais especificamente, Juros Simples.

devem ser pagas.

- Terceira Opção²⁴

Observe a Tabela 1:

TABELA 1
Terceira opção

t (em meses)	0	1	2	3	...
M (em reais)	500	540	580	620	...

Fonte: Dados da pesquisa

- Determine a lei da função do 1º grau que, no regime de capitalização simples,
- expressa o montante em função do prazo correspondente à tabela.
- Construa o gráfico dessa função.

Observa-se que a questão original se perdeu no seu objetivo. O foco é a matemática comercial e não expressões aritméticas. Claro, hoje, mais do que naquela época, os alunos estão perdendo as habilidades aritméticas. Mas, é um assunto a ser tratado em outro momento. As opções de reformulações são mais interessantes neste caso, pois agregam o valor da necessidade de se traçar uma estratégia de resolução e não apenas aplicar técnicas de cálculos.

²⁴ A questão foi extraída de Bianchini e Paccola (2003, p. 164). Há de se destacar que esta questão consta em dado ponto em que os autores fazem a ligação de Juros Simples com Função Afim.

4.2.7 Questão 7

Malba Tahan:

O problema apresentado ao educando não deve falsear a verdade. Os forjadores de problemas algebrísticos inventam coisas incríveis: “Tanques com quatro torneiras, ciclistas que fazem caminhadas fantásticas, barris com milímetros cúbicos de certo óleo, etc.”

Citemos o seguinte problema que parece banalíssimo:

Uma pessoa colocou uma quantia em um banco a 6%. No fim de dois anos liquidou a sua conta tendo recebido Cr\$ 22 400,00. Que capital havia depositado no banco?

O próprio autor do problema aplica a fórmula (por este indicada), faz os cálculos e chega ao seguinte resultado:

O capital depositado foi de Cr\$ 20.000,00

Esse resultado, que faria rir o bancário mais medíocre e ignorante, está errado. A verdade aparece falseada no problema. Não existe banco algum que receba um depósito, durante dois anos, e pague, pelo dinheiro depositado, juros simples.

Que interesse tem um matemático em formular um problema ridículo, idiota, fora da vida real? (TAHAN, 1961, p. 135)

4.2.7.1 Comentário:

No enunciado da questão verificamos que a taxa de aplicação do investimento não está associada a dimensão tempo a que se refere (ao ano, ao mês,...) e não foi explicitado regime de capitalização (simples ou composto?), porém, de acordo com resposta, o regime de capitalização adotado foi o simples. Este fato está dissociado da realidade, uma vez que uma aplicação bancária gera juros compostos.

Questões deste tipo, quando bem elaboradas, contribuem de forma incisiva à formação do cidadão crítico. Configura como exercício básico nos livros atuais.

4.2.7.2 Reformulação

- Primeira Opção²⁵

Aplicando uma certa quantia na poupança, a juros mensais de 1% durante 2 meses, os juros obtidos são de R\$ 200,00 (o sistema é de juros compostos). Qual é essa quantia?

- Segunda Opção²⁶

Calcule o capital inicial que, aplicado a juro composto de 9% ao ano, acumulou ao final de 7 anos o montante de R\$36.400,00. Dado: $(1,09)^7 \approx 1,82$.

- Terceira Opção²⁷

Para decidir fazer uma aplicação de R\$24.000,00, João precisava saber qual a melhor taxa de juros, no Sistema de Capitalização Composta, para que ele recebesse R\$36.087,00 depois de 8 meses. Ele pensou um pouco, fez uns cálculos e concluiu que 6,5% ao mês era uma boa taxa. Você concorda? Por quê?

Observa-se que estas são três opções de questões em situações comerciais reais. O ideal seria o aluno pesquisar dados em cadernos de economia de jornais diários e formular enunciados de problemas. Os responsáveis pelo seu ensino da Matemática, muitas vezes, se esquivam ou não percebem a grande oportunidade de ela estar presente na vida e na formação do cidadão.

²⁵ Questão extraída de Dante (2003bc, p. 324). Há de se destacar que a questão é indicada, atualmente, para a 1ª série do Ensino Médio, e, não para o Ensino Fundamental, como a questão do Malba Tahan.

²⁶ Questão retirada de Paiva (2002a, p. 22). Há de se destacar que a questão é indicada, atualmente, para a 2ª série do Ensino Médio, e, não para o Ensino Fundamental, como a questão do Malba Tahan. É importante frisar também, que o autor a utiliza em um ponto que promove a integração de Progressão Geométrica com Matemática Financeira, mais especificamente, Juros Compostos.

²⁷ Questão extraída de Smole e Diniz (2003, p. 24). Há de se destacar que a questão é indicada, atualmente, para a 3ª série do Ensino Médio, e, não para o Ensino Fundamental, como a questão do Malba Tahan.

4.2.8 Questão 8

Malba Tahan:

Em livro bem recente, destinado especialmente a alunos do Curso Primário, encontramos, na parte relacionada com o estudo do Sistema Métrico, o seguinte problema:

Quantas caixinhas de $0,000\ 758\ m^3$ podem ser postas numa caixa de $0,216\ 030\ m^3$?

Analiseemos sucintamente, do ponto de vista didático, o enunciado desse problema.

Apresenta-nos a autora, Prof. Maria Paula, certa caixa com seu pequenino volume, expressa por diminuta fração do metro cúbico (primeira incongruência).

Deseja a ilustre Prof. Maria Paula saber quantas caixinhas (tendo cada uma 758 centímetros cúbicos de volume) podem *ser postas* dentro da caixa maior.

Ora, a resposta é imediata.

Dentro da caixa maior podem *ser postas* duas, três, quatro, trinta, quarenta e até duzentos e cinquenta e oito caixinhas!

E isso porque, no enunciado do problema, não está explícita a relação ao maior número de caixinhas que podem *ser postas* na caixa maior. A condição fundamental do problema (segundo tudo leva a crer) seria a seguinte: A caixa maior (sem apresentar vazios) deve ser inteiramente ocupada pelas caixinhas.

Assinalamos, ainda, no enunciado do problema, outra falha muito grave.

Com efeito.

A distinta professora propõe o problema esquecida de que, por descuido, nada esclareceu em relação à forma da caixa maior; omitiu, também, as necessárias indicações sobre as condições geométricas das caixinhas.

Essas omissões, dentro do espírito de precisão matemática, tornam impossível o problema.

Realmente. Qualquer criança sabe que uma caixinha pode apresentar a forma cúbica, a forma arredondada (ovalada), forma prismática (regular ou irregular), forma cilíndrica (circular ou elíptica), etc. e até esférica!

Como iria, então o solucionista calcular o número de caixinhas cilíndricas (circulares, por exemplo) que a caixa maior, sendo retangular, poderia, no máximo, comportar? E se a caixa maior for cilíndrica e as caixinhas forem prismáticas? Como levar em conta os vazios que são inevitáveis.

As caixinhas serão todas iguais?

Será fácil multiplicar as hipóteses; apinhoar de suposições.

A falta de precisão no enunciado é patente. Apresenta-se o problema destituído daquilo que Pascal chamaria: “*espírito da Geometria*”.

Observe, ainda, o leitor a maneira antimatemática e incongruente pela qual são expressos os dados essenciais contidos no problema: Dois pequenos volumes apresentados sob a forma de frações do metro cúbico. Tudo fora do espírito, ou melhor, finalidade do Sistema Métrico. Tudo irreal; tudo fora da vida. Na sua ingenuidade palmar, a autora do problema esquece a Matemática, com seus imutáveis princípios de ordem e precisão, e pensa só na graça e na delicadeza, toda feminina, das tais caixinhas que, ingenuamente, pretende colocar dentro da caixa maior.

O problema das caixinhas (podemos concluir) representa um verdadeiro lançamento contra a Matemática na Escola Primária. (TAHAN, 196, p. 78-80)

4.2.8.1 Comentário

Esta questão é descontextualizada, totalmente irreal. Apresenta valores muito distantes da realidade do aluno e não há menção quanto ao formato das caixinhas.

Desse modo, não possui significado algum para crianças das séries iniciais do Ensino Fundamental, mesmo que com uso de uma calculadora, pois visa aspectos puramente aritméticos. Assim, não contribui para a formação do cidadão. Aparecem em livros didáticos antigos.

4.2.8.2 Reformulação

- Primeira opção²⁸

Eduardo tem uma pequena loja de tecidos. Simone é costureira e costuma comprar na loja de Eduardo. Em uma tarde ela comprou diversos tipos de tecidos e pagou com R\$100,00. Vamos ajudar a Eduardo a preencher a nota fiscal?

²⁸ Questão extraída de Dante (2003a, p. 216). É interessante notar que o autor sugere o uso de uma calculadora.

Copie-a em seu caderno e depois complete-a usando uma calculadora para fazer as contas. Não se esqueça de indicar quanto Simone recebeu de troco.

TABELA 2
A BARATEIRA - Tecidos em Geral

MERCADORIA	Preço de 1 m	Preço a pagar
3 m de flanela	R\$ 9,40	R\$
1,60 m de lã	R\$ 16,25	R\$
2,25 m de alpaca	R\$ 3,80	R\$
Total	_____	R\$

Fonte: DANTE (2003a, p. 216).

Troco: R\$ _____

- Segunda opção²⁹

Quatro amigos foram tomar lanche e pediram 3 *cheeseburguers*, 1 americano e 2 porções de fritas. Tomaram também 2 sucos de melão e 2 de laranja. Depois, dividiram igualmente as despesas. Quanto cada um pagou? Abaixo temos a tabela de preços.

TABELA 3
Preços ao Consumidor

Título: Preços ao Consumidor	
Hambúrguer	R\$ 4,75
Cheeseburger	R\$ 5,25
Americano	R\$ 5,50
Porção de Fritas	R\$ 8,00
Suco de Laranja	R\$ 2,00
Suco de Melão	R\$ 2,50
Suco de Morango	R\$2,50

Fonte: IMENES; LELLIS, (1998, p. 179).

²⁹ Questão adaptada de Imenes e Lellis (1998, p. 179).

Observa-se, hoje, que os alunos (e as pessoas, em geral) nas cidades não possuem noções de ordem de grandezas e de formas geométricas. Não manipulam objetos concretos, andam pouco, realizam poucos experimentos. A ideia contida na questão original pode contribuir para desenvolver estas habilidades, desde que não leve o aluno a se perder nas operações. No entanto, as reformulações propostas apresentam situações interessantes, devido ao fato de se tratarem de situações em que as pessoas são passíveis de encontrarem no cotidiano.

4.2.9 Questão 9

Malba Tahan:

Passemos, agora, ao exame rápido de um outro problema artificial, irrisório, sem o menor sentido prático que fere frontalmente o atilamento matemático. O enunciado, aferroado pelo algebrismo disparatado, é o seguinte:

Um quitandeiro distribuiu 1 855 maçãs em quatro caixas cujos volumes são inversamente proporcionais aos números 6, 8, 12 e 15. Quantas maçãs colocou em cada uma?

Não se encontra, no enunciado, menor indicação sobre o tamanho de uma das quatro caixas. O quitandeiro não é obrigado a encher literalmente as quatro caixas com as 1855 maçãs. Deverá, apenas, *distribuir* as maçãs pelas quatro caixas. A única condição, do enroscado problema, é que essas caixas tenham os respectivos volumes inversamente proporcionais a quatro números dados. E que volumes serão estes? As quatro caixas podem ser enormes, cabendo, na menor, 1860 maçãs, por exemplo. O quitandeiro, nesse caso, poderá *distribuir* as 1855 pelas quatro caixas à vontade. Cada caixa poderá receber do total dado, o número de maçãs que ele (o quitandeiro) quiser. O número de soluções do problema (dentro da hipótese que formulamos) não chega a ser infinito, mas é muito grande. (Mais de cem bilhões de soluções!) O certo seria dispensar o quitandeiro, distribuir as maçãs pelas crianças do bairro, suprimir as quatro caixas, e propor, apenas, sem rodeios e sem fantasias:

Dividir o número 1855 em partes inversamente proporcionais aos números 6, 8, 12 e 15.

O autor, todo lampeiro, pretendeu vestir o problema com o Albornoz de uma aplicação real (embora fantasiosa e ridícula) e o problema saiu apalhado com vestes galhofeiras e a máscara cômica do erro. (TAHAN, 1961, p. 81-82)

4.2.9.1 Comentário

A contextualização aqui aparece com o sentido de florear a questão, pois, os dados não são próximos da realidade e, além do mais, nenhum quitandeiro do mundo trabalha assim. Outro erro de enunciado está na falta de relação entre os volumes das caixas e as quantidades de maçãs. A sua resolução leva à reprodução mecânica de regras de proporcionalidade, sem reflexão alguma, desse modo, trata-se de uma questão antididática, não contribuindo para a formação do cidadão crítico. Questões desse tipo aparecem nos livros didáticos, porém em maior escala nos antigos.

4.2.9.2 Reformulação

- Primeira opção³⁰

Beto, Luís e Pedro associaram-se na compra de um barco no valor de R\$80.000,00. Beto entrou com R\$40.000,00, Luís, com R\$30.000,00 e Pedro, com R\$10.000,00. Passado um tempo, resolveram vender o barco, que, desvalorizado, foi vendido por R\$60.000,00. Qual é a parte que coube a cada um?

- Segunda opção³¹

Num concurso escolar, para a escolha dos melhores trabalhos sobre reciclagem do lixo, foi oferecido um prêmio de R\$360,00, que seria dividido entre os dois primeiros colocados em partes diretamente proporcionais aos pontos obtidos. Sabendo-se que o primeiro colocado conseguiu 10 pontos e o segundo, 8, qual foi o prêmio de cada um?

³⁰ Questão extraída de Dante (2003a, p. 234).

³¹ Questão retirada de Bianchini e Miani (2000, 128).



Figura 10: Lixeiras Seletivas
 Fonte: BIANCHINI; MIANI (2000 p. 128).

Dos 5.507 municípios brasileiros (número obtido do IBGE/1999), apenas 135 (número obtido do jornal *O Estado de São Paulo*, de 21 de junho de 1999) realizam a coleta seletiva do lixo. Esse procedimento deve ser incentivado, pois a reciclagem permite reaproveitar papel, metal, plástico e vidro.

Observa-se que estas são duas opções de questões de reformulações inseridas em temas de formação de cidadãos, com destaque a segunda opção, pois é de conhecimento público o problema que o lixo vem causando nas cidades. O tema proporção é muito rico para ser explorado em contexto da vida real, inclusive manipulando medidas do próprio corpo humano.

4.2.10 Questão 10

Malba Tahan:

Preocupado em formular questões cerebrinas que possam confundir ou atrapalhar o estudante, não se interessa o algebrista com os dados nem com a finalidade e, muito menos, com a realidade do problema.

...

De início citemos um problema, para jovens do curso primário, sobre sistema métrico:

1 200 litros de chumbo, com 7 800 000 centímetros cúbicos de algodão, mais 500 quilogramas de água destilada, quantos quilolitros pesam?

Convém ler e reler o intemperante enunciado, com a maior atenção, para sentir as desconexidades dos elementos métricos que nele figuram.

...

O Autor, com a sua acuidade algebrista, resolvido a esgatanhar a Matemática, acha, possível e aceitável, juntar 1200 litros de chumbo (vejam bem, pois não há engano: *litros de chumbo!*) com sete milhões e oitocentos mil centímetros cúbicos de algodão (Desde quando o algodão é medido em milhões de centímetros cúbicos?). Para completar a confusão o algebrista derrama, por cima do chumbo e do algodão, meia tonelada de água. E no fim exige a solução do problema, isto é, o peso da estranhíssima misturada em quilolitros! Será bom frisar bem claramente: Como exprimir o peso total em quilolitros? O quilolitro é unidade fora da vida, que o comércio não adotou, que o povo repeliu. Em mais ainda: O quilolitro é unidade de capacidade e não de peso! Quanto pesará um quilolitro de chumbo, algodão e água?

Que idéia das medidas e dos cálculos aritméticos fará um menino, de 10 anos, ao ler esse problema, verdadeira excomunhão lançada contra simplicidade e o bom senso da Matemática?

4.2.10.1 Comentário

A questão possui problemas sérios no que tange a sua formulação. Considerando o nível a que se destina, não tem sentido algum aos alunos os termos como água destilada e chumbo e os números exprimem quantidades que não fazem parte da realidade destes. E, além do que, induzem a um raciocínio errado, qual a finalidade de se misturar água, chumbo e algodão? Itens com características tão divergentes.

No que respeita a contribuição para a formação de seres críticos, atuantes no meio em que vivem, em nada contribuem, explorando apenas o algebrismo da transformação de unidades.

Justa é a opinião de um dos colaboradores, 'Esta é para jogar fora!'. Questões desse gênero não figuram atualmente nos livros didáticos modernos.

4.2.10.2 Reformulação

- Primeira opção³²

Os buracos do fundo do mar são chamados de fossas oceânicas. Na maior fossa que se conhece, caberiam empilhados 28 montes de altura do Pão de Açúcar, que fica na cidade do Rio de Janeiro. Sabendo que o Pão de Açúcar tem 394 metros de altura, determine, em quilômetros, a profundidade aproximada dessa fossa.

- Segunda opção³³

Marcos ficou em dúvida quando foi comprar suco de morango. Ao examinar as garrafas de duas marcas que gostava, percebeu que elas apresentavam quantidades de preços diferentes. Uma tinha 1,2 l e custava R\$ 3,60. A outra tinha 0,8 l e custava R\$ 2,40. Ele precisava comprar 12 litros de suco.



Figura 11: Indecisão

Fonte: SPINELLI; SOUZA (2001 p. 324).

- Se escolhesse a primeira marca, quantas garrafas precisaria levar?
- E se escolhesse garrafas da segunda marca?
- Pensando apenas no preço por litro de suco, qual das marcas é mais

³² Questão extraída de Imenes e Lellis (1998, p. 115).

³³ Questão retirada de Spinelli e Souza (2001, p. 324).

vantajoso comprar?

Observa-se que a questão original convida o aluno, mais uma vez, a se perder no processo operatório. Não exige dele uma reflexão, um estabelecimento de relações, um raciocínio mais elaborado. As duas opções de reformulações são mais adequadas.

De uma maneira geral, os livros atuais, num mundo mais globalizado e com acesso aos recursos da eletrônica e telecomunicações, se preocupam em apresentar problemas com dados bem próximos dos verdadeiros e contextualizados. O ensino da matemática se movimenta na direção indicada por Malba Tahan e pela Educação Matemática.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta parte do texto buscaremos responder de forma sucinta as questões que nortearam o desenvolvimento desta pesquisa.

Não vemos outra alternativa para começarmos este texto que evidenciarmos o que levou um engenheiro a dedicar-se ao ofício de educador, para tal, basta fazermos uma remissão aos genitores de Júlio César, como escrevemos no capítulo 2 desta dissertação, seu nascimento se deu em uma família onde seus pais eram educadores de ofício, deste modo, emerge naturalmente o despertar por uma cultura educacional. Em sua biografia verificamos sua atuação em outras áreas, podemos citar suas colaborações em jornais, rádios e televisão, porém, seu grande destaque, e por que não afirmar, sua grande paixão, ocorreu na área educacional.

Nesta área temos suas valorosas contribuições, registra-se que não foram poucas, haja vista que como autor, co-autor ou organizador, estima-se que sua obra contenha 120 títulos. Podemos notar seu intenso interesse em humanizar o ensino de matemática e, para alcançar tal objetivo, discorria sobre a necessidade de se fazer uma abordagem alegre e viva para o ensino da matemática, ressaltando que este não deve ser praticado como se os temas referentes a esta disciplina fossem algo estanque que se encontra acabado e cristalizado há gerações. Este é provavelmente o modo mais eficiente para que os estudantes percam o interesse em estudar esta ciência que tanto contribui para o entendimento de situações que emergem de forma constante como problemas em nossa vida cotidiana. A matemática, acima de tudo, deve estar a serviço de contribuir para a formação de verdadeiros cidadãos.

Em seus títulos sobre didática da matemática temos suas principais concepções e contribuições, destacamos seu pioneirismo em indicar a utilização de tecnologias para o ensino, o uso de jogos pedagógicos em sala de aula, a necessidade da criação de Laboratório para o Ensino de Matemática nas instituições, a importância de se usar história da matemática em sala de aula, quando se fala em história da matemática temos duas vertentes: histórias reais que descrevem a epistemologia da ciência e histórias fantasiosas (que também podem ser chamadas de Matemática Recreativa) para despertar o interesse do alunado. A

importância de se começar o ensino através de situações problemas, porém destacando que estas não deveriam constituir problemas em falso, que estes deveriam ser problemas reais, como problemas reais entende-se por problemas práticos ou teóricos.

A humanização da matemática era ponto tão importante para Tahan que fez questão em destacar em uma de suas obras que o professor deveria ter bem claro que o ensino de matemática deve atender a dois grupos distintos de objetivos: os objetivos técnicos e os objetivos cognitivos. Como objetivos técnicos podemos dizer que estes são explícitos, são os objetivos que estão em primeiro plano quando da necessidade de se lecionar determinados conteúdos, como objetivos cognitivos, podemos destacar os objetivos implícitos, que contribuirão para formação do cidadão, são objetivos atingidos a longo prazo.

Uma de suas principais recomendações para o ensino de Matemática, era que este se fizesse de modo relacionado com outras disciplinas. Note que quando o ensino é praticado deste modo, surge a possibilidade de iniciarmos o ensino partindo de situações problemas, a matemática passa a ser apresentada como útil, deixando de ser vista como algo que só vem para confundir os alunos e, ainda, podemos trabalhar com os dois grupos de objetivos recomendados por Tahan, porém, observamos que atingimos de forma mais direta os objetivos a longo prazo, que são aqueles que o educando irá fazer uso ao longo de sua vida.

Durante nossa pesquisa, tanto a documental quanto a de campo, respectivamente capítulos 3 e 4, verificamos que muitas das recomendações feitas por Tahan também figuram como recomendações para o ensino de matemática nos Parâmetros Curriculares Nacionais. Tahan sugeria que o uso indiscriminado do que chamava de álgebra deveria ser regulamentado por documentos governamentais, novamente os PCN's trazem uma recomendação explícita quanto a abordagem desta área do ensino de matemática.

No seminário podemos destacar que uma parte do professorado já tem incutida em sua prática diária técnicas diferenciadas para tornar o ensino de matemática mais atrativo, vivo e, por que não dizer, mais humano. Pode-se perceber que procuram tratar os conteúdos matemáticos como algo que tem relação com o que se encontra na vida, no entanto, destacam que nem sempre é possível fazer esta ligação, pois diversos itens constantes no programa, que apesar de

importantes, são de características abstratas e sua relação com situações práticas exige uma gama sortida de prerequisites, que em diversos momentos os educando ainda não os possuem. Temos, também, que uma parcela significativa dos educadores (?) ainda optam por tratar a matemática como algo insólito, buscando levar para a prática docente o que é mais cômodo para si e não o que é mais eficiente para o aprendizado dos discentes.

Ainda há muito o que melhorar na prática de sala de aula para que o ensino desta tão estimada ciência atinja melhorias significativas em relação a qualidade. Destacamos como um aspecto importante a necessidade de conscientização dos futuros professores, ainda nos institutos de educação enquanto recebem a formação docente inicial, da importância de se manter atualizado, sempre buscando a chamada “formação continuada”.

Quanto a mim, pessoalmente, ter tido a oportunidade de vivenciar este mestrado causou transformações intensas em minha formação enquanto educador matemático. Fez com que alargasse meu horizonte de entendimento em relação ao poder que a educação pode ter na vida de uma pessoa e a importância dos valores que a matemática agrega na vida dos cidadãos, me fez entender que são os questionamentos, e a busca por suas respostas, que provocam melhorias qualitativas e não simplesmente as respostas. E, pôs em evidência a necessidade de continuar caminhando para sempre melhorar minha formação.

REFERÊNCIAS

BIANCHINI, Edwald; MIANI, Marcos. **Construindo conhecimentos em Matemática**. São Paulo: Moderna, 2000. v.2-4.

BIANCHINI, Edwaldo; PACCOLA, Herval. **Curso de matemática**: volume único. 3.ed. São Paulo: Moderna, 2003.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática**: concepções & perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Ministério da Educação e Cultura. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais**: ensino médio: matemática. Brasília: MEC/SEMT, 1999.

CARNEIRO, Vera Clotildes Garcia. Contribuições para a formação do professor de matemática pesquisador nos mestrados profissionalizantes na área de ensino, **BOLEMA - Boletim de Educação Matemática**, v. 21, n. 29, 2008.

CARRAHER, Terezinha; CARRAHER, David; SCHLIEMANN, Analucia. **Na vida dez, na escola zero**. 8 ed. São Paulo: Cortez, 1994.

CERVO, A. L.; BERVIAN, P. A. **Metodologia científica**. 4 ed. São Paulo: Makron Books, 1996.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática**: da teoria à prática. 9 ed. Campinas-SP: Papirus, 2002. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática**: arte ou técnica de explicar e conhecer. 5 ed. São Paulo: Ática, 1998.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**: contexto e aplicações. 3 ed. São Paulo: Ática, 2003a.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**: contexto e aplicações. Manual do Professor. 3 ed. São Paulo: Ática, 2003b. v.1-2.

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é matemática**. São Paulo: Ática, 2003c. v.1-2-3.

DEMO, Pedro. **Pesquisa**: princípio científico e educativo. 7 ed. São Paulo: Cortez, 2000.

FERRARI, Márcio. Teatro + Malba Tahan = Matemática Divertida. **Revista Nova Escola**, n. 182, maio, p. 32-35, 2005

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas-São Paulo: Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de Professores).

HOFFMANN, Laurence D.; BRADLEY, Gerald L. **Cálculo**: um curso moderno e suas aplicações. 9.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008.

IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo. **Matemática**. São Paulo: Scipione, 1998. v.1-2.

LACAZ, Tânia Maria Vilela Salgado; OLIVEIRA, Juraci Conceição de Faria. **Pesquisa e uso de Metodologias Propostas por Malba Tahan para a Melhoria do Ensino**. Projeto de Educação Continuada de Professores da Rede Municipal de Queluz: pesquisa e uso de metodologias propostas por Malba Tahan para a melhoria do Ensino de Matemática. Disponível em: <<http://www.unesp.br/prograd/PDFNE2003/Pesquisa%20e%20uso%20de%20metodologias.pdf>>. Acesso em: 15 abril 2009.

LORENZATO, Sérgio. Malba Tahan, um Precursor. **Educação Matemática em Revista**, n. 16, maio, p. 63-66, 2004.

LORENZATO, Sérgio. **Para aprender matemática**. Campinas, São Paulo: Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de Professores).

LUDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e educação**: alegorias, tecnologias e temas afins. São Paulo: Cortez, 1992. (Coleção Questões de Nossa Época volume 2).

MEIRA, Luciano. O 'Mundo-Real' e o dia-a-dia no ensino de matemática. **Educação Matemática em Revista**, n. 1, reedição/maio, p. 19-26, 2004.

OLIVEIRA, Cristiane Coppe de. **Do menino “Julinho” à “Malba Tahan”**: uma viagem pelo oásis do ensino da matemática. 2001. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)- UNESP, Rio Claro.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da matemática**: uma influência francesa. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

PAIVA, Manoel. **Matemática**: conceitos, linguagem e aplicações. São Paulo: Moderna, 2002a. v. 1-2.

PAIVA, Manoel. **Matemática**: conceitos, linguagem e aplicações. CD-Rom do professor. São Paulo: Moderna, 2002b. (parte integrante da referência acima).

PONTE, João Pedro da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

ROCHA, Iara Cristina Bazan da. Formação para a exclusão ou para a cidadania. **Educação Matemática em Revista**, n. 9/10, abr. p. 22-31, 2001.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. **Matemática**: ensino médio. 3 ed. v. São Paulo: Saraiva, 2003. v.1;3.

SPINELLI, Walter; SOUZA, Maria Helena Soares. **Matemática**. São Paulo. Ática. 2001. v.1-2;4.

TAHAN, Malba. **Antologia da matemática**. São Paulo: Saraiva, 1960.

TAHAN, Malba. **Didática da matemática**. São Paulo: Saraiva, 1961. v.1.

TAHAN, Malba. **Didática da matemática**. São Paulo: Saraiva, 1962. v.2.

TAHAN, Malba. **Minha vida querida**. 14 ed. Rio de Janeiro: Conquista, 1963.

TAHAN, Malba. **Matemática recreativa**: fatos e fantasias. São Paulo: Saraiva, 1965. v.1.

TAHAN, Malba. **O mundo precisa de ti, professor**. Rio de Janeiro: Vecchi, 1967.

TAHAN, Malba. **Antologia do bom professor**. Rio de Janeiro: Vecchi, 1969.

VILLAMEA, Luiza. Malba Tahan: o genial ator da sala de aula. **Revista Nova Escola**, n. 87, set., p. 8-13, 1995.

APÊNDICE A - SLIDES UTILIZADOS NO SEMINÁRIO

Slide 01:

Júlio César ou Malba Tahan

Por: Alexandro Scopel

Slide 02:

Pequena Biografia:

- a. Nasceu no Rio de Janeiro em 06 de maio de 1895;
- b. Passou sua infância em Queluz, São Paulo; Colecionava sapos;
- c. 1906, com 11 anos, ingressou no Colégio Militar, RJ.
- d. 1909, transferiu-se para o Colégio Dom Pedro II.

Slide 03:

Pequena Biografia

- a. Durante sua estada no Pedro II fundou o jornal ERRE, curiosamente manuscrito; e comercializava redações.
- b. Escola Normal do Distrito Federal – Professor da Educação Básica; lecionou História, Geografia, Física e Matemática.
- c. 1913, diplomou-se Engenheiro Civil pela Escola Politécnica.

Slide 04:

Pequena Biografia

- a. 1918, jornal O Imparcial – surge a primeira mistificação literária.
- b. 1925, após 7 anos estudando a cultura e os costumes árabes surge Malha Tahan. Sua primeira publicação foi o Conto de Mil e Uma Noites no jornal A Noite.
- c. 1933, identidade revelada – Rosalina Coelho Lisboa.

Slide 05:**Pequena Biografia**

Lecionou:

- a. Colégio Pedro II
- b. Escola Normal
- c. Instituto de Educação
- d. Escola Normal da Universidade do Brasil
- e. Faculdade de Educação – Professor Emérito

Slide 06:**Pequena Biografia**

Colaborador:

- a. Jornais O Imparcial e A Noite.
- b. Rádios Nacional, Clube e Mairynk Veiga
- c. Televisão: TV Tupi e Canal 2
- d. Revistas: Al-kharism e Damião

Slide 07:**Pequena Biografia**

- a. Morte, 18 de junho de 1974 em Recife.
- b. Publicou cerca de 120 livros, como autor, co-autor ou organizador.
- c. Dia da Matemática 06 de maio – Sbem
- d. Museu Malba Tahan.

Slide 08:**Atuação Profissional**

- a. Movimento da Matemática Moderna – década de 60 e 70, aproximava a Matemática Escolar a Matemática dos Pesquisadores.

- b. A Matemática no Ensino Básico deve servir para a formação de cidadãos.
- c. O ensino deve ser atraente e vivo, utilização do LEM. Partir do concreto para o abstrato.

Slide 09:

Atuação Profissional

Defendia o uso de:

- a. História da Matemática
- b. Matemática Recreativa
- c. Jogos Matemáticos
- d. Situações problemas.

Slide 10:

Atuação Profissional

- Ataque ao algebrismo - Solicitação de regulamentação pelo órgão oficial. Sendo necessário:

- a. revisão dos programas;
- b. apresentação analítica dos programas;
- c. regulamentação rigorosa das provas orais e escritas;
- d. supressão das unidades inusitadas;
- e. supressão dos problemas em falso;
- f. limitação do cálculo algébrico.

Slide 11:

Atuação Profissional

- Finalidades para se Ensinar Matemática:
 - 1. Processos Cognitivos:
 - a. Estímulo da faculdade inventiva
 - b. Exercício da crítica

- c. Desenvolvimento do raciocínio lógico
- d. Hábito da linguagem concisa.
- 2. Desenvolvimento Humano:
 - a. Interrelacionamento dos diversos ramos da Matemática
 - b. Relacionamento da Matemática com as Ciências Aplicadas.

Slide 12:**Atuação Profissional**

- Justificativa dos professores para o uso do algebrismo:
 - a. Imposição dos programas
 - b. Exigência das provas e exames
 - c. Exigência do curso
 - d. Adestramento do cálculo
 - e. Exercício dos compêndios

Slide 13:**Atuação Profissional**

- Para combater o algebrismo é preciso:
 - a. revisão dos programas;
 - b. apresentação analítica dos programas;
 - c. regulamentação rigorosa das provas orais e escritas;
 - d. supressão das unidades inusitadas;
 - e. supressão dos problemas em falso;
 - f. limitação do cálculo algébrico.

Slide 14:**Questionamentos**

- 1. Malba Tahan possuía uma definição própria de álgebra:
“Denomina-se, de um modo geral, de *algebrismo* a esse acervo imenso:
 - a. de teorias intrincadas;

- b. de problemas complicados, sem a menor aplicação;
- c. de cálculos numéricos trabalhosos, relucados, dos quais o estudante nada aproveita;
- d. de questões cerebrinas fora da vida real;
- e. de demonstrações longas, complicadas, cheias de sutilezas;
- f. tudo, enfim, que o professor apresenta, em matemática, fora dos objetivos reais dessa ciência, com finalidade única de complicar, dificultar e tornar obscuro o ensino da matemática.”
- g. Isso ainda é praticado nos dias atuais?

Slide 15:**Questionamentos**

- 2. Atualmente o que se entende por álgebra?
- 3. A álgebra é danosa ao ensino?
- 4. Qual a finalidade de se ensinar Matemática?
- 5. Qual a relação existente entre a “Matemática Utilitária” e a “Matemática Formal”?

Slide 16:**Questionamentos**

- 6. Como é o ensino de Matemática atual? Ele está assentado sobre a estruturação lógica desta ciência ou visa sua utilização na formação humana das pessoas?
- 7. Como deve ser o ensino de Matemática?
- 8. Como a Matemática pode colaborar para a formação crítica dos educandos?

APÊNDICE B - QUADRO COMPARATIVO

QUESTÃO	CRÍTICA DE MALBA TAHAN	CRÍTICA DOS PESQUISADOS	POSSÍVEL REFORMULAÇÃO	CONCLUSÕES DOS PESQUISADORES
(1) Mostrar, graficamente, que a equação $x + x - 5 = 7$ admite duas raízes reais e desiguais, e determinar essas raízes com o auxílio de uma equação do 2º grau. (Ensino Fundamental séries finais)	- Questão muito difícil e enfrondecida de sutileza. - Aplicável ao curso de Matemática ou concurso para Catedrático de Matemática. - Para o ginásio recai em puro algebrismo.	- Possui aspectos puramente algébricos. - Não promove o entendimento do significado de Eq. Modular. - Não contribui para a formação do cidadão. - Descontextualizada, sem aplicação. - Interligação de conteúdos matemáticos (rede e espiral) - Possibilita explorar as propriedades do valor absoluto e os movimentos de translação de gráficos, curvas e planos. - Não constam nos livros de EF e sim nos do EM, porém, sem a relação dos conteúdos (plano cartesiano, equação do 1º grau, equação do 2º grau).	(1) Seja $f(x) = 7 - x$ e $g(x) = x - 5$. Encontre graficamente as raízes da equação que segue $f(x) = g(x)$. (2) Determinar essas raízes com o auxílio de uma equação do 2º grau, ou seja, considere... (3) Relacionar módulo com geometria euclidiana utilizando o Teorema de Pitágoras. (4) A questão poderia ser reformulada de forma que o próprio aluno montasse a equação. (5) Propor o uso de um software e a explanação da análise gráfica em relação à algébrica (valorizando a translação, simetria e reflexão).	A questão não está bem elaborada, pois, está descontextualizada, não possui nenhuma aplicação e não promove o entendimento do significado de equação modular, possuindo aspectos puramente algébricos devido a possibilitar a exploração das propriedades do valor absoluto e os movimentos de translação de gráficos, curvas e planos. Como ponto positivo destacamos a conexão existente entre os conteúdos matemáticos, a saber, plano cartesiano, equações do 1º e 2º graus e equação modular. Ficou notadamente explícito que questões desse gênero trazem mazelas para o processo ensino/aprendizagem não contribuindo para a formação pessoal dos educandos (posicionamento coerente com o de MT), porém, contam nos livros atuais do Ensino Médio, não mais nos livros do Ensino Fundamental e, não trazem conexões entre conteúdos. Restringindo-se a questões do tipo: “Resolva a equação modular que segue...”
(2) Calcular a derivada	- Exercício para o curso	- Questão típica de CDI	(1) A questão poderia ser	A questão está descontextualizada,

da função y sendo $y = \arctg \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$ (Ensino Superior)	de Análise Matemática. - Para Engenharia ou Arquitetura é álgebra pura. - Não possui vinculação com a prática da Engenharia ou da Arquitetura.	possibilitando o uso da regra da cadeia e técnicas de derivação. -Questão simples desde que o aluno conheça o teorema da função inversa para derivadas. -Exercício de adestramento. -Descontextualizada, sem aplicação. -Não contribui para a formação do cidadão, pois, privilegia aspectos puramente algébricos. -É encontrado nos livros. -Não vemos hoje em série nenhuma as inversas trigonométricas, quanto mais sua derivada.	reformulada partindo da definição de $\arctg$ usando uma sequência didática. (2)Inserir uma aplicação. (3)Faça o gráfico de $y = \arctg \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$ com o auxílio de software. Discuta as regiões de crescimento e pontos críticos. Como seria sua inversa?	despida de aplicação e, recai em um exercício de puro adestramento, não contribuindo à formação do cidadão, pois, privilegia aspectos puramente algébricos. Continuam a serem encontrados nos livros de CDI, chegando-se a tratar de uma questão típica de cálculo. Como opinião contrária, destacamos que trata-se de uma questão simples, desde que os alunos conheçam o Teorema da Função inversa para Derivadas e técnicas de derivação.
(3) Um quadrado e um triângulo estão inscritos num círculo. Sabendo-se que a soma da área do quadrado com o lado do triângulo é igual ao comprimento da circunferência, calcular a área do círculo.	- Erro no enunciado. - Como somar medida de superfície com medida de comprimento?	-Mal elaborada, confusa e descontextualizada. -Apesar de descontextualizado é um exercício que abrange vários conceitos, propriedades e elementos de geometria. -Restringi-se à aplicação de fórmulas. -Incentiva o desenvolvimento do raciocínio matemático. -Como somar medida de superfície com medida de medida de comprimento? -Estão presentes nos livros	(1)Propor o exercício na forma de atividade investigativa. (2)Mudar o enunciado para contextualizar a questão. (3)Usar modelo inicialmente pra visualização. (4)Considere o enunciado: Um quadrado e um triângulo estão inscritos num círculo. Sabe-se que a soma da área do quadrado com o lado do triângulo é igual ao comprimento da circunferência. *Imagine que será feito numa praça circular 2 canteiros com formato quadrado e circular, nesse contexto, faça uma	O enunciado da questão está confuso e não traz nenhuma contextualização, sua resolução restringe-se ao ato mecânico da aplicação de fórmulas, além disso, propõe a soma da área de uma figura geométrica com a medida do comprimento do lado de outra. Como somar medidas de gêneros diferentes? Apesar do exposto acima os pesquisados afirmaram que inventiva o desenvolvimento do raciocínio matemático, pois abrange vários conceitos, propriedades e elementos de geometria. Afirmaram ainda que questões desse tipo

		voltados a concursos e vestibulares. -Constam nos livros do EF (7ª e 8ª)	figura que represente o enunciado. *Quais relações geométricas podemos estabelecer. *Qual a área da praça. (5) Usar modelagem matemática e valorizar outras áreas do conhecimento. Ex: Uma companhia deseja desenhar seu logotipo a partir de uma figura composta de... *Crie esse logotipo manualmente. *Construa esse mesmo logotipo no software Geogebra. *Quais as propriedades percebidas nas figuras que o compõe. *A partir da sua observação e de seus conhecimentos matemáticos generalize a área do círculo.	continuam a figurar nos livros de 7ª e 8ª séries do EF e em livros voltados a concursos e vestibulares.
(4) Um dono de estábulo vendia diariamente 185 litros de leite. Destes litros uns eram misturados com água ou de 2ª qualidade. Vendeu 11 litros da 1ª qualidade e 34 da 2ª e assim ficou com partes iguais das duas qualidades. Que porção de leite tinha de cada espécie?	- O problema é amoral e deseducativo, pois, fere a ética. Como em educação admitir como passível a mistura de leite com água?	-Proporção é abordado, mas não desta forma (referindo-se ao nível de complexidade da questão). -Questão clara e bem elaborada. -Condizente com a realidade encontrada por alunos do interior. -Interessante, provoca no aluno o espírito investigativo. -Descontextualizado e com linguagem confusa. -Problema com falta ética.	(1) Adequando em forma de investigação matemática e fazendo uma ligação com um tema mais interessante (economia, meio ambiente, etc.) ao cotidiano do aluno. (2) Acrescentar ao enunciado: Estabeleça pelo menos duas estratégias de resolução deste problema, justificando... (3) Proposta de modelagem da situação em forma de sistema linear, dando maior significado ao conteúdo.	Esta questão foi uma das que configuraram maior divergência entre os colaboradores, tivemos duas vertentes: <u>Contra:</u> a questão está descontextualizada e possui linguagem confusa, dificultando a interpretação, é uma questão que possui aspectos de resolução fechado, não possibilitando o desenvolvimento do raciocínio e não contribui para a formação do cidadão, pois, além disso, fere de forma direta a ética nas relações profissionais (mistura de água com

		-Constam nos livros de 6ª/7ª e 1º/2º anos. -Difícil interpretação. -Atividade fechada. -Pode-se fazer o resgate sócio-histórico abordando as mudanças e dilemas em nosso país, cada vez mais urbano. -A questão apresenta alguns conectivos lógicos interessantes, mas, poderia ser melhor elaborada (de forma mais didática).		leite). <u>Pró:</u> A questão está clara e bem elaborada, provocando o espírito investigativo nos estudantes, apresenta alguns conectivos lógicos interessantes e é condizente com a realidade de grande parte dos alunos interioranos, permitindo realizar o resgate histórico do processo de migração brasileiro (do campo para a cidade) abordando as mudanças e dilemas em nosso país, cada vez mais urbano. Questões desse tipo constam nos livros de 6ª e 7ª séries e 1º e 2º anos, porém, não com este nível de complexidade.
(5) Em um triângulo retângulo, dá-se $c = 348\,228,43\,m$ e $B = 48^\circ 35' 27''$. Calcular b. Calcular, em seguida, de que quantidade deve-se aumentar B para que c, conservando-se constante, b seja aumentado de $20\,m$. (Vestibular da Escola Nacional de Engenharia - 1945)	- O problema é disparatado e absurdo. Mal redigido, errado e irreal. - O absurdo aparece no valor dado ao cateto c, pois, o lado possui mais de 348 km e levou-se em consideração a aproximação de 3 cm e mais, uma medida deste porte recai em um problema de geometria não euclidiana (geodésia).	-Mal elaborado e sem sentido. -Metódico, números extensos, contas cansativas. -Enunciado confuso. -Inserir a figura para explicitar/facilitar a resolução. -O uso da palavra “quantidade” está correto? -Puramente algébrico. -Não há necessidade, para se entender triângulos retângulos, números tão quebrados. -Sem aplicação prática, explora mais algebrismo do que conceitos geométricos. -Não constam nos livros	(1)Propor a atividade modelando, por exemplo, uma escada ou uma rampa. (2)Problemas de modelagem ou situação problema ligadas à construção civil.	Problema mal elaborado, sem sentido e com enunciado confuso. Sua resolução é metódica, com números extensos e contas cansativas possuindo características puramente algébricas, no sentido de explorar mais a álgebra que os conceitos geométricos, não contribuindo em nada para a formação do ato da crítica nos alunos, e, além disso, para se entender o conteúdo “Triângulos Retângulos” não há a necessidade de se trabalhar com números tão quebrados, distantes da realidade. Questões desse gênero estão abolidas dos livros didáticos atuais.

		atuais. -Deveria explorar situações cotidianas dos alunos e trabalhar com valores mais fáceis de manusear uma vez que o importante é a idéia geométrica.		
(6) Qual o capital que em 2 anos e 2 meses produz juros de Cr\$ 10 400,00 à taxa de: $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{7}{8} - \frac{5}{12} - \frac{1}{5} \% ?$ (Ensino Fundamental séries iniciais)	- Despautério aritmético destinado a atucanar os estudantes deste nível. - Um autêntico carroção. - Não há menção sobre a forma de aplicação (simples ou composta). - Problema fora da realidade.	-Juros simples ou compostos? -Explora juros simples enquanto que no cotidiano os bancos exploram juros compostos. -É de uma bobagem sem par utilizar a taxa da forma dada, tira toda a riqueza que a questão possui. -Privilegia operações aritméticas e não a apreensão do significado de Juro, Capital e Montante. -Cálculos algébricos cansativos sem ligação com a realidade. -A expressão para a taxa de juros é ridícula, em nada acrescenta à formação para a vida. -Não constam nos livros atuais. - Constam nos livros atuais (para treinamentos).	(1)Mudar a forma de apresentar a taxa.	No enunciado da questão destacamos três problemas: 1)Não está explícito o regime de capitalização, simples ou composta. 2)Subtende-se o uso de juros simples, outro erro, os investimentos são capitalizados de forma composta. 3)A expressão utilizada para a taxa tira toda a riqueza que a questão poderia ter, chegando a ser ridícula. Do exposto acima concluímos que a questão privilegia as operações aritméticas com frações e não a apreensão do significado de Juros, Capital e Montante, real objetivo da questão. Atualmente estas questões figuram em livros destinados a treinamentos.
(7) Uma pessoa colocou uma quantia em um banco a 6%. No fim de dois anos liquidou a sua	- Problema em falso, pois, em uma aplicação bancário os juros são calculados de forma	-Possui aspectos positivos. -Mal formulada, pois, a taxa está dissociada da dimensão tempo a que se	(1)Modelar uma situação com juros compostos. (2)Propor contato com uma situação atual presente em	Este problema apresenta problemas em sua redação, a taxa está dissociada da dimensão tempo a que se refere (ao ano, ao mês,...) e

conta tendo recebido Cr\$ 22 400,00. Que capital havia depositado no banco? (Resposta Cr\$ 20 000,00)	composta e, para se encontrar o resultado sugerido deve-se calcular pelo regime simples. - Problema ridículo, idiota, fora da vida real.	refere. - Explora juros simples enquanto que no cotidiano os bancos exploram juros compostos. -Constam nos livros. -Exercício básico. -Valores distantes da realidade. -Não foi especificada a taxa (ao ano, ao mês,...). -Não foi especificada a forma de capitalização. -Contribui para a formação do cidadão quando aborda questões de economia.	revistas e jornais. (3)Investigar a situação real em um banco e a partir das informações criarem um modelo matemático que permita a previsão de resgates a partir de tempo/quantia/taxa variáveis. (ex. previdência privada). (4)A mãe de ... resolveu economizar com a finalidade de ao fim de 2 anos....	não foi explicitado regime de capitalização, porém, de acordo com resposta deve-se aplicar juros simples. Este fato está dissociado da realidade, uma vez que uma aplicação bancária gera juros compostos. Mas, se bem elaborada contribuirá de forma incisiva à formação do cidadão crítico. Configura como exercício básico nos livros atuais.
(8) Quantas caixinhas de $0,000\ 758\ m^3$ podem ser postas numa caixa de $0,216\ 030\ m^3$? (Ensino Fundamental séries iniciais)	- Incongruência na relação volume e unidade adotada. - Erro na redação, pois, não está explícita a exigência em relação ao maior número de caixinhas que podem ser postas na caixa maior. Desse modo qualquer resposta até atingir o número máximo deve ser considerada correta. - Não há menção quanto à forma das caixas. - O problema está destituído do “espírito da Geometria”. - O modo como os volumes estão apresentados “foge” à	-Sem significado algum para crianças das séries iniciais, mesmo que com uso de uma calculadora. Jogar fora! -Valores muito distantes da realidade dos alunos. -Constam nos livros didáticos. -Constam nos livros antigos. -Continuam aparecendo problemas dessa forma, porém, empregando números inteiros ou até com aproximação centesimal. -Falta contextualização. Caixinha de quê? -Aborda apenas aspectos numéricos.	(1)Trabalhar a divisibilidade e transformação de unidades com atividades investigativas. (2)Trabalhar com material formulado pelos alunos. (3)Modelagem Matemática (contendo construção e manipulação do objeto ou uso de software) visando, por exemplo, economia/gasto na confecção da embalagem.	Questão descontextualizada, apresenta valores muito distantes da realidade do aluno e não há menção quanto ao formato das caixinhas, sem significado algum para crianças das séries iniciais do EF, mesmo que com uso de uma calculadora, pois visa aspectos puramente aritméticos objetivando apenas a aplicação do algoritmo da raiz cúbica de um número extremamente complexo. Desse modo, não contribui para a formação do cidadão. Aparecem em livros didáticos antigos.

	finalidade do sistema métrico. - Tudo irreal, fora da vida.	-De que formato? -O único objetivo é o cálculo da raiz cúbica de um número extremamente complexo.		
(9) Um quitandeiro distribuiu 1 855 maçãs em quatro caixas cujos volumes são inversamente proporcionais aos números 6, 8, 12 e 15. Quantas maçãs colocou em cada uma?	- Problema artificial, irrisório, sem o menor sentido prático. - Sem indicação quanto ao tamanho (volume) das caixas, isso abre precedente para mais de “cem bilhões de hipóteses” (segundo MT). - Pretensão de dar uma aplicação real que recaiu em erros e o problema “saiu apalhado com vestes galhofeiras e a máscara cômica do erro”.	-Nenhum quitandeiro do mundo trabalha assim. -Não existe relação entre o volume das caixas e as quantidades de maçãs. -Contextualização incorreta, só para “florear”. -Do ponto de vista algébrico, abre espaço para aplicações mais reais e com sentido para os alunos. -Leva à reprodução mecânica de “regras” de proporcionalidade, sem reflexão. -Constam nos livros didáticos. -Nos livros antigos aparecem muito. -Problema contextualizado, porém os dados não são próximos da realidade.	(1)Usar modelagem para construir o conceito de proporção. (2)Poderia ser usada a idéia de velocidade /aceleração para este conteúdo. (3)Problemas e desafios que instiguem o aluno a elaborar várias estratégias de resolução.	A contextualização aqui aparece com o sentido de florear a questão, pois, os dados não são próximos da realidade e, além do mais, nenhum quitandeiro do mundo trabalha assim. Outro erro de enunciado está na falta de relação entre os volumes das caixas e as quantidades de maçã. A sua resolução leva à reprodução mecânica de regras de proporcionalidade, sem reflexão alguma, desse modo, trata-se de uma questão antididática, não contribuindo para a formação do cidadão crítico. Questões desse tipo aparecem nos livros didáticos, porém em maior escala nos antigos.
(10) 1 200 litros de chumbo, com 7 800 000 centímetros cúbicos de algodão, mais 500 quilogramas de água destilada, quantos quilolitros pesam? (Ensino Fundamental séries iniciais)	- Sem finalidade prática e desconectado da realidade. - Não existe conexão entre os elementos métricos. - Para a solução: o quilolitro não é utilizado na vida corrente e mais,	-Mal elaborada. -Esta é para jogar fora. -Não constam nos livros didáticos. -Constam em livros antigos. -Nas séries iniciais o aluno não sabe o que é chumbo, água destilada. -Os números que exprimem	(1)Experimentação na escola, juntamente com o professor de física ou ciências. (2)Propõe-se uma atividade com areia, pedra, ... podendo ser feita na própria escola e saindo da sala de aula. (3)Propor uma sequência didática trabalhando com	A questão possui problemas sérios no que tange a sua formulação, considerando o nível a que se destina, não tem sentido algum aos alunos termos como água destilada e chumbo e os números exprimem quantidades que não fazem parte da realidade destes. E, além do que, induzem a um raciocínio

	é unidade de capacidade e não de peso. - Causará em um aluno deste nível verdadeira excomunhão pela Matemática.	as quantidades não fazem parte da realidade de um aluno do EF. -Linguagem muito pesada e nada usual no que se trata de EF. -A colocação de termos como chumbo, água e algodão, induzem a um raciocínio errado. -Explora apenas o algebrismo da transformação de unidades.	definições/conceitos e, depois, as transformações de unidade.	errado, qual a finalidade de se misturar água, chumbo e algodão? Itens com características tão divergentes. No que respeita a contribuição para a formação de seres críticos, atuantes no meio em que vivem, em nada contribuem, explorando apenas o algebrismo da transformação de unidades. Justa é a opinião de um dos colaboradores, 'Esta é para jogar fora!'. Questões desse gênero não figuram atualmente nos livros didáticos modernos.
--	---	---	--	--

APÊNDICE C - RESOLUÇÃO DAS QUESTÕES PROPOSTAS NO CAPÍTULO 04

Questão 1:

- Primeira Opção

. Resolução

- a) Vamos adotar como positivo o sentido de **A** para **B**. Assim, as equações horárias dos veículos são:

$$S = s_0 + vt$$

$$S_{AB} = 0 + 80t \Rightarrow S_{AB} = 80t$$

$$S_{BA} = 340 - 90t$$

- b) No instante do encontro, os dois veículos se localizam no mesmo ponto, ou seja:

$$80t = 340 - 90t \Rightarrow 170t = 340 \Rightarrow t = 2h \quad (\text{instante do encontro: 2 horas após a partida}).$$

Para obter a posição do encontro, substituímos **t** por 2 em qualquer uma das equações (já que o espaço é igual).

$$S_{AB} = 80t = 80 \cdot 2 = 160 \text{ km}$$

$$S_{BA} = 340 - 90t = 340 - 90 \cdot 2 = 160 \text{ km}$$

Portanto, instante: 2 h; posição: 160 km

$$c) |S_{BA} - S_{AB}| = |(340 - 90t) - 80t| = |340 - 170t|$$

- d) Como $d=170$ km, temos:

$$|340 - 170t| = 170 \Rightarrow \begin{cases} 340 - 170t = 170 \Rightarrow -170t = -170 \Rightarrow t = 1h \\ 340 - 170t = -170 \Rightarrow -170t = -510 \Rightarrow t = 3h \end{cases}$$

Logo, os instantes em que a distância que os separa é de 170 km são $t=1h$ e $t=3h$.

- Segunda Opção

. Resolução

$$|x| \leq 0,008 \Leftrightarrow -0,008 \leq x \leq 0,008$$

Assim, o diâmetro pode variar de $(5+0,008)$ a $(5-0,008)$ cm.

Logo, a maior e a menor medidas com que pode ficar esse diâmetro são 5,008 cm e 4,992 cm, respectivamente.

- Terceira Opção

. Resolução

Trabalhando com as duas equações encontradas, temos:

Para Márcia:

$$|3x - 2| < 10 \Rightarrow -10 < 3x - 2 < 10 \Rightarrow -10 + 2 < 3x < 10 + 2 \Rightarrow -8 < 3x < 12 \Rightarrow \frac{-8}{3} < x < 4$$

Para Lourdinha:

$$|5 - 2x| < 5 \Rightarrow -5 < 5 - 2x < 5 \Rightarrow -5 - 5 < -2x < 5 - 5 \Rightarrow -10 < -2x < 0 \Rightarrow 10 > 2x > 0 \Rightarrow 0 < 2x < 10 \Rightarrow 0 < x < 5$$

Fazendo a intersecção das duas opções acima, encontramos:

$$\frac{-8}{3} < x < 4 \cap 0 < x < 5 = 0 < x < 4$$

Ou seja, a solução procurada pertence ao intervalo que varia de 0 a 4, excluindo os extremos.

Como procuramos um número par, este só pode ser o 2.

Questão 02:**- Primeira Opção***. Resolução*

Sabemos que

$$\frac{dC}{dx} = \frac{2}{3}x + 4 \text{ e } \frac{dx}{dt} = 0,4t + 0,03$$

e, portanto, de acordo com a regra da cadeia

$$\frac{dC}{dt} = \frac{dC}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \left(\frac{2}{3}x + 4 \right) (0,4t + 0,03)$$

Para $t=4$, o número de unidades produzidas é

$$x(4) = 0,2 \cdot (4)^2 + 0,03 \cdot (4) = 3,32$$

e fazendo $t=4$ e $x=3,32$ na expressão de $\frac{dC}{dt}$, obtemos

$$\left. \frac{dC}{dt} \right|_{t=4} = \left[\frac{2}{3} \cdot (3,32) + 4 \right] \cdot [0,4 \cdot (4) + 0,03] = 10,1277$$

Assim, após 4 horas, o custo está aumentando à taxa de R\$10,13 por hora.

- Segunda Opção

Resolução

O objetivo é determinar $\frac{dc}{dt}$ para $t=3$. Como

$$\frac{dc}{dp} = \frac{1}{2} (0,5p^2 + 17)^{-\frac{1}{2}} [0,5(2p)] = \frac{1}{2} p (0,5p^2 + 17)^{-\frac{1}{2}} \text{ e } \frac{dp}{dt} = 0,2t$$

e temos, de acordo com a regra da cadeia,

$$\frac{dc}{dt} = \frac{dc}{dp} \cdot \frac{dp}{dt} = \frac{1}{2} p (0,5p^2 + 17)^{-\frac{1}{2}} (0,2t) = \frac{0,1pt}{\sqrt{0,5p^2 + 17}}$$

Para $t=3$,

$$p(3) = 3,1 + 0,1(3)^2 = 4$$

e fazendo $t=3$ e $p=4$ na expressão de $\frac{dc}{dt}$, obtemos

$$\frac{dc}{dt} = \frac{0,1(4)(3)}{\sqrt{0,5(4)^2 + 17}} = \frac{1,2}{5} = 0,24 \text{ partes por milhão por ano.}$$

Questão 3:

- Primeira Opção

. Resolução

Para encontrar a solução desta situação podemos calcular a diferença entre a área da placa (delimitada pelo retângulo) e a soma da área dos dois círculos. Note que estes são congruentes. Segue que:

$$A_{\text{desperdiçada}} = A_{\text{retângulo}} - 2 \cdot A_{\text{círculo}}$$

$$A_{\text{retângulo}} = 4\sqrt{10} \times 2\sqrt{10} = 8\sqrt{100} = 8 \times 10 = 80 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{círculo}} = \pi r^2 = 3,14 \times (\sqrt{10})^2 = 3,14 \times 10 = 31,4 \text{ cm}^2$$

Logo,

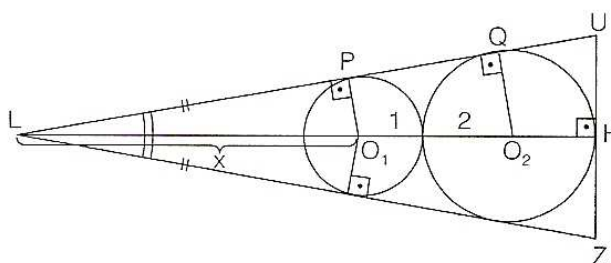
$$A_{\text{desperdiçada}} = 80 - 2 \times 31,4 = 17,2 \text{ cm}^2$$

A área da placa que não é aproveitada corresponde a 17,2 cm².

- Segunda Opção

. Resolução

- a) O triângulo LUZ é isósceles porque LH é sua altura e sua bissetriz.
b)



- c) Note que podemos trabalhar com semelhança entre triângulos, pois $\triangle LPO_1 \approx \triangle LQO_2$ e a razão de semelhança é $\frac{1}{2}$. Então:

$$\frac{x}{x+3} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x = x+3 \Rightarrow x = 3$$

A distância do foco de luz ao centro do círculo menor é 3 metros.

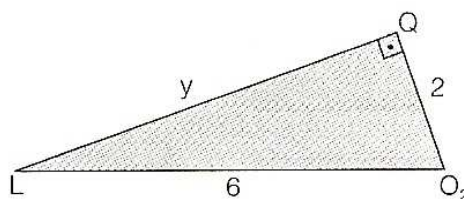
- d) O ângulo a ser considerado é $\widehat{ULH}$ nos triângulo ULH e $\widehat{QLO_2}$

$$LH = 3 + 5 = 8$$

$$LH = 8 \text{ metros}$$

A distância do foco de luz ao anteparo é de 8 metros.

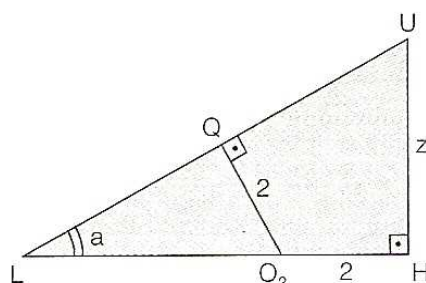
e) O $\triangle LQO_2$ é retângulo:



$$y^2 + 2^2 = 6^2 \Rightarrow y^2 = 32 \Rightarrow y = \sqrt{32} \Rightarrow y = 4\sqrt{2}$$

O comprimento do raio de luz é $4\sqrt{2}$ metros.

f)



No $\triangle LQO_2$:

$$\operatorname{tga} = \frac{2}{LQ} = \frac{2}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

No $\triangle LHU$:

$$\operatorname{ga} = \frac{z}{LH} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{z}{8} \Rightarrow z = \frac{8\sqrt{2}}{4} = 2\sqrt{2}$$

$$z = 2\sqrt{2} \text{ metros}$$

$$UZ = 2z = 2 \cdot 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2} \cong 5,7$$

O tamanho aproximado da sombra é de 5,7 metros.

Questão 4:

- Primeira Opção

. Resolução

A chave para responder aos três primeiros itens desta questão é observar que a escala relaciona cada centímetro do mapa com 675 km reais. Assim poderemos montar as proporções necessárias para encontrar os resultados apropriados.

$$a) \frac{1}{675} = \frac{6,4}{x} \Rightarrow x = 6,4 \times 675 \Rightarrow x = 4320$$

Logo, a distância procurada é de 4320 km.

$$b) \frac{1}{675} = \frac{6,3}{x} \Rightarrow x = 6,3 \times 675 \Rightarrow x = 4252,5$$

Logo, a distância procurada é de 4252,5 km

$$c) \frac{1}{675} = \frac{x}{7350} \Rightarrow 675x = 7350 \Rightarrow x = \frac{7350}{675} \Rightarrow x = 10,9$$

d) Logo, a medida procurada equivale a 10,9 cm.

e) Oceano Atlântico.

f) Chile e Equador.

g) Paraíba.

h) Mais extensa.

- Segunda Opção

. Resolução

Basta observar que cada centímetro no mapa corresponde a 540 quilômetros na realidade.

Medindo a distância no mapa com o auxílio de uma régua encontramos, aproximadamente, 3,7 centímetros. Assim, podemos montar a seguinte proporção:

$$\frac{1}{540} = \frac{3,7}{x} \Rightarrow x = 3,7 \times 540 \Rightarrow x = 1998$$

Logo, a distância entre Manaus e Brasília é de aproximadamente 1998 quilômetros.

- Terceira Opção

. Resolução

De acordo com o enunciado do problema, podemos montar a seguinte proporção:

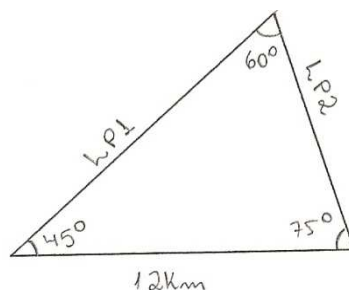
$$\frac{10}{38} = \frac{1}{x} \Rightarrow 10x = 38 \Rightarrow x = 3,8$$

Assim, cada centímetro no desenho corresponderá a 3,8 metros na realidade. Logo, a escala procurada é 1cm:3,8m.

Questão 5:

- Primeira Opção

. Resolução



De acordo com o modelo acima, as estradas se encontrarão formando um ângulo de 60°.

Para encontrarmos a medida de LP2 utilizaremos a Lei dos Senos, onde:

$$\frac{LP2}{\text{Sen}45^\circ} = \frac{12}{\text{Sen}60^\circ} \Rightarrow \frac{LP2}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{12}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \frac{LP2}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{24}{\sqrt{3}} \Rightarrow LP2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{24}{\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{6}}{3} = 4\sqrt{6} \approx 9,79$$

Ou seja, LP2 tem, aproximadamente, 9,79km.

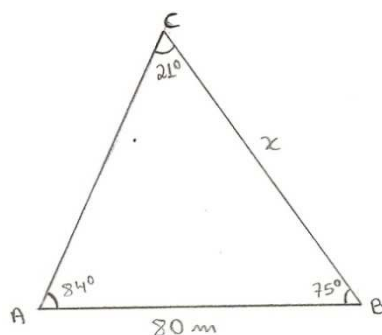
Conhecendo a medida de LP2, utilizaremos a Lei dos Cossenos para o cálculo de LP1. Daí:

$$(LP1)^2 = 12^2 + (4\sqrt{6})^2 - 2 \cdot 12 \cdot 4\sqrt{6} \cdot \cos 75^\circ \Rightarrow (LP1)^2 = 144 + 96 - 235,15 \cdot 0,2588 \Rightarrow (LP1)^2 = 179,14 \Rightarrow LP1 \cong 13,38$$

Ou seja, LP1 tem, aproximadamente, 13,38km.

- Segunda Opção

. Resolução



De acordo com o modelo acima, ao vértice C corresponde um ângulo de 21°.

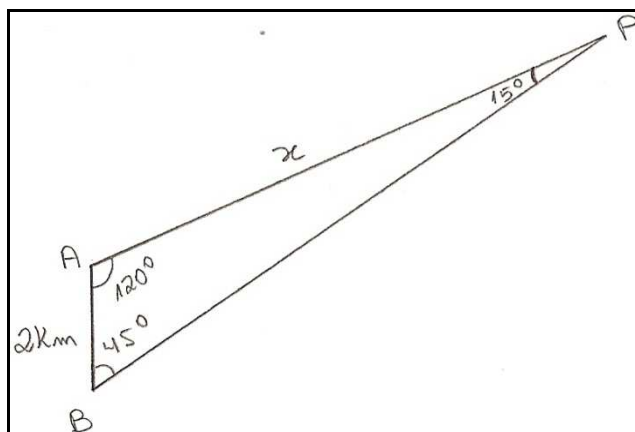
Para encontrarmos a medida de x , menor distância da praia à ilha, utilizaremos a Lei dos Senos, onde:

$$\frac{80}{\sin 21^\circ} = \frac{x}{\sin 84^\circ} \Rightarrow \frac{80}{0,3584} = \frac{x}{0,9945} \Rightarrow x = \frac{0,9945 \cdot 80}{0,3584} \Rightarrow x \cong 221,99$$

Isto é, a menor distância entre a praia e a ilha é de, aproximadamente, 222 metros.

- Terceira Opção

. Resolução



Aplicando a lei dos senos no triângulo ABP, temos:

$$\frac{2}{\text{Sen}15^\circ} = \frac{x}{\text{Sen}45^\circ} \Rightarrow x = \frac{2 \cdot \text{Sen}45^\circ}{\text{Sen}15^\circ} = \frac{2 \cdot 0,707}{0,259} \cong 5,459$$

Logo, a distância de **A** até **P** é de aproximadamente 5,459 km ou 5459 m.

Questão 6:

- Primeira Opção

. Resolução

- a) No fim de 2009 o comprador terá desembolsado um total de $12 \times 200 = \text{R\$}2.400,00$.

Com acréscimo de 10% nas prestações, no ano de 2010 vai desembolsar $2.400 \times 1,1 = \text{R\$}2.640,00$ e, no ano de 2011, $2.640 \times 1,1 = \text{R\$}2.904,00$.

- b) O valor total do carro corresponde à entrada mais 36 prestações, ou seja:
 $8000 + 2400 + 2640 + 2904 = \text{R\$}15.994,00$

- Segunda Opção

. Resolução

As prestações, em reais, formam a Progressão Aritmética (500, 550, 600, ..., a_n), em que $a_n = 500 + (n - 1)50$ **EMBED Equation.3** $a_n = 450 + 50n$

Como a soma S_n das prestações é 19.500, temos que:

$$\frac{(500 + 450 + 50n)n}{2} = 19500 \Rightarrow n^2 + 19n - 780 = 0, \text{ ou seja, } n=20 \text{ ou } n=-39 \text{ (não convém).}$$

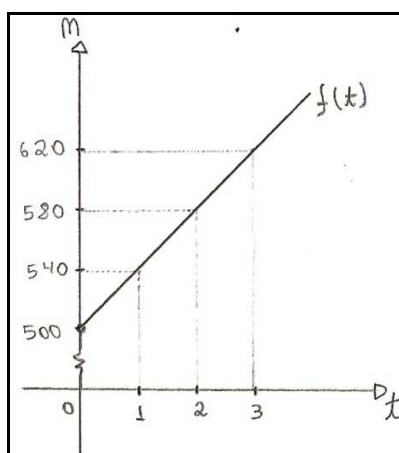
Logo, devem ser pagas 20 prestações.

- Terceira Opção

. Resolução

- a) De acordo com a tabela podemos observar que o montante inicial (tempo zero) corresponde a R\$500,00 e em cada mês este sofre um acréscimo de R\$40,00. Daí, $f(t) = 500 + 40t$, onde t representa o prazo em meses.

b)



Questão 7:**- Primeira Opção***. Resolução* $i=1\%$ ao mês (0,01) $t=2$ meses $j=200$

$$M = C(1+i)^t \Rightarrow C + 200 = C(1,01)^2 \Rightarrow C + 200 = 1,0201C \Rightarrow 1,0201C - C = 200 \Rightarrow 0,0201C = 200 \Rightarrow C = 9950,25$$

Logo, essa quantia é de R\$ 9.950,25.

- Segunda Opção*. Resolução*

Aplicando a fórmula para cálculo do montante no regime de capitalização composta, temos:

$$36400 = C(1+0,09)^7 \Rightarrow C = \frac{36400}{(1+0,09)^7} \Rightarrow C \cong 20000$$

Logo, o capital aplicado foi de, aproximadamente, R\$ 20.000,00

- Terceira Opção*. Resolução*

Podemos analisar essa afirmação de duas maneiras.

Primeiro capitalizando os R\$24.000,00 por 8 meses à taxa de 6,5%.

$$M = C(1+i)^n \Rightarrow M = 24000(1+0,065)^8 \Rightarrow M = 24000(1,065)^8 \Rightarrow M = 39719,89$$

Outra maneira de analisar a questão é encontrando a taxa.

$$M = C(1+i)^n \Rightarrow 36087 = 24000(1+i)^8 \Rightarrow \frac{36087}{24000} = (1+i)^8 \Rightarrow 1,503625 = (1+i)^8 \Rightarrow 1+i \cong 1,053 \Rightarrow i \cong 0,053$$

Observando as duas respostas acima, podemos concluir que com a taxa de 6,5% a.m. João obterá um montante maior que o esperado, sendo a taxa ideal para ele 5,3% a.m.

Questão 8:

- Primeira Opção

. Resolução

Flanela: $3 \times R\$9,40 = R\$28,20$

Lã: $1,6 \times R\$16,25 = R\$26,00$

Alpaca: $2,25 \times R\$3,8 = R\$8,55$

Total: $R\$28,20 + R\$26,00 + R\$8,55 = R\$62,75$

Troco: $R\$100,00 - R\$62,75 = R\$37,25$

- Segunda Opção

. Resolução

Cheeseburgers: $3 \times R\$5,25 = R\$15,75$

Americano: $1 \times R\$5,25 = R\$5,25$

Porção de Fritas: $2 \times R\$8,00 = R\$16,00$

Suco de Melão: $2 \times R\$2,50 = R\$5,00$

Suco de Laranja: $2 \times R\$2,00 = R\$4,00$

Total: $R\$15,75 + R\$5,25 + R\$16,00 + R\$5,00 + R\$4,00 = R\$46,00$

$R\$46,00 : 4 = R\$11,50$

Cada amigo pagará R\$11,50.

Questão 9:**- Primeira Opção***. Resolução*

Trata-se de um problema envolvendo divisão diretamente proporcional.

$$\frac{B + L + P}{40 + 30 + 10} = \frac{60}{80}$$

$$\text{Beto: } \frac{B}{40} = \frac{60}{80} \Rightarrow B = \frac{40 \times 60}{80} \Rightarrow B = 30$$

$$\text{Luís: } \frac{L}{30} = \frac{60}{80} \Rightarrow L = \frac{30 \times 60}{80} \Rightarrow L = 22,5$$

$$\text{Pedro: } \frac{P}{10} = \frac{60}{80} \Rightarrow P = \frac{10 \times 60}{80} \Rightarrow P = 7,5$$

Assim, Beto receberá R\$30.000,00, Luís R\$22.500,00 e Pedro R\$7.500,00.

- Segunda Opção*. Resolução*

$$\frac{360}{10+8} = \frac{360}{18}$$

Considerando x o valor recebido pelo primeiro colocado e y o valor que o segundo colocado recebeu, temos:

$$\frac{x}{10} = \frac{360}{18} \Rightarrow x = \frac{10 \times 360}{18} \Rightarrow x = 200$$

$$\frac{y}{8} = \frac{360}{18} \Rightarrow y = \frac{8 \times 360}{18} \Rightarrow y = 160$$

Assim, o primeiro colocado recebeu R\$200,00 e o segundo colocado R\$160,00.

Questão 10:**- Primeira Opção***. Resolução*

Cálculo da profundidade da fossa oceânica em metros: $28 \times 394 = 11.032$ metros.

Conversão da profundidade para quilômetros: $11032:100 = 11,032\text{km}$.

A profundidade da fossa oceânica mais profunda que se tem conhecimento é de, aproximadamente, 11km.

- Segunda Opção*. Resolução*

a) $12:1,2=10$

Ele precisaria levar 10 garrafas da primeira marca.

b) $12:0,8=15$

Ele precisaria levar 15 garrafas da segunda marca.

c) Primeira marca: $10 \times R\$3,60 = R\$36,00$

Segunda marca: $15 \times R\$2,40 = R\$36,00$

Tanto faz ele comprar a primeira ou a segunda marca.